Ульяновский государственный университет
Институт экономики и бизнеса
Кафедра экономического анализа и государственного управления

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

по направлению подготовки
38.04.04 «Государственное и муниципальное управление» (магистратура)

по дисциплине: «Статистическое и экономико-математическое обеспечение решений органов власти» доцента Киселевой О.В.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой ____________ Лапин А.Е.

Ульяновск, 2019

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛАНИЕ: «СТАТИСТИЧЕСКОЕ И ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ РЕШЕНИЙ ОРГАНОВ ВЛАСТИ» / Ульяновск: УлГУ. Институт Экономики и Бизнеса, 2019. – 53 с.

Настоящие методические указания предназначены для обучающихся по направлению магистратуры 38.04.04 «Государственное и муниципальное управление»

Составитель: к.э.н., доцент кафедры экономического анализа и государственного управления Киселева О.В.

Рекомендовано к публикации Ученым советом Института экономики и бизнеса, протокол № 225/02 от 17 октября 2019г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа по дисциплине «Статистическое и экономико-математическое обеспечение решений органов власти» выполняется в соответствии с учебными планами и является одной из базовых дисциплин в системе подготовки студентов направления 38.04.04 «Государственное и муниципальное управление», профиль «Государственная и муниципальная служба».

Целью самостоятельной работы студентов является приобретение знаний и закрепление навыков построения статистических показателей, применения основных методов статистического анализа социально-экономических явлений, использования компьютерных программ при проведении статистических расчетов.

Выполнение самостоятельной работы включает следующие этапы:

- ознакомление с теорией;
- выполнение работы;
- формулировка выводов;
- сдача отчета и защита работы преподавателю.

Самостоятельная работа №1

СВОДКА И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Цель работы. Изучить основные принципы проведения сводки и группировки статистических данных и освоить их практическое применение с использованием стандартных функций ***MicrosoftExcel***.

Краткие теоретические сведения

Важнейшим этапом исследования социально-экономических явлений и процессов является систематизация первичных данных и получение на этой основе сводной характеристики объекта в целом при помощи обобщающих показателей, что достигается путем сводки и группировки первичного статистического материала.

Сводка - это комплекс последовательных операций по обобщению конкретных единичных факторов, образующих совокупность, для выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом.

Группировкой называется разбиение совокупности на группы, однородные по какому-либо признаку.

Группировка является важнейшим статистическим методом обобщения статистических данных, основой для правильного исчисления статистических показателей.

С помощью метода группировок решаются следующие задачи:

- выделение социально-экономических типов явлений;
- изучение структуры явления и структурных сдвигов, происходящих в нем;
- выявление связи и зависимости между явлениями.

Все группировки могут быть построены по какому-то одному (простая группировка) или нескольким существенным признакам (сложная группировка). При построении сложной группировки сначала группы формируются по одному признаку, затем эти группы делятся на подгруппы по другому признаку, которые, в свою очередь, делятся на группы по третьему признаку и т.д. Сложные группировки дают возможность изучить единицы совокупности одновременно по нескольким признакам.

Построение группировки начинается с определения состава группировочных признаков.

Группировочным признаком называется признак, по которому проводится разбиение единиц совокупности на отдельные группы. От правильного выбора группировочного признака зависят выводы статистического исследования.

В основание группировки могут быть положены как *количественные,* так и *атрибутивные признаки.* Первые имеют числовое выражение (объем производства продукции, возраст человека, прибыль предприятия и т.д.), а вторые отражают состояние единицы совокупности (пол человека, семейное положение, отраслевую принадлежность предприятия, его форму собственности и т.д.).

После того как определено основание группировки, следует решить вопрос о количестве групп, на которые надо разбить исследуемую совокупность.

Число групп зависит от задач исследования и вида показателя, положенного в основание группировки, численности совокупности, степени вариации признака.

Если группировка строится по атрибутивному признаку, то групп, как правило, будет столько, сколько имеется градаций, видов состояний у этого признака (например, группировка работников по образованию).

Если группировка проводится по количественному признаку, то необходимо обратить особое внимание на число единиц исследуемого объекта и степень колеблемости группировочного признака.

При небольшом объеме совокупности не следует образовывать большое количество групп, так как группы будут включать недостаточное число единиц объекта. Поэтому показатели, рассчитанные для таких групп, не будут представительными и не позволят получить адекватную характеристику исследуемого явления.

Часто группировка по количественному признаку имеет задачу отразить распределение единиц совокупности по этому признаку. В этом случае количество групп зависит в первую очередь от степени колеблемости группировочного признака: чем она больше, тем больше групп следует образовать. Чем больше групп, тем точнее будет воспроизведен характер исследуемого объекта. Однако слишком большое число групп затрудняет выявление закономерностей при исследовании социально-экономических явлений и процессов. Поэтому в каждом конкретном случае при определении числа групп следует исходить не только из степени колеблемости признака, но и из особенностей объекта и цели исследования.

Определение *числа групп* с можно осуществить математическим путем, используя формулу Стерджесса:

$$n = 1 + 3{,}322 \cdot \lg N,$$

где п - число групп; N - число единиц совокупности.

Недостаток формулы Стерджесса состоит в том, что ее применение дает хорошие результаты, если совокупность состоит из большого числа единиц, распределение единиц по признаку, положенному в основание группировки, близко к нормальному и при этом в группах применяются равные интервалы.

Чтобы получить группы, адекватные действительности, необходимо руководствоваться сущностью изучаемого явления.

Когда определенно число групп, следует определить интервалы группировки.

Интервал - это значения варьирующего признака, лежащие в определенных границах. Каждый интервал имеет свою величину, верхнюю и нижнюю границы или хотя бы одну из них. *Нижней границей интервала* называется наименьшее значение признака в интервале, а *верхней границей* является наибольшее значение признака в нем. *Величина интервала* представляет собой разность между верхней и нижней границами интервала.

Интервалы группировки в зависимости от их величины бывают равные и неравные.

Если вариация признака проявляется в сравнительно узких границах и распределение носит равномерный характер, то строят группировку с равными интервалами.

Величина равного интервала вычисляется по формуле

$$i = (X_{max} - X_{min}) / n, \quad (2)$$

где x_{max} и x_{min} - максимальное и минимальное значения признака в совокупности.

Прежде чем определять максимальное и минимальное значения, из совокупности рекомендуется исключить аномальные наблюдения.

Если максимальное и минимальное значения сильно отличаются от смежных с ними значений вариантов в упорядоченном ряду значений группировочного признака, то для определения величины интервала следует использовать не максимальное и минимальное значения, а значения, несколько превышающие минимум и несколько меньше, чем максимум.

Полученное значение величины интервала необходимо округлить, как правило, в большую сторону.

Если размах вариации признака совокупности велик и значения признака варьируются неравномерно, то следует использовать группировку с неравными интервалами. Использование неравных интервалов характерно для большинства социально-экономических явлений, особенно при анализе макроэкономических показателей. |

Неравные интервалы могут быть прогрессивно возрастающими или прогрессивно убывающими в арифметической или геометрической прогрессии, а также произвольными и специализированными.

Использование *прогрессивно-возрастающихи прогрессивно-убывающих интервалов* объясняется тем, что количественные изменения размера признака имеют неодинаковые значения в низших и высших по размеру признака группах.

Специализированные интервалы используются для выделения из совокупности одних и тех же типов по одному и тому же признаку для явлений, находящихся в различных условиях.

При изучении социально-экономических явлений на макроуровне часто применяют группировки, интервалы которых не будут ни прогрессивно-возрастающими, ни прогрессивно-убывающими. Такие интервалы называются *произвольными* и, как правило, используются при группировке предприятий, например, по уровню рентабельности.

Интервалы группировок могут быть закрытыми и открытыми. *Закрытыми* называются интервалы, у которых имеются верхняя и нижняя границы. У *открытых* интервалов указана только одна граница: верхняя - у первого, нижняя - у последнего.

При группировке единиц совокупности по количественному признаку границы интервалов могут быть обозначены по-разному, в зависимости от того, непрерывный это признак или прерывный.

Если основанием группировки служит непрерывный признак, то одно и то же значение признака выступает и верхней, и нижней границами двух смежных интервалов. Таким образом, нижняя граница (i + 1)-го интервала равна верхней границе i-го интервала.

Если в основании группировки лежит прерывный признак, то нижняя граница (i + 1)-го интервала равна верхней границе i-го интервала, увеличенной на 1.

После определения границ групп строится ряд распределения.

Статистический ряд распределения - это упорядоченное распределение единиц совокупности на группы по определенному варьирующему признаку.

В зависимости от признака, взятого за основу группировки, различают атрибутивные и вариационные ряды распределения.

Атрибутивные ряды распределения построены по качественным признакам (распределение по полу, национальности, профессии и т.д.).

Вариационные ряды распределения построены по количественному признаку.

Ряд распределения принято оформлять в виде таблиц.

Любой вариационный ряд состоит из двух элементов: вариантов и частот.

Вариантами считаются отдельные значения признака, которые он принимает в вариационном ряду, т.е. конкретное значение варьирующего значения признака.

Частоты - это численности отдельных вариантов или каждой группы вариационного ряда, т.е. это числа, показывающие как часто встречаются те или иные варианты в ряду распределения. Сумма всех частот определяет численность всей совокупности, ее объем.

Порядок выполнения работы

1. Выбор группировочного признака.
2. Определение количества групп.
3. Расчет величины интервала группировки.
4. Установление границ групп.
5. Построение ряда распределения.
6. Выбор показателей для характеристики групп.
7. Расчет величины показателей по каждой группе.
8. Сведение данных группировки в таблицу.

Пример выполнения работы

Задание. Произвести группировку предприятий региона по стоимости основных средств и определить средний объем выпуска продукции в каждой группе. Исходные данные для расчета приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1.

Характеристика предприятий региона по стоимости основных средств и объему выпуска продукции

Номер предприятия	Стоимость основных средств, млн руб.	Объем выпуска продукции, млн руб.	Номер предприятия	Стоимость основных средств, млн руб.	Объем выпуска продукции, млн руб.
1	5999	5349	*16*	6413	7079
2	6925	6882	*17*	9387	6339
3	6925	7046	*18*	3949	1544
4	10097	7248	*19*	10826	11431
5	8097	5256	*20*	6695	4105
6	11116	14090	*21*	6633	13366
7	5880	3525	*22*	6472	6340
8	7355	5431	*23*	6183	3624
9	9566	7680	*24*	8107	4917
10	7884	8226	*25*	9369	9040
11	7038	4081	*26*	11817	5359
12	4950	10473	*27*	4894	6266
13	4550	6097	*28*	8488	17093
14	3427	5307	*29*	7560	11641
15	6062	7400	*30*	6429	12328

В соответствии с заданием группировочным признаком является стоимость основных средств предприятия.

Количество групп n = 1 + 3,322 * Ig(30) = 6. Следовательно, совокупность необходимо разбить на 6 групп.

Теперь определяется минимальное и максимальное значения признака в совокупности, для этого используются стандартные функции *MSExcel* МАКС, МИН (категория «Статистические»). Минимальное значение составляет 3427 млн руб., максимальное -118/7 млн руб.

Рассчитывается величина равного интервала группировки:

i = (11817 - 3427) / 6 = 1400 млн руб.

Таким образом, величина интервала составляет 1400 млн руб.

Определяются границы групп (табл. 1.2).

Таблица 1.2

Расчет границ групп и частот

Номер группы	Нижняя граница	Верхняя граница	Количество предприятий
1	3427	3427+1400=4827	3
2	4827	4827+1400=6227	6
3	6227	6227+1400=7627	10

4	7627	7627+1400=9027	4
5	9027	9027+1400=10427	4
6	10427	10427+1400=11827	3

Рассчитывается количество предприятий (частота), вошедших в каждую группу с использованием стандартной функции *MicrosoftExcel* ЧАСТОТА (категория «Статистические»).

Функция ЧАСТОТА должна задаваться в качестве формулы массива. Для этого необходимо сделать следующее:

1.Выделить диапазон ячеек, равный количеству интервалов, начиная с ячейки, содержащей формулу.

2.Нажать клавишу F2.

3.Нажать одновременно клавиши CTRL + SHIFT + ENTER

Если формула не будет введена как формула массива, единственное значение будет равно 1.

Результаты расчетов сводятся в табл. 3. В таблице представлен вариационный ряд распределения промышленных предприятий региона по стоимости основных средств.

Таблица 1.3

Группировка предприятий региона по стоимости основных средств

Группы предприятий по стоимости основных средств	Количество предприятий	Средняя стоимость основных средств, млн руб.	Средний объем производства, млн руб.
3427-4827	3	4127	4316
4827-6227	6	5527	6106
6227-7627	10	6927	7830
7627-9027	4	8327	8873
9027-10427	4	9727	7577
10427-11827	3	11127	10293
Итого	30	7347	7485

Вариантами ряда распределения являются отдельные значения стоимости основных средств промышленных предприятий региона, частотами - количество предприятий, вошедших в каждую группу.

По каждой группе предприятий определяется средняя стоимость основных средств предприятия и средний объем выпуска продукции.

Выводы:

В ходе проведения сводки и группировки статистической информации разбили совокупность, состоящую из 30 промышленных предприятий, на 6 групп.

В качестве группировочного признака взяли показатель стоимости основных средств предприятий. Данный признак является количественным. Получилась простая группировка.

По каждой группе предприятий рассчитали показатели - среднюю стоимость основных средств предприятия и средний объем выпуска продукции.

Самостоятельная работа №2

СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ. ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

Цель работы. Изучить основные принципы расчета средних величин и показателей вариации и по несгруппированным и сгруппированным данным и освоить их практическое применение с использованием стандартных функций *Microsoft Excel.*

Краткие теоретические сведения

Изучая зарегистрированные в процессе статистического наблюдения величины того или иного признака у отдельных единиц совокупности, можно обнаружить различия между ними. Поэтому, чтобы определить значение признака, характерное для всей изучаемой совокупности единиц, используют средние величины.

Средняя величина представляет собой обобщенную количественную характеристику признака в статистической совокупности в конкретных условиях места и времени. Показатель в форме средней величины выражает типичные черты и дает обобщенную характеристику однотипных явлений по одному из варьирующих признаков.

Средняя величина является наиболее распространенной формой статистических показателей.

Средние величины делятся на два больших класса: степенные средние и структурные средние.

Степенные средние в зависимости от представления исходных данных могут быть простыми и взвешенными.

Простая средняя рассчитывается по не сгруппированным данным и имеет следующий общий вид:

$$\overline{X} = \sqrt[z]{\frac{\sum x_i^z}{n}}$$

где x_i- величина осредняемого признака у каждой единицы совокупности; n - объем совокупности; z - показатель степени средней.

Взвешенная средняя вычисляется по сгруппированным данным и имеет общий вид

$$\overline{X} = \sqrt[z]{\frac{\sum x_i^z \cdot f_i}{\sum f_i}},$$

где fi- частота или повторяемость индивидуальных значений признака в совокупности.

Выбор вида средней определяется экономическим содержанием показателя и исходных данных. В каждом конкретном случае применяется одна из степенных средних.

Наиболее распространенным видом средних величин является средняя арифметическая. Она применяется в тех случаях, когда объем варьирующего признака для всей совокупности выражается суммой значений признаков отдельных ее единиц.

Средняя арифметическая простая рассчитывается по формуле

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n},$$

Средняя арифметическая взвешенная -по формуле

$$.\overline{X} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}$$

Кроме степенных средних в статистической практике применяются структурные (или распределительные) средние. Они используются для изучения внутреннего строения и структуры рядов распределения признака. К ним относятся мода и медиана.

Модой называется наиболее часто встречающийся вариант или то значение признака, которое соответствует максимальной точке теоретической кривой распределения. В дискретном ряду мода - это вариант с наибольшей частотой.

В интервальном вариационном ряду модой приближенно считают центральный вариант так называемого модального интервала.

Модальный интервал - это интервал, который имеет наибольшую частоту.

Конкретное значение моды для интервального ряда распределения с равными интервалами определяется формулой

$$M_o = X_{мо} + i_{mo}\frac{f_{mo}-f_{mo-1}}{(f_{mo}-f_{mo-1})+(f_{mo}-f_{mo+1})},$$

где где x_{MO} - нижняя граница модального интервала; i_{MO}– величина модаль-ного интервала; f_{mo}- частота, соответствующая модальному интервалу;
f_{mo-1} - частота интервала, предшествующая модальному интервалу; f_{M0}+i - частота интервала, следующего за модальным.

Медиана – это величина, которая делит численность упорядоченного вариационного ряда на две равные части: одна часть имеет значение варьирующего признака меньше, чем средний вариант, другая - больше, чем средний вариант.

В дискретном ряду с четным числом индивидуальных величин медианой будет средняя арифметическая из двух смежных вариант, а с нечетным числом медианой будет варианта, расположенная в центре ряда.

Для интервального ряда медиана определяется по формуле

$$M_{me} = X_{me} + i_{me}\frac{\Sigma f/_{2-s_{me-1}}}{f_{me}},$$

где x_{me} - нижняя граница медианного интервала; i_{me} - величина медианного интервала; s_{Me-1} - сумма частот, накопленная до медианного интервала; f_{me} - частота, соответствующая медианному интервалу.

Медианный интервал - это первый интервал, в котором накопленная частота составляет половину или больше половины общей суммы частот.

Различие индивидуальных значения признака внутри изучаемой совокупности в статистике называется *вариацией признака.* Она возникает в результате того, что его индивидуальные значения признака складываются под совокупным влиянием разнообразных факторов, которые по-разному сочетаются в каждом отдельном случае.

Колеблемость отдельных значений характеризуют показатели вариации. Статистические показатели, определяющие вариацию, делятся на две группы: абсолютные и относительные. К абсолютным относятся размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Вторая группа показателей вычисляется как отношение абсолютных показателей вариации к средней арифметической. Относительными показателями вариации являются коэффициенты осцилляции, вариации, относительное линейное отклонение.

Самым простым абсолютным показателем является размах вариации. *Размах вариации* показывает, насколько велико различие между единицами совокупности, имеющими наименьшее и наибольшее значение признака:

$$R=x_{max}-x_{min} ,$$

где x_{max} и x_{min} - соответственно, наибольшее и наименьшее значения признака в совокупности.

Среднее линейное отклонение вычисляется как средняя арифметическая (простая или взвешенная в зависимости от исходных данных) из абсолютных значений отклонений вариант и среднего значения признака в совокупности по следующим формулам:

$$\bar{d}=\frac{\sum|x_i-\bar{x}|}{n},$$

$$\bar{d}=\frac{\sum|x_i-\bar{x}|f_i}{\sum f_i},$$

Среднее линейное отклонение дает обобщенную характеристику степени колеблемости признака в совокупности.

Общепринятыми мерами вариации являются дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Данные показатели нашли широкое применение в статистических исследованиях, а также в других отраслях знаний.

Дисперсия представляет собой средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от их средней величины и в зависимости от исходных данных вычисляется по формулам простой и взвешенно

$$6^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n},$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum\left(x_i'-\bar{x}\right)^2 \cdot f_i}{\sum f_i}$$

Среднее квад[illegible]нение равно корню квадратному из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Среднее квадратическое отклонение - это обобщающая характеристика размеров вариации признака в совокупности. Оно выражается в тех же единица измерения, что и признак (в метрах, тоннах, рублях, процентах и т.д.)

Для целей сравнения колеблемости различных признаков в одного и того же признака в нескольких совокупностях представляют интерес показатели вариации, приведенные в относительных величинах. Относительные показатели вариации выражаются в процентах и определяют не только сравнительную оценку вариации, но и дают характеристику однородности совокупности.

Коэффициент осцилляции вычисляется как отношение размаха вариации к средней арифметической:

$$К_о=\frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Относительное линейное отклонение вычисляется как отношение среднего линейного отношения к средней арифметической:

$$K_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Наиболее часто в практичес применяется показатель относительной вариации - коэффициент вариации.

Коэффициент вариации вычисляется как отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической:

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Для распределений, близких к нормальному, совокупность считается однородной, если коэффициент вариации не превышает 33 *%*

Средняя величина только тогда отражает типичный уровень признака, когда она рассчитана по качественно однородной совокупности.

При расчете средних величин и показателей вариации по не сгруппированным данным используют стандартные функции *MicrosoftExcel* (табл. 2.1).

Таблица 2.1

*Стандартные функции **Microsoft Excel'** используемые при расчете показателей по не сгруппированным данным*

Показатель	Используемая функция
Средняя арифметическая простая	СРЗНАЧ
Мода дискретного ряда	МОДА
Медиана дискретного ряда	МЕДИАНА
Минимальное значение	МИН
Максимальное значение	МАКС
Среднее линейное отклонение	СРОТКЛ
Дисперсия	ДИСПР
Среднее квадратическое отклонение	СТАНДОТКЛОН

Порядок выполнения работы

1.Определение средних величин и показателей вариации по не сгруппированным данным.

2. Определение средних величин и показателей вариации по сгруппированным данным.

3. Формулировка выводов об однородности исследуемой совокупности по изучаемому признаку.

4. Формулировка выводов о типичности среднего значения признака.

Пример выполнения работы

Задание. Рассчитать среднее значение, структурные средние, показатели вариации, используя данные о стоимости основных средств предприятий региона (табл. 1.1). Определить однородность совокупности предприятий региона по стоимости основных средств. Оценить типичность рассчитанного среднего значения.

При расчете показателей по сгруппированным данным необходимо использовать формулы для вычисления взвешенных величин. Для удобства расчета используется табл. 2.2.

Таблица 2.2.

Вспомогательная таблица для расчета средних показателей и показателей вариации

Группы предприятий по стоимости основных средств x_i, млн руб.	Количество предприятий f_i	Середина интервала x_i', млн руб.	$x'_i \cdot f_i$	$\lvert x_i'-x_{cp}\rvert * f_i$	$(x'_i-\bar{x})^2 * f_i$	Накопленные частоты s_i
3427-4827	3	4127	12381		31105200	3
4827-6227	6	5527	33162	10920	19874400	9
6227-7627	10	6927	69270	4200	1764000	19
7627-9027	4	8327	33308	3920	3841600	23
9027-10427	4	9727	38908	9520	22657600	27
10427-11827	3	11127	33381	11340	42865200	30
Итого	30	-	220410	49560	122108000	-

Среднее значение признака $\bar{x}$= 220410/30=7347 млн руб.

Модальным интервалом является интервал (6227-7627), имеющий максимальную частоту (10ед.)

Мода $M_o = 6227+(7627-6227)\frac{10-6}{(10-6)+(10-4)} \approx 6787$ млн руб.

Медианным интервалом является интервал 6227-7627, в котором накопленная частота S=19, что больше половины общей суммы частот.

Медиана M_e= 6227+(7627-6227)$\cdot\frac{30/_2-9}{10}$=7067 млн. руб.

Размах вариации R=11827-3427=8400 млн. руб.

Среднее линейное отклонение$\bar{d}$ =49560/30=1652 млн. руб.

Дисперсия$б^2$ =122108000/30=4070267

Среднеквадратическое отклонение$б=\sqrt{4070267}$=2017 млн. руб.

Коэффициент осцилляции $К_о$ =8400·100/7347=114%.

Относительное линейное отклонение $К_{\bar{d}}$=1652·100/7347=22%.

Коэффициент вариации *v*=1652·100/7347=27%.

Результаты расчета по не сгруппированным данным с использованием стандартных функций *Microsoft Excel* составляют: среднее значение - 7302 млн. руб., мода - 6925 млн. руб., медиана - 6914 млн. руб., размах вариации - 8390 млн. руб., среднее линейное отклонение - 1649 млн. руб., дисперсия - 4382880, среднее квадратическое отклонение - 2094 млн. руб., коэффициент осцилляции - 115%, линейный коэффициент вариации - 23 %, коэффициент вариации - 29 %.

Выводы

Приведенные расчеты показали, что коэффициент вариации не превышает 33 %, следовательно, совокупность можно считать однородной. Типичность среднего значения в данной совокупности - удовлетворительная.

Самостоятельная работа №3
ВИДЫ ДИСПЕРСИЙ

Цель работы. Изучить основные принципы расчета различных видов дисперсий и освоить их практическое применение для анализа взаимосвязей.

Краткие теоретические сведения

Если статистическая совокупность разбита на группы по какому-либо признаку, то для оценки влияния различных факторов, определяющих колеблемость индивидуальных значений признака, можно воспользоваться разложением дисперсии на составляющие: на межгрупповую и внутригрупповую дисперсии.

Общая дисперсия измеряет вариацию признака по всей совокупности под влиянием всех факторов, обусловивших эту вариацию.

Она определяется по формулам как простая или взвешенная дисперсия:

$$\sigma^2_{общ} = \frac{\sum(x_i - \bar{x}_{общ})^2}{n},$$

$$\sigma^2_{общ} = \frac{\sum(x_i - \bar{x}_{общ})f}{\sum f},$$

Где: $\bar{x}_{общ}$- общая средняя для всей изучаемой совокупности.

Межгрупповая дисперсия характеризует систематическую вариацию, т.е. вариацию изучаемого признака под воздействием факторного признака, положенного в основу группировки.

Она характеризует колеблемость групповых средних около общей средней:

$$\delta^2 = \frac{\sum(\bar{x}_{гр} - \bar{x}_{общ})^2}{n},$$

$$\delta^2 = \frac{\sum(\bar{x}_{гр} - \bar{x}_{общ})^2 f}{\sum f}$$

где f_i – численность отдельных групп; $\bar{x}_{гр}$ – средняя в группах.

Внутригрупповая (частная) дисперсия характеризует случайную вариацию в каждой отдельной группе, т.е. часть вариации, возникающую под влиянием других, неучтенных факторов, и не зависящую от фактора, положенного в основу группировки.

Внутригрупповые дисперсии рассчитываются по каждой группе:

$$\sigma^2_{гр} = \frac{\sum(x_i - \bar{x}_{гр})^2}{n},$$

$$\sigma^2_{гр} = \frac{\sum(x_i - \bar{x}_{гр})^2 f}{\sum f}.$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий определяется на основании внутригрупповых дисперсий по каждой группе:

$$\overline{\sigma^2_{гр}} = \frac{\sum \sigma^2_{гр} \cdot f}{\sum f}.$$

Общая дисперсия равна сумме величин межгрупповой дисперсии и средней из внутригрупповой дисперсии:

$$\sigma^2_{общ} = \delta^2 + \overline{\sigma^2_{гр}}.$$

Это правило имеет большую практическую значимость, так как позволяет выявить зависимость результатов от определяющих факторов.

Очевидно, что чем больше доля межгрупповой дисперсии в общей дисперсии, тем сильнее влияние группировочного признака на изучаемый признак.

Поэтому в статистическом анализе широко используется такой показатель, как *эмпирический коэффициент детерминации*:

$$\eta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2_{общ}} .$$

Выраженный в процентах, он показывает, какая доля всей вариации результативного признака обусловлена факторным признаком, положенным в основу группировки.

Эмпирический коэффициент детерминации изменяется в пределах

$0 \leq \eta^2 \leq 1$.

Эмпирическое корреляционное отношение показывает тесноту связи между группировочным и результативным признаками:

$$\eta = \sqrt{\eta^2}.$$

Эмпирическое корреляционное отношение также изменяется в пределах $0 \leq \eta^2 \leq 1$.

Для качественной оценки тесноты связи на основе показателя эмпирического корреляционного отношения можно воспользоваться соотношениями Чэддока (табл.3.1).

Таблица 3.1

Соотношения Чэддока

$\lvert\eta\rvert$	0	0,1-0,3	0,3-0,5	0,5-0,7	0,7-0,9	0,9-0,99	1
Сила связи	Отсутствует	Слабая	Умеренная	Заметная	Тесная	Весьма тесная	Функциональная

Порядок выполнения работы

1. Определение средних значений выработки по каждой группе и в целом по совокупности.
2. Определение групповых дисперсий по каждой группе и средней из групповых дисперсий.
3. Определение межгрупповой дисперсии.
4. Определение общей дисперсии.

5. Проверка правильности расчетов с использованием закона сложения дисперсий.
6. Определение эмпирического коэффициента детерминации.
7. Определение эмпирического корреляционного отношения.
8. Формулировка вывода о наличии связи между группировочным (факторным) и результативным признаком.

Пример выполнения работы

Задание. Используя данные табл. 3.2, сделайте вывод о наличии связи между прохождением рабочими повышения квалификации и выработкой.

Таблица 3.2

Выработка рабочих, не прошедших повышение квалификации

Табельный номер рабочего	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Выработка рабочих, шт. /см	50	42	46	46	50	47	45	47	46	48	49	40	50	50	49	45	50	47	45	49

Продолжение табл. 8

Табельный номер рабочего	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Выработка рабочих, шт. /см	44	41	41	41	43	44	46	40	50	45	42	45	46	45	43	50	45	40	45	42

Выработка рабочих, прошедших повышение квалификации

Табельный номер рабочего	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
Выработка рабочих, шт. /см	52	45	45	48	55	50	54	60	61	54	57	61	57	49	50	45	60	47	46	48

Табельный номер рабочего	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
Выработка рабочих, шт. /см	61	60	53	48	55	51	58	49	56	49	55	50	49	54	46	52	52	60	51	49

Табельный номер рабочего	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
Выработка рабочих, шт. /см	59	47	45	56	53	59	55	49	50	58	60	56	49	50	58	59	49	53	60	61

Средняя выработка рабочих, не прошедших повышение квалификации, составляет 45,48 шт./см.

Средняя выработка рабочих, прошедших повышение квалификации, составляет 53,13 шт./см.

Средняя выработка рабочих цеха составляет 50,07 шт./см.

Определим дисперсии с помощью стандартных функций *Microsoft Excel*. Общая дисперсия выработки всех рабочих равна 33,03.

Дисперсия выработки рабочих, не прошедших повышение квалификации, составляет 10,00.

Дисперсия выработки рабочих, прошедших повышение квалификации, составляет 24,92.

Средняя из внутригрупповых дисперсий

$$\overline{\sigma_1^2} = \frac{10{,}00 \cdot 40 + 24{,}92 \cdot 60}{100} = 18{,}95 .$$

Межгрупповая дисперсия

$$\delta^2 = \frac{(45{,}48 - 50{,}07)^2 \cdot 40 + (51{,}13 - 50{,}07)^2 \cdot 60}{100} = 14{,}08 .$$

Используя закон сложения дисперсий, проверим правильность расчетов:

$$\sigma^2 = 14{,}08 + 18{,}95 = 33{,}03.$$

Эмпирический коэффициент детерминации

$$\eta^2 = 14{,}08 / 33{,}03 = 0{,}43.$$

Рассчитаем эмпирическое корреляционное отношение:

$$\eta = \sqrt{0{,}43} = 0{,}65.$$

Выводы

Средняя выработка рабочих, не прошедших повышение квалификации, составляет 45,48 шт./см, прошедших повышение квалификации – 53,13 шт./см. Средняя выработка рабочих цеха равна 50,07 шт./см.

Доля вариации выработки рабочего, которая обусловлена прохождением рабочими повышения квалификации, равна 43 %.

Эмпирическое корреляционное отношение равно 0,65. Следовательно, связь между выработкой и прохождением рабочими повышения квалификации заметная.

Самостоятельная работа 4
АНАЛИЗ РЯДОВ ДИНАМИКИ

Цель работы. Изучить основные принципы расчета показателей динамики и освоить их практическое применение для анализа рядов динамики и выявления тенденций развития явлений и процессов.

Краткие теоретические сведения

Процесс развития, движения социально-экономических явлений во времени в статике принято называть динамикой.

Рядами динамики называются последовательно расположенные в хронологическом порядке статистические данные, отражающие развитие изучаемого явления во времени.

В каждом ряду динамики имеются два основных элемента: *показатель времени* tи соответствующие им *уровни* развития изучаемого явления у.

Существуют различные виды рядов динамики.

В зависимости от способа выражения уровней ряды динамики подразделяются на ряды абсолютных, относительных и средних величин.

В зависимости от того, как выражают уровни ряда состояние явления на определенные моменты времени или его величину за определенные интервалы времени, различают, соответственно, моментные и интервальные ряды динамики.

Моментные ряды динамики отражают состояние изучаемых явлений на определенный момент времени (дату). *Интервальные ряды динамики* отображают итоги развития изучаемых явлений за отдельные периоды (интервалы).

В зависимости от расстояния между уровнями ряды динамики подразделяются на ряды с равноотстоящими и неравноотстоящими уровнями во времени.

Для анализа динамики общественных явлений применяют следующие показатели:

1) абсолютный прирост,

2) темп роста,

3) темп прироста,

4) абсолютное значение 1% прироста.

Данные показатели рассчитываются на базисной и цепной основах.

Базисные показатели получают в том случае, если все уровни ряда сравниваются с одним и тем же первоначальным уровнем.

Цепные показатели получают в том случае, если каждый уровень ряда сравнивается с предыдущим (по цепочке).

Абсолютный прирост характеризует абсолютный размер изменения уровня ряда за определенный период. Он определяется как разность между данным (текущим) уровнем и начальным или предыдущим уровнем:

а) базисный:

$$\Delta_i = y_i - y_0 ,$$

где y_i – текущий уровень ряда;

y_0 – начальный уровень ряда.

б) цепной:

$$\Delta_i = y_i - y_{i-1} ,$$

где y_{i-1} – уровень, предшествующий текущему уровню (предыдущий уровень).

Темп роста представляет собой отношение текущего уровня ряда к начальному или предыдущему, выраженное в процентах. Темп роста показывает, сколько процентов составляет сравниваемый уровень ряда от уровня, с которым производится сравнение:

а) базисный:

$$T_p = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100\ \%;$$

б) цепной:

$$T_p = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100\ \% .$$

Темп прироста представляет собой отношение абсолютного прироста (базисного или цепного) к начальному или предыдущему уровню ряда, выраженное в процентах. Темп прироста можно рассчитать путем вычитания из темпа роста 100%:

а) базисный:

$$T_{пр\ (баз)} = \frac{\Delta_{i\ (баз)}}{y_0} \cdot 100 = \frac{y_i - y_0}{y_0} \cdot 100 = T_{р\ (,баз)} - 100\ \%;$$

$$T_{пр\ (баз)} = T_{р\ (,баз)} - 100\ \%\ ;$$

б) цепной:

$$T_{пр\ (цепн)} = \frac{\Delta_{i\ (цепн)}}{y_{i-1}} \cdot 100 = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100 = T_{р\ (цепн)} - 100\ \%\ ;$$

$$T_{пр\ (цепн)} = T_{р\ (цепн)} - 100\ \%.$$

Абсолютное значение 1% прироста определяется путем деления цепного абсолютного прироста на цепной темп прироста и показывает абсолютный размер одного процента прироста уровня ряда:

$$A = \frac{\Delta_{i\ (цепн)}}{T_{пр\ (цепн)}} \cdot 100 = \frac{\Delta_{i\ (цепн)}}{\frac{\Delta_{i\ (цепн)}}{y_{i-1}} \cdot 100} = \frac{y_{i-1}}{100},$$

или $$A = \frac{y_{i-1}}{100}.$$

Для получения обобщающих показателей динамики рассчитываются средние показатели.

Средний уровень ряда динамики характеризует типическую величину абсолютных уровней.

В зависимости от вида ряда динамики средний уровень определяется по-разному.

В интервальных рядах динамики с равностоящими уровнями его рассчитывают по формуле

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 ... + y_n}{n},$$

где n – число уровней ряда;

в интервальных рядах динамики с неравностоящими уровнями – по формуле:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i} = \frac{y_1 t_1 + y_2 t_2 + y_3 t_3 ... + y_n t_2}{t_1 + t_2 + t_3 ... + t_n},$$

где y_i – уровни ряда динамики, сохранившиеся без изменения в течение промежутка времени t_i; t_i– интервал времени между снежными уровнями.

В моментных рядах динамики с равноотстоящими уровнями его вычисляют по формуле

$$\bar{y} = \frac{0{,}5\, y_1 + y_2 t_2 + y_3 t_3 \ldots + 0{,}5\, y_n}{n-1},$$

где n – число уровней ряда; y_i– уровни ряда динамики;

в моментных рядах динамики с неравностоящими уровнями – по формуле:

$$\bar{y} = \frac{\sum (y_i - y_{i+1}) \cdot t_i}{2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} t_i} =$$

$$= \frac{(y_1 + y_2) \cdot t_1 + (y_2 + y_3) \cdot t_2 + \ldots + (y_{n-1} n) \cdot t_{n-1}}{2 \cdot (t_1 + t_2 + t_3 \ldots + t_{n-1})}.$$

Средний абсолютный прирост является обобщающим показателем скорости изменения явления во времени. Этот показатель дает возможность установить, насколько в среднем за единицу времени должен увеличиться уровень ряда (в абсолютном выражении), чтобы, отправляясь от начального уровня за данное число периодов (например, лет), достигнуть конечного уровня:

$$\overline{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y_{ц\, i}}{n-1} = \frac{y_n - y_1}{n-1}.$$

Сводной обобщающей характеристикой интенсивности изменения уровней ряда динамики служит средний темп роста, показывающий, во сколько раз в среднем за единицу времени изменился уровень динамического ряда. Необходимость исчисления среднего темпа роста возникает вследствие того, что темпы роста из года в год колеблются. Кроме того, средний темп роста часто следует определить в тех случаях, когда имеются данные об уровне в начале какого-либо периода и в конце его, а промежуточные данные отсутствуют.

Средний коэффициент роста вычисляется по формуле

$$\overline{Кр} = \sqrt[n-1]{Кр_{ц2} \cdot Кр_{ц3} \cdot \ldots \cdot Кр_{цn}} = \sqrt[n-1]{\prod Кр_{ц}} = \sqrt[n-1]{Кр_{бn}} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}.$$

Средний темп прироста можно определить на основе взаимосвязи между коэффициентами (темпами) роста и прироста:

$$\overline{Кп} = \overline{Кр} - 1,$$

$$\overline{Тп} = \overline{Тр} - 100.$$

Одна из задач анализа рядов динамики – установить закономерность изменения уровней изучаемого показателя во времени, т.е. определить основную тенденцию развития явления (тренд).

Основная тенденция развития (тренд) это достаточно плавное и устойчивое изменение уровня явления во времени, более или менее свободное от случайных колебаний.

Для определения тренда используют специальные методы выравнивания (сглаживания) рядов динамики. При выравнивании отклонения, обусловленные случайными причинами, взаимопогашаются (сглаживаются), в результате четко обнаруживается действие основных факторов изменения уровней (общая тенденция).

Основную тенденцию можно представить либо графически, либо аналитически – в виде уравнения (модели) тренда.

Методы выравнивания рядов динамики таковы:

1. Метод укрупнения интервалов;
2. Метод усреднения по левой и правой половине;
3. Метод простой скользящей средней;
4. Аналитическое выравнивание.

Наиболее эффективным способом выявления тренда является аналитическое выравнивание, при этом уровни ряда динамики выражаются в виде функции: $\overline{y_t}$ = f (t).

Аналитическое выравнивание проводится на основе адекватной математической формулы – полиномов разной степени, экспонент и других функций. Выбор функции производится на основе анализа характера закономерности динамики данного явления.

Для оценки надежности линии тренда применяется величина R^2:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}{\left(\sum y_i^2\right) - \frac{\left(\sum y_i\right)^2}{n}},$$

где у – исходный уровень ряда динамики.

Наиболее надежной является та функция, для которой значение R^2 равно или близко к 1.

Порядок выполнения работы

1. Определение показателей ряда динамики.
2. Определение средних показателей ряда динамики.
3. Проведение аналитического выравнивания ряда динамики с использованием процедуры *MicrosoftExcel*МАСТЕР ДИАГРАММ / ДОБАВЛЕНИЕ ЛИНИИ ТРЕНДА.
4. Проверка надежности моделей тренда и выбор наиболее адекватной модели основной тенденции развития исследуемого явления.

5. Прогнозирование развития изучаемого явления в будущем.
6. Формулировка вывода о наличии основной тенденции развития исследуемого явления.

Пример выполнения работы

Задание. Используя данные табл. 4.1, рассчитайте показатели динамики. Определите наличие основной тенденции развития ряда динамики. Сделайте прогноз на 3 периода вперед.

Исследуемый ряд динамики является интервальным рядом с равноотстоящими уровнями.

Рассчитанные показатели динамики сведены в табл.4.1.

Таблица 4.1

Расчет показателей динамики

Период	Выпуск продукции, тыс. т	Абсолютный прирост, тыс. т		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсолютное значение 1 % прироста, тыс. т	Темп наращивания, %
		базисный	цепной	базисный	цепной	базисный	цепной		
1	21	–	–	–	–	–	–	–	–
2	22	1	1	105	105	5	5	0,21	0,048
3	24	3	2	114	109	14	9	0,22	0,095
4	25	4	1	119	104	19	4	0.24	0.048
5	27	6	2	129	108	29	8	0.25	0,095
6	28	7	1	133	104	33	4	0,27	0,048
7	31	10	3	148	111	48	11	0,28	0,143
8	33	12	2	157	106	57	6	0,31	0,095
9	33	12	0	157	100	57	0	0.33	0,000
10	36	15	3	171	109	71	9	0,33	0,143
11	38	17	2	181	106	81	6	0,36	0,095
12	39	18	1	186	103	86	3	0,38	0,048
13	41	20	2	195	105	95	5	0,39	0,095
14	43	22	2	205	105	105	5	0,41	0,095
15	45	24	2	214	105	114	5	0.43	0,095

Средний выпуск продукции, рассчитанный с помощью стандартной функции *Microsoft Excel,* составляет 32,4 тыс. т., средний абсолютный прирост равен

$$\bar{\Delta}y = \frac{45-21}{15-1} = 1{,}7 \text{ тыс. т.}$$

Средний темп роста выпуска продукции $\overline{Кр} = \sqrt[15-1]{45/21} = 1{,}05$, средний темп прироста $\overline{Тп}$ = 105 – 100 = 5 % .

Используя процедуру *Microsoft Excel*МАСТЕР ДИАГРАММ/ ДОБАВЛЕНИЕ ЛИНИИ ТРЕНДА, построим линии тренда нескольких моделей (рис. 1–5).

Наиболее надежной моделью основной тенденции развития исследуемого ряда динамики является полиноминальный (2-ой степени) тренд: $y = 0{,}0136x^2 + 1{,}5185x + 19{,}13$, так как значение параметра $R^2 = 0{,}9961$ является максимально приближенным к 1.

Прогнозное значение объема выпуска продукции в 16-м периоде составит $0{,}0136 \cdot 16^2 + 1{,}5185 \cdot 16 + 19{,}13 = 46{,}9$ тыс. т.

Рис. 1. Динамика выпуска продукции и линейный тренд, полученный методом аналитического выравнивания

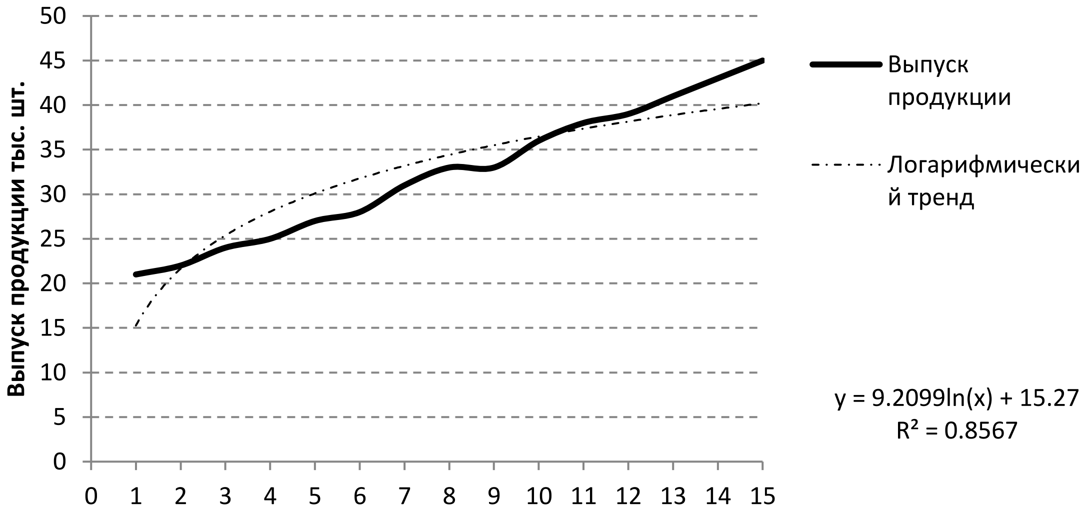

Рис. 2. Динамика выпуска продукции и логарифмический тренд, полученный методом аналитического выравнивания

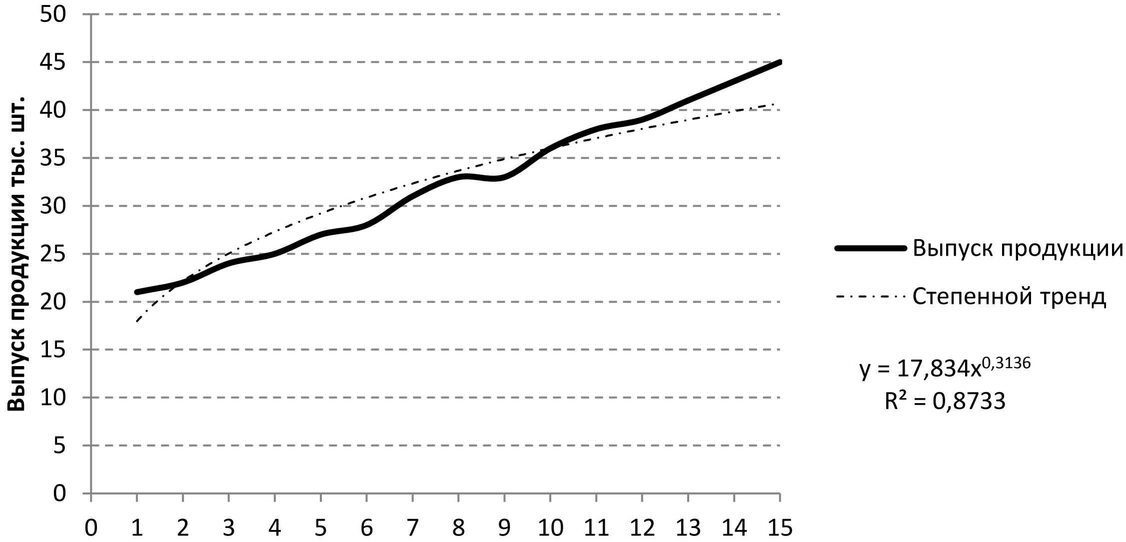

Рис. 3. Динамика выпуска продукции и степенной тренд, полученный методом аналитического выравнивания

Прогнозное значение объема выпуска продукции в 17-м периоде составит $0{,}0136 \cdot 17^2 + 1{,}5185 \cdot 17 + 19{,}13 = 48{,}9$ тыс. т.

Прогнозное значение объема выпуска продукции в 18-м периоде составит $0{,}0136 \cdot 18^2 + 1{,}5185 \cdot 18 + 19{,}13 = 50{,}9$ тыс. т.

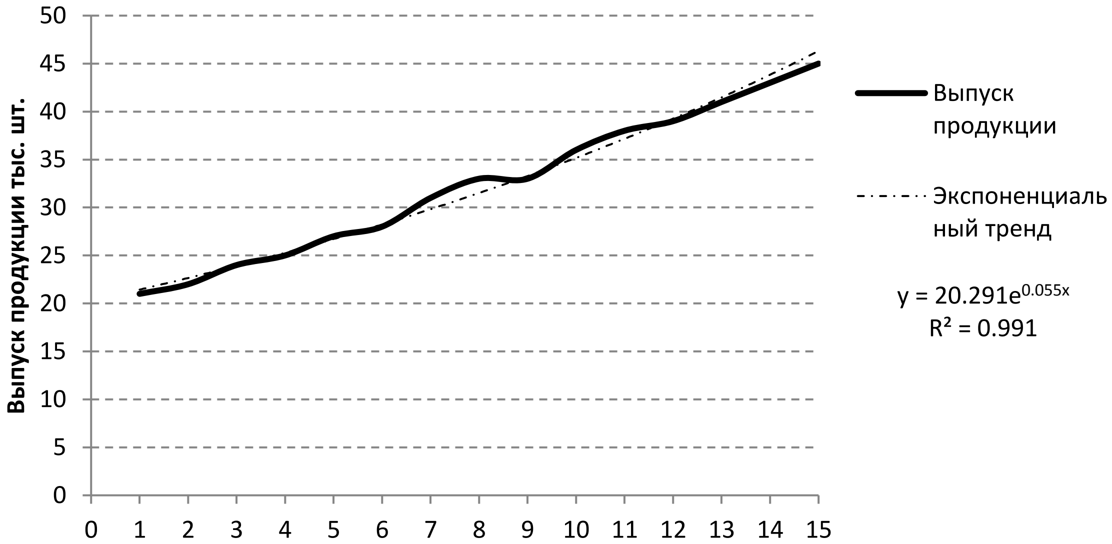

Рис. 4. Динамика выпуска продукции и экспоненциальный тренд, полученный методом аналитического выравнивания

Рис. 5. Динамика выпуска продукции и полиномиальный тренд, полученный методом аналитического выравнивания

Выводы

Средний выпуск продукции в исследуемом периоде составил 32,4 тыс. т., средний абсолютный прирост – 1,7 тыс. т., средний темп роста – 105 %. Наблюдается постоянный рост объемов производства продукции. В процессе анализа ряда динамики выявлена основная тенденция развития выпуска по полиному 2-й степени ($y = 0{,}0136x^2 + 1{,}5185x + 19{,}13$).

Прогнозное значение объема выпуска продукции в 16-м периоде составит 46,9 тыс. т, в 17-м 48,9 тыс. т, в 18-м периоде – 50,9 тыс. т.

Самостоятельная работа №5

ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ МЕЖДУ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИМИ ЯВЛЕНИЯМИ. КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Цель работы: Изучить основные принципы изучения взаимосвязей между социально-экономическими явлениями, проведения корреляционно-регрессионного анализа и освоить их практическое применение для анализа рядов динамики и выявления тенденций развития явлений и процессов с использованием стандартных функций ***MicrosoftExcel***.

Краткие теоретические сведения

Явления общественной жизни взаимосвязаны, поэтому одна из важнейших задач статистики – измерение взаимосвязей социально-экономических явлений. Для решения этой задачи в статистике разработана теория корреляции, основоположниками которой считаются представители английской биометрической школы Фрэнсис Гальтон (1822 – 1911) и Карл Пирсон (1857 – 1936).

Термин «корреляция» в переводе с латинского означает соотношение, соответствие, взаимосвязь, взаимозависимость предметов, явлений или понятий.

Цель статистического изучения взаимосвязей – это выявление и количественная оценка причинно-следственных связей.

Причинно-следственная связь – одна из важнейших форм связи, сущность которой заключается в порождении одного явления другим. При этой форме связи следствие является результатом действия определенных факторов – причины и сопровождающих ее условий.

Признак, который характеризует следствие, называется результативным.

Признаки, характеризующие факторы, называются факторными.

Задача статистики – установить, какие факторы оказали влияние на результат, и количественно оценить силу их влияния.

Получение количественных характеристик влияния факторов на результат позволяет управлять самими факторами. Например, количественно оценив тесноту связи между уровнем производительности труда и размером заработной платы рабочих, можно рассчитать экономически обоснованные нормативы заработной платы, осуществить прогноз прироста заработной платы за счет роста производительности труда.

Виды взаимосвязей

Существует два вида связей - функциональная и стохастическая.

Функциональной называется связь признака y с признаком x, если каждому возможному значению признака x соответствует строго определенное значение признака y.

Стохастической (вероятностной) называется связь между признаками, при которой каждому значению признака x соответствует множество значений признака y.

Частным случаем стохастической связи является корреляционная связь**.**

Корреляционная связь – это такая стохастическая связь, при которой определенному изменению факторного признака x соответствуют средние изменения результативного признака y.

Например, при одних и тех же затратах на рекламу, осуществляемых различными фирмами, объем продаж их товаров может быть разным. Однако в целом увеличение затрат на рекламу ведет к росту объема продаж, иначе рекламные компании не проводились бы.

Корреляционные связи присущи массовым общественным явлениям, они проявляются не в каждом отдельном случае, а в массе случаев, в статистических закономерностях в форме тенденции.

Корреляционные связи - это связи нестрогие, неполные, так как учесть все факторы, влияющие на результат, практически невозможно.

Однако, поскольку при корреляционной связи отдельные значения факторного признака коррелируются со средними значениями результативного признака, то корреляционная связь может рассматриваться как связь функциональная (строгая, точная), так как средние величины – это не случайные величины.

В общем виде корреляционная связь выражается уравнением:

$$y_i = \varphi(x_i) + \varepsilon_i,$$

где y_i – результативный признак;

$\varphi(x_i)$ – часть результативного признака, сформировавшаяся под воздействием учтенных известных факторов;

ε_i – часть результативного признака, возникшая вследствие действия второстепенных и случайных факторов.

Дальнейшая классификация связей

1. По общему направлению связи могут быть прямыми и обратными.

Прямой называется такая связь, при которой с увеличением (уменьшением) факторного признака x увеличивается (уменьшается) результативный признак y.

Обратной называется связь, при которой с увеличением (уменьшением) факторного признака x, результативный признак y уменьшается (увеличивается).

2. По аналитическому выражению связи бывают линейные и криволинейные.

Прямолинейная связь описывается уравнением прямой, криволинейная – уравнением какой-либо кривой (параболы, гиперболы).

3. По тесноте связи могут быть слабыми, средними и тесными (сильными).

4. По количеству признаков различают парную и множественную (многофакторную) корреляцию.

Парная корреляция представляет собой связь двух признаков.

Множественная корреляция отражает влияние нескольких факторов на результат.

Схема корреляционно-регрессионного анализа может быть представлена следующим образом:

1. Нахождение уравнения связи (регрессии)

2. Определение параметров уравнения регрессии.

3. Определение тесноты связи.

4. Оценка влияния факторов на результат.

Нахождение уравнения связи (регрессии)

Уравнение связи (регрессии) выражает среднюю величину одного признака как функцию другого

Найти уравнение регрессии – это значит определить тип аналитической функции, которая отражала бы механизм связи результативного и факторного признаков.

Наиболее часто в статистическом анализе используются функции, выражаемые следующими уравнениями:

1. Уравнение прямой (линейное уравнение):

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 x .$$

2. Уравнение параболы второго порядка:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 .$$

3. Уравнение гиперболы:

$$\bar{y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x} .$$

Тип функции выбирается: на основе теоретического анализа и на основе исследования эмпирических данных. При этом можно руководствоваться следующими положениями:

- если при изменении факторного признака, результативный признак изменяется более или менее равномерно, то связь между признаками выражается уравнением прямой;

- если при равномерном изменении факторного признака результативный признак возрастает или убывает ускоренно, то связь часто выражается уравнением параболы второго порядка;

- обратная зависимость между признаками часто выражается уравнением гиперболы или уравнением прямой с отрицательным коэффициентом при *x*.

Определение параметров уравнения регрессии

Для определения параметров уравнения регрессии применяют метод наименьших квадратов (МНК). Метод был предложен К. Гауссом (1777 – 1855) и А. М. Лежандром (1752 – 1833) независимо друг от друга.

Сущность метода наименьших квадратов заключается в том, что отыскиваются такие значения параметров уравнения регрессии, при которых сумма квадратов отклонений фактических значений результативного признака от теоретических будет наименьшей из всех возможных, т.е.

$$\sum\left(y-\bar{y}_x\right)^2=min,$$

где y – фактические значения результативного признака;

$\bar{y}_x$ – теоретические значения результативного признака.

Для нахождения минимума функции следует приравнять к нулю частные производные по a_0 и a_1:

$$\frac{\partial\sum}{\partial\,\mathbf{a}_0}=0 \text{ и } \frac{\partial\sum}{\partial\,\mathbf{a}_1}=0.$$

Рассмотрим, как определяются параметры уравнения регрессии для различных видов аналитических функций.

1. Уравнение прямой:

$$\bar{y}_x=a_0+a_1x,$$

где $\bar{y}_x$ – теоретическое значение результативного признака;

x – значение факторного признака;

a_0 и a_1 – параметры уравнения прямой;

a_1 – коэффициент регрессии (пропорциональности), характеризующий изменение среднего значения результативного признака при изменении факторного признака на единицу собственного измерения.

$$\sum(y - a_0 - a_1 x)^2 = min\,,$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\sum}{\partial\, \mathbf{a_0}} = 2\sum(y - a_0 - a_1 x)(-1) = 0 \\ \dfrac{\partial\sum}{\partial\, \mathbf{a_1}} = 2\sum(y - a_0 - a_1 x)(-x) = 0 \end{cases}$$

После преобразования получим систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} -\sum y + \sum a_0 + \sum a_1 x = 0 \\ -\sum yx + \sum a_0 x + \sum a_1 x^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy \end{cases}$$

где *n* – число пар взаимосвязанных признаков.

По эмпирическим данным необходимо рассчитать все приведенные в формулах суммы и подставив их в систему уравнений, найти параметры искомой прямой.

Систему можно решить методом определителей:

$$a_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n\sum x^2 - \sum x \sum x}$$

$$a_1 = \frac{n\sum xy - \sum y \sum x}{n\sum x^2 - \sum x \sum x};$$

$$\sum y = \sum \bar{y}_x\,.$$

Значения параметров a_0 и a_1 подставляют в уравнение регрессии и находят теоретические значения результативного признака, которые показывают, каким теоретически должен быть средний размер результативного признака при данном размере факторного признака.

Пример выполнения работы

Построим линейное уравнение регрессии по данным табл. 5.1 и определим зависимость объема продукции от стоимости основных производственных фондов.

Таблица 5.1

Расчетная таблица для определения параметров линейного уравнения регрессии

Номер пред-приятия	Объем продукции, млн. руб. y	Стоимость основных производственных фондов, млн. руб. x	x^2	xy	y^2	$\bar{y}_x$
1	12,0	4,5	20,25	54,00	144,00	12,48
2	12,7	4,7	22,09	59,69	161,29	12,71
3	13,2	4,9	24,01	64,68	174,24	12,94
4	14,0	5,2	27,04	72,80	196,00	13,29
5	13,8	6,0	36,00	82,80	190,44	14,23
6	15,0	6,5	42,25	97,50	225,00	14,81
7	15,5	6,8	46,24	105,40	240,25	15,16
8	14,8	7,2	51,84	106,56	219,04	15,62
9	16,4	7,9	62,41	129,56	268,96	16,44
10	18,0	9,0	81,00	162,00	324,00	17,72
Итого	145,4	62,7	413,13	934,99	2143,22	145,4

1. Линейное уравнение регрессии:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 x .$$

2. Система нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy \end{cases}$$

3. Определение параметров линейного уравнения регрессии:

Первый способ:

$$\begin{cases} 10a_0 + 62{,}7a_1 = 145{,}4 \\ 62{,}7a_0 + 413{,}13a_1 = 934{,}99 \end{cases}$$

Поделим каждое уравнение на соответствующие коэффициенты при $\boldsymbol{a_0}$: первое уравнение – на 10, второе – на 62,7:

$$\begin{cases} a_0 + 6{,}27a_1 = 14{,}54 \\ a_0 + 6{,}589a_1 = 14{,}912 \end{cases}$$

Вычтем из второго уравнения первое. Получим:

$$0{,}319\ a_1 = 0{,}372;$$

$$a_1 = 1{,}167\ ; \quad a_0 = 14{,}54 - 6{,}27 \cdot 1{,}167 = 7{,}223 .$$

Второй способ:

$$a_0 = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum xy \sum x}{n\sum x^2 - \sum x \sum x} = \frac{145{,}4 \cdot 413{,}13 - 934{,}99 \cdot 62{,}7}{10 \cdot 413{,}13 - (62{,}7)^2} = 7{,}233;$$

$$a_1 = \frac{n\sum xy - \sum y \sum x}{n\sum x^2 - \sum x \sum x} = \frac{10 \cdot 934{,}99 - 145{,}4 \cdot 62{,}7}{10 \cdot 413{,}13 - (62{,}7)^2} = 1{,}167 .$$

Линейное уравнение регрессии в числовом виде:

$$\bar{y}_x = 7{,}223 + 1{,}167x .$$

Коэффициент регрессии ($\boldsymbol{a_1 = 1{,}167}$) показывает, что при увеличении стоимости основных производственных фондов на 1 млн. руб. объем продукции в среднем будет увеличиваться на 1,167 млн. руб.

8.4. Измерение тесноты связи

Для измерения тесноты связи при линейной зависимости используются: линейный коэффициент корреляции, коэффициент детерминации и коэффициент эластичности.

1. Линейный коэффициент корреляции. В 1889 г. Френсис Гальтон высказал мысль о коэффициенте, который мог бы измерить тесноту связи. В начале 90-х годов XIX в. К. Пирсон, Ф. Эджворт и Велдон получили формулу коэффициента корреляции.

Линейным коэффициентом корреляции называется среднее произведение отклонений вариантов взаимосвязанных признаков от их средних величин, разделенное на произведение их средних квадратических отклонений.

Первая формула:

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n\sigma_x \sigma_y}.$$

Вторая формула:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y},$$

где $\overline{xy} = \frac{\sum xy}{n}$; $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$; $\bar{x} = \frac{\sum y}{n}$;

$$\sigma_x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2}; \quad \sigma_y = \sqrt{\overline{y^2} - \bar{y}^2} = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n} - \bar{y}^2}.$$

Вывод:

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n\sigma_x \sigma_y};$$

$$\frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n} = \frac{\sum xy}{n} - \frac{\bar{x}\sum y}{n} - \frac{\bar{y}\sum x}{n} + \frac{n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{n} = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y} - \bar{y} \cdot \bar{x} + \bar{x} \cdot \bar{y} = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y};$$

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Третья формула:

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2\right] \cdot \left[n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2\right]}}.$$

Четвертая формула. Коэффициент корреляции можно выразить через коэффициент регрессии:

$$r = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y} .$$

Линейный коэффициент корреляции изменяется в пределах:

$$-1 \leq r \leq 1 .$$

Знак «$\pm$» при коэффициенте корреляции показывает направление связи («+» – прямая связь, « - » – обратная связь). Знак при коэффициенте корреляции совпадает со знаком при коэффициенте регрессии a_1.

Если $r = 0$ – связь между признаками отсутствует;

$r = \pm 1$ – связь между признаками функциональная;

$0 < | r | < 0,3$ – связь слабая;

$0,3 \leq | r | \leq 0,7$ – связь средняя;

$0,7 < | r | < 1$ – связь тесная.

Линейный коэффициент корреляции дает качественную оценку тесноты связи. Для получения количественной оценки связи используются коэффициенты детерминации и эластичности.

Методику корреляционно-регрессионного анализа достаточно успешно реализуют с помощью широко известного и распространенного пакета прикладных программ MS Excel.

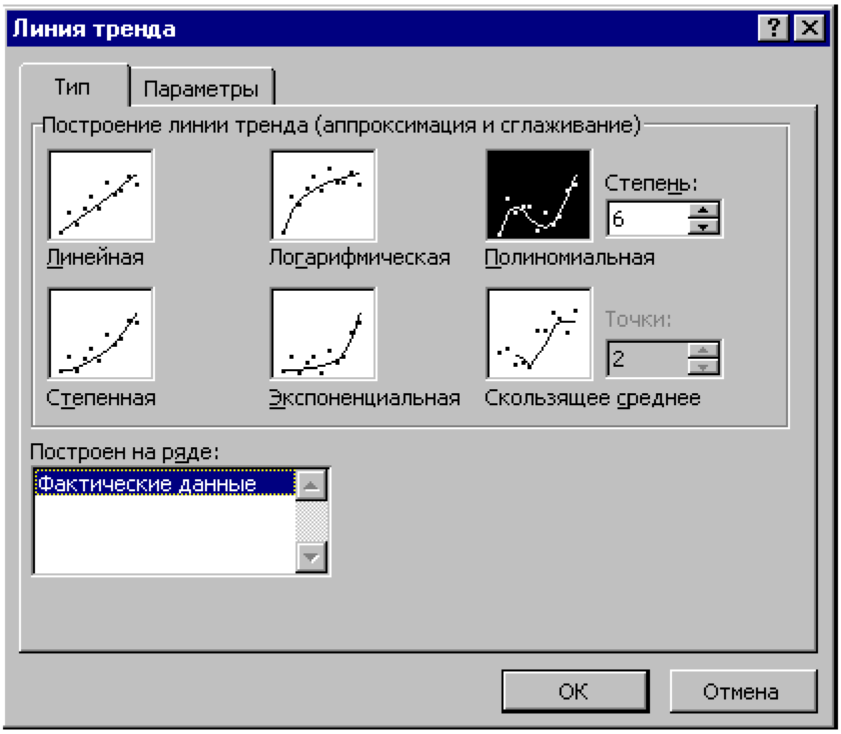

Рис. 5.1. Опция «Линия тренда»

Самостоятельная работа №6

ИНДЕКСЫ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ И КАЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Цель работы. Изучить теоретические основы индексов и освоить их практическое применение с использованием стандартных функций ***MicrosoftExcel***.

Краткие теоретические сведения

Индексами называют сравнительные относительные величины, которые характеризуют изменение сложных социально-экономических показателей (показатели, состоящие из несуммируемых элементов) во времени, в пространстве, по сравнению с планом.

Индексные показатели позволяют осуществить анализ результатов деятельности предприятий и организаций, выпускающих самую разнообразную продукцию или занимающихся различными видами деятельности. С помощью индексов можно проследить роль отдельных факторов при формировании важнейших экономических показателей, выявить основные резервы производства. Индексы широко используются в сопоставлении международных экономических показателей при определении уровня жизни, деловой активности, ценовой политики и т.д.

Существует два подхода в интерпретации возможностей индексных показателей: ***обобщающий (синтетический) и аналитический***, которые в свою очередь определяются разными задачами.

Суть обобщающего подхода - в трактовке индекса как показателя среднего изменения уровня исследуемого явления. В этом случае основной задачей, решаемой с помощью индексных показателей, будет характеристика общего изменения многофакторного экономического показателя.

Аналитический подход рассматривает индекс как показатель изменения уровня результативной величины, на которую оказывает влияние величина, изучаемая с помощью индекса. Отсюда и иная задача, которая решается с помощью индексных показателей: выделить влияние одного из факторов в изменении многофакторного показателя.

От содержания изучаемых показателей, методологии расчета первичных показателей, целей и задач исследования зависят и способы построения индексов.

<u>По степени охвата элементов явления</u> индексы делят на *индивидуальные и общие* (сводные).

Индивидуальные индексы (i) - это индексы, которые характеризуют изменение только одного элемента совокупности.

Общий (сводный) индекс (I) характеризует изменение по всей совокупности элементов сложного явления. Если индексы охватывают только часть явления, то их называют *групповыми*.

<u>В зависимости от способа изучения</u> общие индексы могут быть построены или как *агрегатные* (от лат. aggrega - присоединяю) индексы, или как *средние взвешенные* индексы (средние из индивидуальных).

Способ построения агрегатных индексов заключается в том, что при помощи так называемых соизмерителей можно выразить итоговые величины сложной совокупности в отчетном и базисном периодах, а затем первую сопоставить со второй.

В статистике имеют большое значение индексы ***переменного и фиксированного состава***, которые используются при анализе динамики средних показателей.

Индексом *переменного состава* называют отношение двух средних уровней.

Индекс *фиксированного состава* есть средний из индивидуальных индексов. Он рассчитывается как отношение двух стандартизованных средних, где влияние изменения структурного фактора устранено, поэтому данный индекс называют еще индексом постоянного состава.

<u>В зависимости от характера и содержания индексируемых величин</u> различают индексы количественных (объемных) показателей и индексы качественных показателей.

К индексам ***количественных*** (объемных) показателей относятся такие индексы, как индексы физического объема производства продукции, затрат на выпуск продукции, стоимости продукции, а также индексы показателей, размеры которых определяются абсолютными величинами. Используются различные виды индексов количественных показателей.

Индекс физического объема продукции (ФОП) отражает изменение выпуска продукции. Индивидуальный индекс ФОП отражает изменение выпуска продукции одного вида и определяется по формуле

$$i_{q_{1/0}} = \frac{q_1}{q_0},$$

где q1 и q0 - количество продукции данного вида в натуральном выражении в текущем и базисном периодах.

Агрегатный индекс ФОП (предложен Э. Ласпейресом) отражает изменение выпуска всей совокупности продукции, где индексируемой величиной является количество продукции q, а соизмерителем - цена p:

$$I_{q_{1/0}} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0},$$

где q1 и q0 - количество выработанных единиц отдельных видов продукции соответственно в отчетном и базисном периодах; p0 - цена единицы продукции (отдельного вида) в базисном периоде.

При вычислении индекса ФОП в качестве соизмерителей может выступать также себестоимость продукции или трудоемкость.

Средние взвешенные индексы ФОП используются в том случае, если известны индивидуальные индексы объема по отдельным видам продукции и стоимость отдельных видов продукции (или затраты) в базисном или отчетном периоде.

Средний взвешенный арифметический индекс ФОП определяется по формуле

$$I_{q_{1/0}} = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0},$$

где iq - индивидуальный индекс по каждому виду продукции; q0 p0 - стоимость продукции каждого вида в базисном периоде.

Средний взвешенный гармонический индекс ФОП

$$I_{q_{1/0}} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{1}{i_q} q_1 p_1},$$

где q1 p1 - стоимость продукции каждого вида в текущем периоде.

Аналогично рассчитывается индекс затрат на выпуск продукции (ЗВП), который отражает изменение затрат на производство и может быть как индивидуальным, так и агрегатным.

Индивидуальный индекс ЗВП отражает изменение затрат на производство одного вида и определяется по формуле

$$I_{qz_{1/0}} = \frac{q_1 z_1}{q_0 z_0},$$

где z1 и z0 - себестоимость единицы продукции искомого вида в текущем и базисном периодах; q1 z1 и q0 z0 - суммы затрат на выпуск продукции искомого вида в текущем и базисном периодах.

Агрегатный индекс ЗВП характеризует изменение общей суммы затрат на выпуск продукции за счет изменения количества выработанной продукции и ее себестоимости и определяется по формуле

$$I_{qz_{1/0}} = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_0 z_0}$$

где q1 z1 и q0 z0 - затраты на выпуск продукции каждого вида соответственно в отчетном и базисном периодах.

Рассмотрим построение индекса стоимости продукции (СП), который может определяться и как индивидуальный, и как агрегатный.

Индивидуальный индекс СП характеризует изменение стоимости продукции данного вида и имеет вид:

$$i_{qp} = \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0},$$

где p1 и p0 - цена единицы продукции данного вида в текущем и базисном периодах; q1 p1 и q0 p0 - стоимость продукции данного вида в текущем и базисном периодах.

Агрегатный индекс СП (товарооборота) характеризует изменение общей стоимости продукции за счет изменения количества продукции и цен и определяется по формуле

$$I_{qp_{1/0}} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}.$$

Качественные показатели определяют уровень исследуемого итогового показателя и определяются путем соотношения итогового показателя и определенного количественного показателя (например, средняя заработная плата определяется путем соотношения фонда заработной платы и количества работников). К индексам качественных показателей относятся *индексы цен, себестоимости, средней заработной платы, производительности труда.*

Самым распространенным индексом в этой группе является **индекс цен.**

Индивидуальный индекс цен характеризует изменение цен по одному виду продукции и определяется по формуле

$$i_{p1/0} = \frac{p_1}{p_0},$$

где p1 и p0 - цена за единицу продукции в текущем и базисном периодах.
Соответственно определяются индексы себестоимости и затрат рабочего времени по каждому виду продукции.
Агрегатный индекс цен определяет среднее изменение цены p по совокупности определенных видов продукции q.
Для характеристики среднего изменения цен на потребительские товары используют *индекс цен, предложенный Э. Ласпейресом*:

$$I_{qЛ} = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0},$$

где q0 - потребительская корзина (базовый период); p0 и p1 - соответственно цены базисного и отчетного периодов.
Если количество набора продуктов принимается на уровне отчетного периода (q1), то в этом случае *индекс цен именуется индексом Пааше*:

$$I_{qПааше} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}.$$

Если известны индивидуальные индексы цен по отдельным видам продукции и стоимость отдельных видов продукции, то применяются средние взвешенные индексы цен (средний взвешенный арифметический и средний взвешенный гармонический индексы цен).
Формула *среднего взвешенного арифметического индекса* цен

$$I_{свА} = \frac{\sum i p_0 q_0}{\sum p_0 q_0},$$

где i - индивидуальный индекс по каждому виду продукции; p0 q0 - стоимость продукции каждого вида в базисном периоде.
Формула *среднего взвешенного гармонического индекса* цен

$$I_{свГ} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{1}{i} p_1 q_1},$$

где p1 q1 - стоимость продукции каждого вида в текущем периоде.
В статистической практике очень широко используется *агрегатный территориальный индекс цен*, который может быть рассчитан по следующей формуле:

$$I_{p_{a/B}} = \frac{\sum p_A q_A}{\sum p_B q_A},$$

где pA pB - цена за единицу продукции каждого вида соответственно на территории А и В; qA - количество выработанной или реализованной продукции каждого вида по территории А (в натуральном выражении).

Из формулы видно, что в данном индексе в качестве фиксированного показателя (веса) принят объем продукции территории А. При расчете данного индекса в качестве веса можно принять также объем продукции территории В или суммарный объем продукции двух территорий.

Возможны два способа расчета индексов: ***цепной и базисный.***

Цепные индексы получают путем сопоставления текущих уровней с предшествующим, при этом база сравнения постоянно меняется.

Базисные индексы получают путем сопоставления с тем уровнем периода, который был принят за базу сравнения.

В качестве примера можно привести цепные и базисные индексы цен.

Цепные индивидуальные индексы цен имеют следующий ряд расчета:

$$i_{p_{1/0}} = \frac{p_1}{p_0}; \quad i_{p_{2/1}} = \frac{p_2}{p_1}; \quad i_{p_{3/2}} = \frac{p_3}{p_2}; \quad \dots .$$

Базисные индивидуальные индексы цен:

$$i_{p_{1/0}} = \frac{p_1}{p_0}; \quad i_{p_{2/0}} = \frac{p_2}{p_0}; \quad i_{p_{3/0}} = \frac{p_3}{p_0}; \quad \dots .$$

Следует помнить, что произведение цепных индивидуальных индексов цен равно последнему базисному индексу:

$$i_{p_{3/0}} = i_{p_{1/0}} \cdot i_{p_{2/1}} \cdot i_{p_{3/2}}.$$

Цепные агрегатные индексы цен:

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}; \; I_{p_{2/1}} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2}; \; I_{p_{3/2}} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_2 q_3}; \quad \dots .$$

Базисные агрегатные индексы цен:

$$I_{p_{1/0}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}; \; I_{p_{2/0}} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_0 q_2}; \; I_{p_{3/0}} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_0 q_3}; \quad \dots .$$

Между индексами существует также взаимосвязь и взаимозависимость, как и между самими экономическими явлениями, что позволяет проводить факторный анализ. Благодаря индексному методу можно рассматривать все факторы независимо друг от друга, что дает возможность определить размер абсолютного изменения сложного явления за счет каждого фактора в отдельности.

Предположим, что результативный признак зависит от трех факторов и более. В этом случае результативный индекс примет вид

$$I = \frac{\sum a_1 b_1 c_1 \dots n_1}{\sum a_0 b_0 c_0 \dots n_0}.$$

Изменение результативного индекса за счет каждого фактора может быть выражено следующим образом:

$$I_a = \frac{\sum a_1 b_0 c_0 \dots n_0}{\sum a_0 b_0 c_0 \dots n_0}, \quad I_b = \frac{\sum a_1 b_1 c_0 \dots n_1}{\sum a_1 b_0 c_0 \dots n_0},$$

$$I_c = \frac{\sum a_1 b_1 c_1 \dots n_1}{\sum a_1 b_1 c_0 \dots n_0}, \quad I_n = \frac{\sum a_1 b_1 c_1 \dots n_1}{\sum a_1 b_1 c_1 \dots n_0}.$$

Для выявления роли каждого фактора в отдельности индекс сложного показателя разлагают на частные (факторные) индексы, которые характеризуют роль каждого фактора. При этом используют два метода:
метод обособленного изучения факторов;
последовательно-цепной метод.

При первом методе сложный показатель берется с учетом изменения лишь того фактора, который взят в качестве исследуемого, все остальные остаются неизменными на уровне базисного периода.

Последовательно-цепной метод предполагает использование системы взаимосвязанных индексов, которая требует определенного расположения факторов. Как правило, на первом месте в цепи располагают качественный фактор. При определении влияния первого фактора все остальные сохраняются в числителе и знаменателе на уровне базисного периода, при определении второго факторного индекса первый фактор сохраняется на уровне базисного периода, а третий и все последующие - на уровне отчетного периода, при определении третьего факторного индекса первый и второй факторы сохраняются на уровне базисного периода, четвертый и все остальные - на уровне отчетного периода и т.д.

Пример выполнения работы

Задание. Динамика средних цен и объема продажи в крупных супермаркетах города характеризуется следующими данными, представленными в таблице 6.1 ниже.

Таблица6.1

Данные для расчета

Продукция	Продано продукции, тыс.кг		Средняя цена за 1 кг, тыс.руб.	
	Базисный период	Отчетный период	Базисный период	Отчетный период
Супермаркет №1				
помидоры	4.0	4.2	6.4	7.6
огурцы	2.5	2.4	7.2	8.4
Супермаркет №2				
помидоры	10.0	12.0	7.6	7.0

Вычислите:

1. Для супермаркета №1 (по двум видам продукции вместе):
   1.1. Общий индекс товарооборота
   1.2. Общий индекс цен
   1.3. Общий индекс физического объема товарооборота

Определите в отчетном периоде абсолютный прирост товарооборота и разложите по факторам (за счет изменения цен и объемов продаж овощей) .

2. Для супермаркетов вместе по помидорам:
   2.1. Индекс цен переменного состава
   2.2. Индекс цен постоянного (фиксированного) состава
   2.3. Индекс влияния изменения структуры объема продаж помидор на динамику средней цены

Сформулируйте выводы.

Решение:

1.1. Общий индекс товарооборота можно рассчитать по формуле:

$$i_{pq} = \frac{\sum p_1\ q_1}{\sum q_0 p_0}$$

где p-цена,q-количество проданной продукции

$$i_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{7{,}6 \cdot 4{,}2 + 8{,}4 \cdot 2{,}4}{6{,}4 \cdot 4 + 7{,}2 \cdot 2{,}5} = 1{,}194 = 119{,}4\%$$

1.2 Общий индекс цен вычисляем по формуле:

$$i_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{7{,}6 \cdot 4{,}2 + 8{,}4 \cdot 2{,}4}{6{,}4 \cdot 4{,}2 + 7{,}2 \cdot 2{,}4} = 1{,}179 = 117{,}9\%$$

1.3 Общий индекс цен физического товарооборота можно рассчитать по формуле:

$$i_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{6{,}4 \cdot 4{,}2 + 7{,}2 \cdot 2{,}4}{6{,}4 \cdot 4 + 7{,}2 \cdot 2{,}5} = 1{,}013 = 101{,}3\%$$

Эти индексы связаны между собой формулой:

$$i_{pq} = i_p \cdot i_q = 1{,}179 \cdot 1{,}013 = 1{,}194$$

Таким образом, товарооборот увеличился на 19,4%,в том числе за счет увеличения физического объема товарооборота на 1,3 %.

Абсолютный прирост товарооборота:

$$\Delta pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = (7{,}6 \cdot 4{,}2 + 8{,}4 \cdot 2{,}4) - (6{,}4 \cdot 4 + 7{,}2 \cdot 2{,}5) = 8{,}48 \text{ млн. р.}$$

В том числе за счет изменения цены:

$$\Delta pq_{(p)} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = (7{,}6 \cdot 4{,}2 + 8{,}4 \cdot 2{,}4) - (6{,}4 \cdot 4{,}2 + 7{,}2 \cdot 2{,}4) = 7{,}92 \text{ млн. р.}$$

В том числе за счет изменения продажи товаров:

$$\Delta pq_{(q)} = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = (6{,}4 \cdot 4{,}2 + 7{,}2 \cdot 2{,}4) - (6{,}4 \cdot 4 + 7{,}2 \cdot 2{,}5) = 0{,}56 \text{ млн. р.}$$

Абсолютные приросты связаны между собой формулами:

$\Delta pq = \Delta pq_{(p)} + \Delta pq_q = 0{,}56 + 7{,}92 = 8{,}48 \text{ тыс. р.}$

Таким образом, товарооборот увеличился на 8,48 млн.руб. , в том числе за счет увеличения цен на 7,92 млн.р. за счет увеличения физического объема товарооборота на 0,56 млн.р.

2.1.Вычислим для 2-х супермаркетов по помидорам индекс цен переменного состава

$$i_{\bar{p}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} + \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{7{,}6 \cdot 4{,}2 + 7{,}0 \cdot 12{,}0}{4{,}2 + 12{,}0} + \frac{6{,}4 \cdot 4 + 7{,}6 \cdot 10{,}0}{4{,}0 + 10{,}0} = 0{,}986 = 98{,}6\%$$

Вычислим индекс цен постоянного состава:

$$i_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} + \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{7{,}6 \cdot 4{,}2 + 7{,}0 \cdot 12{,}0}{4{,}2 + 12{,}0} + \frac{6{,}4 \cdot 4{,}2 + 7{,}6 \cdot 12{,}0}{4{,}2 + 12{,}0} = 0{,}981 = 98{,}1\%$$

2.2 Вычислим индекс влияния структуры объема продаж помидор на динамику средней цены:

$$i_{\text{стр}} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} + \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{7{,}6 \cdot 4{,}2 + 7{,}0 \cdot 12{,}0}{4{,}2 + 12{,}0} + \frac{6{,}4 \cdot 4{,}0 + 7{,}6 \cdot 10{,}0}{4{,}0 + 10{,}0} = 1{,}004 = 100{,}4\%$$

Разница между индексами переменного и постоянного состава заключаются в том ,что индекс переменного состава равен соотношению средних уровней цены, а постоянного характеризует изменение средней цены за счет изменения только цен на каждом рынке.

Таким образом, средняя цена в супермаркетах уменьшилась на 1,4%.Если бы в обоих магазинах структура рынка была одна и та же, средняя цена уменьшилась на 1,9 %.Увеличение доли более дорогого супермаркета в структуре продаж увеличило среднюю цену на 0,4%

2.3 Определим общее абсолютное изменение цены помидор:

$$\Delta\bar{p} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{7{,}6 \cdot 4{,}2 + 7{,}0 \cdot 12{,}0}{4{,}2 + 12{,}0} - \frac{6{,}4 \cdot 4 + 7{,}6 \cdot 10{,}0}{4{,}0 + 10{,}0} = -0{,}11 \text{ тыс. р.}$$

Общее абсолютное изменение цены из-за непосредственного изменения уровней цен на помидоры:

$$\Delta\bar{p}_{(p)} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{7{,}6 \cdot 4{,}2 + 7{,}0 \cdot 12{,}0}{4{,}2 + 12{,}0} - \frac{6{,}4 \cdot 4{,}2 + 7{,}6 \cdot 12{,}0}{4{,}2 + 12{,}0}$$
$$= -0{,}14 \text{ тыс. р.}$$

Общее абсолютное изменение цены за счет изменения структуры продажи помидор:

$$\Delta\bar{p}_{(\text{стр})} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} - \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{6{,}4 \cdot 4{,}2 + 7{,}6 \cdot 12{,}0}{4{,}2 + 12{,}0} - \frac{6{,}4 \cdot 4{,}2 + 7{,}6 \cdot 10{,}0}{4{,}0 + 10{,}0}$$
$$= 0{,}03 \text{ тыс. р.}$$

Таким образом, средняя цена на помидоры снизилась на 0,11 тыс.р., в том числе за счет непосредственного изменения уровней цен на 0,14 тыс.р. Увеличение доли рынка с более дорогими помидорами увеличило результативный показатель на 0,03 тыс.р.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

А) основная литература:

1.Барченко Н.М. Статистика: учебное пособие / Н.М. Барченко, Е.В. Белова, О.В. Киселева, В.А. Шалаева. – Ульяновск, 2012.

2. Попов А.М. Экономико-математические методы и модели / А.М. Попов, В.Н. Сотников; под ред. А.М. Попова – М.: Издательство Юрайт, 2015.

3. Статистика: Учебник для вузов (+ СД) / Под ред. И.И. Елисеевой. – СПб.: Питер, 2015.

4. Теория статистики: учебник / Р.А. Шмойлова, В.Г. Минашкин, Н.А. Садовникова, Е.Б. Шувалова. - М.: Финансы и статистика, 2009.

5. Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности / Г.П. Фомин. - М.: Финансы и статистика, 2008.

Б) дополнительная литература**:**

1. Афанасьев В.Н., Юзбашев М.М. Анализ временных рядов и прогнозирование. М.: Финансы и статистика, 2001.

2. Громыко Г.Л. Статистика. М.: ИНФРА-М, 2009.

3. Дубров А.М., Мхитарян В.С., Трошин Л.И. Многомерные статистические методы. М.: Финансы и статистика, 2000.

4. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования в экономике. МЭСИ.- М.,1999.

5. Елисеева И.И., Юзбашев М.С. Общая теория статистики. – М.: Финансы и статистика, 2005.

6. Заварина Е.С., Чобану К.Г. Основы региональной статистики. - М.: Финансы и статистика, 2006

7. Ковалевский Г.Б. Индексный метод в экономике. - М.: Финансы и статистика, 1989.

8. Юзбашев М.М., Маннелля А.И. Статистический анализ тенденций и колеблемости. -М.: Финансы и статистика, 2001.

9. Эконометрика / Под ред. В.С. Мхитаряна. - М.: Проспект, 2008.

10. Экономико-математические методы и прикладные модели / Под ред. В.В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 1999.

В) программное обеспечение

Прикладные программные продукты Microsoft Offise Exel, EViews, Statgraphics, Statistica, а также другие программные продукты, позволяющие обрабатывать статистическую информацию и строить модели.

Г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1. http.//www.gks.ru

2. http.//www. undp.org.

3. http.//www.imf.org