

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИНСТИТУТ МЕДИЦИНЫ, ЭКОЛОГИИ И ФИЗИЧЕСКОЙ
КУЛЬТУРЫ

Экологический факультет
Кафедра биологии, экологии и природопользования

М.В. Дмитриева

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МЕТОДЫ В БИОЛОГИИ

Методические указания
для самостоятельной работы бакалавров
направления подготовки 06.03.01 Биология

Ульяновск
2019

УДК 51 (075.8)

ББК 22.11 я73

Д 53

*Печатается по решению Ученого совета Института медицины,
экологии и физической культуры*

Рецензенты:

Вельмисов П.А. – действительный член РАЕН, д.ф.-м.н., профессор
(Ульяновский государственный технический университет)

Волков М.А. – к.ф.-м.н., доцент
(Ульяновский государственный университет)

Дмитриева, М.В.

Д-53 Математика и математические методы в биологии: методические указания для самостоятельной работы бакалавров направления подготовки 06.03.01 Биология/ М.В. Дмитриева. – Ульяновск: УлГУ, 2019. – 36 с.

Методическое пособие по дисциплине «Математика и математические методы в биологии» предназначено в помощь студентам для самостоятельного изучения обозначенного курса. Методические указания включают в себя требования к результатам освоения дисциплины, тематический план дисциплины, список рекомендуемой литературы, тесты для самоподготовки, контрольные вопросы к экзамену.

Подписано в печать 15.03.2019
Тираж: 100 экз. Заказ № 228
Отпечатано: ИП Качалин А.В.
432042, Ульяновск, ул.Доватора, 16

СОДЕРЖАНИЕ

1	ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
2	ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
3	СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ.....	6
4	РАЗДЕЛЫ ДИСЦИПЛИН И ВИДЫ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ.....	7
5	ТЕМАТИКА ЛЕКЦИОННЫХ ЗАНЯТИЙ.....	9
6	ТЕМАТИКА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ.....	11
7	ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ.....	19
8	КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ).....	24
9	КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ЗАДАЧИ К ЭКЗАМЕНУ).....	25
10	ТЕСТЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ.....	32
11	РЕЙТИНГОВЫЙ КОНТРОЛЬ УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ.....	36

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели освоения дисциплины:

воспитание у молодых людей высокой математической культуры и ориентирование на развитие:

- верного представления о роли математики в современной цивилизации и мировой культуре;
- умения логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами;
- корректности в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений;
- отношения к дисциплине как к необходимому инструменту в будущей профессиональной деятельности.

Задачи освоения дисциплины:

- дать понятие о предмете высшей математики как о необходимой системе знаний в экологическом цикле наук;
- выработать умение студентами самостоятельно расширять математические знания и проводить математический анализ прикладных инженерных задач;
- выработать умение студентами применять математические методы, используемые при решении типовых профессиональных задач;
- способствовать овладению студентами методами математического моделирования биологических процессов.

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение дисциплины «Математика и математические методы в биологии» в рамках освоения образовательной программы направлено на формирование у обучающихся следующих общепрофессиональных компетенций:

Код компетенции	Компетенция
ОК – 7	способность к самоорганизации и самообразованию
ОПК – 6	способность применять современные экспериментальные методы работы с биологическими объектами в полевых и лабораторных условиях, навыки работы с современной аппаратурой

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

нормы культуры мышления, основы логики, нормы критического подхода, основы методологии научного знания, формы анализа; основные понятия и методы математического анализа, линейной алгебры, дискретной математики; дифференциальное и интегральное исчисления; гармонический анализ; дифференциальные уравнения; численные методы; функции комплексного переменного; элементы функционального анализа; вероятность и статистику; случайные процессы; статистическое оценивание и проверку гипотез; статистические методы обработки экспериментальных данных; математические модели в биологии

Уметь:

адекватно воспринимать информацию, логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь, критически оценивать свои достоинства и недостатки, анализировать социально значимые проблемы; применять математические методы при решении типовых профессиональных задач; обрабатывать эмпирические и экспериментальные биологические данные в полевых и лабораторных условиях

Владеть:

навыками постановки цели, способностью в устной и письменной речи логически оформить результаты мышления, навыками выработки мотивации к выполнению профессиональной деятельности; методами математического моделирования биологических процессов с использованием современных методов работы с биологическими объектами

3. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

основная

1. Бурмистрова В. Г. Некоторые вопросы высшей математики : учеб.-метод. пособие. - Ульяновск : УлГУ, 2007.
2. Шипачев В.С. Высшая математика : учебник для вузов. - М. : Высшая школа, 2006.
3. Гринин А.С. Математическое моделирование в экологии : учеб. пособие . - М. : ЮНИТИ, 2004.

дополнительная

1. Баранова Е.С., Васильева Н.В., Федотов В.П. Практическое пособие по высшей математике. Типовые расчеты: Учебное пособие. – СПб.: Питер, 2009.
2. Виленкин И.В., Гробер В.М. Высшая математика для студентов экономических, технических, естественно-научных специальностей вузов / Виленкин Игорь Владимирович, В. М. Гробер. - Ростов-на-Дону : Феникс, 2002. - 416 с. - (Учебники, учебные пособия) (Высшее образование). - ISBN 5-222-02750-3 (в пер.) : 45.70.

учебно-методическая

1. Дмитриева М.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Методические указания для выполнения практических типовых заданий для студентов экологического факультета: учеб.-метод. пособие. - Ульяновск: Качалин А.В., 2010.
2. Дмитриева М.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Методические указания для студентов экологического факультета: учеб.-метод. пособие. - Ульяновск: Качалин А.В., 2010.
3. Дмитриева М.В. Элементы высшей математики в примерах и задачах для студентов экологического факультета: учеб.-метод. пособие. - Ульяновск: УлГУ, 2012.
4. Дмитриева М.В. Пособие по математике для направления подготовки бакалавриата «Биология». Часть 1.: учеб.-метод. пособие. - Ульяновск: Качалин А.В., 2014.
5. Дмитриева М.В. Пособие по математике для направления подготовки бакалавриата «Биология». Часть 2.: учеб.-метод. пособие. - Ульяновск: Качалин А.В., 2016.

программное обеспечение

- Microsoft Windows (актуальная версия не ниже Windows XP);
- Microsoft Office Professional (актуальная версия не ниже Office 2003),

включающая Word, Excel, Access;

базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. Электронный каталог библиотеки УлГУ.
2. Система ГАРАНТ: электронный периодический справочник [Электронный ресурс]. Электр. Даню (7162 Мб: 473378 документов). [Б.и., 199-].
3. ConsultantPlus: справочно-поисковая система [Электронный ресурс]. – Электр. Дан. (733861 документов) - [Б.и., 199-].
4. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (<http://window.edu.ru/>).

4. РАЗДЕЛЫ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

Название и разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа	
		лекции	практические занятия, семинары	лабораторные работы, практикум			
1	2	3	4	5	6	7	8
Раздел 1. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии.							
1. Матрицы. Системы линейных уравнений.	8	1	2*	-	2	5	Проверка решения задач, устный опрос
2. Общее уравнение кривой на плоскости и в пространстве.	8	1	2*	-	2	5	
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.							
3. Понятие функции вещественной переменной.	8	1	2*	-	2	5	Проверка решения задач, устный опрос
4. Предел последовательности и. Предел функции.	8	1	2*	-	2	5	
5. Производная функции.	8	1	2*	-	2	5	
6. Применение производной функции.	8	1	2*	-	2	5	
Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной.							
7. Понятие неопределенного интеграла.	8	1	2*	-	2	5	Проверка решения задач, устный опрос
8. Различные способы интегрирования.	8	1	2*	-	2	5	
9. Определенный интеграл.	8	1	2*	-	2	5	
Раздел 4. Дополнительные главы математического анализа и элементы функционального анализа.							
10. Элементы дискретной математики.	8	1	2*	-	2	5	Проверка решения задач, устный опрос
11. Элементы теории функций комплексного переменного.	8	1	2*	-	2	5	

12. Элементы теории рядов.	8	1	2*	-	2	5	
13. Обыкновенные дифференциальные уравнения.	8	1	2*	-	2	5	
Раздел 5. Численные методы.							
14. Метод касательных. Метод половинного деления. Основные методы решения систем линейных уравнений.	8	1	2*	-	2	5	Проверка решения задач, устный опрос
15. Методы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Кватратурные формулы Гаусса. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.	8	1	2*	-	2	5	
Раздел 6. Теория вероятностей и математическая статистика.							
16. Элементы теории вероятностей. Основные понятия математической статистики.	8	1	2*	-	2	5	Проверка решения задач, устный опрос
17. Статистические методы обработки экспериментальных данных.	8	1	2*	-	2	5	
Раздел 7. Математические методы в биологии.							
18. Построение моделей. Модели отбора и приспособленности.	8	1	2*	-	2	5	Проверка решения задач, устный опрос
ИТОГО	144/36*	18	36/36*	-	36	90	
Подготовка к экзамену	-	-	-	-	-	36	
ВСЕГО	180/36*	18	36/36*	-	36	126	

* - количество часов, проводимых в интерактивной форме

5. ТЕМАТИКА ЛЕКЦИОННЫХ ЗАНЯТИЙ

Раздел 1. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии.

Тема 1. Матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений.

Матрицы. Основные понятия и операции над матрицами. Понятие определителя квадратной матрицы. Обратная матрица. Система линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. Метод Крамера и метод обратной матрицы. Векторы и векторные пространства.

Тема 2. Общее уравнение кривой на плоскости и в пространстве.

Уравнение линии на плоскости. Общее уравнение кривой второго порядка. Канонические уравнения и свойства кривых второго порядка: окружность и эллипс, гипербола, парабола.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Тема 3. Понятие функции вещественной переменной.

Определение функции вещественной переменной. График функции вещественной переменной.

Тема 4. Предел последовательности. Предел функции.

Предел последовательности вещественных чисел. Предельное значение функции вещественной переменной. Бесконечно малая функция вещественной переменной. Непрерывность функции вещественной переменной.

Тема 5. Производная функции.

Определение производной функции вещественной переменной. Табличное дифференцирование элементарных функций. Геометрические приложения производной. Кинематические приложения производной. Первый дифференциал функции вещественной переменной.

Тема 6. Применение производной функции.

Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья. Экстремум дифференцируемой функции вещественной переменной. Возрастание и убывание дифференцируемой функции вещественной переменной.

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной.

Тема 7. Понятие неопределенного интеграла.

Неопределенный интеграл, интегрирование по таблице и путем подведения под знак дифференциала. Метод подстановки для неопределенного интеграла. Метод интегрирования по частям для неопределенного интеграла.

Тема 8. Различные способы интегрирования.

Неопределенные интегралы от правильных рациональных дробей второго порядка, или приводимые к таковым. Вычисление по частям неопределенных интегралов от целых степеней синуса и косинуса.

Тема 9. Определенный интеграл.

Определенный интеграл с переменными пределами. Формула Ньютона-Лейбница для определенного интеграла. Среднее значение функции. Определенный интеграл для вычисления площади плоской фигуры. Определенный интеграл для вычисления дуги кривой. Определенный интеграл для вычислений в кинематике.

Раздел 4. Дополнительные главы математического анализа и элементы функционального анализа.

Тема 10. Элементы дискретной математики.

Элементы дискретной математики. Понятие множества. Элемент множества. Формы записи и виды множеств. Подмножество. Пустое множество. Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение. Бинарные отношения на множествах.

Тема 11. Элементы теории функций комплексного переменного.

Элементы теории функций комплексного переменного. Мнимая единица. Комплексное число: алгебраическая и тригонометрическая формы записи; модуль и аргумент комплексного числа. Операции над комплексными числами. Понятие о функциях комплексной переменной.

Тема 12. Элементы теории рядов.

Элементы теории рядов. Понятие о ряде и его сходимости. Необходимое условие сходимости числового ряда. Знакопостоянные, знакопеременные и знакопеременные ряды. Достаточные признаки сходимости этих рядов. Понятие о разностном уравнении и его решении. Функциональные ряды: степенные ряды и их радиус сходимости; тригонометрические ряды, ряды Фурье и их свойства

Тема 13. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Обыкновенные дифференциальные уравнения. Понятие об обыкновенном дифференциальном уравнении и его решении. Уравнение первого порядка и его нормальная форма. Задача Коши. Методы интегрирования некоторых уравнений первого порядка: с разделяющимися переменными, линейного уравнения, уравнения Бернулли.

Раздел 5. Численные методы.

Тема 14. Метод касательных. Метод половинного деления. Основные методы решения систем линейных уравнений.

Метод касательных (Ньютона-Рафсона). Метод половинного деления. Основные методы решения систем линейных уравнений. Интерполирование таблично заданной функции. Интерполирование функции полиномами.

Тема 15. Методы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Квадратурные формулы Гаусса. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Методы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Квадратурные формулы Гаусса. Числа Котеса. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.

Раздел 6. Теория вероятностей и математическая статистика.

Тема 16. Элементы теории вероятностей. Основные понятия математической статистики.

Элементы теории вероятностей. Схема Бернулли. Случайные величины и их характеристики. Основные понятия математической статистики. Выборочный метод. Выборочное среднее и выборочная дисперсия. Интервальные оценки параметров. Оценка закона распределения. Нулевая и альтернативная гипотезы. Общая схема проверки гипотез. Статистические критерии.

Тема 17. Статистические методы обработки экспериментальных данных.

Статистические методы обработки экспериментальных данных. Модель корреляционного анализа. Модель множественной линейной регрессии. Метод наименьших квадратов для получения оценок коэффициентов регрессии.

Раздел 7. Математические методы в биологии.

Тема 18. Построение моделей. Модели отбора и приспособленности.

Построение моделей. Выживание и вымирание видов. Генетика и закон Харди-Вайнберга. Модели отбора и приспособленности. Уравнения Лотки-Вольтерра. Игра «жизнь».

6. ТЕМАТИКА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Тема 1. Основные понятия и операции над матрицами. Понятие определителя матрицы. Обратная матрица. Система линейных алгебраических уравнений. Векторы и векторные пространства.

Форма проведения: занятие - работа в малых группах.

Вопросы для обсуждения:

1. Произведение матриц.
2. Обратная матрица.
3. Обратная матрица.
4. Решение матричных уравнений.
5. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
6. Метод Гаусса.

Вопросы к теме:

- Матрица.
- Главная диагональ матрицы.

- Единичная матрица.
- Сложение и вычитание матриц.
- Умножение матрицы на произвольное число.
- Транспонирование матриц.
- Произведение матриц.
- Определитель матрицы 2 порядка.
- Определитель матрицы 3 порядка.
- Определитель квадратной матрицы.
- Обратная матрица.
- Матричный метод решения систем линейных уравнений.
- Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
- Метод Гаусса.
- Вектор.
- Длина вектора.
- Коллинеарные векторы.
- Компланарные векторы.
- Сложение векторов.
- Умножение вектора на число.
- Вычитание векторов.
- Линейная зависимость векторов.
- Скалярное произведение векторов. Свойства.
- Векторное произведение векторов. Свойства.
- Смешанное произведение векторов. Свойства.

Тема 2. Кривые второго порядка.

Форма проведения: занятие – разработка проекта.

Вопросы для обсуждения:

1. Конические сечения.

Вопросы к теме:

- Понятие линии.
- Понятие поверхности.
- Общее уравнение кривой второго порядка.
- Уравнение окружности.
- Уравнение эллипса.
- Уравнение гиперболы.
- Уравнение параболы.

Тема 3. Функции вещественной переменной.

Форма проведения: занятие – разработка проекта.

Вопросы для обсуждения:

1. Понятие функции.
2. Простейшие характеристики функций.

Вопросы к теме:

- Множество вещественных чисел.
- Независимая переменная.
- Понятие функции.

- Область определения функции.
- Область значений функции.
- Способы задания функции.
- Простейшие характеристики функций.
- Линейная функция.
- Обратная пропорциональность.
- Квадратичная функция.
- Степенная функция.
- Показательная функция.
- Логарифмическая функция.
- Тригонометрические функции.
- Обратные тригонометрические функции.

Тема 4. Предел последовательности. Предельное значение функции вещественной переменной. Непрерывность функции вещественной переменной.

Форма проведения: занятие – разработка проекта.

Вопросы для обсуждения:

1. Понятие последовательности.
2. Монотонные последовательности.
3. Ограниченные последовательности.

Вопросы к теме:

- Бесконечная числовая последовательность.
- Монотонная числовая последовательность.
- Ограниченная числовая последовательность.
- Предел числовой последовательности.
- Предел функции.
- Односторонние пределы.
- Первый и второй замечательные пределы.
- Непрерывность функции в точке и на интервале.
- Теоремы о непрерывных функциях.
- Непрерывность функции на отрезке.
- Свойства функций, непрерывных на отрезке.
- Точки разрыва и их классификация.
- Точка устранимого разрыва.
- Точка разрыва первого рода.
- Скачок функции.
- Точка разрыва второго рода.

Тема 5. Производная функции.

Форма проведения: занятие – разработка проекта.

Вопросы для обсуждения:

1. Физический и геометрический смысл производной функции.
2. Основные правила дифференцирования.

Вопросы к теме:

- Понятие производной.
- Физический и геометрический смысл.
- Непрерывность дифференцируемой функции.

- Основные правила дифференцирования.
- Дифференцирование основных элементарных функций.
- Производные сложной функции.

Тема 6. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья. Экстремум дифференцируемой функции вещественной переменной. Возрастание и убывание дифференцируемой функции вещественной переменной.

Форма проведения: занятие – разработка проекта.

Вопросы для обсуждения:

1. Правило Лопиталья.
2. Раскрытие неопределенностей.

Вопросы к теме:

- Теоремы Ролля.
- Лемма Ферма.
- Теорема Лагранжа.
- Теорема Коши.
- Правило Лопиталья.
- Возрастание и убывание функции в точке.
- Возрастание и убывание функции на интервале.
- Признаки монотонности функции.
- Экстремум функции.
- Точка максимума функции.
- Точка минимума функции.
- Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Тема 7. Неопределенный интеграл.

Форма проведения: занятие – дискуссия.

Вопросы для обсуждения:

1. Понятие первообразной.
2. Неопределенное интегрирование.
3. Таблица интегралов.

Вопросы к теме:

- Первообразная
- Неопределенный интеграл.
- Свойства неопределенного интеграла.
- Таблица интегралов.
- Замена переменных в неопределенном интеграле.
- Занесение под знак дифференциала.
- Формула интегрирования по частям.
- Виды интегралов, берущихся по частям.
- Возвратные интегралы.
- Многократное интегрирование по частям.

Тема 8. Неопределенные интегралы различного вида.

Форма проведения: занятие – работа в малых группах.

Вопросы для обсуждения:

1. Замена переменных в неопределенном интеграле.
2. Занесение под знак дифференциала.

Вопросы к теме:

- Рациональные дроби.
- Правильная дробь.
- Простейшие дроби.
- Разложение рациональной дроби на сумму простейших дробей.
- Интегрирование рациональных дробей.
- Интеграл вида $\int R(\sin x, \cos x) dx$.
- Интеграл вида $\int R(\sin x, \cos x) dx$, где функция R является нечетной относительно $\cos x$.
- Интеграл вида $\int R(\sin x, \cos x) dx$, где функция R является нечетной относительно $\sin x$.
- Интеграл вида $\int R(\sin x, \cos x) dx$, где функция R является четной относительно $\sin x$ и $\cos x$.

Тема 9. Приложения определенного интеграла.

Форма проведения: занятие - беседа.

Вопросы для обсуждения:

1. Формула Ньютона-Лейбница.
2. Замена переменных.
3. Интегрирование по частям.

Вопросы к теме:

- Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
- Интегральная сумма.
- Определенный интеграл и его свойства.
- Интеграл с переменным верхним пределом.
- Формула Ньютона-Лейбница.
- Вычисление объема и массы тела.
- Вычисление центра масс.

Тема 10. Элементы дискретной математики.

Форма проведения: занятие – конференция.

Вопросы для обсуждения:

1. Примеры построения множеств.
2. Использование операций над множествами.
3. Бинарные операции.

Вопросы к теме:

- Понятие множества.
- Элемент множества.
- Формы записи и виды множеств.
- Подмножество.
- Пустое множество.
- Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение.

- Бинарные отношения на множествах.

Тема 11. Элементы теории функций комплексного переменного.

Форма проведения: занятие – разработка проекта.

Вопросы для обсуждения:

1. Определение комплексного числа.
2. Применение комплексных чисел.
3. Использование функций комплексной переменной.

Вопросы к теме:

- Мнимая единица.
- Комплексное число: алгебраическая и тригонометрическая формы записи.
- Модуль и аргумент комплексного числа.
- Операции над комплексными числами.
- Понятие о функциях комплексной переменной.

Тема 12. Понятие о ряде и его сходимости. Достаточные признаки сходимости этих рядов. Функциональные ряды: степенные ряды и их радиус сходимости.

Форма проведения: занятие – работа в малых группах.

Вопросы для обсуждения:

1. Схождение и расхождение числовых рядов.
2. Виды признаков сходимости числовых рядов.
3. Функциональные ряды.
4. Степенные ряды.
5. Область, интервал и радиус сходимости степенного ряда.

Вопросы к теме:

- Числовой ряд.
- Частичные суммы.
- Сходящийся числовой ряд.
- Гармонический ряд.
- Положительный числовой ряд.
- Признак сравнения рядов.
- Признак сходимости Даламбера.
- Радикальный признак Коши.
- Интегральный признак Коши.
- Знакопередающийся ряд.
- Теорема Лейбница.
- Функциональные ряды.
- Степенные ряды.
- Область сходимости ряда.
- Интервал сходимости ряда.
- Радиус сходимости ряда.

Тема 13. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Форма проведения: занятие – работа в малых группах.

Вопросы для обсуждения:

1. Понятие об обыкновенном дифференциальном уравнении и его решении.
2. Задача Коши.

3. Методы интегрирования некоторых уравнений первого порядка.

Вопросы к теме:

- Обыкновенные дифференциальные уравнения.
- Понятие об обыкновенном дифференциальном уравнении и его решении.
- Уравнение первого порядка и его нормальная форма.
- Задача Коши.
- Уравнения с разделяющимися переменными.
- Линейные уравнения.
- Уравнения Бернулли.

Тема 14. Численные методы.

Форма проведения: занятие – обсуждение и разрешение проблем.

Вопросы для обсуждения:

1. Метод касательных (Ньютона-Рафсона).
2. Метод половинного деления.
3. Основные методы решения систем линейных уравнений.

Вопросы к теме:

- Метод касательных (Ньютона-Рафсона).
- Метод половинного деления.
- Основные методы решения систем линейных уравнений.
- Интерполирование таблично заданной функции.
- Интерполирование функции полиномами.

Тема 15. Методы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Квадратурные формулы Гаусса. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.

Форма проведения: занятие – обсуждение и разрешение проблем.

Вопросы для обсуждения:

1. Точное решение и численное решение. Приближенное решение.
2. Метод прямоугольников, трапеций, парабол.
3. Квадратурные формулы Гаусса.
4. Числа Котеса.
5. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Вопросы к теме:

- Метод прямоугольников.
- Метод трапеций.
- Метод Симпсона.
- Квадратурные формулы Гаусса.
- Числа Котеса.
- Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
- Метод Эйлера.

Тема 16. Теория вероятностей. Основные понятия математической статистики. Выборочный метод. Выборочное среднее и выборочная дисперсия. Интервальные

оценки параметров. Оценка закона распределения. Нулевая и альтернативная гипотезы. Общая схема проверки гипотез. Статистические критерии.

Форма проведения: занятие – дискуссия.

Вопросы для обсуждения:

1. Элементы теории вероятностей.
2. Схема Бернулли.
3. Случайные величины и их характеристики.

Вопросы к теме:

- Правило суммы.
- Правило произведения.
- Перестановки.
- Сочетания.
- Размещения.
- Формулы включений и исключений.
- Рекуррентные соотношения.
- Пространство элементарных событий.
- Сложные события.
- Частота случайных событий.
- Классическая и геометрическая вероятности.
- Условная вероятность.
- Формула полной вероятности.
- Формулы Байеса.
- Случайная величина.
- Дискретная случайная величина.
- Непрерывная случайная величина.
- Функция распределения вероятностей.
- Схема Бернулли.
- Основные понятия математической статистики.
- Выборочный метод.
- Выборочное среднее и выборочная дисперсия.
- Интервальные оценки параметров.
- Оценка закона распределения.
- Нулевая и альтернативная гипотезы.
- Общая схема проверки гипотез.
- Статистические критерии.

Тема 17. Методы математической статистики.

Форма проведения: занятие – разработка проекта

Вопросы для обсуждения:

1. Статистические методы обработки экспериментальных данных.
2. Модель корреляционного анализа.
3. Модель множественной линейной регрессии.
4. Метод наименьших квадратов для получения оценок коэффициентов регрессии.

Вопросы к теме:

- Статистические методы обработки экспериментальных данных.
- Модель корреляционного анализа.
- Модель множественной линейной регрессии.

- Метод наименьших квадратов для получения оценок коэффициентов регрессии.

Тема 18. Построение моделей. Выживание и вымирание видов. Модели отбора и приспособленности. Игра «жизнь».

Форма проведения: занятие – конференция.

Вопросы для обсуждения:

1. Классификация моделей.
2. Выживание и вымирание видов.
3. Модели отбора и приспособленности.

Вопросы к теме:

- Построение моделей.
- Выживание и вымирание видов.
- Генетика и закон Харди-Вайнберга.
- Модели отбора и приспособленности.
- Уравнения Лотки-Вольтерра.
- Игра «жизнь».

7. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

№	Раздел, тема	Краткое содержание	Самостоятельная работа	Подготовка к экзамену	Форма контроля
1.1	Матрицы. Системы линейных уравнений.	Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре 128-129, 131, 140-142, 146-147, 159-162, 172-175, 218, 255, 283, 288, 290-291, 464-465, 468-469, 480-481 335-343, 345, 348, 344, 346-347, 349, 353 366-380, 398-420, 422-424, 426-428, 881-882, 902-903	5	2	Проверка решения задач, устный опрос
1.2	Общее уравнение кривой на плоскости и в пространстве.	Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии 5, 19-20, 22, 27, 30, 406, 408, 50-51, 56, 59, 63-64, 66, 76, 78, 90-91, 99-100, 367-368, 385-389, 391, 405, 410 416-419, 421, 423-424, 529, 534, 537, 539, 541, 567-570, 577-578, 580-583, 605-610, 617, 621-622	5	2	Проверка решения задач, устный опрос
2.3	Понятие функции вещественной	Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов.	5	2	Проверка решения задач,

	переменной.	Ред. Б.П.Демидович 30-31(209-213) 164-165(373-380)			устный опрос
2.4	Предел последовательности. Предел функции.	Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов. Ред. Б.П.Демидович 170а,б,г,(42а, 68); 171-173(51), 176-179(50, 2546), 276, 278 191-198(411, 418-423); 203-210(437-438, 440-443); 221-223(471, 474-477, 482-483)	5	2	Проверка решения задач, устный опрос
2.5	Производная функции.	Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов. Ред. Б.П.Демидович 359-361(827, 829-830, 834-835) 368-382, 384-385, 410-417, 420-425, 433-434, 548-550, 555-558(836-971) 622-624, 626, 629, 631(1055-1057, 1060-1062); 596-597, 634-635(1077-1079) 663-664(1029-1031) 737-738(1097-1103); 741-744, 746(1106-1108)	5	2	Проверка решения задач, устный опрос
2.6	Применение производной функции.	Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов. Ред. Б.П.Демидович 777-779, 782-784(1318-1320, 1322, 1337, 1341) 811-825(1268-1275); 830-839(1414-1416, 1429-1436); 841-843, 845-847(1437-1441); 861-864(1561-1564, 1566-1575);	5	2	Проверка решения задач, устный опрос
3.7	Понятие неопределенного интеграла.	Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов. Ред. Б.П.Демидович 1031-1039(1628-1632), 1500(2166-2170) 1191, 1201-1203, 1207-1208 (1778-1785, 1836-1865) 1211, 1214, 1216, 1223-1226, 1232, 1237, 1241 (1791-1792, 1795, 1798, 1828-1829)	5	2	Проверка решения задач, устный опрос

3.8	Различные способы интегрирования.	Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов. Ред. Б.П.Демидович 1255-1256, 1275-1276, 1280, 1285, 1321 (1836-1843, 1866-1887) 1338-1339 (1991-1996, 2013)	5	2	Проверка решения задач, устный опрос
3.9	Определенный интеграл.	Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов. Ред. Б.П.Демидович 1511-1512 (2232) 1514-1517, 1521-1527, 1529-1531, 1536-1539, 1542 (2268, 2239-2242) 1612-1615 (2318) 1623-1624, 1631-1633, 1635-1636, 1638, 1645 (2397-2399, 2400) 1665, 1667-1669, 1678 (2431-2432, 2434, 2443)	5	2	Проверка решения задач, устный опрос
4.10	Элементы дискретной математики.	Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М.: Высшая школа, 2008, 384 с. с. 18 (1-3), с. 25 (2-4), с. 36 (3-6)	5	2	Проверка решения задач, устный опрос
4.11	Элементы теории функций комплексного переменного.	Баврин И.И. Краткий курс высшей математики для химико-биологических и медицинских специальностей с. 67 (75-83)	5	2	Проверка решения задач, устный опрос
4.12	Элементы теории рядов.	Баврин И.И. Краткий курс высшей математики для химико-биологических и медицинских специальностей с. 194 (1-5, 8-21), с. 195 (25-28, 29-32, 36-38, 40-42), с. 196 (43-48)	5	2	Проверка решения задач, устный опрос
4.13	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	Баврин И.И. Краткий курс высшей математики для химико-биологических и медицинских специальностей с. 245 (4-10, 15-22, 24-26), с. 246 (30-37), с. 247 (42-44, 47-49, 50-55)	5	2	Проверка решения задач, устный опрос
5.14	Метод касательных. Метод	Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в	5	2	Проверка решения задач,

	половинного деления. Основные методы решения систем линейных уравнений.	задачах и упражнениях. Учеб пособие./Под ред. В.А.Садовниченко – М.: Высш. шк. 2000.- 190 с. 18.3, 18.4 (с. 84), 18.9, 18.10 (с. 85), Самарский А.А, Вабищевич П.Н., Самарская Е.А. Задачи и упражнения по численным методам: Учебное пособие. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 208 с. 4.3, 4.4 (с. 61), 4.13 (с. 64) Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы .- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 400с. 2.1 (с. 22), 2.2 (с. 23), 2.1, 2.2, 2.4, 2.5 (с. 25)			устный опрос
5.15	Методы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Квадратурные формулы Гаусса. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.	Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. Учеб пособие./Под ред. В.А.Садовниченко – М.: Высш. шк. 2000.- 190 с. 24.2, 24.3, 24.4 (с. 112), 24.9, 24.10 (с. 113), Самарский А.А, Вабищевич П.Н., Самарская Е.А. Задачи и упражнения по численным методам: Учебное пособие. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 208 с. 9.3, 9.4, 9.5 (с. 131), 9.16 (с. 133) Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы .- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 400с. 4.1 (с. 173), 4.2, 4.3, 4.4, 4.5 (с. 174)	5	2	Проверка решения задач, устный опрос
6.16	Элементы теории вероятностей. Основные понятия математической статистики.	Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика. 1.1-1.8 (с.75), 1.13-1.15(с.80), 1.20 (с.81), 2.1-2.2 (с.162), 2.11-2.14 (с.167), 2.21 (с.173), 1-3 (с.290), 4-21 (290), 2.27-	5	2	Проверка решения задач, устный опрос

		2.30 (с.176), М 1-10 (с.36), Баврин И.И. Краткий курс высшей математики для химико- биологических и медицинских специальностей 1-28 (с.267) Максимова О.В., Махоткина А.М. Теория вероятностей и математическая статистика. 1-13 (с.71), 1- 10 (с.83)			
6.17	Статистические методы обработки экспериментальных данных.	Спирина М.С., Спирин П.А. Теория вероятностей и математическая статистика. 2.21 (с.173), 1- 3 (с.290), 4-21 (290) 3.1-3.14 (с.256), Баврин И.И. Краткий курс высшей математики для химико-биологических и медицинских специальностей 1-6 (с.320) 7-15 (с.321), 18-19 (с.322), 16-17 (с.322), 7-15 (с.421) Максимова О.В., Махоткина А.М. Теория вероятностей и математическая статистика. 1-14 (с.117), 1- 17 (с.128), 1-22 (с.154), 1- 23 (с.136), 1-14 (с.328)	5	2	Проверка решения задач, устный опрос
7.18	Построение моделей. Модели отбора и приспособленности.	Гроссман С., Тернер Дж. Математика для биологов: Пер с англ. / М.: Высш. школа, 1983. – 383 с. с. 289 (2-5), с. (4-7), с. 302 (3-8)	5	2	Проверка решения задач, устный опрос
Итого			90	36	

8. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ)

№	Формулировка вопроса
1.	Прямоугольная система координат. Разложение вектора по ортам осей прямоугольной системы координат. Длина вектора.
2.	Скалярное произведение и его свойства. Векторное произведение и его свойства. Смешанное произведение и его свойства. Типовые задачи на применение векторов.
3.	Поверхности 2-го порядка. Сфера. Эллипсоид. Параболоид. Гиперболоид. Цилиндрическая и коническая поверхности, поверхность вращения.
4.	Функция, область её определения, способы задания. Четные, нечетные, периодические функции. Основные и элементарные функции.
5.	Предел последовательности, переменной, функции в точке и в бесконечности. Основные теоремы о пределах суммы, произведения, частного.
6.	Задачи, приводящие к понятию производной. Формулы и правила дифференцирования суммы, произведения, частного, сложной и обратной функций.
7.	Возрастание и убывание функций. Монотонность. Выпуклость, вогнутость функций. Экстремум. Необходимое и достаточное условие экстремума.
8.	Определенный интеграл и его свойства.
9.	Определение дифференциального уравнения. Порядок ДУ. Задача Коши.
10.	Правило суммы, правило произведения.
11.	Перестановки с повторениями элементов и без повторения.
12.	Сочетания с повторениями элементов и без повторения.
13.	Размещения с повторениями элементов и без повторения.
14.	Случайные события. Действия над событиями. Полная группа событий.
15.	Классическое определение вероятности события.
16.	Геометрическое определение вероятностей.
17.	Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность.
18.	Формула полной вероятности и формула Байеса.
19.	Определение случайной величины и функции распределения вероятностей. Свойства функций распределения.
20.	Дискретные случайные величины.
21.	Непрерывные случайные величины.
22.	Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.
23.	Равномерное, нормальное, хи-квадратичное, экспоненциальное и др. распределения.
24.	Математическое ожидание случайной величины.
25.	Дисперсия случайной величины. Коэффициенты вариации. Мода и медиана распределения.
26.	Генеральная совокупность и выборка. Требования к выборке.
27.	Вариационные ряды. Средние величины. Показатели вариации.
28.	Понятие оценки параметров.
29.	Статистическое оценивание. Точечное оценивание.
30.	Оценка параметров генеральной совокупности по собственно-случайной выборке.
31.	Интервальное оценивание. Построение доверительного интервала для генеральной средней и генеральной доли.

32.	Понятие корреляционного анализа.
33.	Линейная корреляция. Выборочный коэффициент корреляции.
34.	Свойства и проверка значимости выборочного коэффициента корреляции.
35.	Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена. Свойства.
36.	Ранговая корреляция Кендалла. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Кендалла. Свойства.
37.	Проверка гипотезы о значимости коэффициентов корреляции. Уравнение регрессии.
38.	Оценка значимости уравнения регрессии.
39.	Статистические критерии. Ошибки первого и второго рода.
40.	Уровень значимости и мощность критерия. Параметрические и непараметрические критерии.
41.	Однофакторный дисперсионный анализ.
42.	Многофакторный дисперсионный анализ.

9. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (ЗАДАЧИ К ЭКЗАМЕНУ)

№ задания	Условие задачи (формулировка задания)
1.	Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \\ 3 & 0 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & 7 & 0 \end{vmatrix}$.
2.	Найти A^{-1} и сделать проверку: $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
3.	Решить систему методом Крамера систему $\begin{cases} 2x - y + 4z = 7, \\ 7x + 3y - z = 3, \\ 5x - 2y - 3z = 4. \end{cases}$
4.	Решить матричным методом систему $\begin{cases} x + 3y - z = 3, \\ 2x - y + 4z = 5, \\ 3x + 2y + 5z = 10. \end{cases}$
5.	Решить методом Гаусса систему $\begin{cases} x + y - 3z = 7, \\ 3x - y + 2z = 4, \\ 7x - y + z = 17. \end{cases}$
6.	Найти косинус угла между векторами $\vec{a} = (2; -4; 4)$ и $\vec{b} = (-3; 2; 6)$.
7.	Дан треугольник с вершинами в точках $A(-3; 1; -2)$, $B(1; 3; 2)$, $C(4; 5; 4)$. Найти площадь треугольника и длину высоты, опущенной из вершины C .
8.	Стороны треугольника заданы уравнениями (AB): $4x + 3y - 5 = 0$, (BC): $x - 3y + 10 = 0$, (AC): $x - 2 = 0$. Определить координаты его вершин.

9.	Найти расстояние от точки $A(-3;4)$ до прямой $12x+5y-10=0$.
10.	Дан эллипс $16x^2 + 25y^2 = 400$. Найти длины осей, координаты вершин и фокусов и эксцентриситет.
11.	Дана гипербола $9x^2 - 16y^2 = 144$. Определить расстояние между фокусами и эксцентриситет.
12.	Найти область определения функции $y = (\sqrt{3+x} + \sqrt[3]{7-x})/(x-5)$.
13.	Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + 2x^2 - 3}{x^2 - 3x + 2}$.
14.	Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - 1}{x}$.
15.	Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3+x+x^2} - \sqrt{9-2x+x^2}}{x^2 - 3x + 2}$.
16.	Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(\sqrt{x-1} - 2)^2}{(x-5)^2}$.
17.	Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^x$.
18.	Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$.
19.	Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x} - 1) \cos \pi x}{x}$.
20.	Найти $(3+5i)(4-i)$.
21.	Найти $\frac{3-i}{4+5i}$.
22.	Найти $(4-7i)^2$.
23.	Представить числа i ; -2 ; $-i$; $1+i$; $1-i$ в тригонометрической форме.
24.	Найти все значения для указанных радикалов: $\sqrt[3]{1}$; $\sqrt{-5-12i}$.
25.	Используя формулу Эйлера, вычислить действительную и мнимую части, а также модуль выражения e^{-i} .
26.	Найти производную функции $y = \frac{1}{x-3}$, пользуясь непосредственно определением производной.
27.	Найти производную функции $y = \frac{(3x^2 + 5)^3}{2x-3}$.
28.	Найти производную функции $y = \operatorname{tg}^4(x^2 + 1)$.
29.	Найти производную функции $y = \sqrt[4]{1 + \cos^2 x}$.

30.	Найти производную функции $y = \frac{x}{2}\sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2}\arcsin x$.
31.	Найти производную функции $y = \frac{1}{4}\ln\frac{1+x}{1-x} + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}x$.
32.	Найти производную функции $y = x\arcsin\sqrt{\frac{x}{x+1}} - \sqrt{x} + \operatorname{arctg}\sqrt{x}$.
33.	Разложение некоторого химического вещества протекает в соответствии с уравнением $m = m_0e^{-kt}$, где m – количество вещества в момент времени t , k – положительная постоянная. Найти скорость разложения вещества и выразить ее как функцию от m .
34.	Размер популяции насекомых в момент t (время выражено в днях) задается величиной $p(t) = 1000 - 9000(1+t)^{-1}$. Вычислить скорость роста в момент t .
35.	Найти с помощью дифференциала приближенное значение выражения $\sqrt[3]{26,19}$.
36.	Найти с помощью дифференциала приближенное значение выражения $\ln 1,007$.
37.	Найти производную 2 порядка функции $y = e^{\cos x}$.
38.	Найти производную 2 порядка функции $y = \operatorname{arctg} x$.
39.	Используя правило Лопиталя, найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{5x^2}$.
40.	Найти интервалы возрастания и убывания функции $y = 3x + \frac{3}{x} + 5$.
41.	Исследовать на экстремум функцию $y = x \ln x$.
42.	Исследовать на экстремум функцию $y = \frac{x}{x^2 + 4}$.
43.	Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{1}{x^2 - 1}$ на отрезке $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.
44.	Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = \operatorname{tg}x - x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.
45.	Найти положительное число x , чтобы разность $x - x^2$ была наибольшей.
46.	Найти число, которое в сумме со своим квадратом дает этой сумме наименьшее значение.
47.	Окно имеет форму прямоугольника, завершеного полукругом. Каковы должны быть размеры этого окна, чтобы при данном его периметре $2p$ оно пропускало наибольшее количество света.
48.	Нужно изготовить коническую воронку с образующей l . Какова должна быть высота H воронки, чтобы ее объем был наибольшим?

49.	Найти точки перегиба и интервалы выпуклости и вогнутости кривой $y = \sqrt[3]{x-1}$.
50.	Найти точки перегиба и интервалы выпуклости и вогнутости кривой $y = -x^3 + 15x^2 - x - 250$.
51.	Найти асимптоты кривой $y = \frac{x^2}{x+1}$.
52.	Исследовать функцию и построить график $y = \frac{x}{x^2+16}$.
53.	Вычислить интеграл $\int \frac{2x^2+x-1}{x^3} dx$.
54.	Вычислить интеграл $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+1}}$.
55.	Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-5}}$.
56.	Вычислить интеграл $\int (x^2+5)^7 2xdx$.
57.	Вычислить интеграл $\int x\sqrt{1+x^2} dx$.
58.	Вычислить интеграл $\int \cos^5 4x \sin 4x dx$.
59.	Вычислить интеграл $\int \frac{x^2+1}{x-1} dx$.
60.	Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$.
61.	Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{2+x-x^2}}$.
62.	Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{2x^2-2x+1}$.
63.	Вычислить интеграл $\int \sin 2x \cos 2x dx$.
64.	Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{5x^2-2}$.
65.	Вычислить интеграл $\int xe^{-2x} dx$.
66.	Вычислить интеграл $\int \frac{\ln x dx}{(x+1)^2}$.
67.	Вычислить интеграл $\int \arccos 2x dx$.
68.	Вычислить интеграл $\int \frac{xdx}{x^2+2x+5}$.
69.	Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{5-3\cos x}$.

70.	Вычислить интеграл $\int \frac{(1 + \sin x)dx}{(1 + \cos x)\sin x}$.
71.	Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{x}{(x^2 + 1)^2} dx$.
72.	Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x + \sin x)^3} dx$.
73.	Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{x^3 + 1}{(x^4 + 4x + 2)^2} dx$.
74.	Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 xe^{-x} dx$.
75.	Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 x \arctg x dx$.
76.	Вычислить определенный интеграл $\int_1^2 \ln x dx$.
77.	Доказать, что функция $y = xe^{-x^2/2}$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $xy' = (1 - x^2)y$.
78.	Доказать, что функция $y = 5e^{-2x} + \frac{e^x}{3}$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $y' + 2y = e^x$.
79.	Доказать, что функция $y = x\sqrt{1-x^2}$ удовлетворяет дифференциальному уравнению $yy' = x - 2x^3$.
80.	Найти интегральные кривые дифференциального уравнения $y' + \sin(x + y) = \sin(x - y)$.
81.	Найти интегральные кривые дифференциального уравнения $y(1 + x^2)y' + x(1 + y^2) = 0$.
82.	Найти интегральные кривые дифференциального уравнения $e^x dx - (1 + e^y)dy = 0$.
83.	Найти решения задачи Коши для дифференциального уравнения $xy' + y - e^x = 0$, $y(1) = e - 1$.
84.	Найти решения задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$, $y(0) = 0$.
85.	Найти решения задачи Коши для дифференциального уравнения $y' \sin x - y \cos x = 1$, $y(\pi/2) = 0$.
86.	Найти интегральные кривые дифференциального уравнения $(x + y)dx + (x + 2y)dy = 0$.
87.	Найти интегральные кривые дифференциального уравнения $(3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2y + 4y^3)dy = 0$.

88.	Найти общее решение дифференциального уравнения $(1+x^2)y'' + y'^2 + 1 = 0$.
89.	Найти общее решение дифференциального уравнения $x^2 y'' + xy' = 1$.
90.	Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + y = 4x \cos x$.
91.	Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 9y = e^{3x} \cos x$.
92.	На завтрак студент экологического факультета Владимир может выбрать пиццу, бутерброд, пирожок или кекс, а запить их он может кофе, соком или кефиром. Из скольких вариантов завтрака Владимир может выбирать?
93.	В коридоре висят три лампочки. Сколько имеется различных способов освещения коридора?
94.	В семье – 6 человек, и за столом в кухне стоят 6 стульев. В семье решили каждый вечер, ужиная, рассаживаться на эти 6 стульев по-новому. Сколько дней члены семьи смогут делать это без повторений?
95.	В семье – 6 человек, из них двое детей. За столом в кухне стоят 6 стульев. В семье решили каждый вечер, ужиная, рассаживаться на эти 6 стульев по-новому, детей между собой при этом принято не различать. Сколько дней члены семьи смогут делать это?
96.	Предположим, что проходит некий конкурс красоты с 8 участниками. Одновременно проводится викторина: нужно угадать, кто займет в конкурсе 1, 2 и 3 места. Сколько всего существует вариантов ответа?
97.	Сколько может быть паспортов с зафиксированными двумя первыми цифрами серии и остальными изменяющимися двумя цифрами серии и шестью цифрами номера? (с повторениями и без повторений)
98.	Кости домино можно рассматривать как цифры 0,1,2,3,4,5,6. Найдите число сочетаний (с повторениями, без повторений).
99.	Решите уравнение $C_x^3 = 2C_x^2$.
100.	Сколько чисел в первой сотне, которые не делятся ни на 2, ни на 3, ни на 5?
101.	На фирме есть переводчики со знанием английского или немецкого языка, причем 12 человек, знающих английский язык, и 8 человек, знающих немецкий язык, но 3 человека из них знают два языка. Глава фирмы решил дать премию одному из переводчиков. Сколько у него вариантов выбора?
102.	При бросании игральной кости событие А означает выпадение четного числа очков, событие В означает выпадение не менее 3 очков и событие С означает выпадение одного очка. Найдите $A+B$, $A+B+C$, AB , ABC , \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} , $A-B$, $B-A$.
103.	На плоскости начерчены две концентрические окружности (имеющие общий центр, но разные радиусы), радиусы которых 5 и 10 см соответственно. Найти вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг, попадет в кольцо, образованное построенными окружностями.
104.	Из колоды в 36 карт случайным образом вытаскивают 5 карт. Какова вероятность того, что среди выбранных карт будет хотя бы одна карта бубновой масти?
105.	В коробке лежат 20 компьютерных чипов, 4 из которых бракованные. Определить вероятность того, что два наудачу вынутые чипа окажутся бракованными, если изъятие производить методом невозвращенного шара.

106.	При подготовке к экзамену студент выучил 40 вопросов из пятидесяти вопросов программы. Экзаменационный билет содержит три разных вопроса. Вычислить вероятность того, что студент ответит на все три вопроса.								
107.	При подготовке к экзамену студент выучил 40 вопросов из пятидесяти вопросов программы. Экзаменационный билет содержит три разных вопроса. Вычислить вероятность того, что студент ответит хотя бы на один из трех вопросов.								
108.	Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартная, равна 0,8, а второго – 0,9. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь (из наудачу взятого набора) – стандартная.								
109.	На склад поступило 1000 подшипников. Из них 200 изготовлены на 1-м заводе, 460 – на 2-м, 340 – на 3-м. Вероятность того, что подшипник окажется нестандартным, для 1-го завода равна 0,03, для 2-го – 0,02, для 3-го – 0,01. Взятый наудачу подшипник оказался нестандартным. Какова вероятность того, что он изготовлен 1-м заводом?								
110.	Случайная величина X задана функцией распределения $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{и} \ddot{\text{д}} \ddot{\text{е}} & x \leq -1; \\ x/4 + 1/4 & \text{и} \ddot{\text{д}} \ddot{\text{е}} & -1 < x \leq 3; \\ 1 & \text{и} \ddot{\text{д}} \ddot{\text{е}} & x > 3. \end{cases}$ Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, принадлежащее интервалу $(0;2)$.								
111.	Дискретная случайная величина X задана таблицей распределения <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>X</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>p</td> <td>0,3</td> <td>0,1</td> <td>0,6</td> </tr> </table> Найти функцию распределения и начертить ее график.	X	1	4	8	p	0,3	0,1	0,6
X	1	4	8						
p	0,3	0,1	0,6						
112.	Задана плотность вероятности случайной величины X $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{и} \ddot{\text{д}} \ddot{\text{е}} & x \leq 0; \\ 2x & \text{и} \ddot{\text{д}} \ddot{\text{е}} & 0 < x \leq 1; \\ 0 & \text{и} \ddot{\text{д}} \ddot{\text{е}} & x > 1. \end{cases}$ Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение, принадлежащее интервалу $(0,5;1)$.								
113.	Найти функцию распределения по данной плотности распределения $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{и} \ddot{\text{д}} \ddot{\text{е}} & x \leq a; \\ 1/(b-a) & \text{и} \ddot{\text{д}} \ddot{\text{е}} & a < x \leq b; \\ 0 & \text{и} \ddot{\text{д}} \ddot{\text{е}} & x > b. \end{cases}$								
114.	В партии 10% нестандартных деталей. Наугад отобраны 4 детали. Написать биномиальный закон распределения дискретной случайной величины X – числа нестандартных деталей и построить многоугольник полученного распределения.								
115.	Завод отправил на базу 5000 доброкачественных изделий. Вероятность того, что в пути изделие повредится, равна 0,0002. Найти вероятность того, что на базу придут 3 негодных изделия.								
116.	Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 2e^{-2x}, & x \geq 0 \end{cases}$ Найти вероятность того, что в результате испытания X попадает в интервал $(0,3;1)$.								
117.	Случайная величина X распределена по нормальному закону ($\sigma = 10, a = 30$). Найти вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу								

	(10,50).
118.	Найти методом наибольшего правдоподобия оценку параметра p биномиального распределения $P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$, если в n_1 независимых испытаниях событие A появилось $X_1 = m_1$ раз и в n_2 независимых испытаниях событие A появилось $X_2 = m_2$ раз.

10. ТЕСТЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ

№ задания	Тест (тестовое задание)
1.	<p>Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. Вычислить $C = (c_{ij}) = AB$. В ответе указать сумму наибольшего элемента матрицы C и элемента c_{21}.</p> <p style="text-align: center;">а) 6 б) 11 в) 8 г) 10.</p>
2.	<p>Дана матрица $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \\ -4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$. Вычислить $B = (b_{ij}) = A^{-1}$. В ответе указать сумму наибольшего элемента матрицы A^{-1} и элемента b_{31}.</p> <p style="text-align: center;">а) $\frac{2}{5}$ б) $-\frac{3}{5}$ в) $-\frac{1}{5}$ г) $-\frac{2}{5}$</p>
3.	<p>Решить систему матричным методом</p> $\begin{cases} -2x - 2y - z = 1, \\ -2y - 2z = 2, \\ -4x + 4y + z = 3 \end{cases}$ <p>и найти сумму $x + y + z$.</p> <p style="text-align: center;">а) $-\frac{9}{5}$ б) $-\frac{6}{5}$ в) $-\frac{13}{5}$ г) $-\frac{8}{5}$</p>
4.	<p>Решить систему методом Крамера</p> $\begin{cases} x - 4y + 4z = 0, \\ 3x + 3z = 0, \\ -3x + 3y - 2z = -2 \end{cases}$ <p>В ответе указать сумму определителей $\Delta + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$. При решении системы сокращения производить можно, однако надо учитывать, что если какое-то уравнение делится на k, то и все определители уменьшаются в k раз.</p> <p style="text-align: center;">а) 22 б) 21 в) 27 г) 26</p>
5.	<p>Решить систему методом Гаусса</p> $\begin{cases} 4x + 3y + z = 1, \\ 3z - y = 11, \\ -3x + y + 4z = 7 \end{cases}$ <p>В ответе указать сумму $x + y + z$.</p>

	а) 0 б) 2 в) 5 г) 1
6.	<p>Решить систему методом Гаусса</p> $\begin{cases} -3t - 3x - 2y - 3z = 4, \\ -3t + x - 2y - 3z = 3, \\ 3t + 3y - 2z = -1 \end{cases}$ <p>В ответе указать такое значение t, при котором $x + y + z = 0$.</p> <p>а) $-\frac{41}{36}$ б) $-\frac{37}{36}$ в) $-\frac{49}{36}$ г) $-\frac{47}{36}$</p>
7.	<p>Даны 3 вершины треугольника: $A(-3;3)$, $B(-1;-3)$, $C(5;4)$. Найти уравнение стороны AC в виде $y = kx + b$. В ответе указать сумму $k + b$.</p> <p>а) $\frac{17}{2}$ б) $\frac{15}{2}$ в) $\frac{7}{2}$ г) $\frac{13}{2}$</p>
8.	<p>Даны 3 вершины треугольника: $A(-3;3)$, $B(-1;-3)$, $C(5;4)$. Найти уравнение прямой, проведенной через вершину B параллельно AC, в виде $y = kx + b$. В ответе указать сумму $k + b$.</p> <p>а) $-\frac{11}{4}$ б) $-\frac{5}{4}$ в) $-\frac{15}{4}$ г) $-\frac{13}{4}$</p>
9.	<p>Даны 3 вершины треугольника: $A(-3;3)$, $B(-1;-3)$, $C(5;4)$. Найти координаты основания высоты, опущенной из вершины B на AC. В ответе указать сумму координат.</p> <p>а) $\frac{21}{13}$ б) $\frac{18}{13}$ в) $\frac{24}{13}$ г) $\frac{17}{13}$</p>
10.	<p>Что определяет уравнение</p> $x^2 - 2x + y^2 - 2y + 38 = 0.$ <p>Если это уравнение окружности, то указать в ответе сумму координат центра и радиуса.</p> <p>а) 3 б) 4 в) 7 г) Ничего.</p>
11.	<p>Найти координаты вершины параболы:</p> $4y + x^2 + 4x + 8 = 0.$ <p>В ответе указать разность между ординатой и абсциссой вершины.</p> <p>а) 0 б) -3 в) 1 г) 5</p>
12.	<p>Известно, что $\vec{a} = 4$, $\vec{b} = 4$. Угол между этими векторами $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Найти $(5\vec{a} - 4\vec{b}, -\vec{a} + 3\vec{b})$.</p> <p>а) -271 б) -274 в) -272 г) -277</p>
13.	<p>Известно, что $\vec{a} = 4$, $\vec{b} = 4$. Угол между этими векторами $\varphi = \frac{\pi}{6}$. Найти $(-3\vec{a} + 2\vec{b}, -2\vec{a} - 5\vec{b})$.</p> <p>а) 152 б) 147 в) 149 г) 150</p>
14.	<p>Даны 4 точки: $A(-2;-1;3)$, $B(0;0;-1)$, $C(2;-4;-4)$, $D(3;0;5)$. Найти площадь треугольника ABC.</p>
15.	<p>При каком x векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 4\vec{j} + x\vec{k}$, $\vec{c} = -2\vec{i} - \vec{k}$ будут компланарны?</p> <p>а) $-\frac{15}{2}$ б) $-\frac{13}{2}$ в) $-\frac{23}{2}$ г) $-\frac{21}{2}$</p>

16.	<p>Вычислить $\int_{\frac{2}{3}}^{\frac{1}{2}} ((3x+2)^{4/3} + 5) dx$.</p> <p>а) $\frac{37}{21}$ б) $\frac{38}{21}$ в) $\frac{41}{21}$ г) $\frac{40}{21}$</p>
17.	<p>Вычислить $\int_3^6 \frac{-6x^2 + 83x - 243}{(x-9)^2 x} dx$.</p> <p>а) $\frac{2}{3}$ б) $\frac{5}{3}$ в) $-\frac{1}{3}$ г) $\frac{1}{3}$</p>
18.	<p>Вычислить $\int_1^4 (2x-4) \ln x dx$.</p> <p>а) $\frac{13}{2}$ б) $\frac{9}{2}$ в) $\frac{17}{2}$ г) $\frac{5}{2}$</p>
19.	<p>Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2-4x^2}{4x+5} + \frac{-2x^2-1}{5-2x} \right)$.</p> <p>а) $\frac{9}{4}$ б) $\frac{15}{4}$ в) $\frac{7}{4}$ г) $\frac{3}{4}$</p>
20.	<p>Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 9x + 4}{-5x^2 + 24x - 16}$.</p> <p>а) $-\frac{17}{16}$ б) $-\frac{15}{16}$ в) $-\frac{7}{16}$ г) $-\frac{9}{16}$</p>
21.	<p>Вычислить $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{16-x^2}{3x^2-3}$.</p> <p>а) $\frac{9}{8}$ б) $\frac{11}{8}$ в) $-\frac{1}{8}$ г) $\frac{3}{8}$</p>
22.	<p>Вычислить $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5-2x}-1}{x^2-4}$.</p> <p>а) $\frac{3}{4}$ б) $-\frac{3}{4}$ в) $-\frac{5}{4}$ г) $-\frac{1}{4}$</p>
23.	<p>Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9x^2 \operatorname{tg}(3x)}{2 \sin x (1 - \cos x)}$.</p> <p>а) 27 б) 25 в) 24 г) 29</p>
24.	<p>Вычислить $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-4x-3}{4-2x} \right)^x$.</p> <p>а) 0 б) $\frac{1}{e^7}$ в) $\frac{1}{e^4}$ г) ∞</p>
25.	<p>Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+2}{2x+3} \right)^{3x}$.</p> <p>а) $\frac{1}{e^{7/2}}$ б) $e^{5/2}$ в) $\frac{1}{e^{3/2}}$ г) 0</p>
26.	<p>Найдите производную функции: $f(x) = 6x^4 - 3x^3 - 2x^2 - 8$.</p> <p>а) $6x^3 - 3x^2 - 2x$ б) $24x^3 - 9x^2 - 2x - 8$ в) $24x^3 - 9x^2 - 4x$ г) $6x^3 - 3x^2 - 2x - 8$</p>
27.	<p>Найдите производную функции: $f(x) = 5x^3 - 4\sqrt{x}$.</p>

	а) $15x^2 - 4$ б) $15x^2 - \frac{2}{\sqrt{x}}$ в) $15x^2 - \frac{4}{\sqrt{x}}$ г) $15x^2 - 4x$
28.	Найдите производную функции: $f(x) = x \cos x$. а) $\cos x + x \sin x$ б) $\sin x + x \cos x$ в) $\cos x - x \sin x$ г) $\sin x - x \cos x$
29.	Найдите производную функции: $f(x) = \sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$. а) $5 \cos 5x$ б) $5 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ в) $5 \cos\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$ г) $\cos\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$
30.	Найдите $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$, если $f(x) = 3 \cos x$. а) $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ б) $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$ в) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ г) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
31.	Найти общее решение уравнения $y' = 30x^5$. а) $y = 6x^5 + C$ б) $y = 5x^6 + C$ в) $y = 150x^4$ г) $y = 30x^6$
32.	Найти решение уравнения $y' = \frac{1}{x}$, $y(1) = 1$. а) $y = \ln x + C$ б) $y = -\frac{1}{x^2} + C$ в) $y = -\frac{1}{x} + 2$ г) $y = \ln x + 1$
33.	Найти общее решение уравнения $y'' = \sin x$. а) $y = -\sin x + C_1 + C_2 x$ б) $y = \cos x + C_1 x + C_2$ в) $y = -\sin x$ г) $y = -\cos x$
34.	Найти дифференциальное уравнение, имеющее общее решение $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-x}$. а) $y'' + y' - 2y = 0$ б) $y'' + 2y' - y = 0$ в) $y'' - y' - 2y = 0$ г) $y'' + 3y' - 2y = 0$
35.	Найти дифференциальное уравнение, имеющее корни характеристического уравнения $7 - 2i$ и $7 + 2i$. а) $y'' + 14y' - 53y = 0$ б) $y'' - 53y = 0$ в) $y'' + 7y' + 2y = 0$ г) $y'' - 14y + 53y = 0$
36.	Определить тип уравнения $x^2 y' - x = y$, $x \neq 0$. а) $P(x)dx = Q(y)dy$ б) $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$, где $f(kx, ky) = f(x, y)$ в) $y' + P(x)y = Q(x)$ г) тип (Б) и (В)
37.	Найти частное решение уравнения $y'' - 4y = 4x$. а) $y = -x$ б) $y = 4x + 4$ в) $y = -2x + 2$ г) $y = e^{-2x} + e^{2x} + x$
38.	Указать уравнения с разделяющимися переменными для уравнения $(1 + x^2)dx = (1 + y)x^2 dy$. а) $\frac{1 + x^2}{x^2} dy = (1 + y) \cdot dx$ б) $(1 + x^2) \cdot dx = (1 + y) \cdot x^2 \cdot dy$ в) $\frac{1 + x^2}{x^2} dx = (1 + y) \cdot dy$ г) разделение невозможно
39.	Преобразованное уравнение $x^2 y' = x^2 + y^2$, $y = ux$, имеет вид а) $u' \cdot x = 1 - u$ б) $u' \cdot x = u^2$ в) $u' \cdot x = 1 - u + u^2$ г) $u' \cdot x = 1 + u + u^2$
40.	График решения уравнения $y'' = e^x$, $y > 0$, $x > 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

	<p>а) б) в)</p> <p>г) Ни один из вариантов а), б), в)</p>
41.	<p>По какой формуле можно вычислить вероятность совместного появления двух зависимых событий?</p> <p>а) $P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$; б) $P(A) + P(B)$; в) $P(A) \cdot P(B/A)$; г) $P(A) \cdot P(B)$.</p>
42.	<p>Известны вероятности событий A, B и C. Какая из вероятностей соответствует событию, состоящему в том, что выполняются все события A, B и C?</p> <p>а) $1 - P(ABC)$; б) $P(A + B + C)$; в) $P(\overline{A}\overline{B}\overline{C})$; д) $P(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$; г) $P(ABC)$.</p>
43.	<p>Известны вероятности событий A, B и C. Какая из вероятностей соответствует событию, состоящему в том, что выполняется хотя бы одно из событий A, B и C?</p> <p>а) $1 - P(A + B + C)$; б) $1 - P(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$; в) $P(ABC)$; г) $1 - P(\overline{A}\overline{B}\overline{C})$.</p>

11. РЕЙТИНГОВЫЙ КОНТРОЛЬ УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ

Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего и промежуточного контроля знаний студентов по итогам освоения дисциплины.

Успешность изучения дисциплины в среднем оценивается максимальной суммой баллов – 100.

Во время текущей аттестации (т.е. оценки работы студента в течение семестра) оценивается: посещаемость и работа на семинарах; выполнение самостоятельных работ; выполнение домашних заданий; текущий тестовый контроль; другие виды работ, определяемые преподавателем и т.п.

Формирование итоговой оценки бакалавров по дисциплине

Содержание работы	Баллы	Кол-во	Итого
Посещение лекционных занятий	1	18	18
Текущий контроль знаний (тестирование)	5	2	10
Самостоятельная работа	3	9	27
Экзамен	45	1	45
Итого			100