

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Колегова Любовь Владимировна

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ
НЕЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ РОБОТАМИ-
МАНИПУЛЯТОРАМИ**

1.2.2 Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Диссертация

на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор

Андреев Александр Сергеевич

Ульяновск – 2024

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
ГЛАВА I. О МЕТОДАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ УПРАВЛЯЕМОЙ ГОЛОНОМНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ИНТЕГРАЛЬНОГО ТИПА В УПРАВЛЕНИИ	18
§ 1.1. Развитие метода функционалов Ляпунова для неавтономной системы функционально-дифференциальных уравнений	19
§ 1.2. Нелинейное управление лагранжевой системой	26
§ 1.3. Стабилизация вращательного движения твердого тела	30
§ 1.4. Стабилизация программных положений управляемой механической системы без измерения скоростей	33
Выводы по первой главе	45
ГЛАВА II. НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕГУЛЯТОРЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ В УПРАВЛЕНИИ МНОГОЗВЕННЫМИ РОБОТАМИ-МАНИПУЛЯТОРАМИ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ И ПРИЗМАТИЧЕСКИМИ ШАРНИРАМИ	47
§ 2.1. Математическая модель нелинейного регулятора с интегральной составляющей в структуре обратной связи	48
§ 2.2. Отслеживание траектории манипулятора в случае достаточных сил вязкого трения	52
§ 2.3. Отслеживание траектории манипулятора управлением с интегральной составляющей в структуре обратной связи по всем фазовым переменным	57
§ 2.4. Структура обратной связи при отсутствии сил вязкого трения без измерения скоростей	60
Выводы по второй главе	67
ГЛАВА III. РАЗРАБОТАННЫЙ КОМПЛЕКС ПРОБЛЕМНО- ОРИЕНТИРОВАННЫХ ПРОГРАММ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЙ ТРЕХЗВЕННОГО И ШЕСТИЗВЕННОГО РОБОТОВ- МАНИПУЛЯТОРОВ	69

§ 3.1. Численный метод и комплекс программ математического моделирования процесса управления роботами-манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами	70
§ 3.2. Математическая модель трехзвенного индустриального манипулятора	80
§ 3.3. Модель управления в задаче о стабилизации программного установившегося движения манипулятора в пространстве	83
§ 3.4. Решение задачи глобального отслеживания траектории	88
§ 3.5. Отслеживание траектории шестизвенного робота-манипулятора	89
Выводы по третьей главе	102
Заключение	104
Литература	106
Приложение 1	117

ВВЕДЕНИЕ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Одним из важных направлений интенсивного развития роботизированного производства является широкое применение управляемых механических систем, в том числе, многозвенных роботов-манипуляторов. Это развитие сопровождается повышением требований к универсальности, точности, надежности, энергозатратности и другим факторам эффективности структуры управления такими системами. Актуальной является разработка структур управления многозвенными роботами-манипуляторами с учетом меньшей энергозатратности, неполноты измерений состояния объекта, запаздывания в обратной связи и других факторов.

Степень разработанности темы исследований. Математические модели многих современных механических систем представляют собой нелинейные системы дифференциальных уравнений высокой размерности. Один из подходов к построению структуры управления такими системами связан с идеей декомпозиции. Декомпозиция позволяет свести исследование модели сложной системы к исследованию моделей подсистем меньшей размерности или более простой структуры.

Основной подход к идее декомпозиции для решения задач управления механическими системами, в том числе, роботов-манипуляторов, широко представлен работами научных школ Е. С. Пятницкого [15, 16, 17] и Ф. Л. Черноусько [2, 3, 20]. Он состоит в том, что для управляемых механических систем специальный выбор управления может привести возмущенное движение системы в программное движение при режиме полной компенсации динамического взаимовлияния между подсистемами, т. е. при режиме декомпозиции. Решение таких задач достигается при помощи релейных или кусочно-непрерывных управлений. Функционирование декомпозированной системы происходит в скользящем режиме, который

характеризуется тем, что движение системы происходит вдоль поверхности переключения управления и сопровождается частыми переключениями управления. Обоснованные по этому принципу кусочно-непрерывные и релейные законы управления обладают рядом преимуществ, таких, как простота реализации, возможность достижения цели управления за конечное время и т. д. Но на практике эти законы обнаруживают ряд недостатков, к которым, в частности, относятся: значительные энергетические потери, обусловленные использованием максимальных по модулю значений управляющих воздействий; а также высокочастотные колебания компонент вектора состояния системы, которые приводят к нежелательным вибрациям механических элементов систем управления. Это обусловлено тем, что вследствие несовершенства устройств переключения управления и наличия запаздывания в структуре обратной связи при движении системы в скользящем режиме возникают биения (чаттер), сопровождающиеся быстрыми переключениями управления, что и приводит к возникновению высокочастотной не моделируемой динамики в системе [58].

Имеются значительные теоретические и практические сложности в разработке непрерывных моделей управления роботами-манипуляторами, удовлетворяющих факторам неполного измерения состояния, неизвестности массоинерционных и других параметров системы, учета положительного влияния неуправляемых сил, дефицита управляющих воздействий, неполноты измерения фазовых координат, минимизации энергозатрат на управление, учета запаздывания в структуре обратной связи и других факторов.

Проведенный анализ работ в этом направлении показывает, что целый ряд результатов посвящен задачам об устойчивости и стабилизации установившихся движений роботов-манипуляторов и других управляемых механических систем. При этом, эффективным способом реализации управления являлось построение структуры управляемых сил в соответствии с классической классификацией структуры действующих сил [10, 11, 62]. В

начале интенсивного развития робототехники в начале 1980-х годов в наибольшей степени это направление проявилось в разработках по применению пропорционально-дифференциальных (ПД-) регуляторов. В пионерских работах [81, 85, 86, 90] предложены различные типы схем управления для достижения свойства глобальной асимптотической устойчивости для опорной траектории манипуляторов. В работах [75, 77] спроектирован так называемый «ПД+» контроллер, который представляет собой ПД- контроллер плюс вариация вычисленного крутящего момента. Эта схема управления основана на известном методе линеаризации обратной связью [47]. В работе [78] на основе полуопределенной функции Ляпунова был предложен закон управления с изменяющимися по времени коэффициентами обратной связи. Такая схема управления имеет простую структуру с явными нижними границами для коэффициентов управления. В работах [74, 75] доказано свойство равномерной глобальной асимптотической устойчивости для опорной траектории манипуляторов с использованием ПД управления с вычисляемым моментом. Расширение закона управления «ПД+» до «ПД с насыщением плюс вычисленный крутящий момент» было предложено в работе [33] для решения проблемы глобального отслеживания траектории для манипуляторов роботов с насыщением входных сигналов. В работе [87] предложена схема управления: «ПД-регулятор плюс управление на основе скользящих режимов» для решения задачи робастного управления. В работах [72, 74] предложен ПД закон управления плюс вычисляемый крутящий момент для решения задачи глобального управления роботизированных систем с ограниченными постоянными возмущениями на основе метода линеаризации обратной связи. К числу недостатков разработанных в этих работах законов управления манипуляторами является их зависящая от параметров динамики сложная структура, что в немалой степени вызвано использованием широко известных методов теории устойчивости движений систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Применение цилиндрического фазового

пространства с построением соответствующих нелинейных регуляторов позволяет улучшить достижимость полуглобальной стабилизации программных движений манипуляторов с цилиндрическими шарнирами в плане использования ограниченного управления и уменьшения энергозатратности на него [34].

Определенным недостатком применяемых ПД-контролеров является тот факт, что они плохо справляются с устранением малых отклонений состояния процесса от контрольной точки. Они могут обеспечивать малую, но не нулевую погрешность, то есть просто удерживают процесс недалеко от контрольной точки, что связано с принципом работы контроллера [83].

Возникла идея добавления в структуру управления интегральной составляющей, с большим успехом впервые примененная в работах [43, 44, 59] для стабилизации заданного положения робота-манипулятора с компенсацией действия сил тяжести в его программном положении. Новый тип регуляторов получил название пропорционально-интегро-дифференциальных, (иначе называемых, пропорционально-интегро-дифференцирующих), кратко, ПИД-регуляторов.

Пропорционально-интегро-дифференцирующие (ПИД-) регуляторы получили широкое распространение в управлении техническими, в том числе, механическими системами. Такие регуляторы используются в 90–95% контуров управления [92], их структура компактна и проста, они позволяют достичь цели для большинства манипуляционных роботов.

Однако применение ПИД-регуляторов имеет свои недостатки. Для ряда известных ПИД-регуляторов изменение цели управления или параметров объекта управления, вообще говоря, требует новой настройки коэффициентов регулятора. Появились справочники по применению ПИД-регуляторов из-за недостатков также их автоматизированной настройки [73]. Как отмечено в монографии [16], многие разработанные законы управления по своей специфике не являются универсальными, а именно, предназначены для стабилизации только одного режима движения управляемого объекта.

Это связано, в основном, с теми же причинами, указанными выше для ПД-регуляторов.

Если процесс очень медленный, для компенсации ошибки может потребоваться много времени, даже при значительном воздействии интегральной составляющей. Также если установлен слишком большой коэффициент подстройки, контроллер будет излишне компенсировать отрицательное отклонение, что приведет к даже большему положительному отклонению [83]. Поэтому разработка и использование ПИД-регуляторов является предметом многочисленных исследований уже на протяжении 40 лет. Эти исследования посвящены повышению эффективности ПИД-управления путем различной реализации дифференцирующей части регулятора, а также борьбой с насыщением интегральной составляющей. Основные исследования по развитию типов ПИД-регулятора применительно к манипуляторам были направлены на обоснование нелинейных составляющих регулятора с целью достижения полуглобальной и глобальной стабилизации программного положения манипулятора, как управляемой голономной механической системы с ограниченным управлением [22, 23, 24, 25, 30, 47, 49, 66, 67, 68, 84, 89, 93 и др].

При этом все методы исследования задач о применении ПИД-регуляторов основаны на введении дополнительных дифференциальных уравнений, построении функций Ляпунова с использованием классических теорем Ляпунова, Барбашина-Красовского, Ла-Салля [18]. В работе [32] представлены существенные изменения структуры ПИД-регуляторов для применения в управлении движениями механических систем. Изменения состоят в учете динамики объекта, применении нелинейных зависимостей от его координат и новых типов интегральных составляющих. Такие регуляторы могут быть классифицированы как нелинейные регуляторы с интегральной составляющей. Развитие этого направления в моделировании структуры управления роботов-манипуляторов на основе таких регуляторов, в том числе, с учетом запаздывания, представляется актуальной задачей.

В начале 1990-х годов в связи с интенсивным развитием робототехники возник интерес к задаче построения управления движением без измерения скоростей.

Важность и актуальность задачи по построению управления, обеспечивающего стабилизацию движений управляемых механических систем без измерения скоростей, состоит в отсутствии необходимости применения датчиков скоростей, установка которых является неэффективной из-за зашумленности измеряемых сигналов и значительного повышения стоимости управляемой системы [9, 48, 50]. Среди различных подходов к решению задачи по построению управления, обеспечивающего стабилизацию движений управляемых механических систем без измерения скоростей отметим работу [51] по применению численного дифференцирования, работы [71, 76, 88], с использованием наблюдателей для оценки скоростей, работы [27, 52, 64, 65, 69, 79] с применением фильтров первого порядка, работу [60, 63, 70, 91] на основе адаптивного управления. Основным математическим аппаратом исследования в этих работах являлся прямой метод Ляпунова с подбором функции Ляпунова, удовлетворяющей условиям теорем Ляпунова об асимптотической устойчивости для неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений [7, 18]. В работах [28, 29, 30, 34] представлен новый подход в решении задачи о стабилизации установившихся программных движений голономных механических систем. Этот подход позволяет решать эту задачу без построения динамических фильтров путем обоснования применимости нелинейных регуляторов с интегральной составляющей, исходя из новых результатов по исследованию свойств устойчивости функционально-дифференциальных уравнений посредством функционалов Ляпунова [26, 31].

Актуальной проблемой современной робототехники является запаздывание в структуре обратной связи управления как в части измерения фазовых координат, так в обработке входных сигналов [45,46]. Адекватное

математическое моделирование этого эффекта в управлении возможно лишь на основе функционально-дифференциальных уравнений, а исследование качественных свойств процесса управления в нелинейной постановке возможно лишь на основе прямого метода Ляпунова [53, 54].

На первых этапах развития робототехники трехзвенный манипулятор являлся одним из основных промышленных роботов. В настоящее время такой манипулятор имеет достаточно широкое применение в научных лабораториях, для выполнения простых операций в промышленности, например, при сварке, резке листового металла, а также в качестве составляющего устройства сложных робототехнических систем [56, 57, 61]. В этих работах исследованы различные аспекты и особенности применения пропорционально-интегро-дифференцирующего регулятора (ПИД-регулятор) в зависимости от цели исследуемой конкретной задачи рассмотрены в работах. В работе [56] предложен метод, разработанный на основе преобразования координат, позволяющий достичь глобальной стабилизации нулевого положения равновесия горизонтального трехзвенного манипулятора посредством неполного управления с измерением только его положения. Как отмечается в этой работе регулятор без измерения скорости, не требующий установки датчиков скоростей, снижает стоимость всей структуры управления и позволяет избежать начального влияния на нее, вызванного "шумами" скоростей. Исследования в указанных и в других работах из-за сложности моделирования динамики ограничиваются моделью трехзвенного манипулятора простой («классической») конструкции, а именно, с двумя совпадающими главными центральными моментами инерции звеньев.

Целью диссертационной работы является математическое моделирование структуры управления на основе нелинейных регуляторов многозвенными роботами-манипуляторами с учетом их динамики и различных факторов обратной связи.

Задачами диссертационной работы являются:

- разработка новых моделей структуры управления движениями голономных механических систем с учетом их нелинейной динамики на основе регуляторов с существенно нелинейной интегральной составляющей;
- обоснование новых моделей структуры управления с нелинейной обратной запаздывающей связью роботов-манипуляторов с цилиндрическими и призматическими шарнирами;
- разработка численного метода, алгоритмов и программ численного моделирования процессов управления многозвенными роботами-манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами;
- математическое и численное моделирование процессов стабилизации различного рода программных движений трехзвенного индустриального манипулятора;
- применение новых моделей регуляторов в управлении шестизвенным манипулятором, сконструированным в научно-исследовательском технологическом институте им. С. П. Капицы Ульяновского государственного университета для эксплуатации в дистанционном режиме в горячей камере реактора.

Методы исследования. Модели динамики и структур управления роботами-манипуляторами разработаны на основе методов теоретической механики, качественной теории обыкновенных и функционально-дифференциальных уравнений, теории управления. Алгоритмы и программы численного моделирования процессов управления роботами составлены на основе методов вычислительной математики, математического моделирования, современных технологий научного программирования. Расчеты по моделированию процессов управления многозвенными манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами проводятся при помощи программного комплекса, написанного на языке C++ с использованием методов объектно-ориентированного и структурного программирования.

Положения, выносимые на защиту.

1. Модель управления лагранжевой механической системы с нестационарными голономными связями на основе нелинейных регуляторов с интегральной составляющей наиболее общего вида.
2. Модели управления без измерения скоростей трехзвенным манипулятором классического типа для приведения его в заданное положение или заданное постоянное вращение вокруг вертикально расположенного базового звена.
3. Математические модели управления на основе различных нелинейных регуляторов многозвенными манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами.
4. Численный метод, алгоритмы и программы для численного моделирования процесса управления многозвенными манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами. Соответствующие результаты по моделированию и анализу процессов стабилизации программных движений трехзвенного манипулятора классического типа.
5. Математическая модели динамики трехзвенного индустриального и шестизвенного манипуляторов с результатами математического моделирования процессов управления их программными движениями.

Научная новизна. Все полученные в диссертации результаты являются новыми. Новизна основных результатов заключается в следующем.

1. Впервые в строго нелинейной постановке в задаче о стабилизации положения равновесия лагранжевой механической системы обоснована модель управления с обратной связью, содержащей интегральную составляющую наиболее общего вида. Эффективность модели показана построением управления, обеспечивающего программную ориентацию твердого тела относительно инерциальной и неинерциальной систем координат.
2. На основе нелинейных регуляторов нового типа в нелинейной постановке для многозвенных манипуляторов с цилиндрическими и

призматическими шарнирами разработаны робастные относительно массоинерционных параметров модели управления, учитывающие цилиндричность фазового пространства, положительное действие внешних сил, неполное измерение фазовых координат, запаздывание в структуре обратной связи.

3. Разработан комплекс проблемно-ориентированных программ для численного анализа процессов управления роботами-манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами на основе применения новых типов регуляторов в структуре обратной связи.

4. Разработана модель динамики управляемого движения индустриального трехзвенного манипулятора и проведено численное моделирование процесса стабилизации его программных движений с обоснованными моделями управления.

5. Важным фактором управления шестизвенным манипулятором, функционирующим в дистанционном режиме в горячей камере реактора, является наличие запаздывания в структуре обратной связи. В работе на основе интерпретации натуральных экспериментов представлены соответствующие математические модели управления таким манипулятором.

Теоретическая и практическая значимость работы. Математическое и численное моделирование процесса управления многозвенного манипулятора с цилиндрическими и призматическими шарнирами на основе новых типов нелинейных регуляторов показали их высокую эффективность в части универсальности, возможной неполноты измерения фазовых координат, робастности относительно массоинерционных параметров, по меньшей энергозатратности при глобальной стабилизации программных движений, возможности вычисления допустимого запаздывания в структуре обратной связи. Тем самым, результаты работы могут быть рекомендованы для конструирования и перенастройки структуры управления промышленными многозвенными манипуляторами.

В научно-исследовательском технологическом институте им. С.П. Капицы Ульяновского государственного университета сконструирован шестизвенный манипулятор для эксплуатации в дистанционном режиме в горячей камере реактора. На основе анализа результатов проведенных натурных экспериментов по применению обоснованных моделей управления манипулятором получен соответствующий акт о их внедрении.

Исследования по теме диссертации поддержаны грантом Российского фонда фундаментальных исследований (Аспиранты № 20–31–90120/20), частично Российским научным фондом (проект № 22–71–00062).

Соответствие диссертации паспорту научной специальности.

Содержание диссертации соответствует пунктам «1. Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений», «3. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента». «4. Разработка новых математических методов и алгоритмов интерпретации натурального эксперимента на основе его математической модели» паспорта специальности научной специальности 1.2.2 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» по физико-математическим наукам.

Достоверность и обоснованность результатов обеспечены строгим математическим обоснованием разработанных моделей управления многозвенными роботами-манипуляторами с анализом их эффективности, строгим обоснованием и корректным применением разработанного численного метода, использованием современных методов разработки алгоритмов, сравнением полученных результатов моделирования по применению новых моделей в управлении

трехзвенным манипулятором с известными результатами, а также использованием при разработке программного комплекса апробированного лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения.

Все теоретические положения подтверждены результатами вычислительных и натуральных экспериментов.

Апробация работы. Основные положения и выводы диссертации были предметом систематического обсуждения на научных семинарах кафедры информационной безопасности и теории управления УлГУ, на ежегодных научно-практических конференциях студентов.

Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих всероссийских и международных конференциях, школах и семинарах:

1-я Международная конференция по системам управления, математическому моделированию, автоматизации и энергоэффективности, СУММА-2019, Липецк, Россия, 20–22 ноября 2019 г.

XIII Всероссийское совещание по проблемам управления, ВСПУ-2019, Москва, 17–20 июня 2019 года.

XV Международная научная конференция "Дифференциальные уравнения и их приложения в математическом моделировании", 15–18 июля 2021 года, Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарёва.

Международная научная конференция по механике "IX ПОЛЯХОВСКИЕ ЧТЕНИЯ". Санкт-Петербург, 09–12 марта 2021 года, Санкт-Петербургский государственный университет.

Научно-техническая конференция «Интегрированные системы управления», 18–19 мая 2021 г., г. Ульяновск. ФНПЦ АО НПО «Марс».

V научная школа «Динамика сложных сетей и их приложений», 13–15 сентября 2021 г., г. Калининград, Россия.

Международная научно-практическая конференция «Цифровые технологии, инновационные идеи и перспективы их применения в сфере производства», 12 июня 2021 года, Андижан, Узбекистан.

XVI Международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого), Россия, Москва, ИПУ РАН, 1–3 июня 2022 г.

X Международная научная молодежная школа-семинар «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» имени Е. В. Воскресенского, Россия, Саранск, МГУ им. Н. П. Огарёва, 14–18 июля 2022 года.

9-я Международная конференция по управлению, принятию решений и информационным технологиям (CoDIT), Рим, Италия, 3–6 июля 2023 г.

Личный вклад автора. В работе [41] автору принадлежит подбор параметров управления классического трехзвенного манипулятора и численное моделирование процесса сходимости возмущенного его движения к программному установившемуся движению. В работах [19, 36] автору принадлежит вывод условий стабилизируемости установившихся движений трехзвенного манипулятора, выбор параметров управления и численное моделирование процессов стабилизации указанных движений управлением без измерения угловых скоростей. В работе [37] автором выполнено численное моделирование процесса управления многозвенным роботом манипулятором с цилиндрическими и призматическим шарнирами. Работа [39] в основном, за исключением учета особенностей моделирования движения лагранжевой механической системы, выполнена автором. В работе [6] автору принадлежит анализ имеющихся работ, моделирование динамики и численное моделирование процесса управления многозвенным манипулятором с учетом запаздывания в структуре обратной связи. В работе [42] автором выполнены исследования по динамике и математическому моделированию процесса управления шестизвенным манипулятором. Работы [12, 13] выполнены автором самостоятельно. В работе [38] автором выполнено численное моделирование процесса управления пятизвенным роботом-манипулятором. Работы [4, 5] в основном, за исключением постановки задачи, выполнены автором. В работе [14] автору принадлежит

вывод уравнений управляемого движения индустриального трехзвенного манипулятора с обоснованной структурой управления, разработка численного метода решения этих уравнений с учетом исключительных особенностей вычислительного моделирования. Результаты вычислительных экспериментов по моделированию процессов управления роботами-манипуляторами в работах [5, 6, 8, 12, 13, 14, 36, 37, 38, 39, 41, 42] принадлежат автору. Более двух трети выполненных исследований принадлежит соискателю лично.

Публикации. Результаты исследования опубликованы в 14 печатных работах, в том числе, семь статей проиндексированы в международной системе цитирования Scopus, получено одно свидетельство о регистрации программы для ЭВМ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, разбитых на 13 параграфов, заключения, литературы и приложения. Общий объем диссертации составляет 117 страниц, включая 24 рисунка, 0 таблиц. Основной текст диссертации составляет 105 страниц. Список литературы состоит из 91 наименования.

ГЛАВА 1. О МЕТОДАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ УПРАВЛЯЕМОЙ ГОЛОНОМНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ИНТЕГРАЛЬНОГО ТИПА В УПРАВЛЕНИИ

В первой главе исследуется проблема разработки новых математических методов моделирования структуры управления роботоманипуляторов, имеющих цилиндрические шарниры. Моделирование динамики таких роботов наиболее адекватно проводить в цилиндрическом фазовом пространстве. При таком подходе достигается эффект полуглобальной стабилизации движений манипуляторов при уменьшении энергозатратности на управляющие воздействия.

Применение регуляторов с нелинейной интегральной составляющей приводит к необходимости моделирования на основе функционально-дифференциальных уравнений с правой частью, периодической по части зависимых координат. В § 1.1 излагаются использованные в диссертации результаты работ [32, 35] по развитию метода функционалов Ляпунова в исследовании предельных свойств решений указанных уравнений.

В последнее время активной областью исследований по разработке структуры управления механических систем является задача о применении в обратной связи управления нелинейных регуляторов с интегральными составляющими. В § 1.2 излагаются результаты применения утверждений § 1.1 для обоснования такой структуры с наиболее общей формой нелинейной интегральной составляющей. В § 1.3 в качестве приложения результатов §§ 1.1, 1.2 обосновывается построение модели такого управления в задаче об ориентации твердого тела относительно инерциальной и неинерциальной систем координат.

В § 1.4 решается задача об обосновании структуры управления, обеспечивающей стабилизацию установившихся движений голономной механической системы с частью угловых координат. В качестве задачи прикладного характера обосновывается новая модель управления, обеспечивающая стабилизацию установившихся движений трехзвенного манипулятора.

§ 1.1. Развитие метода функционалов Ляпунова для неавтономной системы функционально-дифференциальных уравнений.

В соответствии с работой [26] применим следующие построения.

Пусть R^p – линейное вещественное пространство p -векторов x с некоторой нормой $|x|$; пусть $h_0 > 0$ – какое-то вещественное число; пусть C – банахово пространство непрерывных функций $\varphi: [-h_0, 0] \rightarrow R^p$ с нормой

$$\|\varphi\| = \max(|\varphi(s)|, -h_0 \leq s \leq 0).$$

Для каждого положительного действительного $H, 0 < H < \infty$ обозначим через C_H подмножество C следующим образом: $C_H = \{\varphi \in C: \|\varphi\| \leq H\}$. Для каждой непрерывной функции $x: R \rightarrow R^p$ и каждого $t \in R^+$ функция $x_t \in C$ определяется равенством $x_t(s) = x(t + s), -h_0 \leq s \leq 0$.

Рассмотрим неавтономное функционально-дифференциальное уравнение

$$\dot{x}(t) = f(t, x_t), \tag{1.1.1}$$

где $\dot{x}(t)$ – верхняя правая производная, $f: R \times C \rightarrow R^p$ – непрерывная функция, удовлетворяющая при каждом $H, 0 < H < \infty$, условиям

$$\begin{aligned}
|f(t, \varphi)| &\leq m(H), \\
|f(t_2, \varphi^{(2)}) - f(t_1, \varphi^{(1)})| &\leq L(H)(|t_2 - t_1| + \\
&\quad + \|\varphi^{(2)} - \varphi^{(1)}\|) \\
\forall(t, \varphi), (t_1, \varphi^{(1)}), (t_2, \varphi^{(2)}) &\in \mathbb{R} \times C_H.
\end{aligned} \tag{1.1.2}$$

При выполнении условий (1.1.2) для любой начальной точки $(\alpha, \varphi) \in \mathbb{R} \times C$ существует единственное решение $x = x(t, \alpha, \varphi)$ из (1.1.1), $x_t(\alpha, \varphi) = \varphi$, определенное на некотором интервале $[\alpha - h_0, \beta)$, $\beta > \alpha$.

Пусть r_n – некоторая монотонно возрастающая последовательность, $0 < r_1 < r_2 < \dots < r_n < \dots, r_n \rightarrow \infty$ при $n \rightarrow \infty$.

Для каждого числа r_n обозначим через $K_n \subset C$ множество функций $\varphi \in C$, таких как

$$|\varphi(s)| \leq r_n, |\varphi(s_2) - \varphi(s_1)| \leq m(r_n)|s_2 - s_1|$$

для всех $s, s_1, s_2 \in [-h_0, 0]$.

Заметим, что множества $K_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ компактны. Определим множество

$$D = \bigcup_{n=1}^{\infty} K_n.$$

Утверждение 1.1.1 [26]. Если $x = x(t, \alpha, \varphi)$ является решением (1.1.1), определенным и ограниченным на интервале $[\alpha - h_0, \infty)$, то $x_t(\alpha, \varphi) \in D$ для всех $t \in [\alpha + h_0, \infty)$. В частности, если $\varphi \in D$, то $x_t(\alpha, \varphi) \in D$ для всех $t \in [\alpha, \beta)$.

Пусть F – множество всех непрерывных функций $f: \mathbb{R} \times D \rightarrow \mathbb{R}^p$. Определим сходимость в F по компактно-открытой топологии [26]; а именно, последовательность $\{f_n \in F\}$ сходится к $f \in F$, если для каждого компакта $K \subset \mathbb{R} \times D$ и для каждого $\varepsilon > 0$ выполняется следующая оценка:

$|f_n(t, \varphi) - f(t, \varphi)| < \varepsilon$ для всех $n \geq N(\varepsilon)$ и $(t, \varphi) \in K$. Эта сходимость метризуема.

Утверждение 1.1.2 [26]. Пусть функция $f: R \times \Gamma \rightarrow R^p$ удовлетворяет условиям типа (1.1.2). Тогда семейство сдвигов $\{f_\tau(t, \varphi) = f(\tau + t, \varphi), \tau \in R^+\}$ функции f предкомпактно в F .

Определение 1.1.1 [26]. Для правой части f уравнения (1.1.1) обозначим через $G(f)$ замыкание множества $\{f_\tau(t, \varphi)\}$. Совокупность уравнений

$$\dot{x}(t) = f^*(t, x_t), f^* \in G(f) \quad (1.1.3)$$

образует семейство предельных уравнений для (1.1.1) [6].

Заметим, что в силу условий (1.1.2) каждая функция $f^* \in G(f)$ удовлетворяет условиям (1.1.2). Следовательно, решение $x = x^*(t, 0, \varphi)$ каждого уравнения (1.1.3) для каждой начальной функции $\varphi \in C$ единственно.

Определение 1.1.2 [26]. Пусть $x = x(t, \alpha, \varphi)$ – решение системы (1.1.1), определенное для всех $t \geq \alpha - h_0$. Множество

$$\omega^+(x(t, \alpha, \varphi)) = \{q \in R^p: \exists t_n \rightarrow \infty: \\ x(t_n, \alpha, \varphi) \rightarrow q \text{ при } n \rightarrow \infty\}$$

называется положительным предельным множеством решения $x(t, \alpha, \varphi)$ в R^p .

Определение 1.1.3. [26]. Множество $M \subset R^p$ называется квазиинвариантным относительно семейства предельных уравнений (1.1.3), если для каждой точки $q \in M$ существует уравнение семейства (1.1.3) с решением $x^*(t)$ этого уравнения таким, что выполняется $x^*(0) = q, x^*(t) \in M$ для всех $t \in (-\infty, +\infty)$.

Теорема 1.1.1 [26]. Пусть $x = x(t, \alpha, \varphi)$ – некоторое решение уравнения (1.1.1), ограниченное для всех $t \geq \alpha - h_0$. Тогда множество $\omega^+(x(t, \alpha, \varphi))$ квазиинвариантно относительно семейства предельных уравнений (1.1.3).

Пусть $V: \mathbb{R}^+ \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$ есть инвариантно дифференцируемый функционал Ляпунова, допускающий вычисление производной в силу уравнения (1.1.1), определяемой равенством

$$\dot{V}(t, \varphi) = \frac{\partial V}{\partial t}(t, \varphi) + \left(\sum_{i=1}^p \frac{\partial V}{\partial \varphi_i}(t, \varphi) \cdot f_i(t, \varphi) \right) + \partial V_\varphi(t, \varphi).$$

Допустим, что производная $\dot{V}(t, \varphi)$ оценивается неравенством

$$\dot{V}(t, \varphi) \leq -W(\varphi(0)) \leq 0, \quad (1.1.4)$$

где $W: \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^+$ является непрерывной функцией.

Теорема 1.1.2 [26]. Предположим, что:

1. Решение $x = x(t, \alpha, \varphi)$ уравнения (1.1.1) ограничено, т. е.

$$|x(t, \alpha, \varphi)| \leq H = \text{const} \quad \forall t \geq \alpha - h_0;$$

2. Существует функционал Ляпунова $V = V(t, \varphi)$ такой, что $V(t, \varphi) \geq \mu \forall (t, \varphi) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{C}_H$, при некотором $\mu = \mu(H)$, производная по времени $\dot{V}(t, \varphi)$ удовлетворяет неравенству (1.1.4).

Тогда $\omega^+(x(t, \alpha, \varphi)) \subset M^*$, где M^* – максимальное квазиинвариантное подмножество множества $\{W(x) = 0\}$.

Предположим, что $f(t, 0) \equiv 0$, поэтому уравнение (1.1.1) имеет нулевое решение $x(t, \alpha, 0) \equiv 0$.

Введем класс \mathcal{K} функций типа Хана $a : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ [18, 55]. Имеет место следующая теорема об асимптотической устойчивости.

Теорема 1.1.3 [26]. Предположим, что:

1) существует функционал Ляпунова $V = V(t, \varphi)$ такой, что

$$\begin{aligned} a_1(|\varphi(0)|) &\leq V(t, \varphi) \leq a_2(\|\varphi\|), \\ \dot{V}(t, \varphi) &\leq -W(\varphi(0)) \leq 0, \end{aligned}$$

где $a_1, a_2 \in \mathcal{K}$;

2) множество $W(x) = 0$ не содержит решений ни одного предельного уравнения (1.1.3), кроме $x = 0$.

Тогда нулевое решение $x = 0$ уравнения (1.1.1) равномерно асимптотически устойчиво. Если $a_1(s) \rightarrow \infty$ при $s \rightarrow \infty$, то решение $x = 0$ уравнения (1.1.1) равномерно глобально асимптотически устойчиво.

В работах [32, 35] проведена модификация представленных выше результатов в случае, когда правая часть (1.1.1) является периодической функцией по части зависимых переменных.

Пусть $x = (y, z)^T = (y_1, y_2, \dots, y_m, z_1, z_2, \dots, z_s)^T$, где $1 \leq m < p, s = p - m$. Здесь и далее в этой главе $(\cdot)^T$ – операция транспонирования, $y \in \mathbb{R}^m$ и $z \in \mathbb{R}^s$. Нормы векторов $y \in \mathbb{R}^m$ и $z \in \mathbb{R}^s$ обозначаются через $|y|$ и $|z|$ соответственно. Выберем векторную норму $x \in \mathbb{R}^p$ в виде $|x| = |y| + |z|$.

Пусть $C_{(m)}$ и $C_{(s)}$ – пространства непрерывных функций $\psi: [-h_0, 0] \rightarrow \mathbb{R}^m$ и $\theta: [-h_0, 0] \rightarrow \mathbb{R}^s$ в соответствии с нормами $\|\psi\| = \max(|\psi(s)|, -h_0 \leq s \leq 0)$ и $\|\theta\| = \max(|\theta(s)|, -h_0 \leq s \leq 0)$. Обозначим через $\|\varphi\|$ следующую норму:

$$\|\varphi\| = \|\psi\| + \|\theta\|.$$

Предполагается, что для всех $(t, \varphi) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{C}$ выполняется следующее равенство $f(t, \psi + 2\pi 1_m, \theta) = f(t, \psi, \theta)$, где $\psi + 2\pi 1_m = (\psi_1 + 2\pi, \psi_2 + 2\pi, \dots, \psi_m + 2\pi)^T$. Тогда решения $x = x(t, \alpha, \varphi)$ системы (1.1.1) можно определить в пространстве $\mathbb{T}^m \times \mathbb{R}^s$, где $\mathbb{T}^m = \{y \in \mathbb{R}^m: -\pi \leq y_j < \pi, j = 1, 2, \dots, m\}$.

Вводится следующее определение положительного предельного множества $\omega^+(x(t, \alpha, \varphi))$ решения $x = x(t, \alpha, \varphi)$ системы (1.1.1) в пространстве $\mathbb{T}^m \times \mathbb{R}^s$.

Определение 1.1.4 [36]. Точка $q^T = (q^{(1)}, q^{(2)})^T, q \in \mathbb{T}^m \times \mathbb{R}^s$ называется предельной для $x = x(t, \alpha, \varphi)$, если существуют последовательность $t_k \rightarrow \infty$ и последовательность $L^{(k)} = (l_1^{(k)}, l_2^{(k)}, \dots, l_m^{(k)})^T, l_j^{(k)} \in \mathbb{Z}, j = 1, 2, \dots, m$, такие, что $(y(t_k, \alpha, \varphi) - 2\pi L^{(k)}) \rightarrow q^{(1)}$ и $z(t_k, \alpha, \varphi) \rightarrow q^{(2)}$ при $k \rightarrow \infty$.

Доказываются следующие утверждения.

Утверждение 1.1.3[36]. Пусть $x = x(t, \alpha, \varphi)$ – решение уравнения (1.1.1), ограниченное по z , а именно, существует положительное вещественное H такое, что $\|z(t, \alpha, \varphi)\| \leq H_2 = \text{const}$ для всех $t \geq \alpha$. Тогда множество $\omega(x(t, \alpha, \varphi))$ связно, компактно и квазиинвариантно относительно семейства предельных уравнений (1.1.3).

Утверждение 1.1.4[36]. Пусть можно найти функционал Ляпунова $V = V(t, \varphi)$ такой, что:

1. $\exists k \in \mathbb{N}: V(t, \psi + 2\pi k 1_m, \theta) = V(t, \psi, \theta); \quad V(t, \psi, \theta) \geq a(\|\theta\|) \geq \forall(t, \psi, \theta) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{C}_{(m)} \times \mathbb{C}_{(s)}, a(\|\theta\|) \rightarrow \infty$ при $\|\theta\| \rightarrow \infty$;

2. производная $\dot{V}(t, \varphi)$ удовлетворяет соотношению (1.1.4), где функция W такова, что $W(y + 2\pi 1_m, z) = W(y, z)$ для всех $(y, z) \in T^m \times R^s$.

Тогда для решения $x = x(t, \alpha, \varphi)$ уравнения (1.1.1) выполняется следующее $\omega^+(x(t, \alpha, \varphi)) \subset M$, где M – максимально квазиинвариантное подмножество множества $E = \{(y, z) \in T^m \times R^s : W(y, z) = 0\}$.

Пусть $f(t, 0) \equiv 0$. Тогда система (1.1.1) имеет следующее множество всех точек равновесия

$$\{\psi(s) = 2\pi k, \theta(s) = 0, k = (k_1, k_2, \dots, k_m)^T \in Z^m\} \quad (1.1.5)$$

Предположим, что на множестве функций $\{\psi(s) = y^{(0)}, \theta(s) = z^{(0)}, y^{(0)} \in T^m, z^{(0)} \in R^s, \|y^{(0)}\| + \|z^{(0)}\| = \varepsilon > 0\} \quad \forall t \in R$ выполняется следующее неравенство $\|f(t, y, z)\| \geq \delta(\varepsilon) > 0$.

Тогда уравнение (1.1.1), а также предельные уравнения (1.1.3) не могут иметь положений равновесия, отличных от положений равновесия (1.1.5).

Утверждение 1.1.5 [36]. Пусть можно найти функционал Ляпунова $V = V(t, \varphi)$ такой, что:

1. $V(t, \psi + 2\pi 1_m, \theta) = V(t, \psi, \theta) \quad \forall (t, \psi, \theta) \in R \times C$;
2. $a_1(|\varphi(0)|) \leq V(t, \varphi) \leq a_2(\|\varphi\|) \quad \forall \varphi \in \|\varphi\| < \delta, \delta > 0$;
3. $V(t, \psi + 4\pi 1_m, \theta) \geq a_3(\|\theta\|) \quad \forall (t, \psi, \theta) \in R^+ \times C_{(m)} \times C_{(s)}$,
 $a_3(\|\theta\|) \rightarrow \infty$ при $\|\theta\| \rightarrow \infty$;
4. Производная $\dot{V}(t, \varphi)$ удовлетворяет неравенству (1.4), где функция $W = W(x)$ равна 2π – периодическая по y , т. е. $W(y + 2\pi 1_m, z) = W(y, z)$;
5. Множество $W(x) = 0$ не содержит решений предельных систем (1.1.3), кроме (1.1.6).

Тогда множество положений равновесия $\{x \in \mathbb{R}^n: y = 4\pi k, k \in \mathbb{Z}^m, z = 0\}$ системы (1.1.1) является равномерно асимптотически устойчивым. Соответственно, множество положений равновесия (1.1.5) является глобально притягивающим.

§ 1.2. Нелинейное управление лагранжевой системой.

Рассмотрим управляемую систему, положение которой определяется n обобщенными координатами, а движение описывается уравнениями Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = -F\dot{q} + U, \quad (1.2.1)$$

где $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$ – вектор обобщенных координат, $\dot{q} = dq/dt$, $L = L_2 + L_1 + L_0$ – функция Лагранжа, $2L_2 = \dot{q}^T A(t, q)\dot{q}$, $L_1 = \dot{q}^T B(q)$, $L_0 = L_0(t, q)$, $A \in C^2(\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n})$ – матрица инерции, $B \in C^2(\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n)$, $L_0 \in C^2(\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n)$, $F \in C^1(\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n)$ – матрица диссипативно-ускоряющих и гироскопических сил, U – управляющие силы (здесь и далее символ $(\cdot)^T$ обозначает операцию транспонирования, $\|q\|^2 = q_1^2 + q_2^2 + \dots + q_n^2$).

Предположим, что матрица инерции $A = A(t, q)$ невырождена и ограничена,

$$a_0 \|\dot{q}\|^2 \leq \dot{q}^T A(t, q)\dot{q} \leq a_1 \|\dot{q}\|^2 \quad \forall (t, q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^+ \times \{\|q\| \leq H = \text{const} > 0\} \times \mathbb{R}^n; \quad a_0, a_1 - \text{const} > 0.$$

Предположим также, что все необходимые частные производные функций $A = A(t, q)$, $B = B(q)$ и $L_0 = L_0(t, q)$ ограничены в каждой области $\mathbb{R}^+ \times \{\|q\| \leq H = \text{const} > 0\}$ в зависимости от постоянной H .

Допустим, что $\partial L_0(t, q)/\partial q = 0$, если $q = 0$. Итак, если $U = 0$, то система (1.2.1) имеет нулевое положение равновесия

$$\dot{q} = q = 0 \quad (1.2.2)$$

Рассмотрим задачу стабилизации положения (1.2.2) под действием нелинейного регулятора вида

$$U = -\frac{\partial \Pi(t, q)}{\partial q} - D(t, q)\dot{q} - \left(\frac{\partial f_1(q)}{\partial q}\right)^T \int_{t-h_1(t)}^t g_1(\tau, t) f_1(q(\tau)) d\tau + \left(\frac{\partial f_2(q)}{\partial q}\right)^T \int_{t-h_2(t)}^t g_2(\tau, t) f_2(q(\tau)) d\tau, \quad (1.2.3)$$

составляющие которого таковы, что:

1. Матрица $D \in C^1(R^+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n})$;
2. Потенциальная функция $\Pi_0 \in C^2(R^+ \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R})$
3. Векторные функции $f_1, f_2 \in C^1(\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n)$, при этом

$$\left\| \frac{\partial f_1(q)}{\partial q} \right\| \leq \mu_0 = \text{const} \quad \forall q \in \mathbb{R}^n; \quad x^T \frac{\partial f_1(q)}{\partial q} x \leq \mu_0 \|x\|^2 \quad \forall q, x \in \mathbb{R}^n;$$

уравнение $f_2(q) = c_0 = \text{const}$ имеет конечное число решений $q = q(C_0)$ в каждой конечной области $\{q \in \mathbb{R}^n: \|q\| \leq H, 0 < H < \infty\}$;

4. Скалярные функции g_1, g_2, h_1, h_2 являются положительными

$$g_1, g_2 \in C^1([-h_0, +\infty) \times R^+ \rightarrow [\mu_1, \mu_2]), 0 < \mu_1 < \mu_2$$

$$h_1, h_2 \in C^1(R^+ \rightarrow [h_{00}, h_0]), \frac{dh_j}{dt} \leq 1 - \varepsilon_0 \quad (h_{00}, h_0, \varepsilon_0 - \text{const} > 0).$$

Преобразуем третье слагаемое выражения (1.2.3) для управления U

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\partial f_1(q)}{\partial q} \right)^T \int_{t-h_1(t)}^t g_1(\tau, t) f_1(q(\tau)) d\tau = \left(\frac{\partial f_1(q)}{\partial q} \right)^T \int_{t-h_1(t)}^t g_1(\tau, t) \\
& \quad \times \left(f_1(q(t)) - \int_{\tau}^t \frac{\partial f_1(q(s))}{\partial q} \dot{q}(s) ds \right) d\tau = \\
& = g_{11}(t) \left(\frac{\partial f_1(q)}{\partial q} \right)^T f_1(q(t)) - \left(\frac{\partial f_1(q)}{\partial q} \right)^T \int_{t-h_1(t)}^t g_{12}(s, t) \frac{\partial f_1(q(s))}{\partial q} \dot{q}(s) ds, \\
& \quad g_{11}(t) = \int_{t-h_1(t)}^t g_1(\tau, t) d\tau, \quad g_{12}(s, t) = \int_{t-h_1(t)}^t g_1(\tau, t) d\tau.
\end{aligned} \tag{1.2.4}$$

Выберем функционал Ляпунова в виде

$$\begin{aligned}
V = & L_2 + S(t, q) + \frac{\mu_3}{2} \int_{t-h_0}^t \left(\int_s^t \|\dot{q}(\tau)\|^2 d\tau \right) ds + \\
& + \frac{1}{2} \int_{t-h_2(t)}^t g_2(\tau, t) \|f_2(q(t)) - f_2(q(\tau))\|^2 d\tau,
\end{aligned} \tag{1.2.5}$$

где

$$\begin{aligned}
S(t, q) = & \Pi_0(t, q) - L_0(t, q) + \frac{1}{2} g_{11}(t) \|f_1(q)\|^2 + \frac{1}{2} g_{21}(t) \|f_2(q)\|^2, \\
g_{21}(t) = & \int_{t-h_2(t)}^t g_2(t, \tau) d\tau, \quad \mu_3 = \mu_0 \sqrt{g_0 h_0}.
\end{aligned}$$

Для производной \dot{V} функционала (1.2.5) согласно уравнениям (1.2.1) с учетом принятых условий можно получить оценку

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & \dot{q}^T \left(\frac{1}{2} \frac{\partial A(t, q)}{\partial t} - F(t, q) - D(t, q) - \frac{\mu_3}{h_0} E \right) \dot{q} + \\
& + \frac{\partial S(t, q)}{\partial t} + \int_{t-h_2(t)}^t \frac{\partial g_2(t, \tau)}{\partial t} \|f_2(q(t)) - f_2(q(\tau))\|^2 d\tau.
\end{aligned} \tag{1.2.6}$$

Дополним условия 4 следующими

$$\frac{\partial S(t, q)}{\partial t} \leq 0$$

$$\dot{q}^T \left(\frac{1}{2} \frac{\partial A(t, q)}{\partial t} - F(t, q) - D(t, q) - \frac{\mu_3}{h_0} E \right) \dot{q} \leq -k(t) \|\dot{q}\|^2 \leq 0 \quad (1.2.7)$$

$$\frac{\partial g_2(t, \tau)}{\partial t} \leq -g_2^{(0)}(t) \leq 0, k^2(t) + \left(g_2^{(0)}(t) \right)^2 \geq k_0 > 0$$

$$k(t) \leq k_0, g_2^{(0)}(t) \leq g_{20} \quad \forall t \in R^+$$

$$k(t) \geq k_1 > 0 \quad \forall t \in \sigma_1, \quad g_2^{(0)}(t) \geq g_{21} > 0 \quad \forall t \in \sigma_2,$$

$$\sigma_1 = \{t \in R^+ : t_i \leq t \leq t_i + T_0, t_i \rightarrow \infty, T_0 > 0\}$$

$$\sigma_2 = \{t \in R^+ : t_j \leq t \leq t_j + 2h_{00}, t_j \rightarrow \infty\},$$

$$\sigma_1 \cup \sigma_2 = R^+$$

Тогда для производной \dot{V} можно получить

$$\dot{V} \leq -W(\dot{q}(t), q_t(s)) \leq 0 \quad (q_t(s) = q(t+s), -h_0 \leq s \leq 0).$$

Заметим, что множество $W = 0$ содержит только движения системы (1.2.1), (1.2.3) для которых $\{\dot{q}(t) = 0, q(t) = q^{(0)} = \text{const}\}$. При условии, что

$$\|\partial S(t, q) / \partial q\| \geq S_0(q) \quad \forall (t, q) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^n$$

такие движения системы (1.2.1), (1.2.3) могут быть движениями только на множестве $\{S_0(q) = 0\}$, соответственно, $S_0(q^{(0)}) = 0$.

Система (1.2.1), (1.2.3) предкомпактна из-за наложенных условий, а предельные уравнения аналогичны (1.2.1), (1.2.3) и имеют аналогичные свойства [26] в соответствии с построениями § 1.1. На основании Теорем 1.1.2 и 1.1.3 получаем следующие утверждения.

Утверждение 1.2.1. Предположим, что выполнены условия 4 и (1.2.7), а также:

1. $a_1(\|q\|) \leq S(t, q) \leq a_2(\|q\|) \quad \forall (t, q) \in \mathbb{R}^+ \times \{q \in \mathbb{R}^n : \|q\| < H = \text{const}\}$;
2. $S_0(q) = 0 \Leftrightarrow q = 0$.

Тогда закон управления (1.2.3) решает задачу о равномерной стабилизации положения равновесия (1.2.2).

Утверждение 1.2.2. Если условие 1 Утверждения 1.2.1 выполнено при $H = \infty$, при этом $a_1(\alpha) \rightarrow \infty$ когда $\alpha \rightarrow \infty$, то имеет место глобальная равномерная стабилизация положения равновесия (1.2.2).

Утверждение 1.2.3. Если в Утверждении 1.2.1 условие 2 заменить следующим:

2) множество $\{S_0(q) = 0\}$ состоит из конечного числа точек области $\{q \in \mathbb{R}^n: \|q\| < H = \text{const}\}$, то дополнительно получаем, что каждое ограниченное движение системы (1.2.1), (1.2.3) неограниченно приближается к одному из положений равновесия $\dot{q} = 0, q = q^{(0)} = \text{const}$ при $t \rightarrow \infty$.

§ 1.3. Стабилизация вращательного движения твердого тела.

Выберем уравнения управляемого вращательного движения твердого тела с неподвижной точкой в виде динамических уравнений Эйлера [16]

$$I \frac{d\bar{\omega}}{dt} + (\bar{\omega} \times I \bar{\omega}) = \bar{M} + \bar{U}, \quad (1.3.1)$$

где I – тензор инерции тела относительно неизменно связанной с телом системы $Oxuz$, O – его неподвижная точка, $\bar{\omega}$ – угловая скорость тела в проекциях на осях Ox, Oy и Oz , \bar{M} – момент внешних сил относительно O , \bar{U} – управляющий момент, $(\bar{a} \times \bar{b})$ – векторное произведение, $(\bar{a} \cdot \bar{b})$ – скалярное произведение.

Предположим, что крутящий момент \bar{M} пропорционален угловой скорости тела, т. е.

$$\bar{M} = -F(t)\bar{\omega}, \quad F(t) = (f_{jk}(t)), \quad (1.3.2)$$

где $\|F(t)\| = \max(|f_{jk}(t)|) \leq f_0 = \text{const } \forall j, k = 1, 2, 3; t \in \mathbb{R}^+$.

Пусть $O\xi\eta\zeta$ – инерциальная система координат. Пусть также \bar{e}_1, \bar{e}_2 и \bar{e}_3 – единичные векторы, соответствующие осям $O\xi, O\eta$ и $O\zeta$; и пусть n_1, n_2 и n_3 – орты, соответствующие осям Ox, Oy и Oz .

Дополним динамические уравнения (1.3.1) кинематическими [16]

$$\frac{d\bar{e}_k}{dt} = -(\bar{\omega} \times \bar{e}_k) \quad (k = 1, 2, 3). \quad (1.3.3)$$

Рассмотрим следующие задачи.

Задача 1.3.1. Задача состоит в том, чтобы определить управляющий момент \bar{U} , обеспечивающий стабилизацию положения равновесия тела, при котором тройка $(\bar{n}_1, \bar{n}_2, \bar{n}_3)$ ориентируется по тройке $(\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$.

Пусть $O\alpha\beta\gamma$ – система координат с тройными ортами $(\bar{j}_1, \bar{j}_2, \bar{j}_3)$, вращающимися вокруг точки O с угловой скоростью $\bar{\omega}_0(t)$ относительно инерциальной системы $O\xi\eta\zeta$.

Угловое движение тела вместе с уравнениями (1.3.1) определяется уравнениями [16]

$$\frac{d\bar{j}_k}{dt} = -\left((\bar{\omega} - \bar{\omega}_0(t)) \times \bar{j}_k\right). \quad (1.3.4)$$

Задача 1.3.2. Задача состоит в том, чтобы определить управляющий момент \bar{U} , обеспечивающий стабилизацию положения относительного равновесия тела, при котором тройка ортов $(\bar{n}_1, \bar{n}_2, \bar{n}_3)$ ориентируется тройкой $(\bar{j}_1, \bar{j}_2, \bar{j}_3)$.

Решение Задач 1.3.1 и 1.3.2 можно рассматривать как с мгновенной, так и с запаздывающей обратной связью.

Решение Задачи 1.3.1 с помощью нелинейного регулятора с интегральной составляющей без измерения скорости.

Пусть закон управления имеет вид

$$U = - \sum_{k=1}^2 \mu_k (\bar{e}_k \times \bar{n}_k) - \sum_{k=1}^2 \int_{t-h_1(t)}^t g_2(\tau-t) (\bar{e}_k(\tau) \times \bar{e}_k(\tau)) d\tau \quad (1.3.5)$$

где $g_{2k}(\tau, t), h_1(t)$ удовлетворяют условиям из неравенств (1.2.8) для $g_2(\tau, t)$ и $h_1(t), \mu_1, \mu_2$ – некоторые положительные постоянные, $\mu_1 \neq \mu_2$.

На основании Утверждения 1.2.3 можно найти, что положение равновесия

$$\bar{\omega} = 0, \bar{e}_k = \bar{n}_k, k = 1, 2, 3$$

равномерно асимптотически устойчиво, и каждое движение тела стремится к одному из положений равновесия

$$\bar{\omega} = 0, \bar{e}_k = \pm \bar{n}_k, k = 1, 2, 3$$

при $t \rightarrow \infty$.

Решение задачи 1.3.2 с помощью нелинейного регулятора с полным измерением скоростей и положений.

Пусть закон управления имеет вид

$$U = -d(t) \left(\bar{\omega} - \bar{\omega}_0(t) + \sum_{k=1}^2 \int_{t-h_0}^t g_2(\tau-t) (\bar{J}_k(\tau) \times \bar{n}_k) d\tau \right) \quad (1.3.6)$$

На основании Утверждения 1.2.3 можно найти, что управление (1.3.4) решает Задачу 1.3.2, если выполняется следующее условие

$$\bar{x} \cdot F\bar{x} + d(t) \|\bar{x}\|^2 - \left(\bar{x} \cdot (I\bar{x} \times \bar{\omega}_0(t)) \right) - \sqrt{\frac{g_0}{h_0}} \|\bar{x}\|^2 \geq \varepsilon_0 \|\bar{x}\|^2, \varepsilon_0 > 0.$$

§ 1.4. Стабилизация программных положений управляемой механической системы без измерения скоростей.

Движение управляемой механической системы со стационарными голономными связями, определяемых n обобщенными координатами q_1, q_2, \dots, q_n , описывается уравнениями, видоизменёнными по отношению к (1.2.1):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q + U, \quad (1.4.1)$$

где T – кинетическая энергия системы, Q – обобщенная сила, U – управление. Полагаем, что сила Q представляет собой действие потенциальных, гироскопических и диссипативных сил.

Уравнения (1.4.1) могут быть представлены в виде

$$A(q)\ddot{q} = -C(q, \dot{q})\dot{q} - g(t, q) + Q_d(t, q, \dot{q}) + U, \quad (1.4.2)$$

где $A(q)$ – матрица массо-инерционных параметров системы, $C(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^n$ – вектор кориолисовых и центробежных сил инерции

$$C = (c_{jk}), \quad c_{jk} = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^n \left(\frac{\partial a_{jk}}{\partial q_s} + \frac{\partial a_{sk}}{\partial q_j} - \frac{\partial a_{sj}}{\partial q_k} \right) \dot{q}_s, \quad g(t, q) = \frac{\partial \Pi(t, q)}{\partial q} \quad (1.4.3)$$

$\Pi = \Pi(t, q)$ – потенциальная энергия системы, а Q_d выражает действие гироскопических и диссипативных сил, т. е.

$$Q_d(t, q, 0) \equiv 0, \quad \dot{q}^\top Q_d(t, q, \dot{q})' \leq 0 \quad \forall (t, q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n.$$

Задача 1.4.1. Задача состоит в нахождении без изменений скоростей управления U , обеспечивающего стабилизацию заданной программной позиции

$$\dot{q} = 0, \quad q = q^{(0)} = \text{const.}$$

Решение задачи найдем в виде соотношения

$$U = U^{(0)} + U^{(1)}, \quad U^{(0)}(t) \equiv g(t, q^0) = \frac{\partial \Pi(t, q^{(0)})}{\partial q}, \quad (1.4.4)$$

где составляющая $U^{(0)}(t)$ обеспечивает существование (1.4.3) как заданного положения системы, а управляющее воздействие $U^{(1)}$ – его стабилизацию.

Введем возмущения

$$x = q - q^{(0)}, \quad \dot{x} = \dot{q}.$$

Будем полагать, что часть обобщённых координат являются угловыми. Соответственно координаты $x = x_1, x_2, \dots, x_n$ можно разделить на $x^T = ((x^{(1)})^T (x^{(2)})^T)$, $x^{(1)} \in R^m, x^{(2)} \in R^{n-m} (1 \leq m \leq n)$, где $x^{(1)}$ – вектор угловых координат.

Уравнение возмущённого движения запишем в виде:

$$A^{(1)}(x)\ddot{x} = C^{(1)}(\dot{x}, \dot{x})\dot{x} - g_1(t, x) + Q^{(1)}(t, x, \dot{x}) + U^{(1)}, \quad (1.4.5)$$

$$A^{(1)}(x) = A(q^{(0)} + x), \quad C^{(1)}(x, \dot{x}) = C(q^{(0)} + x, \dot{x}), \\ g_1(t, x) = g(t + x, q^0), \quad Q^{(1)}(t, x, \dot{x}) = Q(t, q^{(0)} + x, \dot{x}).$$

Без ограничения общности примем, что зависимости $A^{(1)}(x)$, $C^{(1)}(x, \dot{x})$, $g_1(t, x) = \frac{\partial \Pi(t, q^{(0)} + x)}{\partial q}$, $Q^{(1)}(t, x, \dot{x})$ являются периодическими по переменным x_1, x_2, \dots, x_m с периодами 2π .

Покажем, что Задача 1.4.1 может быть решена управляющим воздействием вида

$$U^{(1)} = -\frac{\partial \Pi_2(t, x(t))}{\partial x} + \left(\frac{\partial f(x(t))}{\partial x} \right)^T \int_{t-h(t)}^t P(\tau - t) (f(x(\tau)) - c) d\tau, \quad (1.4.6)$$

где $\Pi_2 \in C^2(R^+ \times T^m \times R^{n-m} \rightarrow R)$ есть некоторая потенциальная функция, $f \in C^2(T^m \times R^{n-m} \rightarrow R^n)$ есть векторная функция с уравнением $f(x) = c = c_0 = const$, имеющим в каждой области $T^m \times \{\|x^{(2)}\| \leq H_2 = const\}$ только конечное число решений $x = x(c_0)$, функция $h \in C^1(R^+ \rightarrow [h_{00}, h_0])$, $(0 < h_{00} \leq h_0)$ удовлетворяет неравенству $h_{01} \leq \frac{dh(t)}{dt} \leq 1 - \varepsilon_0 \quad \forall t \in R^+$ ($\varepsilon_0 > 0$), матричная функция $P = diag(p_1, p_2, \dots, p_n)$ является ограниченной и определено положительной с производной $\frac{\partial P(s)}{\partial s}$ также ограниченной и определено положительной.

$$\begin{aligned} \alpha_0 \|x\|^2 &\leq x^T P(s)x \leq \alpha_1 \|\alpha\|^2, \\ \alpha_2 \left\| \left\| x \right\|^2 \right. &\leq x^T \frac{\partial P(s)}{\partial s} x \leq \alpha_3 \left. \left\| \left\| x \right\|^2 \right. \right. \\ &(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2 \alpha_3 - const > 0) \end{aligned} \quad (1.4.7)$$

Введем функцию типа потенциала $S(t, x) = \Pi_1(t, x) + \Pi_2(t, x)$

Относительно этой зависимости предположим, что:

- 1) $S(t, 0) \equiv 0, \partial S(t, 0)/\partial x \equiv 0, \forall t \in R^n$;
- 2) $S(t, x)$ является невозрастающей по времени, т. е.

$$\frac{\partial S(t, x)}{\partial t} \leq 0 \quad \forall (t, x) \in R^+ \times T^m \times R^{n-m};$$

3) При каждом $t \in R^+$ множество $\{x \in T^m \times R^{n-n} : \partial S(t, x) / \partial x \equiv 0\}$ состоит из точек множества $\{x \in T^m \times R^{n-n} : x^{(1)} = x^{(10)} = 2\pi k, k \in Z, x^{(2)} = x^{(20)} = \text{const}\}$, при этом это множество $\{x^{(2)} \in \mathbb{R}^{n-m} : x^{(2)} = x^{(20)}, \|x^{(2)}\| \leq H_2\}$ является конечным для каждого $H_2 \geq 0$.

Утверждение 1.4.1. При выполнении условий (1.4.7) и условий относительно потенциала $S(t, x)$ каждое ограниченное по $x^{(2)}$ возмущенное движение системы (1.4.5) с управляющим воздействием (1.4.6) неограниченно приближается при $t \rightarrow \infty$ к каждому положению равновесия

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 0, \quad x^{(1)} = x^{(20)} = 2\pi k_0, \quad k_0 \in Z, \\ x^{(2)} &= x^{(20)}, \quad (x^{(10)}, x^{(20)}) \in M \end{aligned} \quad (1.4.8)$$

Доказательство. Выберем для системы (1.4.5), (1.4.6) функционал Ляпунова в виде

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} (\dot{x}(t))^T A^{(t)}(x(t)) \dot{x}(t) + S(t, x(t)) + \\ &+ \frac{1}{2} \int_{t-h(t)}^t (f(x(t)) - f(x(\tau)))^T P(t, \tau) (f(x(t)) - f(x(\tau))) d\tau. \end{aligned}$$

Находим, что $V(t, 0) \equiv 0$, $V \geq 0 \quad \forall (t, x(t), \dot{x}(t)) \in R^+ \times R^n \times R^n$.

Производная функционала согласно (1.4.5), (1.4.6) имеет оценку

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \frac{\partial S(t, x(t))}{\partial t} - \frac{1}{2} \int_{t-h(t)}^t (f(x(t)) - f(x(\tau)))^T \frac{\partial P(\tau - t)}{\partial s} (f(x(t)) - \\ &- f(x(\tau))) d\tau \leq -\frac{\alpha_3}{2} \int_{t-h_0}^t \|f(x(t)) - f(x(\tau))\|^2 d\tau \leq -W(x(t)) \\ &\leq 0 \end{aligned} \quad (1.4.9)$$

Из (1.4.9) и из уравнений движения находим, что в силу условия 3 относительно $S = S(t, x)$ множество $\{W(x) = 0\}$ может содержать только положение равновесия (1.4.8). В соответствии с утверждением 1.2.3 имеем требуемый вывод.

Замечание 1.4.1. Одним из вариантов подбора функции $\Pi_2(t, x)$ является функция $2\Pi_2(x) = (f(x(t)))^T f(x(t))$.

Утверждение 1.4.2. В условиях Утверждения 1.4.1 предположим: также: Потенциал $S(t, x)$ является определенно-положительным функцией,

$$S(t, x) \geq a(\|x\|) \text{ для } x \in \{x \in R^n: \|x\| \leq \delta\} \text{ для некоторого числа } \delta > 0;$$

$$1) \text{ Множество } M = \{x \in T^m \times R^{n-m}: x^{(1)} = 2\pi k, k \in Z, x^{(20)} \equiv 0\}.$$

Тогда программная позиция $\dot{x} = x = 0$ является равномерно асимптотически устойчивой. При этом множество положений равновесия $M_0 = \{\dot{x} = 0, x^{(11)} = 4\pi k, k \in Z, x^{(2)} = 0\}$, является полуглобально асимптотически устойчивым, так что любое движение системы (1.4.5) с управляющим воздействием (1.4.6) неограниченно приближается при к одному из положения равновесия

$$x^2 = 0, x^{(1)} = 2\pi k_0, k_0 \in Z, x^{(2)} = 0 \quad (1.4.10)$$

Доказательство. Из условия 1) утверждения следует, что функционал V является определённо положительным, допускающим бесконечно малый высший предел в окрестности $\dot{x} = x = 0$ с производной $\dot{V}^+ \leq 0$. Отсюда следует, что положение $\dot{x} = x = 0$ является равномерно устойчивым. Соответственно равномерно устойчивым является также любое положение $(\dot{x} = 0, x^{(11)} = 4\pi k, k \in Z, x^{(2)} = 0) \in M_0$.

Равномерная асимптотическая устойчивость $\dot{x} = x = 0$ и притяжение движений множеством (1.4.10) следует из Утверждения 1.4.1.

Пример 1.4.1. Рассмотрим задачу о стабилизации установившихся программных движений трехзвенного манипулятора при возможном наличии моментов вязкого трения в шарнирах (см. рис. 1.4.1).

Предположим, что обобщенные координаты $q_1 = \varphi_1$, $q_2 = \varphi_2$ и $q_3 = \varphi_3$ являются угловыми перемещениями шарниров O_1 , O_2 и O_3 соответственно. Динамика манипулятора определяется уравнением (1.4.1).

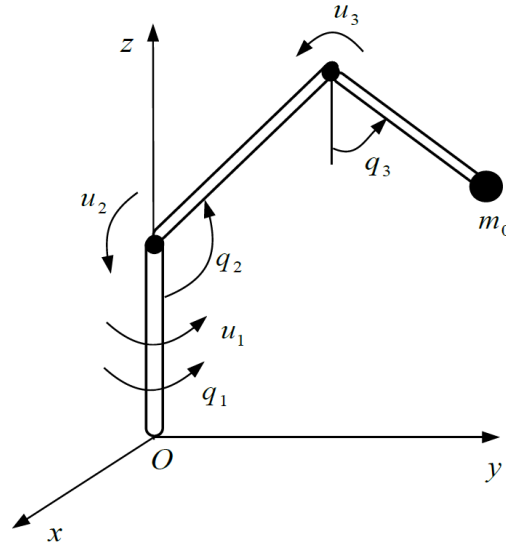


Рис. 1.4.1 – Модель трехзвенной руки робота

Элементы a_{ij} матрицы $A(q)$ таковы:

$$a_{11} = I + m_2 b_2^2 \sin^2(q_2) + \tilde{m}_3 (l_2 \sin(q_2) + b_3 \sin(q_3))^2,$$

$$a_{12} = a_{13} = a_{21} = a_{31} = 0,$$

$$a_{22} = m_2 b_2^2 + m_3 l_2^2 \quad a_{23} = a_{32} = \tilde{m}_3 l_2 b_3 \cos(q_2 - q_3) / 2, \quad a_{33} = \tilde{m}_3 b_3^2.$$

где l_2 – длина второго звена; m_2 и m_3 обозначают массу второго и третьего звена соответственно; m_0 – масса груза; $\tilde{m}_3 = m_0 + m_3$; I – момент инерции первого звена относительно оси его вращения; b_2 и b_3 – расстояния от центров масс второго и третьего звена с подвижным грузом до осей этих звеньев соответственно.

Матрица $C(q, \dot{q})$ имеет следующие компоненты c_{ij} :

$$\begin{aligned}
c_{11} &= (m_2 b_2^2 + \widetilde{m}_3 l_2^2) \sin(2q_2) \dot{q}_2 / 2 \\
&+ \widetilde{m}_3 l_2 b_3 (\sin(q_2) \cos(q_3) \dot{q}_3 + \cos(q_2) \sin(q_3) \dot{q}_2) \\
&+ \widetilde{m}_3 b_3^2 \sin(2q_3) \dot{q}_3 / 2, \quad c_{12} = -c_{21} \\
&= (m_2 b_2^2 + \widetilde{m}_3 l_2^2) \sin(2q_2) \dot{q}_1 / 2 + \widetilde{m}_3 l_2 b_3 \sin(q_3) \cos(q_2) \dot{q}_1, \quad c_{13} \\
&= -c_{31} = \widetilde{m}_3 l_2 b_3 \sin(q_2) \cos(q_3) \dot{q}_1 + \widetilde{m}_3 b_3^2 \sin(2q_3) \dot{q}_1 / 2, \quad c_{22} \\
&= c_{33} = 0, \quad c_{23} = \widetilde{m}_3 l_2 b_3 \sin(q_2 - q_3) \dot{q}_3 / 2, \quad c_{32} \\
&= -\widetilde{m}_3 l_2 b_3 \sin(q_2 - q_3) \dot{q}_2 / 2.
\end{aligned}$$

Вектор $g(q) = (g_1(q), g_2(q), g_3(q))^T$ определяется как:

$$g_1 = 0, \quad g_2 = (m_2 b_2 + \widetilde{m}_3 l_2) g \sin q_2, \quad g_3 = \widetilde{m}_3 b_3 g \sin q_3,$$

где g – постоянная силы тяжести.

Уравнения движения трехзвенного робота-манипулятора имеют вид

$$\begin{aligned}
&(I + m_2 b_2^2 \sin^2 q_2 + \widetilde{m}_3 (l_2 \sin q_2 + b_3 \sin q_3)^2) \ddot{q}_1 + 2(m_2 b_2^2 \sin q_2 \cos q_2 + \\
&\widetilde{m}_3 (l_2 \sin q_2 + b_3 \sin q_3) l_2 \cos q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + 2\widetilde{m}_3 (l_2 \sin q_2 + \\
&b_3 \sin q_3) b_3 \cos q_3 \dot{q}_1 \dot{q}_3 = u_1,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&(m_2 b_2^2 + m_3 l_2^2) \ddot{q}_2 + \frac{1}{2} \widetilde{m}_3 l_2 b_3 \cos(q_2 - q_3) \ddot{q}_3 + \frac{1}{2} \widetilde{m}_3 l_2 b_3 \sin(q_2 - q_3) \dot{q}_3^2 - \\
&(\widetilde{m}_3 (l_2 \sin q_2 + b_3 \sin q_3) l_2 + m_2 b_2^2 \sin q_2) \cos q_2 \dot{q}_1^2 + (m_2 b_2 + \\
&\widetilde{m}_3 l_2) g \sin q_2 = u_2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2} \widetilde{m}_3 l_2 b_3 \cos(q_2 - q_3) \ddot{q}_2 + \widetilde{m}_3 b_3^2 \ddot{q}_3 - \frac{1}{2} \widetilde{m}_3 l_2 b_3 \sin(q_2 - q_3) \dot{q}_2^2 - \\
&\widetilde{m}_3 (l_2 \sin q_2 + b_3 \sin q_3) b_3 \cos q_3 \dot{q}_1^2 + \widetilde{m}_3 b_3 g \sin q_3 = u_3.
\end{aligned}$$

Рассмотрим задачу о стабилизации положения робота-манипулятора без измерения скорости.

Предположим, что

$$q = q^{(0)} = \text{const} \quad (1.4.11)$$

является программным положением манипулятора.

Заметим, что положение (1.4.11) может быть достигнуто с помощью закона управления

$$u^{(0)} = \left(0, (m_2 b_2 + \widetilde{m}_3 l_2) g \sin q_2^{(0)} \cos(q_2 - q_2^{(0)}), \widetilde{m}_3 b_3 g \sin q_3^{(0)} \cos(q_3 - q_3^{(0)}) \right)^T. \quad (1.4.12)$$

Задача стабилизации выходного положения состоит в том, чтобы найти управляющий вход u , глобально стабилизирующий положение (1.4.11) робота без измерения скорости.

Введем отклонения от заданного положения $x = q - q^{(0)}$. Пусть $u^{(1)} = u - u^{(0)}$ – стабилизирующий управляющий момент.

Для решения поставленной задачи определим управляющее входное воздействие следующим образом при $j = 1, 2, 3$,

$$u = u^{(1)} + u^{(0)}, \quad (1.4.13)$$

$u_j^{(1)}(t, x_{1t}) = -k_j \sin \frac{x_j(t)}{2} - \cos \frac{x_j(t)}{4} \int_{t-h(t)}^t p_j^{(0)} e^{s_j^{(0)}(\tau-t)} \left(\sin \frac{x_j(t)}{4} - \sin \frac{x_j(\tau)}{4} \right) d\tau$, где h – запаздывания в структуре обратной связи, $h \in C^1(R^+ \rightarrow [0, h_0])$; $h(0) = 0$; $\dot{h}(t) \leq 1 - \varepsilon$ ($\varepsilon > 0$); $h(t) \geq h_{00} > 0$, $h_0 \geq h_{00} - \text{const} > 0$, $p_j^{(0)} > 0$, $s_j^{(0)} > 0$ и k_j ($j = 1, 2, 3$) – некоторые константы такие, что

$$\begin{aligned} k_1 &> 0, \quad k_2 > \max\{2(m_2 b_2 + \tilde{m}_3 l_2)g \cos q_2^{(0)}, 0\}, \\ k_3 &> \max\{2\tilde{m}_3 b_3 g \cos q_3^{(0)}, 0\} \end{aligned} \quad (1.4.14)$$

Рассмотрим функционал Ляпунова

$$\begin{aligned} V(t, \dot{x}(t), x_t) &= \frac{1}{2} (\dot{x}(t))^T A^{(1)}(x(t)) \dot{x}(t) + (m_2 b_2 + \tilde{m}_3 l_2)g \cos q_2^{(0)} (1 - \cos x_2) + \tilde{m}_3 b_3 g \cos q_3^{(0)} (1 - \cos x_3) + 2k_1 \left(1 - \cos \frac{x_1(t)}{2}\right) + 2k_2 \left(1 - \cos \frac{x_2(t)}{2}\right) + 2k_3 \left(1 - \cos \frac{x_3(t)}{2}\right) + \int_{t-h(t)}^t p_1^{(0)} e^{s_1^{(0)}(\tau-t)} \left(\sin \frac{x_1(t)}{4} - \sin \frac{x_1(\tau)}{4}\right)^2 d\tau + \int_{t-h(t)}^t p_2^{(0)} e^{s_2^{(0)}(\tau-t)} \left(\sin \frac{x_2(t)}{4} - \sin \frac{x_2(\tau)}{4}\right)^2 d\tau + \int_{t-h(t)}^t p_3^{(0)} e^{s_3^{(0)}(\tau-t)} \left(\sin \frac{x_3(t)}{4} - \sin \frac{x_3(\tau)}{4}\right)^2 d\tau, \\ A^{(1)}(x(t)) &= A(q^{(0)} + x(t)) \end{aligned} \quad (1.4.15)$$

Производная функционала (1.4.15) удовлетворяет оценке

$$\dot{V} \leq -\sum_{j=1}^3 \int_{t-h(t)}^t p_j^{(0)} s_j^{(0)} e^{s_j^{(0)}(\tau-t)} \left(\sin \frac{x_j(t)}{4} - \sin \frac{x_j(\tau)}{4}\right)^2 d\tau. \quad (1.4.16)$$

Из оценки (1.4.16) найдем, что множество $\dot{V} = 0$ состоит из траекторий робота таких, что $x(\tau) = x(t)$, $t - h_{00} \leq \tau \leq t$, $t \in R^+$. Заметим, что выполняется следующее равенство $\{\dot{V} = 0\} = \{x(t) = \text{const}, t \in R^+\}$.

Таким образом, выполняются следующие тождества

$$\sin \frac{x_1(t)}{4} \equiv 0, \quad \sin \frac{x_2(t)}{4} \equiv 0, \quad \sin \frac{x_3(t)}{4} \equiv 0. \quad (1.4.17)$$

На основании Утверждения 1.4.2 находим программное положение $\dot{x} = x = 0$ является равномерно асимптотически устойчивым. При этом множество положений равновесия $M_0 = \{\dot{x} = 0, x_j = 4\pi k_j, k_j \in Z, j = 1, 2, 3\}$ является полуглобально асимптотически устойчивым, так что любое движение манипулятора с управляющим воздействием (1.4.13) неограниченно приближается к одному из положений равновесия

$$\dot{x} = 0, x_j = 2\pi k_j, k_j \in Z, j = 1, 2, 3.$$

Заметим, что координата q_1 , определяющая вращение манипулятора вокруг вертикальной оси, является циклической.

Определим соответствующие обобщенные импульсы

$$v_1 = (I_1 + m_2 b_2^2 \sin^2 q_2 + \tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2 + b_3 \sin q_3)^2) \dot{q}_1. \quad (1.4.18)$$

Тогда функция Рауса задается выражением

$$R = T - \dot{q}_1 v_1 = \frac{1}{2} (m_2 b_2^2 + m_3 l_2^2) \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} \tilde{m}_3 l_2 b_3 \cos(q_2 - q_1) \dot{q}_2 \dot{q}_3 + \frac{1}{2} \tilde{m}_3 b_3^2 \dot{q}_3^2 - \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{I_1 + m_2 b_2^2 \sin^2 q_2 + \tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2 + b_3 \sin q_3)^2} \equiv R_2 - R_0.$$

Таким образом, уравнения динамики манипулятора в форме Рауса при отсутствии моментов вязкого трения в шарнирах

имеют вид

$$(m_2 b_2^2 + m_3 l_2^2) \ddot{q}_2 + \frac{1}{2} \tilde{m}_3 l_2 b_3 \cos(q_2 - q_1) \ddot{q}_3 + \frac{1}{2} \tilde{m}_3 l_2 b_3 \sin(q_2 - q_1) \dot{q}_3^2 - \frac{v_1^2 (\tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2 + b_3 \sin q_3) l_2 + m_2 b_2^2 \sin q_2) \cos q_2}{(I_1 + m_2 b_2^2 \sin^2 q_2 + \tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2 + b_3 \sin q_3)^2)^2} + (m_2 b_2 + \tilde{m}_3 l_2) g \sin q_2 = u_2,$$

$$\frac{1}{2} \tilde{m}_3 l_2 b_3 \cos(q_2 - q_1) \ddot{q}_2 + \tilde{m}_3 b_2^2 \ddot{q}_3 - \frac{1}{2} \tilde{m}_3 l_2 b_3 \sin(q_2 - q_3) \dot{q}_2^2 - \frac{v_1^2 \tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2 + b_3 \sin q_3) b_3 \cos q_3}{(I_1 + m_2 b_2^2 \sin^2 q_2 + \tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2 + b_3 \sin q_3)^2)^2} + \tilde{m}_3 g b_3 \sin q_3 = u_3, \quad (1.4.19)$$

$$\frac{dq_1}{dt} = \frac{v_1}{I_1 + m_2 b_2^2 \sin^2 q_2 + \tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2 + b_3 \sin q_3)^2}, \quad \frac{dv_1}{dt} = u_1.$$

Заметим, что система (1.4.19) может выполнять следующее стационарное вращение

$$\begin{aligned} \dot{q}_2 = 0, \quad q_2 = q_2^{(0)} = \text{const}, \quad \dot{q}_3 = 0, \quad q_3 = q_3^{(0)} = \text{const}, \\ v_1 = v_1^{(0)} = \text{const}, \quad \dot{q}_1 = \dot{q}_1^{(0)} = \frac{v_1^{(0)}}{I_1 + m_2 b_2^2 \sin^2 q_2^{(0)} + \tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2^{(0)} + b_3 \sin q_3^{(0)})^2} \end{aligned} \quad (1.4.20)$$

под действием управляющих моментов

$$u_1 = 0,$$

$$\begin{aligned} u_2 = u_2^{(0)} = -\left(v_1^{(0)}\right)^2 \cos q_2^{(0)} \times \frac{\tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2^{(0)} + b_3 \sin q_3^{(0)}) l_2 + m_2 b_2^2 \sin q_2^{(0)}}{\left(I_1 + m_2 b_2^2 \sin^2 q_2^{(0)} + \tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2^{(0)} + b_3 \sin q_3^{(0)})^2\right)^2} \\ + (m_2 b_2 + \tilde{m}_3 l_2) g \sin q_2^{(0)} \cos(q_2 - q_2^{(0)}), \\ u_3 = u_3^{(0)} = -\left(v_1^{(0)}\right)^2 \tilde{m}_3 b_3 \cos q_3^{(0)} \times \frac{l_2 \sin q_2^{(0)} + b_3 \sin q_3^{(0)}}{\left(I_1 + m_2 b_2^2 \sin^2 q_2^{(0)} + \tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2^{(0)} + b_3 \sin q_3^{(0)})^2\right)^2} + \\ \tilde{m}_3 g b_3 \sin q_3^{(0)} \cos(q_3 - q_3^{(0)}). \end{aligned} \quad (1.4.21)$$

На основании Утверждения 1.2.1 находим, что стационарное движение (1.4.20) асимптотически устойчива относительно переменных \dot{q}_2 , \dot{q}_3 , $q_2 - q_2^{(0)}$ и $q_3 - q_3^{(0)}$ при следующих стабилизирующих моментах при $j = 2, 3$

$$u_1 = 0,$$

$$\begin{aligned} u_j^{(1)} = u_j - u_j^{(0)} = -k_j \sin \frac{x_j(t)}{2} - \cos \frac{x_j(t)}{4} \int_{h(t)}^t p_j^{(0)} e^{s_j^{(0)}(\tau-t)} \left(\sin \frac{x_j(t)}{4} - \right. \\ \left. \sin \frac{x_j(\tau)}{4} \right) d\tau, \end{aligned} \quad (1.4.22)$$

где положительные постоянные $p_2^{(0)}$, $p_3^{(0)}$, $s_2^{(0)}$, $s_3^{(0)}$, k_2 и k_3 выбираются из условий

$$\begin{aligned} k_2 + (m_2 b_2 + \tilde{m}_3 l_2) g \cos q_2^{(0)} - \frac{\partial^2 R_0}{\partial q_2^2} \Big|_{q_2=q_2^{(0)}, q_3=q_3^{(0)}} = \mu_2 > 0, \\ k_3 + \tilde{m}_3 g b_3 \cos q_3^{(0)} - \frac{\partial^2 R_0}{\partial q_3^2} \Big|_{q_2=q_2^{(0)}, q_3=q_3^{(0)}} = \mu_3 > 0, \end{aligned} \quad (1.4.23)$$

$$\mu_2 \mu_3 - \left(\frac{\partial^2 R_0}{\partial q_2 \partial q_3} \Big|_{q_2=q_2^{(0)}, q_3=q_3^{(0)}} \right)^2 > 0.$$

Можно представить ограничения (1.4.23) следующим образом

$$\begin{aligned} & k_2 + (m_2 b_2 + \tilde{m}_3 l_2) g \cos q_2^{(0)} - \\ & - v_1^2 \frac{(m_2 b_2^2 \sin 2q_2^{(0)} + 2\tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2^{(0)} + b_3 \sin q_3^{(0)}) l_2 \cos q_2^{(0)})^2}{(I_1 + m_2 b_2^2 \sin^2 q_2^{(0)} + \tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2^{(0)} + b_3 \sin^2 q_3^{(0)}))^3} + \\ & + \frac{v_1^2 (m_2 b_2^2 + \tilde{m}_3 l_2^2) (\cos^2 q_2^{(0)} - \sin^2 q_2^{(0)}) - v_1^2 \tilde{m}_3 b_3 l_2 \sin q_2^{(0)} \sin q_3^{(0)}}{(I_1 + m_2 b_2^2 \sin^2 q_2^{(0)} + \tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2^{(0)} + b_3 \sin^2 q_3^{(0)}))^2} = \mu_2 > 0, \\ & k_3 + \tilde{m}_3 g b_2 \cos q_3^{(0)} - \frac{4v_1^2 \tilde{m}_3^2 (l_2 \sin q_2^{(0)} + b_3 \sin q_3^{(0)})^2 b_3^2 \cos^2 q_3^{(0)}}{(I_1 + m_2 b_2^2 \sin^2 q_2^{(0)} + \tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2^{(0)} + b_3 \sin^2 q_3^{(0)}))^3} - \\ & - \frac{v_1^2 \tilde{m}_3 b_3 (b_3 (1 - 2 \cos^2 q_3^{(0)}) + l_2 \sin q_2^{(0)} \sin q_3^{(0)})}{(I_1 + m_2 b_2^2 \sin^2 q_2^{(0)} + \tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2^{(0)} + b_3 \sin^2 q_3^{(0)}))^2} = \mu_3 > 0, \\ & \mu_2 \mu_3 > \left(\frac{2v_1^2 (2m_2 b_2^2 \sin q_2^{(0)} \cos q_2^{(0)} + 2\tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2^{(0)} + b_3 \sin q_3^{(0)}) l_2 \cos q_2^{(0)})}{(I_1 + m_2 b_2^2 \sin^2 q_2^{(0)} + \tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2^{(0)} + b_3 \sin^2 q_3^{(0)}))^3} + \right. \\ & \left. + \frac{\tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2^{(0)} + b_3 \sin q_3^{(0)}) b_3 \cos q_3^{(0)} - v_1^2 \tilde{m}_3 b_3 \cos q_3^{(0)} l_2 \cos q_2^{(0)}}{(I_1 + m_2 b_2^2 \sin^2 q_2^{(0)} + \tilde{m}_3 (l_2 \sin q_2^{(0)} + b_3 \sin^2 q_3^{(0)}))^2} \right)^2. \end{aligned}$$

Отметим, что можно выбрать параметры управления (1.4.22), которые зависят как от параметров системы динамики, так и от программной стационарной траектории со значениями $v_1^{(0)}$, $q_2^{(0)}$ и $q_3^{(0)}$ соответственно.

Рассмотрим результаты численного моделирования движения манипулятора при построенных законах управления.

Параметры манипулятора выберем следующим образом:

$$\begin{aligned} m_2 = 14 \text{ кг}, \quad m_3 = 5 \text{ кг}, \quad m_0 = 3 \text{ кг}, \quad m_2 = 14 \text{ кг}, \quad l_2 = 1.6 \text{ м}, \quad b_2 \\ = 0.71 \text{ м}, \quad b_3 = 0.47 \text{ м}, \quad I_1 = 0.09 \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \end{aligned}$$

Сначала рассмотрим результат применения управления (1.4.13). Выберем желаемое положение манипулятора, например, следующим образом

$$q_1^{(0)} = \pi/4 \text{ рад}, \quad q_2^{(0)} = \pi/3 \text{ рад}, \quad q_3^{(0)} = -\pi/4 \text{ рад}. \quad (1.4.24)$$

Чтобы удовлетворить ограничения (1.4.14), параметры управления выберем следующими

$$k_1 = 3\text{H}, \quad k_2 = 2\text{H}, \quad k_3 = 3\text{H}, \quad s_1^{(0)} = 1.2 \frac{1}{\text{с}}, \quad s_2^{(0)} = 1.3 \frac{1}{\text{с}}, \quad s_3^{(0)} = 1.3 \frac{1}{\text{с}},$$

$$p_1^{(0)} = 10 \text{ Н/с}, \quad p_2^{(0)} = 10.5 \text{ Н/с}, \quad p_3^{(0)} = 10.4 \text{ Н/с}.$$

Численные результаты проиллюстрированы на рис. 1.4.2. Из этих результатов видно, что закон управления (1.4.13) обеспечивает стабилизацию заданного положения (1.4.24).

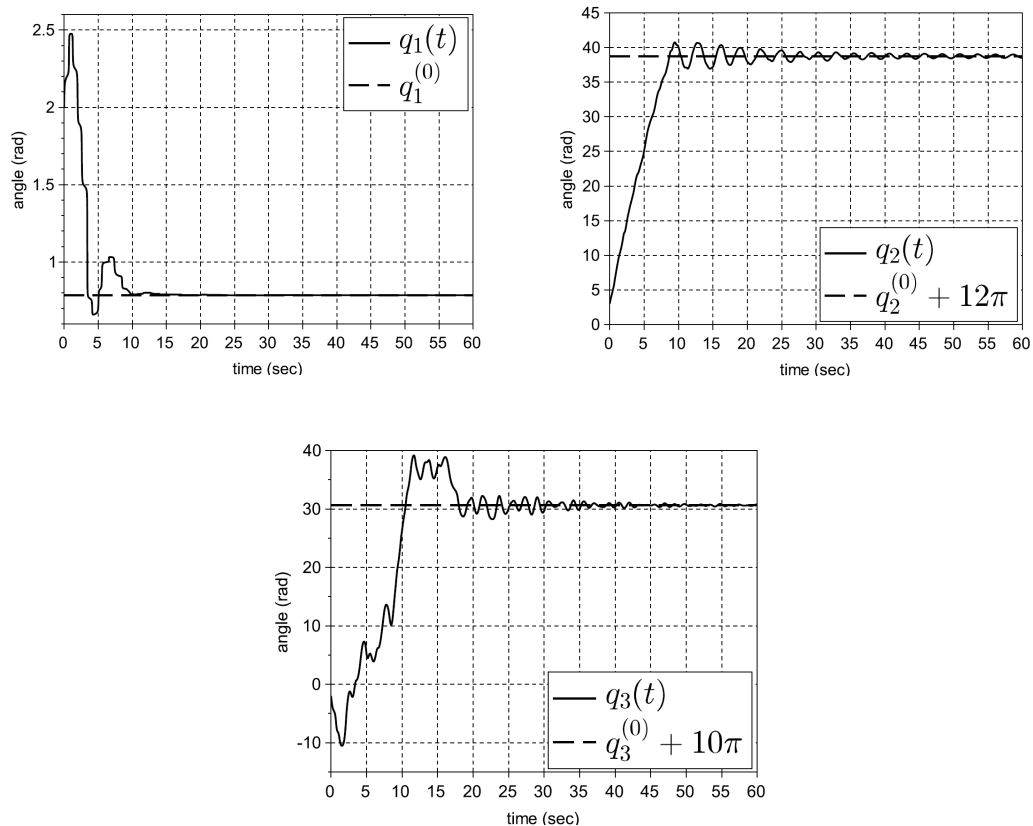


Рис. 1.4.2 – Зависимость от времени угловых координат звеньев манипулятора при управлении (1.4.13)

Теперь рассмотрим результат применения управления (1.4.22).

Выберем желаемое стационарное движение манипулятора, например, следующим образом

$$v_1^{(0)} = 2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad q_2^{(0)} = \pi/2 \text{ рад}, \quad q_3^{(0)} = \pi/3 \text{ рад}.$$

Чтобы удовлетворить ограничения (1.4.23), параметры управления выберем следующими

$$k_2 = 6 \text{ Н}, \quad k_3 = 4 \text{ Н}, \quad s_2^{(0)} = 1 \frac{1}{\text{с}}, \quad s_3^{(0)} = 1 \frac{1}{\text{с}}, \quad p_2^{(0)} = 2\text{Н/с}, \quad p_3^{(0)} = 2\text{Н/с}.$$

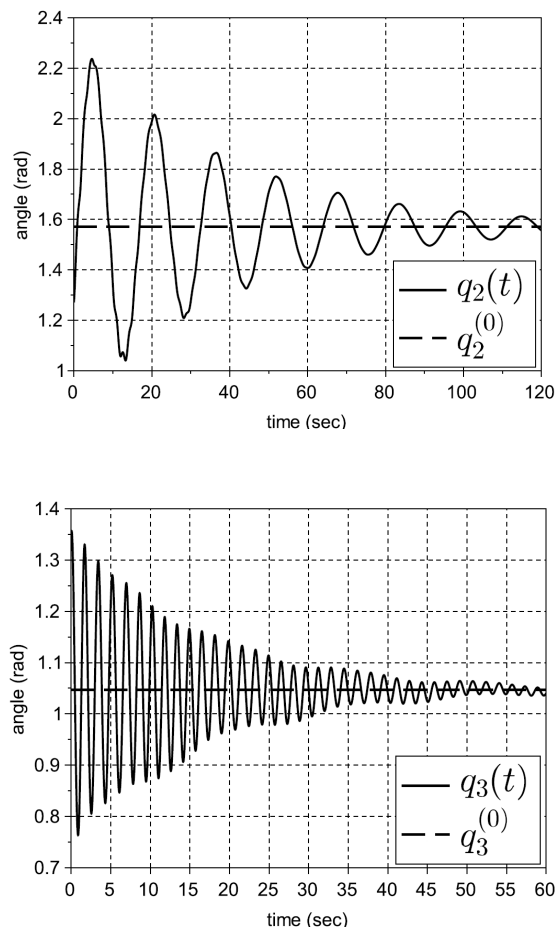


Рис. 1.4.3 – Зависимость от времени угловых координат второго и третьего звеньев манипулятора при управлении (1.4.22)

Численные результаты проиллюстрированы на рис. 1.4.3. Из этих результатов видно, что закон управления (1.4.22) обеспечивает стабилизацию заданного стационарного движения манипулятора.

Выводы по первой главе.

В задачах по моделированию динамики управляемых механических систем широко используются уравнения Лагранжа с нестационарными голономными связями. При действии определенных активных сил на

систему, описываемую такими уравнениями, представляется эффективным проведенное построение структуры управления, которое можно определить как комбинированную структуру нелинейных ПИД- и ПИ-регуляторов. Такое решение задачи об управлении этой моделью механической системы представлено в публикации [39] из списка работ диссертации. Этот результат дополняет результаты работы [32], где обосновано построение линейных и нелинейных регуляторов с полным измерением фазовых координат. На этой основе в [39] дано новое решение классической задачи об ориентации твердого тела с неподвижной точкой относительно инерциальной и вращающейся систем координат. Соответствующие результаты могут быть применены для решения задач об управлении манипуляторами со сферическими шарнирами. Результаты работы [39] являются более общими и эффективными по сравнению с результатами работы [1].

Разработана компьютерная модель управления, обеспечивающего приведение в заданное программное установившее движение трехзвенного манипулятора. Особенности этого управления являются: универсальность, достижение полуглобальной стабилизации без измерения скоростей, робастность по отношению к массоинерционным характеристикам, возможность использования гравитационных моментов. Соответствующие результаты опубликованы в работах диссертанта [12, 19, 36, 41].

ГЛАВА 2. НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕГУЛЯТОРЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ В УПРАВЛЕНИИ МНОГОЗВЕННЫМИ РОБОТАМИ- МАНИПУЛЯТОРАМИ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ И ПРИЗМАТИЧЕСКИМИ ШАРНИРАМИ

Широкое применение в решении задач об управлении техническими системами, в т. ч. механическими, имеют пропорционально-интегро-дифференцирующие (ПИД) регуляторы. При этом большинство работ ограничивается исследованием задач о применении линейных ПИД-регуляторов для стабилизации установившихся движений манипуляторов на основе анализа соответствующих модельных уравнений в линейном приближении. Одной из актуальных задач механики управляемого движения продолжает оставаться задача использования ПИД-регуляторов в отслеживании траекторий многозвенных роботов-манипуляторов в нелинейной постановке с достижением полуглобальной и глобальной стабилизации. Альтернативное в этом плане применимость нелинейных регуляторов с интегральной составляющей является малоисследованной при наличии запаздывания в структуре обратной связи.

Во второй главе представлены соответствующие результаты по математическому моделированию процесса управления многозвенными роботами-манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами с использованием нелинейных регуляторов различного типа.

В первом параграфе излагается постановка исследуемой задачи в достаточно общей форме. Рассматривается модель многозвенного манипулятора с цилиндрическими и призматическими шарнирами, движение которого описывается уравнениями Лагранжа.

Во втором параграфе определяются условия относительно параметров управления, обеспечивающего отслеживания траектории при достаточных силах вязкого трения, или когда отсутствует запаздывание в измерениях по скоростям.

Наличие запаздывания в измерении фазовых скоростей требует проведения оценки ее возможной максимальной величины. Соответствующие условия функционирования регуляторов определяются в третьем параграфе.

В четвертом параграфе рассмотрена задача об обосновании структуры управления, решающего задачу о стабилизации в ограниченной постановке без учета сил вязкого трения при измерении только угловых координат и перемещений в шарнирах робота.

Эффективность новых моделей управления многозвенными манипуляторами анализируется на основе математического моделирования соответствующими процессами управления установившихся программных движений классического трехзвенного манипулятора.

§ 2.1. Математическая модель нелинейного регулятора с интегральной составляющей в структуре обратной связи.

Математические модели современных механических систем описываются нелинейными системами дифференциальных уравнений высокой размерности. Это обуславливает достаточные сложности в обосновании методов конструирования структуры управления такими системами.

Рассматривается модель многозвенного манипулятора с цилиндрическими и призматическими шарнирами, движение которого описывается уравнениями Лагранжа

$$A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + D\dot{q} = u, \quad (2.1.1)$$

где $q \in \mathbb{R}^n$ – вектор обобщенных угловых координат и линейных перемещений шарниров; $A(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – матрица инерции; $C(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^n$ – вектор кориолисовых и центробежных сил инерции, обусловленных выбором

координат q ; $g(q) \in \mathbb{R}^n$ – вектор гравитационных сил и их моментов относительно цилиндрических шарниров; $D\dot{q}$ – вектор сил вязкого трения и их моментов, действующих в шарнирах, $D = \text{dia } g(d_1, d_2, \dots, d_n)$ ($d_k > 0, k = 1, 2, \dots, n$); $u \in \mathbb{R}^n$ – управление, приложенное в шарнирах.

Следует отметить следующие свойства матрицы $C(q, \dot{q})$, вытекающие из ее определения

$$C(q, \dot{q}) = \{c_{ik}(q, \dot{q})\},$$

$$c_{ik} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial a_{ik}}{\partial q_j} + \frac{\partial a_{jk}}{\partial q_i} - \frac{\partial a_{ij}}{\partial q_k} \right) \dot{q}_j \quad (i, j = 1, 2, \dots, n). \quad (2.1.1_1)$$

Из этого определения следует, что выполняются следующие соотношения

$$C(x, y)z = C(x, z)y, \quad C(x, y + z) = C(x, y) + C(x, z).$$

Матрица $(\dot{A}(q) - 2C(q, \dot{q}))$ является кососимметричной, т. е. для всех $x \in \mathbb{R}^n$ и для любой непрерывно дифференцируемой функции $q(t): [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$ выполняется следующее неравенство

$$x' \left(\frac{1}{2} \dot{A}(q(t)) - C(q(t), \dot{q}(t)) \right) x = 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}^+.$$

Пусть $q = q^{(0)}(t)$ ($|q^{(0)}(t)| \leq q_{10}, |\dot{q}^{(0)}(t)| \leq q_{20}, |q|^2 = q_1^2 + q_2^2 + \dots + q_n^2$) – некоторое программное движение манипулятора, осуществляемое под действием программного управления

$$u^{(0)}(t) = A(q^{(0)}(t)) \ddot{q}^{(0)}(t) + C(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t)) \dot{q}^{(0)}(t) + g(q^{(0)}(t)) + D\dot{q}^{(0)}(t). \quad (2.1.2)$$

Пусть $x = q - q^{(0)}(t), \dot{x} = \dot{q} - \dot{q}^{(0)}(t)$ – составляющие возмущенного движения. Соответствующие уравнения возмущенного движения могут быть записаны в виде

$$A^{(1)}(t, x) \ddot{x} + C^{(1)}(t, x, 2\dot{q}^{(0)}(t) + \dot{x}) \dot{x} + R(t, x) + D\dot{x} = u^{(1)}, \quad (2.1.3)$$

где

$$A^{(1)}(t, x) = A(q^{(0)}(t) + x), C^{(1)}(t, x, \dot{x}) = C(q^{(0)}(t) + x, \dot{x}),$$

$$R(t, x) = \left(A(q^{(0)}(t) + x) - A(q^{(0)}(t)) \right) \ddot{q}^{(0)}(t) + \left(C^{(1)}(t, x, \dot{q}^{(0)}(t)) - C^{(1)}(t, 0, \dot{q}^{(0)}(t)) \right) \dot{q}^{(0)}(t) + g(q^{(0)}(t) + x) - g(q^{(0)}(t));$$

$u^{(1)} = u - u^{(0)}(t)$ – управляющее воздействие, задачей которого согласно классической постановке является обеспечение стабилизации заданного программного движения $q^{(0)}(t)$ или асимптотической устойчивости нулевого решения $\dot{x} = x = 0$ системы (2.1.3).

Обобщенные координаты, соответствующие цилиндрическим шарнирам, являются угловыми. Соответственно, массо-инерционные параметры системы, центробежные, кориолисовы и гравитационные силы и моменты определяются функциями, периодическими по этим координатам, и движение системы (2.1.3) можно рассматривать в соответствующем цилиндрическом пространстве [33], например, без ограничения общности, с периодом 2π .

Составляющая $R(t, x)$ системы (2.1.3) может быть разложена в виде зависимости

$$R(t, x) = F(t, x)p(x), \quad (2.1.4)$$

где $p(x) = (p_1(x_1), p_2(x_2), \dots, p_n(x_n))'$; функции $p_1(x_1), p_2(x_2), \dots, p_m(x_m)$ ($m \leq n$) являются линейными относительно переменных x_1, x_2, \dots, x_m , отвечающих призматическим шарнирам, $p_i = p_i^0 x_i$ ($p_i^0 = \text{const} > 0, i = 1, 2, \dots, m$); функции $p_{m+1}(x_{m+1}), p_{m+2}(x_{m+2}), \dots, p_n(x_n)$ являются периодическими относительно переменных $x_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_n$, отвечающих цилиндрическим шарнирам, при этом функции $p_i = p_i(x_i)$ ($i = m + 1, m + 2, \dots, n$) имеют следующие свойства [33]:

а) $|p_j(x_j)|$ является периодической функцией с периодом $2\pi \forall x_j \in \mathbb{R}; p_j(2\pi l) = 0, |p_j(x_j)| > 0 \forall x_j \neq 2\pi l (j = m + 1, m + 2, \dots, n) \forall l \in \mathbb{Z}$;

б) функция $r(x) = (r_1(x_1), r_2(x_2), \dots, r_n(x_n))'$, определяемая по формуле

$$r_j(x_j) = \int_0^{x_j} p_j(x_j) dx_j \quad \forall x_j \in \mathbb{R}, j = m+1, m+2, \dots, n, \quad (2.1.5)$$

является ограниченной и непрерывно дифференцируемой, такой, что $r_j(x_j)$ — периодическая функция с периодом $4\pi \forall x_j \in \mathbb{R}; r_j(4\pi l) = 0, r_j(x_j) > 0 \forall x_j \neq 4\pi l \forall l \in \mathbb{Z}, j = m+1, m+2, \dots, n$.

В дальнейшем для удобства разделим вектор $x \in \mathbb{R}^n$ на $x^{(1)} \in \mathbb{R}^m, x^{(1)} = (x_1, x_2, \dots, x_m)'$ с нормой $|x^{(1)}|_m^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_m^2$ и вектор $x^{(2)} \in T^{(n-m)} = \{-\pi \leq x_s \leq \pi, s = m+1, m+2, \dots, n\}$. Здесь и далее в этой главе $(\cdot)'$ — операция транспонирования.

Пусть $G_1(H_0) \subset \mathbb{R}^n$ есть область $G_1 = \{(x^{(1)}, x^{(2)}): |x^{(1)}|_m \leq H_0, x^{(2)} \in T^{n-m}\}$, $G_2 \subset \mathbb{R}^n$ есть соответствующая область \mathbb{R}^n , такая, что $G_2 = \{p \in \mathbb{R}^n: |p(x)| \leq p_0 \forall (x^{(1)}, x^{(2)}) \in G_2\}$.

Исследуется задача о стабилизации программного движения манипулятора посредством управляющего воздействия нелинейного регулятора (типа ПИД-регулятора) с учетом запаздывания в структуре обратной связи

$$u^{(1)} = -B_1 p(x(t-h_1(t))) - B_2 \dot{x}(t-h_2(t)) - \int_{t-h_3(t)}^t B_3(\tau-t) \dot{x}(\tau) d\tau - \int_{t-h_4(t)}^t B_4(\tau-t) p(x(\tau)) d\tau, \quad (2.1.6)$$

где $B_1, B_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ (B_1 и B_2 — постоянные матрицы), $B_3, B_4 \in C([-h_0, 0] \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n})$ матрицы усиления; h_j — запаздывания, определяемые структурой обратной связи, $h_j \in C^1(\mathbb{R}^+ \rightarrow [0, h_0])$; $\dot{h}_j(t) \leq 1 - \varepsilon$ ($\varepsilon > 0$) ($j = 1, 2, 3, 4$), $h_0 > 0$.

Полагается, что уравнения (2.1.3) с воздействием (2.1.6) удовлетворяют условиям (1.1.2).

§ 2.2. Отслеживание траектории манипулятора в случае достаточных сил вязкого трения.

Вначале рассмотрим случай достаточных сил вязкого трения, или когда отсутствует запаздывание в измерениях по скоростям. Соответственно, будем полагать, что управляющее воздействие имеет следующий вид:

$$u^{(1)} = -B_1 p(x(t - h_1(t))) - B_2 \dot{x}(t) - \int_{t-h_4(t)}^t B_4(\tau - t) p(x(\tau)) d\tau, \quad (2.2.1)$$

где $B_1 = \text{dia } g(b_{11}, b_{12}, \dots, b_{1n}), b_{1i} - \text{const}; B_2 = \text{dia } g(b_{21}, b_{22}, \dots, b_{2n}), b_{2i} = \text{const} > 0, B_4(s) = \text{diag}(b_{41}(s), b_{42}(s), \dots, b_{4n}(s)), b_{4i} \in C([-h_0, 0] \rightarrow R) (h_0 > 0, i = 1, 2, \dots, n).$

Преобразуем выражение (2.2.1) для $u^{(1)}$ следующим образом

$$u^{(1)} = -(B_1 + B_{41}(t))p(x(t)) - B_2 \dot{x}(t) + B_1 \int_{t-h_1(t)}^t \frac{\partial p(x(\tau))}{\partial x} \dot{x}(\tau) d\tau + \int_{t-h_4(t)}^t B_{41}(\tau - t) \frac{\partial p(x(\tau))}{\partial x} \dot{x}(\tau) d\tau, \quad (2.2.2)$$

$$B_{41}(t) = \int_{-h_4(t)}^0 B_4(s) ds.$$

Подставив выражение (2.2.2) для $u^{(1)}$ в уравнение (2.1.3), получим

$$A^{(1)}(t, x) \ddot{x} = -C^{(1)}(t, x, 2\dot{q}^{(0)}(t) + \dot{x}) \dot{x} - (B_1 + B_{41}(t) + F(t, x))p(x) - (D + B_2) \dot{x} + B_1 \int_{t-h_1(t)}^t \frac{\partial p(x(\tau))}{\partial x} \dot{x}(\tau) d\tau + \int_{t-h_4(t)}^t B_{41}(\tau - t) \frac{\partial p(x(\tau))}{\partial x} \dot{x}(\tau) d\tau. \quad (2.2.3)$$

Для решения задачи воспользуемся методами § 1.1 и отметим, что предельные к (2.2.3) уравнения имеют аналогичную структуру. Поэтому для применения утверждений § 1.2 достаточно провести качественный анализ системы на основе уравнений (2.2.3).

Введем функционал Ляпунова

$$\begin{aligned}
V_1 = & \frac{1}{2} (\dot{x}(t) + Sp(x(t)))' A^{(1)}(t, x(t)) (\dot{x}(t) + Sp(x(t))) + \\
& + \sum_{i=1}^n (b_{1i} + b_{4i} + s_i(b_{2i} + d_i)) \int_0^{x_i} p_i(x_i) dx_i \\
& + \frac{\lambda_1}{2} \int_{-h_0}^0 \int_{\tau}^0 2\dot{x}^2(t+s) + (Sp(t+s))^2 ds d\tau, \quad (2.2.4)
\end{aligned}$$

где матрица $S = \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_n)$, $(s_i > 0)$ подлежит доопределению,

$$\lambda_1 = \max \left(\left\| B_1 \frac{\partial p(x)}{\partial x} \right\|, x \in G_1 \right) + \varepsilon_0 \quad (\varepsilon_0 > 0)$$

$\|B\|$ – норма матрицы, согласованная с векторной нормой $|x|$.

Для функционала (2.2.4) находим оценки

$$\begin{aligned}
& a_0 (|\dot{x}(t)|^2 + |p(x(t))|^2) \leq V_1 \leq \\
& \leq a_1 (\sup (|\dot{x}(t+s)|^2, -h_0 \leq s \leq 0) + |p(x(t))|^2) a_0, a_1 = \text{const} > 0. \quad (2.2.5)
\end{aligned}$$

Функционал V_1 , определяемый формулой (2.2.4), обращается в нуль на множестве

$$\begin{aligned}
E_1 = \{V_1 = 0\} = \{ & \dot{x} = 0, x^{(1)} = 0, x^{(2)} = 4\pi k, k = (k_1, k_2, \dots, k_{n-m})', \\
& k_j \in \mathbb{Z}, j = 1, 2, \dots, (n-m)\}.
\end{aligned}$$

Для производной функционала (2.2.4) согласно (2.2.3) найдем оценку

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1(t) \leq & (\dot{x}(t))' \varphi_1(t, x(t)) \dot{x}(t) + (p(x(t)))' \varphi_2(t, x(t)) \dot{x}(t) + (p(x(t)))' \varphi_3(t, x(t)) p(x(t)) \\
& - R'(t, x) \dot{x}(t) - R'(t, x) Sp(x(t)), \\
\varphi_1(t, x) = & C^{(1)}(t, x, Sp(x) - \dot{q}^{(0)}(t)) - (D + B_2) + A^{(1)}(t, x) S \frac{\partial p(x)}{\partial x} + 2\lambda_1 h_0 E, \\
\varphi_2(t, x) = & S \left(C^{(1)}(t, x, Sp(x) - \dot{q}^{(0)}(t)) + C^{(1)}(t, x, \dot{q}^{(0)}(t)) \right)' + A^{(1)}(t, x) S \frac{\partial p(x)}{\partial x} \\
\varphi_3(t, x) = & SC^{(1)}(t, x, \dot{q}^{(0)}(t)) - B_1 S - B_{41}(t) S + B_4(-h_4(t)) S h_4(t) + 2\lambda_1 h_0 S^2 E, \quad (2.2.6)
\end{aligned}$$

где E – единичная матрица.

Выберем матрицы B_1 и B_2 управляющего воздействия (2.2.1) с величиной запаздывания $h_0 > 0$ из условия отрицательной определенности квадратичной по (\dot{x}, p) формы

$$W_1(t, x, \dot{x}, p) \leq -W_0(\dot{x}, p) = -\alpha_1 |\dot{x}|^2 - \alpha_2 |p|^2, \quad \alpha_1, \alpha_2 = \text{const} > 0, \quad (2.2.7)$$

при значениях $(t, x, \dot{x}, p) \in \mathbb{R}^+ \times G_1 \times \mathbb{R}^n \times G_2$.

Тогда для $\dot{V}_1(t)$ будем иметь оценку

$$\dot{V}_1(t) \leq -W_0(\dot{x}(t), p(x(t))) = -\alpha_1 |\dot{x}(t)|^2 - \alpha_2 |p(x(t))|^2 \leq 0.$$

Множество $\{W_0 = 0\}$ содержит лишь положения равновесия системы (2.2.3) вида $E_2 = \{\dot{x} = 0, x^{(1)} = 0, x^{(2)} = 2\pi k, k = (k_1, k_2, \dots, k_{n-m})', k_i \in \mathbb{Z}, i = 1, 2, \dots, n - m\}$.

Согласно утверждениям §1.2 имеем следующий результат.

Утверждение 2.2.1. Под действием управляющего воздействия (2.2.1) каждое из положений равновесия $x = x^{(0)} \in E_1$ будет равномерно асимптотически устойчиво. При этом каждое ограниченное решение (2.2.3) по $x^{(1)}$ областью $\{x^{(1)} \in \mathbb{R}^m: |x^{(1)}| \leq H_0\}$ будет притягиваться к одному из положений равновесия $x = x^{(0)} \in E_2$. Эти положения равновесия отвечают заданному программному движению $q = q^{(0)}(t)$ (с точностью до кратных 2π поворотов манипулятора вокруг цилиндрических шарниров).

Тем самым достигается полуглобальная стабилизация $q = q^{(0)}(t)$ управлением

$$u = u^{(0)}(t) + u^{(1)}(t, \dot{q} - \dot{q}^{(0)}(t), q - q^{(0)}(t)).$$

Рассмотрим задачу прикладного характера об отслеживании траектории робота-манипулятора с тремя степенями свободы (см. рис. 1.4.1) без учета действия моментов сил вязкого трения (например, если $D = 0$) с измерением угловых скоростей при следующих массоинерционных параметрах манипулятора

$$I = 0.1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, m_2 = 3 \text{ кг}, m_3 = 5 \text{ кг}, m_0 = 3 \text{ кг}, \\ l_2 = 0.5 \text{ м}, b_2 = 0.2 \text{ м}, b_3 = 0.5 \text{ м}.$$

Программная траектория выбрана в виде

$$q_1^{(0)}(t) = t/2 \text{ рад}, q_2^{(0)}(t) = 2 \cos(t/2) \text{ рад}, q_3^{(0)}(t) = 2 \sin(t/2) \text{ рад}.$$

Закон управления определим согласно (2.2.1), где $p(x) = \left(\sin\left(\frac{x_1}{2}\right), \sin\left(\frac{x_2}{2}\right), \sin\left(\frac{x_3}{2}\right) \right)^T$.

Найдем величину допустимого запаздывания $h(t) = h_0(1 - e^{-0.5t})$ с. Параметры усиления управления выбираем следующим образом $b_{11} = b_{12} = b_{13} = 10 \text{ Н}, b_{21} = b_{22} = b_{23} = 5 \text{ Нс}, b_{41} = b_{42} = b_{43} = 5 \text{ Н/с}$.

Начальные положение и угловая скорость робота

$$\begin{aligned} q_1(0) &= 2.9 \text{ рад}, q_2(0) = 3.1 \text{ рад}, q_3(0) = 1.7 \text{ рад}, \\ \dot{q}_1(0) &= 17 \text{ рад/с}, \dot{q}_2(0) = 15 \text{ рад/с}, \\ \dot{q}_3(0) &= -16 \text{ рад/с}. \end{aligned}$$

На рисунках 2.2.1–2.2.3 показаны результаты численного интегрирования замкнутой системы уравнений управляемого движения робота-манипулятора. При этом сплошной линией показаны графики реального вращения звена, а пунктирной – графики программного движения.

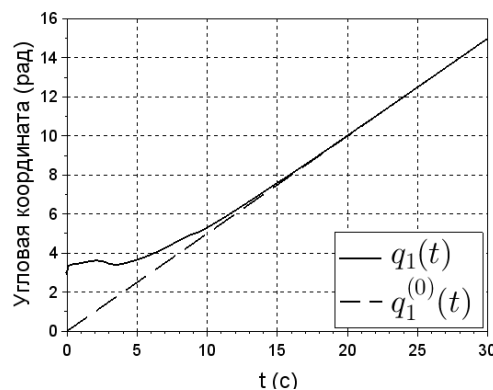


Рис. 2.2.1 – Графики зависимости от времени реального и программного вращения первого звена робота-манипулятора при управлении (2.2.1)

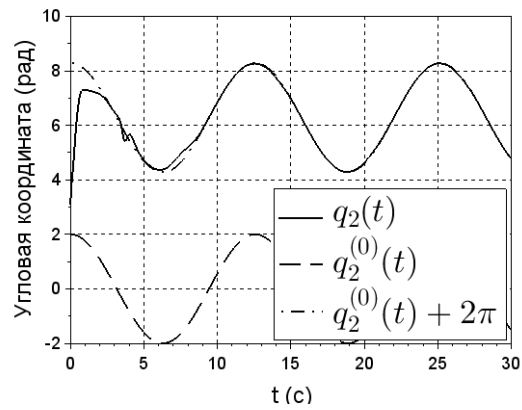


Рис. 2.2.2 – Графики зависимости от времени реального и программного вращения второго звена робота-манипулятора при управлении (2.2.1)

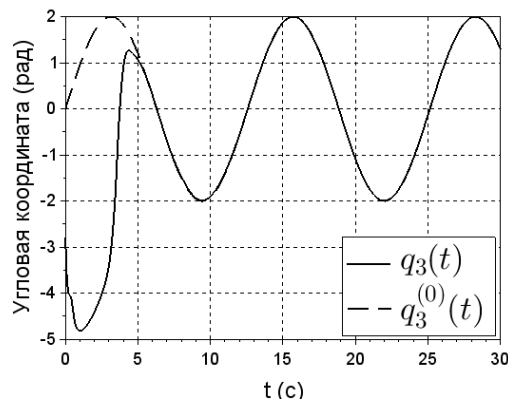


Рис. 2.2.3 – Графики зависимости от времени реального и программного вращения третьего звена робота-манипулятора при управлении (2.2.1)

Рисунки 2.2.1–2.2.3 показывают изменение во времени реального и программного вращения шарниров робота-манипулятора (см. рис. 1.4.1). Видно, что закон управления (2.2.1) обеспечивает асимптотическую устойчивость движения робота по заданной траектории плюс $2\pi l$, где $l = (l_1, l_2, l_3)^T, l_j \in \mathbb{Z}, j = 1, 2, 3$.

§ 2.3. Отслеживание траектории манипулятора управлением с интегральной составляющей в структуре обратной связи по всем фазовым переменным.

Рассмотрим решение задачи о стабилизации положения $\dot{x} = x = 0$ системы (2.1.3) с (2.1.4) управляющим воздействием вида (2.1.6)

$$u^{(1)} = -B_1 p(x(t - h_1(t))) - B_2 \dot{x}(t - h_2(t)) - \int_{t-h_3(t)}^t B_3(\tau - t) \dot{x}(\tau) d\tau - \int_{t-h_4(t)}^t B_4(\tau - t) p(x(\tau)) d\tau, \quad (2.3.1)$$

где $B_1 = \text{diag}(b_{11}, b_{12}, \dots, b_{1n})$, $B_2 = \text{diag}(b_{21}, b_{22}, \dots, b_{2n})$; b_{1j}, b_{2j} — постоянные $j = 1, 2, \dots, n$; $B_3, B_4 \in C([-h_0, 0] \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n})$, $B_j(s) = \text{diag}(b_{j1}(s), b_{j2}(s), \dots, b_{jn}(s))$, $b_{ji} \in C([-h_0, 0] \rightarrow \mathbb{R})$ ($h_0 > 0$; $i, j = 1, 2, \dots, n$).

Преобразуем выражение (2.3.1) с учетом (2.2.2) следующим образом:

$$\begin{aligned} u^{(1)} = & -(B_1 + B_{41})p(x(t)) - B_2 \dot{x}(t) + B_1 \int_{t-h_1(t)}^t \frac{\partial p(x(\tau))}{\partial x} \dot{x}(\tau) d\tau + \\ & + \int_{t-h_4(t)}^t B_{41}(\tau - t) \frac{\partial p(x(\tau))}{\partial x} \dot{x}(\tau) d\tau - \\ & - \int_{t-h_3(t)}^t B_3(\tau - t) \dot{x}(\tau) d\tau - \\ & - B_2 \int_{t-h_2(t)}^t \left(A^{(1)}(\tau, x(\tau)) \right)^{-1} \left(C^{(1)}(\tau, x(\tau), 2\dot{q}^{(0)}(\tau) + \dot{x}(\tau)) \dot{x}(\tau) + \right. \\ & \left. + F(\tau, x(\tau))p(x(\tau)) + D\dot{x}(\tau) + B_2 \dot{x}(\tau - h_2(\tau)) + B_1 p(x(\tau - h_1(\tau))) + \right. \\ & \left. d\tau \right. \\ & \left. + \int_{\tau-h_3(\tau)}^{\tau} B_3(s - t) \dot{x}(s) ds + \int_{\tau-h_4(\tau)}^{\tau} B_4(s - t) p(x(s)) ds \right) \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

Вновь применяя методику § 1.2 для решения поставленной задачи об управлении, построим функционал Ляпунова

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \int_{-h_0}^0 \left(\int_{\tau}^0 \left((2\lambda_2 + \lambda_3)\dot{x}^2 + (\lambda_2 + 2\lambda_0) (Sp(x(t+s)))^2 \right) ds \right) d\tau \\ + \frac{1}{2} \int_{-h_0}^0 \left(\int_{\tau}^0 \left((2\lambda_4 + \lambda_5)\dot{x}^2(t+s) \right. \right. \\ \left. \left. + (\lambda_4 + 2\lambda_5) (Sp(x(t+s)))^2 \right) ds \right) d\tau,$$

$$\lambda_2 = \max \left(\left\| B_1 A^{-1}(t, x) (C^{(1)}(t, x, \dot{x}) + D\dot{x}) \frac{\partial p(x)}{\partial x} \right\|, (t, x, \dot{x}) \in R^+ \times G_2 \times \{|\dot{x}| \leq H_0, H_0 = \text{const} > 0\} \right) + \varepsilon_0 \quad (\varepsilon_0 > 0),$$

$$\lambda_3 = \max(\|B_2 A^{-1}(t, x)(F(t, x) + B_1)\|, (t, x) \in R^+ \times G_2) + \varepsilon_0,$$

$$\lambda_4 = \max(\|B_2 A^{-1}(t, x) B_3(s)\|, (t, x) \in R^+ \times G_2, s \in [-2h_0, 0]) + \varepsilon_0,$$

$$\lambda_5 = \max(\|B_2 A^{-1}(t, x) B_4(s)\|, (t, x) \in R^+ \times G_2, s \in [-2h_0, 0]) + \varepsilon_0.$$

При выполнении условия

$$W_2(t, x, \dot{x}, p) = W_1(t, x, \dot{x}, p) + h_0(\lambda_2 + 2\lambda_4 h_0)|\dot{x}|^2 + h_0(\lambda_3 + 2\lambda_5 h_0)|Sp(x)|^2 \\ \leq -\alpha_3|\dot{x}|^2 - \alpha_4|p(x)|^2 \quad \forall (t, x, \dot{x}) \in R^+ \times G_2 \times \{|\dot{x}| \leq H_0, H_0 \\ = \text{const} > 0\}$$

для производной $\dot{V}_2(t)$ имеем оценку

$$\dot{V}_2(t) \leq -\alpha_3|\dot{x}(t)|^2 - \alpha_4|p(x(t))|^2 \leq 0.$$

Находим, что поставленная задача сводится к нахождению параметров управляющего воздействия (2.3.1) из условия определенной отрицательности квадратичной формы

$$W_2(t, x, \dot{x}, p) = W_1(t, x, \dot{x}, p) + h_0(\lambda_2 + 2\lambda_4 h_0)|\dot{x}|^2 + h_0(\lambda_3 + 2\lambda_5 h_0)|Sp(x)|^2$$

при значениях $(t, x, \dot{x}, p) \in R^+ \times M_1 \times \mathbb{R}^n \times M_2$. Согласно (2.2.7) эти условия запишутся в виде

$$W_1(t, x, \dot{x}, p) = \dot{x}' \varphi_1(t, x) \dot{x} + \dot{x}' \varphi_2(t, x) p + p' \varphi_3(t, x) p \leq -W_{00}(\dot{x}, p) = \\ = -(\alpha_1 + h_0(\lambda_2 + 2\lambda_4 h_0))|\dot{x}|^2 - (\alpha_2 + h_0(\lambda_3 + 2\lambda_5 h_0))|p|^2 \leq 0. \quad (2.3.6)$$

Соответственно, находим управляющее воздействие (2.3.1), решающее задачу о равномерной асимптотической устойчивости каждого положения равновесия $x = x^{(0)} \in E_1$ системы (2.1.3), и управление

$$u = u^{(0)}(t) + u^{(1)}\left(t, q - q^{(0)}(t), \dot{q} - \dot{q}^{(0)}(t)\right),$$

решающее задачу о полуглобальной стабилизации программного движения $(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t))$ манипулятора.

Рассмотрим частный случай приводимости ПИД-регуляторов (2.3.1).

Положим в определении (2.3.1) $B_3(s) \equiv 0$ ($-h_0 \leq s \leq 0$), $B_4 - const$. Соответственно управляющее воздействие (2.1.6) есть ПИД-регулятора вида

$$u^{(1)} = -B_1 p\left(x(t - h_1(t))\right) - B_2 \dot{x}(t - h_2(t)) - \int_{t-h_4(t)}^t B_4 p(x(\tau)) d\tau \quad (2.3.7).$$

Условия (2.3.6) имеют место при следующем действии диссипативных сил и моментов и определении матриц коэффициентов усиления сигналов в структуре обратной связи

$$\begin{aligned} B_2 + D &\gg (\omega_1(t, x))' + \omega_1(t, x) + (2\lambda_1 h_0 + \alpha_1)E, \quad 2\omega_1(t, x) = \\ &= C^{(1)}\left(t, x, Sp(x) - \dot{q}^{(0)}(t)\right) + A^{(1)}(t, x)S \frac{\partial p(x)}{\partial x}, \\ B_1 + B_4 &\gg (\omega_2(t, x))' + \omega_2(t, x) + (2\lambda_1 h_0 + \alpha_2)E, \\ 2\omega_2(t, x) &= +SC^{(1)}\left(t, x, \dot{q}^{(0)}(t)\right) - F'(t, x), \end{aligned}$$

где знак \gg является знаком матричного неравенства или определенной положительности разницы матриц левой и правой частей соответствующего выражения. При этом вспомогательная матрица S должна удовлетворять матричному неравенству

$$\begin{aligned} & \left(S \left(C^{(1)}(t, x, Sp(x) - \dot{q}^{(0)}(t)) + \left(C^{(1)}(t, x, \dot{q}^{(0)}(t)) \right)' \right) + A^{(1)}(t, x) S \frac{\partial p(x)}{\partial x} \right. \\ & \quad \left. - F'(t, x) \right)' \left(S \left(C^{(1)}(t, x, Sp(x) - \dot{q}^{(0)}(t)) + \left(C^{(1)}(t, x, \dot{q}^{(0)}(t)) \right)' \right) \right. \\ & \quad \left. + A^{(1)}(t, x) S \frac{\partial p(x)}{\partial x} - F'(t, x) \right) \ll \alpha_1 \alpha_2. \end{aligned}$$

Эти оценки могут быть исходными для определения влияния запаздывания на стабилизацию программного движения механической системы (2.1.1).

§ 2.4. Структура обратной связи при отсутствии сил вязкого трения и без измерения скоростей.

Рассмотрим теперь систему (2.1.1) при отсутствии сил вязкого трения, $D = 0$, и возможности измерения скоростей. Выберем управление u в виде

$$u = A(q)\ddot{q}^{(0)}(t) + C(q, \dot{q}^{(0)}(t))\dot{q}^{(0)}(t) + g(q) - A(q) \left(p_0 (q - q^{(0)}(t)) - A(q) \left(-p_1 (q - q^{(0)}(t)) + p_1 (q(t-h) - q^{(0)}(t-h)) \right) \right), \quad (2.4.1)$$

где $p_0 > 0$ и $p_1 > 0$ – постоянные коэффициенты усиления в структуре управления обратной связью с измерением q , $h > 0$ – запаздывание в обратной связи управления. Введем ошибки отслеживания (отклонения от программного движения)

$$x = q - q^{(0)}(t), \quad y = \dot{q} - \dot{q}^{(0)}(t). \quad (2.4.2)$$

В соответствии с (2.4.1) имеем следующие уравнения динамики ошибок

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = y(t), \\ \dot{y}(t) = -A^{-1} \left(q^{(0)}(t) + x(t) \right) \times C \left(q^{(0)}(t) + x(t), 2\dot{q}^{(0)}(t) + y(t) \right) y(t) \\ -p_0 x(t) - p_1 (x(t) - x(t-h)). \end{cases} \quad (2.4.3)$$

Уравнения (2.4.3) – векторные функционально-дифференциальные уравнения с конечным запаздыванием с областью определения $[-2h, +\infty) \times C$, где C – банахово пространство непрерывных функций $\{(\varphi, \psi): [-2h, 0] \rightarrow \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n\}$.

Предельные уравнения для уравнений (2.4.3) имеют аналогичный вид [6]

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = y(t), \\ \dot{y}(t) = -A^{-1} (q_{*d}(t) + x(t)) \times C (q_{*d}(t) + x(t), 2z_*(t) + y(t)) y(t) - \\ -p_0 x(t) - p_1 (x(t) - x(t-h)), \end{cases} \quad (2.4.4)$$

где $\{(q_{*d}(t), z_*(t))\}$ представляет собой набор предельных функций, определяемых предельными соотношениями

$$q_{*d}(t) = \lim_{t_n \rightarrow \infty} q^{(0)}(t_n + t), z_*(t) = \lim_{t_n \rightarrow \infty} \dot{q}^{(0)}(t_n + t). \quad (2.4.5)$$

Сделаем следующие преобразования

$$\begin{aligned} p_1 (x(t) - x(t-h)) &= p_1 \int_{-h}^0 y(t+\mu) d\mu = p_1 \left(\int_{-h}^0 \left(y(t) - \int_{\mu}^0 \dot{y}(t+\tau) d\tau \right) d\mu \right) \\ &= p_1 h y(t) - \int_{-h}^0 (\mu+h) \dot{y}(t+\mu) d\mu. \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

Заменяя $\dot{y}(t+\mu)$ в соответствии с (2.4.2) и проводя дальнейшие преобразования, получаем уравнения динамики ошибок (2.4.3) в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = y(t), \\ \dot{y}(t) = -A^{-1} \left(q^{(0)}(t) + x(t) \right) C \left(q^{(0)}(t) + x(t), 2\dot{q}^{(0)}(t) + y(t) \right) y(t) \\ - p_0 \left(1 - \frac{p_1 h^2}{2} \right) x(t) - p_1 h y(t) + \int_{-h}^0 \left((\mu + h) \left(A^{-1} \left(q^{(0)}(t + \mu) + x(t + \mu) \right) \right. \right. \\ \left. \left. \times C \left(q^{(0)}(t + \mu) + x(t + \mu), 2\dot{q}^{(0)}(t + \mu) + y(t + \mu) \right) \right. \right. \\ \left. \left. \times y(t + \mu) \right) - p_0 \frac{(\mu + h)^2}{2} y(t + \mu) - p_1 h^2 y(t + \mu) \right) d\mu - \\ - p_1 \int_{-2h}^{-h} \frac{(\mu + h)^2}{2} y(t + \mu) d\mu. \end{array} \right. \quad (2.4.7)$$

Пусть для всех $q \in \Gamma_q = \{ \|q\| < H_1, 0 < H_1 \leq +\infty \}$ выполняются следующие неравенства

$$\begin{aligned} 0 < a_0 \leq \|A(q)\| \leq a_1, \\ d_0 |\dot{q}| \leq \|C(q, \dot{q})\| \leq d_1 \|\dot{q}\|, d_0 \geq 0. \end{aligned} \quad (2.4.8)$$

Выберем функционал Ляпунова в виде

$$\begin{aligned} V(\varphi, \psi) = \frac{1}{2} |\psi(0)|^2 + \frac{1}{2} p_0 \left(1 - p_1 \frac{h^2}{2} \right) |\varphi(0)|^2 + (2.4.9) \\ + \frac{s_0}{2} \int_{-h}^0 \left(\int_{\mu}^0 \|\varphi(\tau)\|^2 d\tau \right) d\mu + \frac{s_1}{2} \int_{-2h}^{-h} \left(\int_{\mu}^0 \|\psi(\tau)\|^2 d\tau \right) d\mu \end{aligned} \quad (2.4.9)$$

где $s_0 > 0$ и $s_1 > 0$ – некоторые постоянные.

При условии

$$p_1 h^2 \leq 1 - \varepsilon_1, \varepsilon_1 > 0, \quad (2.4.10)$$

можно получить следующую оценку для функционала (2.4.9)

$$\begin{aligned} \|\psi(0)\|^2 + \varepsilon_1 \|\varphi(0)\|^2 \leq 2V(\varphi, \psi) \\ \leq (s_0 + s_1 + 1) \|\psi\|^2 + p_0 \|\varphi\|^2. \end{aligned} \quad (2.4.11)$$

Находим, что согласно уравнений (2.4.7) производная функционала (2.4.9) удовлетворяет неравенству

$$\dot{V}(t, \varphi, \psi) \leq -W(\|\psi(0)\|) = -\varepsilon_2 \|\psi(0)\|^2 \leq 0 \quad (2.4.12)$$

($\varepsilon_2 > 0$), если вдоль решения (2.4.7) выполняется следующее

$$\begin{aligned} \frac{d_1}{a_0} (2\nu_0 + \|\psi(0)\|) - p_1 h + p_1 \left(\frac{d_1(2\nu_0 + \|\psi\|)h^2}{\sqrt{3}a_0} + \frac{p_0 h^3}{2\sqrt{5}} \right) \\ + p_1^2 h^3 \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2\sqrt{15}} \leq -\varepsilon_2 < 0. \end{aligned} \quad (2.4.13)$$

Введем обозначение

$$s_0 = \frac{d_1(2\nu_0 + V_0)}{a_0}. \quad (2.4.14)$$

Соответственно, рассмотрим неравенство

$$p_1^2 \frac{h^3(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{2\sqrt{15}} - p_1 \left(h - \frac{s_0}{\sqrt{3}} - \frac{p_0 h^3}{2\sqrt{5}} \right) + s_0 + \varepsilon_2 \leq 0 \quad (2.4.15)$$

Можно показать, что для любых $p_0 > 0$ и $V_0 \geq 0$ неравенство (2.4.15) имеет решения $p_1 = p_1(p_0, V_0)$ и $h = h(p_0, V_0)$. Для простоты доказательства этого утверждения воспользуемся следующими грубыми оценками, чтобы получить возможные значения h и p_1 .

При $0 < h \leq 1$ решения (2.4.15) содержатся в множестве решений следующего неравенства

$$h^3 p_1^2 - 2p_1 \left(h - s_0 h^2 - \frac{p_0 h^2}{4} \right) + 2s_0 \leq 0. \quad (2.4.16)$$

Неравенство (2.4.16) имеет решения, если его дискриминант Δ_1 неотрицательный

$$\frac{\Delta_1}{h^2} = 1 - \left(4s_0 + \frac{p_0}{2}\right)h + \left(s_0 + \frac{p_0}{4}\right)^2 h^2 \geq 0. \quad (2.4.17)$$

Рассматривая условие (2.4.17) как квадратное неравенство относительно h , находим следующую оценку для этого параметра

$$0 < h \leq h_0, \quad h_0 = \frac{2s_0 + \frac{p_0}{4} - \sqrt{s_0 \left(3s_0 + \frac{p_0}{2}\right)}}{\left(s_0 + \frac{p_0}{4}\right)^2}. \quad (2.4.18)$$

Усилим оценку (2.4.18) в виде соотношения

$$0 < h < h_* = \min\left(1, h_0, \frac{1}{s_0}\right). \quad (2.4.19)$$

Тогда неравенство (2.4.16) имеет решение

$$\frac{(1 - h_* s_0) - \sqrt{\Delta_1}}{h_*^2} = p_{11} \leq p_1 \leq p_{12} \frac{(1 - h_* s_0) + \sqrt{\Delta_1}}{h_*^2}. \quad (2.4.20)$$

Учитывая условие (2.4.20), найдем возможные значения p_1 :

$$p_{11} \leq p_1 \leq p_{13} = \min\left(p_{12}, \frac{(1 - \varepsilon_1)}{h_*^2}\right). \quad (2.4.21)$$

Таким образом, получается следующий алгоритм построения управления (2.4.1).

Алгоритм 2.4.1.

1. Согласно (2.4.11), для выбранных p_0 и V_0 определить область начальных возмущений

$$\Gamma_0 = \{(x_0, y_0) \in R^{2n} : (s_0 + s_1 + 1)y_0^2 + p_0 x_0^2 \leq 2V_0^2\} \quad (2.4.22)$$

2. Выбрать параметры h и p из условий (2.4.10) и (2.4.11).

3. Производная по времени от V при малых $t \geq 0, 0 \leq t \leq T$ удовлетворяет неравенству $\dot{V} \leq -\varepsilon_2/2$. Для движения $(x(t), y(t))$ системы (2.4.3) и значений t , таких, как $0 \leq t \leq T$, можно получить оценку

$$|y(t)| \leq \sup(|y(\tau)|, t - 2h \leq \tau \leq t) \leq V_0 \quad (2.4.23)$$

Таким образом, оценки (2.4.12), (2.4.15), (2.4.19) и (2.4.21) выполняются при $0 \leq t \leq T$ и соответственно они действительны для всех $t \geq 0$.

Множество $W(|\psi(0)|) = 0$ содержит только те решения уравнения (2.4.4), для которых $x(t) = \text{const}$ и, соответственно, $y(t) = x(t) \equiv 0$.

На основании Утверждения 1.1.3 имеем следующий результат.

Утверждение 2.4.1. Закон управления (2.4.1) с параметрами p_1 и h , удовлетворяющими условиям (2.4.10) и (2.4.21), обеспечивает полуглобальное отслеживание траектории $q = q^{(0)}(t)$ со свойством равномерной асимптотической устойчивости этого движения.

Покажем применение предлагаемых законов управления для отслеживания траектории робота-манипулятора с тремя степенями свободы (см. рис. 1.4.1).

Параметры робота заданы следующими

$$I = 0.1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, m_2 = 3 \text{ кг}, m_3 = 5 \text{ кг}, m_0 = 3 \text{ кг}, \\ l_2 = 0.5 \text{ м}, b_2 = 0.2 \text{ м}, b_3 = 0.5 \text{ м}.$$

Пусть программная траектория задается уравнениями

$$q_1^{(0)}(t) = 0.5 \cos t \text{ рад}, q_2^{(0)}(t) = 2 \cos(0.5t) \text{ рад}, \\ q_3^{(0)}(t) = 2 \sin(0.5t) \text{ рад}.$$

Параметры усиления управления p_0 и p_1, h выбраны следующими

$$p_0 = 70 \text{ м/с}^2, p_1 = 70 \text{ м/с}^2, h = 0.1 \text{ с.}$$

Начальные условия для робота выберем следующими

$$\begin{aligned} q_1(0) &= 3 \text{ рад}, q_2(0) = -2.8 \text{ рад}, q_3(0) = 2.5 \text{ рад}, \\ \dot{q}_1(0) &= 15 \text{ рад/с}, \dot{q}_2(0) = -15 \text{ рад/с}, \\ \dot{q}_3(0) &= 10 \text{ рад/с}. \end{aligned}$$

На рисунках 2.4.1—2.4.3 показаны графики изменения во времени угловых координат звеньев манипулятора для реального и программного движений. Из этих результатов видно, что закон управления (2.4.1) обеспечивает асимптотическую сходимость реального движения робота к заданной траектории.

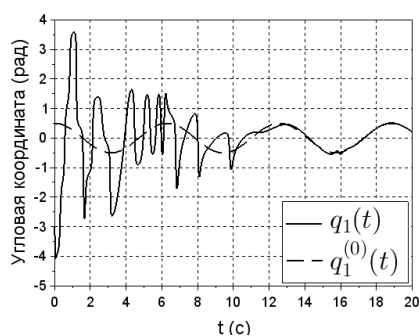


Рис. 2.4.1 – Графики зависимости от времени реального и программного вращения первого звена робота-манипулятора при управлении (2.4.1)

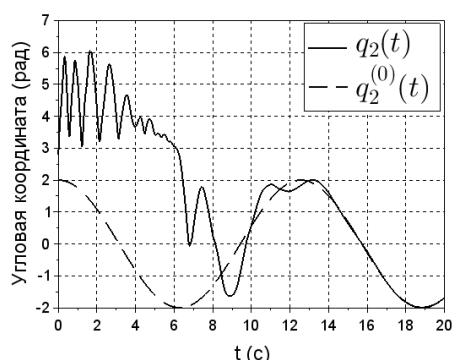


Рис. 2.4.2 – Графики зависимости от времени реального и программного вращения второго звена робота-манипулятора при управлении (2.4.1)

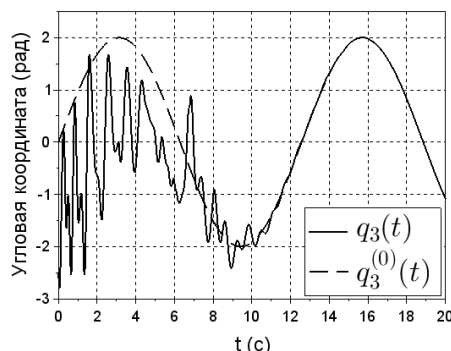


Рис. 2.4.3 – Графики зависимости от времени реального и программного вращения третьего звена робота-манипулятора при управлении (2.4.1)

Выводы по второй главе.

В данной главе в исследовании проблемы в нелинейной нестационарной, в общем случае, постановке о стабилизации программных движений (отслеживания траекторий согласно зарубежной терминологии) многозвенных роботов-манипуляторов с цилиндрическими и призматическими шарнирами обоснованы новые модели управления с нелинейными регуляторами, содержащими интегральные составляющие. Важными особенностями обоснованного управления являются: глобальное и полуглобальное отслеживание траектории; учет положительного влияния внешних сил и моментов; робастность по отношению к заданному множеству программных движений и значениям массоинерционных параметров системы; оценки допустимого запаздывания в структуре обратной связи. В качестве решения прикладной задачи построена соответствующая модель управления, обеспечивающего полуглобальную стабилизацию заданного программного движения трехзвенного робота-манипулятора при полном измерении фазовых координат с частичным запаздыванием. Представлены соответствующие результаты численного эксперимента.

Указанные результаты опубликованы в работах [6, 37] диссертанта. Они дополняют, развивают и обобщают результаты целого ряда работ,

включая работы [22-25, 32, 35, 45, 66, 68, 69, 84–86]. Заметим при этом, что в указанных работах зарубежных ученых анализ эффективности построенных моделей управления, как правило, ограничивается примером двухзвенного манипулятора с цилиндрическими шарнирами.

Впервые обоснована модель управления, обеспечивающего нелокальную стабилизацию программного движения манипулятора с цилиндрическими и призматическими шарнирами управлением без измерения скоростей за счет введения составляющей с запаздыванием по измеренным значениям координат. Ее эффективность продемонстрирована на примере математического моделирования соответствующего процесса управления трехзвенным манипулятором. Эти результаты опубликованы в работе [36], они обобщают, в частности, результаты работ [64, 65].

Методика обоснования такого типа модели управления трехзвенным манипулятором может быть использована для решения аналогичных задач о структуре управления для других типов промышленных манипуляторов (антропоморфный робот, экзоскелет и др.).

ГЛАВА 3. РАЗРАБОТАННЫЙ КОМПЛЕКС ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ПРОГРАММ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЙ ТРЕХЗВЕННОГО И ШЕСТИЗВЕННОГО РОБОТОВ-МАНИПУЛЯТОРОВ

В первом параграфе этой главы излагаются результаты по разработке численного метода, алгоритмов и комплекса проблемно-ориентированных программ для моделирования процесса управления с моделями нелинейных регуляторов, обоснованными в § 1.4 и в главе 2 диссертации. Далее в качестве решения прикладных задач представлено применение моделей такого управления для индустриального трехзвенного и экспериментального шестизвенного манипуляторов.

Во втором параграфе разработана математическая модель индустриального манипулятора, состоящего из вращающейся вокруг своей вертикальной оси колонки и присоединенных к ней последовательно двух звеньев с неравными главными центральными моментами инерции, а также захвата с грузом. Дана постановка задачи о построении в нелинейной постановке для пространственного трехзвенного манипулятора структуры ограниченного управления, обеспечивающей стабилизацию его установившихся программных движений без измерения угловых скоростей. В третьем и четвертом параграфах представлены результаты моделирование процессов управления с различными моделями обратной связи для стабилизации программных установившихся движений и отслеживания его траекторий.

В пятом параграфе излагаются результаты по моделированию динамики и процесса управления на основе разработанных моделей структуры нелинейной обратной связи шестизвенным роботом-манипулятором, сконструированного в НИТИ УлГУ, включающего пять

цилиндрических и один призматический шарниры. Описание сконструированного манипулятора и организация дистанционного управления им представлены в работе [80]. В работе [40] изложены результаты по построению управления одной из моделей робота с использованием нелинейного регулятора с постоянными матрицами и линейным динамическим компенсатором первого порядка.

§ 3.1. Численный метод и комплекс программ математического моделирования процесса управления роботами-манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами.

Описание численного метода. Численное моделирование процесса управления многозвенными роботами-манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами заключается в обосновании численного решения системы уравнений (2.1.3), как наиболее общего типа

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(1)}(t) &= x^{(2)}(t), \\ \dot{x}^{(2)}(t) &= \left(A(t, x(t)) \right)^{-1} \left(-C^{(11)}(t, x^{(1)}(t), x^{(2)}(t)) x^{(2)}(t) - \right. \\ &\quad \left. - F(t, x^{(1)}(t)) x^{(2)}(t) - Dx^{(2)}(t) + u^{(1)} \right), \\ C^{(11)}(t, x^{(1)}, x^{(2)}) &= C^{(1)}(t, x^{(1)}, 2\dot{q}^{(0)}(t) + x^{(2)}) \quad (3.1.1) \\ u^{(1)} &= -B_1 p \left(x^{(1)}(t - h_1(t)) \right) - B_2 x^{(2)}(t - h_2(t)) \\ &\quad - \int_{t-h_3(t)}^t B_3(\tau - t) x^{(2)}(\tau) d\tau - \int_{t-h_4(t)}^t B_4(\tau - t) p \left(x^{(1)}(\tau) \right) d\tau \end{aligned}$$

Эти уравнения представляют собой совокупность нелинейных неавтономных (в общем случае) функционально-дифференциальных

уравнений запаздывающего типа с конечным запаздыванием, приводимую к виду

$$\dot{x}(t) = f(t, x_t(\cdot)), \quad (3.1.2)$$

$x = (x^{(1)}, x^{(2)}), (x_t(\cdot) = x(t + s), -h_0 \leq s \leq 0)$ с начальными условиями $x_t(\cdot) = \{\varphi(s), -h_0 \leq s \leq 0\}$, где $f(t, \varphi) = (\varphi^{(2)}(0), f^2(t, \varphi^{(1)}, \varphi^{(2)}))$ есть непрерывная функция, заданная в пространстве $R^+ \times C$, C есть банахово пространство непрерывных функций $\varphi: [-h, 0] \rightarrow R^{2n}$.

Для полноты полагается, что эта функция удовлетворяет условиям (1.1.2) существования и единственности решения соответствующей задачи Коши

$$x_\alpha(s) = x(\alpha + s) = \varphi(s) \quad (-h_0 \leq s \leq 0), \quad (3.1.3)$$

непрерывной зависимости решений от начальных условий, условиям существования предельных систем уравнений (см. § 1.1).

Численным методам решения системы (3.1.2) посвящен ряд работ, из которых выделим численные методы и программы, включенные в пакеты вычислений "Mathematica", "MatLab пакет dde23", "GNU Octave", "MatLab, пакет time-delay system toolbox", а также программа "tosp—The (O|d)de Solutions Plotter", разработанная на кафедре информационной безопасности и теории управления УлГУ к.ф.-м.н. ст. преподавателем Шепелевым Г.А. в 2011 году. В работе [21] показано преимущество программы "tosp" по сравнению с указанными остальными, а именно, контроль за предельным поведением возмущенных движений в "tosp" предлагалось осуществлять посредством вычисления соответствующего функционала Ляпунова, имеющего знакопостоянную производную в силу системы (3.1.2), при условии его существования.

Применение указанных программ для численного моделирования уравнений (3.1.1) не учитывает их специфики и особенностей, приводит к проведению громоздких преобразований и дополнительных вычислений, не содержат контроля за предельным поведением возмущенных движений, что

может быть осуществлено на основе разработанных методов управления многозвенным роботом-манипулятором. Проведенный анализ привел к выводу о необходимости разработки численного метода, алгоритмов и комплекса объектно-ориентированных программ, позволяющих проводить численное моделирование процесса управления многозвенным манипулятором с учетом ряда его особенностей.

Исходя из математического моделирования процесса управления роботом-манипулятором для адекватности его модели (2.1.6) или (3.1.1) следует принять зависимости $h_j(t)$ ($j=1,2,3,4$) запаздывания с начальными значениями $h_j(0)=0$ ($j=1,2,3,4$). В силу условия относительно производных $\dot{h}_j(t) \leq (1-\varepsilon)$ ($\varepsilon > 0$) следуют оценки

$$h_j(t) \leq (1-\varepsilon)t \quad (\forall t \geq 0), \quad h_j(t) \leq h_j(t_0) + (1-\varepsilon)(t-t_0) \quad (\forall t \geq t_0 \geq 0) \quad (3.1.4)$$

совместимые с условиями $h_j(t) \leq h_0$ ($\forall t \geq 0$).

Пусть $x = \bar{x}(t)$ есть какое-либо решение системы (3.1.1), определенное при всех $t \geq 0$, сходящееся при $t \rightarrow \infty$ к одному из положений равновесия $x = x^{(0)} \in E_1$ согласно Утверждению 2.2.1.

Пусть $\beta > 0$ есть некоторое значение. Определим на отрезке $[0, \beta]$ временную сетку $t_l = l\Delta$ ($l = 0, 1, 2, \dots, N$) с равномерным шагом $\Delta = \beta/N$, где N – целое число. Введем дискретную численную модель системы (3.1.1), обозначив приближенное решение через $y = y(t_l)$, ($l = 0, 1, 2, \dots, N$). Введем ломаную L_0, L_1, \dots, L_N , соединяющую точки $y(0), y(t_1), \dots, y(t_N)$.

В силу условия $h_j(0)=0$ ($j=1,2,3,4$) начальные условия (3.1.3) принимают значения

$$\bar{x}_0(0) = \left(\bar{x}^{(1)}(0), \bar{x}^{(2)}(0) \right) = \left(\varphi^{(1)}(0), \varphi^{(2)}(0) \right). \quad (3.1.5)$$

В силу неравенств (3.1.4) для решения $x = \bar{x}(t)$ системы (3.1.1) при каждом $\tau \in [0, \beta]$ функция-предыстория $\bar{x}_s(0, \bar{x}_0(0))$ определяется на отрезке $s \in [\tau - h(\tau), \tau]$, при этом $t - h(\tau) \geq \max(\varepsilon\tau, \tau - h_0)$. Таким образом, любая соответствующая функция-предыстория задаётся в виде составляющей $\bar{x}(t)$ на таком отрезке. Соответственно, в качестве непрерывной функции-предыстории $x = \bar{x}_l(t)$ точки $y = y(t_l)$ модели, следует принимать составляющую $x = \bar{x}(t)$ на отрезке $s \in [\tau - h(\tau), \tau]$, $t - h(\tau) \geq \max(\varepsilon\tau, \tau - h_0)$.

Введем точки со значениями $y(t_{\frac{1}{2}}), y(t_{1+\frac{1}{2}}), \dots, y(t_{N-\frac{1}{2}})$ соответствующие ломаной $L_0L_{\frac{1}{2}}, L_0L_{1+\frac{1}{2}}, \dots, L_0L_1 \dots L_{N-1}L_{N-\frac{1}{2}}$. По отношению к этим значениям также справедливо указанное выше свойство соответствующей значений-предыстории.

Для каждого значения t_l ($l = 0, 1, 2, \dots, N - 1$) вводятся последовательно функции

$$\begin{aligned}
 k_1^{(0)} &= f(0, \psi_0(0)), & k_2^{(0)} &= f\left(\frac{\Delta}{2}, k_1^{(0)}\psi_{\frac{1}{2}}\frac{\Delta}{2}\right), \\
 k_3^{(0)} &= f\left(\frac{\Delta}{2}, k_2^{(0)}\psi_{\frac{1}{2}}\frac{\Delta}{2}\right), & k_4^{(0)} &= f\left(\Delta, k_3^{(0)}\psi_{\frac{1}{2}}\Delta\right), \\
 & \dots & & \\
 k_1^{(l)} &= f(t_l, \psi_l), & k_2^{(l)} &= f\left(\frac{\Delta}{2}, k_1^{(0)}\psi_l\frac{\Delta}{2}\right), \\
 k_3^{(l)} &= f\left(\frac{\Delta}{2}, k_2^{(0)}\psi_{l+\frac{1}{2}}\frac{\Delta}{2}\right), & k_4^{(0)} &= f\left(\Delta, k_3^{(0)}\psi_{l+\frac{1}{2}}\Delta\right), \\
 & \dots & & \\
 & (l = 1, 2, \dots, N - 1),
 \end{aligned}$$

$$y(t_{l+1}) = y(t_l) + \frac{1}{6} \left(k_1^{(l)} + 2k_2^{(l)} + 2k_3^{(l)} + k_4^{(l)} \right)$$

$$(l = 0, 1, 2, \dots, N - 1),$$

где $\psi_0(0) = y(0) = \bar{x}(0)$, $\psi_l = \psi_l(s)$ ($l = 1, 2, \dots, N - 1$) есть функция-предыстория, вычисленная для значений $s \in [t_l - h_1(t_l), t_l]$, $h_j(t_l) \leq \min((1 - \varepsilon)t_l, h_0)$ вдоль ломаной $L_l L_{l-1} \dots L_0$, $\psi_{l+\frac{1}{2}}$ ($l = 0, 1, 2, \dots, N - 1$) есть функция-предыстория, вычисляемая вдоль ломаной $L_{l+\frac{1}{2}} L_l L_{l-1} \dots L_0$ на отрезке $s \in [t_{l+\frac{1}{2}} - h_s(t_{l+\frac{1}{2}}), t_{l+\frac{1}{2}}]$.

Соответственно, согласно процедуре типа Рунге-Кутты, значения $y(t_l)$ находятся из равенств

$$y(t_{l+1}) = y(t_l) + \frac{1}{6} \left(k_1^{(l)} + 2k_2^{(l)} + 2k_3^{(l)} + k_4^{(l)} \right)$$

$$(l = 0, 1, 2, \dots, N - 1).$$

Доказывается, что метод сходится, а именно

$$\max_{1 \leq l \leq N} \|y(t_l) - \bar{x}(t_l)\| \rightarrow 0 \text{ при } N \rightarrow \infty.$$

Если принять, что значения $y(t_l)$ и интегральные составляющие системы (3.1.2) вычисляются с точностью до $O(\Delta^3)$, то доказано, что сходимость имеет порядок $O(\Delta^2)$.

На решении $x = \bar{x}(t)$ производная функционала (2.3.1) удовлетворяет неравенству (2.3.5).

Примем за уравнение ломаной $L_0 L_1 \dots L_N$ уравнение $y = y^{(N)}(t)$, $t \in [0, \beta]$. В соответствии со сходимостью $y^{(N)}(t) \rightarrow \bar{x}(t)$ при $N \rightarrow \infty$ можно принять, что зависимость $y = y^{(N)}(t)$ удовлетворяет равенству

$$\frac{dy^{(N)}(t)}{dt} = f(t, \bar{x}_t) + \theta^{(N)}(t), \quad (3.1.6)$$

где $\theta^{(N)}(t)$ есть некоторая кусочно-непрерывная функция, определенная при $t \in [0, \beta]$. В соответствии с (2.3.5) для производной функционала (2.3.3) в силу (3.1.6) для достаточно больших N имеем оценку

$$\frac{dV(y^{(N)}(t))}{dt} \leq -a^*(\|y^{(N)}(t)\|) \leq 0.$$

Отсюда следует, что функционал (2.3.3) вдоль зависимости $y^{(N)}(t_l)$ при достаточно больших N представляет собой убывающую функцию $V = V(t_l, y^{(N)}(t_l))$ по l ($l = 0, 1, 2, \dots, N$). Это свойство включено в проверку сходимости разработанного численного метода.

Можно показать также, что, согласно этому свойству, имеет место также устойчивость метода.

Структура комплекса проблемно-ориентированных программ и их содержание. Для компьютерного моделирования процесса управления многозвенными роботами-манипуляторами разработан комплекс проблемно-ориентированных программ, составленных на языке высокого уровня C++ в интерактивной среде разработки Qt Creator.

Комплекс включает в себя следующие программы: лексический анализатор (LA), синтаксический анализатор (SA), динамика манипулятора (MD), управление без измерения скоростей (CWOVM), управление с учетом полной диссипации (CWD), управление с измерением всех фазовых координат (CWM), управление на основе запаздывания по координатам (CRC), численные методы (CM), графический интерфейс (GI). Внутренняя архитектура комплекса программ представлена на рис. 3.1.1.

Приложения составлены в объектно-ориентированном стиле, что позволяет легко их расширить необходимыми функционалами. Они могут

работать под различными операционными системами: семейство Windows; семейство ОС, основанных на ядре Linux.

Для составления программ используются следующие компоненты и библиотеки: кроссплатформенная библиотека Qt; встраиваемый язык сценариев Lua; стандартная библиотека шаблонов для языка Си++ — stl , а также библиотеки «autodiff», «Eigen» языка С++.

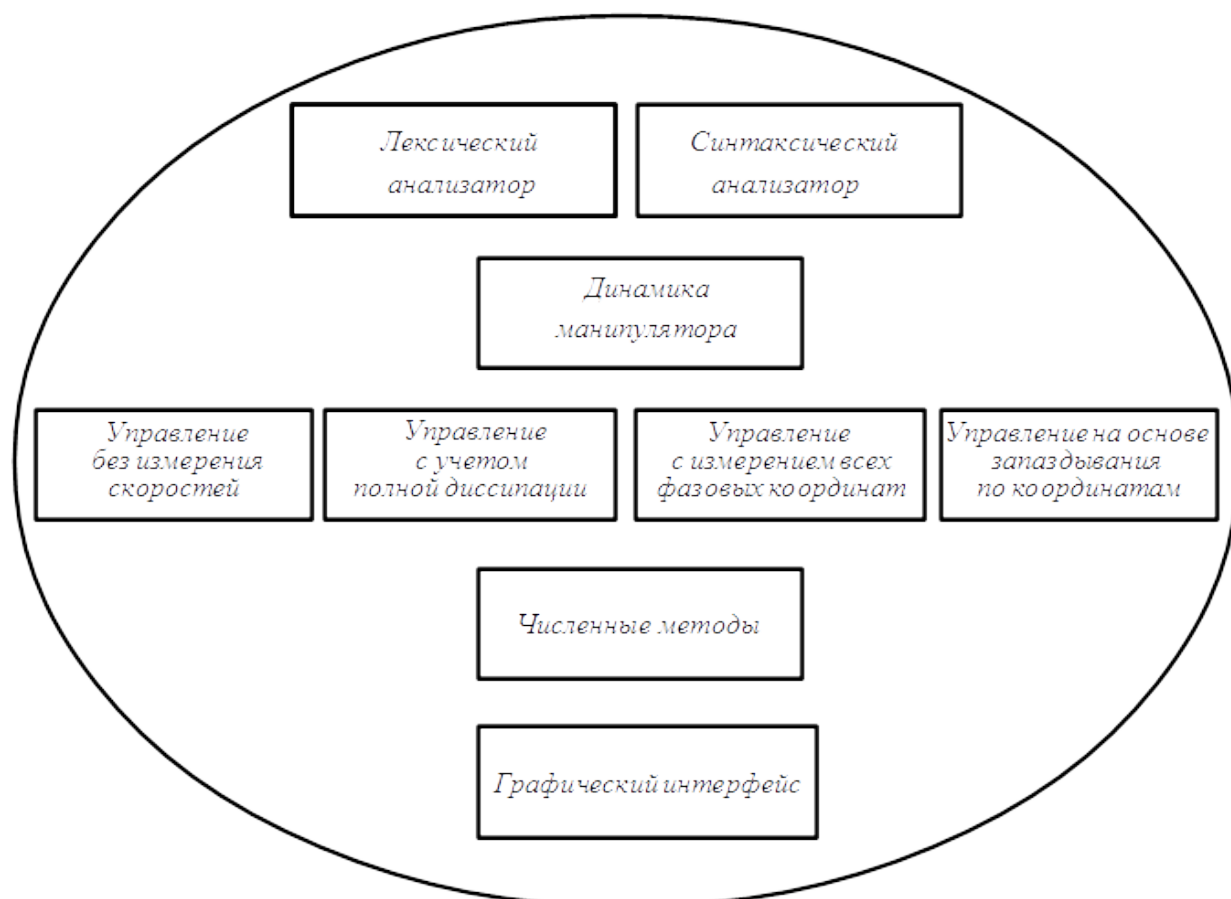


Рис. 3.1.1 – Внутренняя архитектура комплекса программ

Лексический анализатор состоит: из управляющего класса, производящего анализ входной строки и возвращения опознанной лексемы; родительского класса и классов-потомков, которые отвечающих за разбор чисел, идентификаторов и пробельных символов соответственно. **Синтаксический анализатор** состоит из управляющих классов, родительского класса и классов-потомков, отвечающих соответственно за разбор постоянных, внутренних выражений во множителях, функций, функций Lua и чисел.

Программа графического интерфейса организует непосредственное взаимодействие пользователя с каждой из остальных программ комплекса. Результаты численного моделирования могут быть получены в численном виде, в графическом представлении — как графики функций, в трехмерном анимационном изображении.

Графическая оболочка имеет многооконный интерфейс приложения, поддерживая следующие типы вкладок: единственные вкладки блоков ввода программ MD, CWOVM, CWD, CWM, CRC, CM; много вкладов холста для вывода результатов указанных программ, а также содержащих двухмерную декартову плоскость с графиками, с трехмерной анимацией процесса управления манипулятором.

Программа MD. В блоке ввода программы задаются: используемые постоянные, включая, число цилиндрических и призматических шарниров, массоинерционные параметры манипулятора; обозначения переменных; зависимости составляющих $a_{ij}(q)$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$) матрицы инерции $A(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$; зависимости $g_j(q)$ ($j = 1, 2, \dots, n$) вектора $g(q) \in \mathbb{R}^n$ гравитационных сил и их моментов относительно цилиндрических; матрица $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$ ($d_k > 0, k = 1, 2, \dots, n$) сил вязкого трения и их моментов, действующих в шарнирах,

Вводные данные компилируются во внутреннее представление. Если во время компиляции будут обнаружены ошибки, то в нижнем поле вывода будут показаны соответствующие сообщения. Блок алгоритма программы на основе библиотек Qt, «autodiff» и «Eigen» производится вычисления аналитических выражений: матрицы центробежных и кориолисовых сил и моментов инерции $C(q, \dot{q})$ по формулам (1.4.3) или (2.1.1₁); уравнений динамики манипулятора (2.1.1).

Программа CWD. На вкладке блока ввода этой программы задаются: используемые постоянные, в том числе, значения $s_0 > 0$, $\alpha_1, \alpha_2 = \text{const} > 0$, точность вычисления $b_0 > 0$, максимальное значение запаздывания $h_0 >$

0, матрицы коэффициентов усиления $B_1 - const; B_2 - const > 0$), ; а также зависимостей: уравнения программного движения $q^{(0)}(t)$; матрицы коэффициентов усиления $B_4(s), s \in ([-h_0, 0] \rightarrow R)$ интегральной составляющей структуре обратной связи управления; запаздываний $h_j \in C^1(R^+ \rightarrow [0, h_0]) (j = 1, 4)$ в этой структуре; модельных функций $p(x) = (p_1(x_1), p_2(x_2), \dots, p_n(x_n))'$ на языке Lua. Блок алгоритма программы на основе библиотек Qt , «autodiff» и «Eigen» производит вычисления аналитических выражений: программного управления по формуле (2.1.2);, матрицы $B_{41}(t)$ согласно (2.2.2) с точностью до b_0 ; проверку условий (2.2.7) при $S = s_0 E$; управляющего воздействия $u^{(1)}$ согласно (2.2.1); представления уравнений возмущенного движения согласно (2.1.3) для программы численных методов.

Программа CWM. На вводе этой программы задаются: используемые постоянные, в том числе, значения $s_0 > 0$, $\alpha_1, \alpha_2 = const > 0$, точность вычисления $b_0 > 0$, максимальное значение запаздывания $h_0 > 0$, матрицы коэффициентов усиления $B_1 - const; B_2 - const > 0$), ; а также зависимостей: уравнения программного движения $q^{(0)}(t)$; матриц коэффициентов усиления $B_3(s), B_4(s), s \in ([-h_0, 0] \rightarrow R)$ интегральных составляющих в структуре обратной связи управления; запаздываний $h_j \in C^1(R^+ \rightarrow [0, h_0]) (j = 1, 2, 3, 4)$ в этой структуре, модельных функций $p(x) = (p_1(x_1), p_2(x_2), \dots, p_n(x_n))'$ на языке Lua. Блок алгоритма программы на основе библиотек Qt , «autodiff» и «Eigen» производит вычисления аналитических выражений: программного управления по формуле (2.1.2);, матрицы $B_{41}(t)$ согласно (2.2.2) с точностью до b_0 ; проверку условий (2.3.5) при $S = s_0 E$; управляющего воздействия $u^{(1)}$ согласно (2.3.1); представления уравнений возмущенного движения согласно (2.1.3) в форме (3.1.1) для программы численных методов.

Программа CWOVM. На вкладке блока ввода этой программы задаются: используемые постоянные, том числе, значения запаздывания h_0 и h_{00} ,

значения программного положения $q^{(0)}$; а также зависимостей; матрицы коэффициентов усиления $P(s), s \in ([-h_0, 0] \rightarrow R)$ интегральных составляющих в структуре обратной связи управления; запаздывания $h \in C^1(R^+ \rightarrow [0, h_0])$ в этой структуре, модельных функций $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))'$ на языке Lua. Блок алгоритма программы на основе библиотек Qt , «autodiff» и «Eigen» производит вычисления аналитических выражений: программного управления по формуле (1.4.4); ; управляющего воздействия $U^{(1)}$ согласно (1.4.6); представления уравнений возмущенного движения согласно (1.4.5) – (1.4.6) в форме (3.1.1) для программы численных методов.

Программа CRC. На вкладке блока ввода этой программы задаются: используемые постоянные, том числе, значения управляющих коэффициентов p_0 и p_1 , запаздывания $h > 0$; уравнения программного движения $q^{(0)}(t)$.Блок алгоритма программы, составленный на основе алгоритма 2.4.1, библиотек Qt , «autodiff» и «Eigen» производит вычисления аналитических выражений: программного управления (2.4.1), представления уравнений (2.1.1) в форме (2.4.3) для программы численных методов.

Программа CM численных методов. На вкладке задаются: значение $\beta > 0$ конечной точки отрезка интегрирования; оценки сходимости $\{ \delta > 0 \}$, указатели вкладок результатов численного моделирования. Блок алгоритма программы, составленный на основе алгоритма 2.4.1, библиотек Qt , «autodiff» и «Eigen» проводит численное решение уравнений с моделями уравнений управляемого движения многозвенного робота-манипулятора программ CWOVM, CWD, CWM, CRC . Результаты представляются на вкладках в соответствии с указателями.

Результаты численного моделирования процессов управления классическим трехзвенным манипулятором с разными моделями структуры обратной связи представлены в графическом виде на рисунках 1.4.2, 1.4.3, 2.2.1, 2.2.2, 2.2.3, 2.4.1, 2.4.2, 2.4.3. Далее в главе на основе разработанного комплекса

проведено математическое моделирование процессов управления индустриальным трехзвенным и экспериментальным шестизвенным манипуляторами.

§ 3.2. Математическая модель трехзвенного индустриального манипулятора.

Рассматривается математическая модель трехзвенного манипулятора с базовым звеном в виде вертикальной колонки, опирающейся на неподвижное основание и вращающейся вокруг своей вертикальной оси. Второе и третье звенья соединены последовательно с базовым звеном и между собой цилиндрическими шарнирами. Звенья моделируются как твердые тела, второе и третье звенья вращаются в одной плоскости, третье звено имеет захват, содержащий груз. Схематическая модель представлена на рис. 3.2.1.

Через O_1, O_2 и O_3 обозначены точки, соответствующие цилиндрическим шарнирам. Полагается, что центры масс C_j ($j = 1, 2, 3$) звеньев лежат на продольных осях O_1O_2, O_2O_3 и O_3O_4 соответственно, где O_4 точка закрепления груза, принимаемого за материальную точку. Обозначим длины отрезков: $|O_1O_2| = l_1, |O_2O_3| = l_2, |O_3O_4| = l_3, |O_2C_2| = l_{21}, |O_3C_3| = l_{31}$.

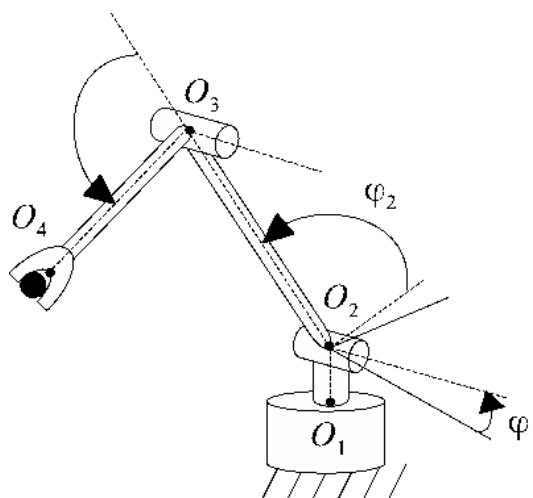


Рис. 3.2.1 – Схема трехзвенного робота-манипулятор

Вводятся системы координат: $O_1x_1y_1z_1, C_2x_2y_2z_2, C_3x_3y_3z_3$ так, что оси O_1y_1, C_2y_2, C_3y_3 направлены вдоль продольных осей O_1O_2, O_2O_3, O_3O_4 , при этом C_1y_1, C_2y_2 и C_3y_3 являются центральными осями инерции, а главные центральные оси инерции C_2x_2 и C_3x_3 перпендикулярны вертикальной плоскости расположения манипулятора. Массы звеньев 2 и 3, захвата полагаются равными m_2, m_3 и m_0 . Момент инерции базового звена относительно его оси вращения равен I_1 , главные центральные моменты инерции второго и третьего звена относительно осей $C_2x_2y_2z_2$ и $C_3x_3y_3z_3$ соответственно равны $I_{2x}, I_{2y}, I_{2z}, I_{3x}, I_{3y}$ и I_{3z} . При этом отсутствует симметричность звеньев 2 и 3 в поперечной плоскости, т. е. $I_{2x} \neq I_{2z}, I_{3x} \neq I_{3z}$.

Данную модель можно принять за модель руки робота-манипулятора, за модель промышленного робота [90].

Кинетическая энергия системы равна следующему выражению

$$T = \frac{1}{2} (a_{11}\dot{\varphi}_1^2 + a_{22}\dot{\varphi}_2^2 + 2a_{23}\dot{\varphi}_2\dot{\varphi}_3 + a_{33}\dot{\varphi}_3^2),$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} = a_{11}(q_2, q_3) = & I_1 + I_{2y} \cos^2 q_2 + I_{2z} \sin^2 q_2 + I_{3y} \cos^2(q_2 + q_3) + \\ & I_{3z} \sin^2(q_2 + q_3) + m_2 l_{21}^2 \sin^2 q_2 + m_3 (l_2 \sin q_2 + l_{31} \sin(q_2 + q_3))^2 + \\ & m_0 (l_2 \sin q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3))^2, \quad a_{22} = a_{22}(q_3) = I_{2x} + I_{3x} + m_2 l_{21}^2 + \\ & m_3 (l_2^2 + l_{31}^2 - 2l_2 l_{31} \cos q_3) + m_0 (l_2^2 + l_3^2 - 2l_2 l_3 \cos q_3), \quad a_{23} = a_{23}(q_3) = \\ & I_{3x} + m_3 (l_{31}^2 - l_2 l_{31} \cos q_3) + m_0 (l_3^2 - l_2 l_3 \cos q_3), \quad a_{33} = I_{3x} + m_3 l_{31}^2 + m_0 l_3^2. \end{aligned}$$

Потенциальная энергия манипулятора с точностью до постоянной определяется равенством

$$\Pi = -g(m_2 l_{21} + m_3 l_2 + m_0 l_2) \cos \varphi_2 - g(m_3 l_{31} + m_0 l_3) \cos(\varphi_2 + \varphi_3).$$

Согласно уравнениям Лагранжа (1.2.1), движение манипулятора под действием управляющих моментов U_1, U_2 и U_3 , приложенных в цилиндрических шарнирах O_1, O_2 и O_3 , моделируется уравнениями в матричном виде

$$A(\varphi)\ddot{\varphi} = C(\varphi, \dot{\varphi})\dot{\varphi} - G(\varphi) + U, \quad (3.2.1)$$

где

$$A(\varphi) = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}, C(\varphi, \dot{\varphi}) = \begin{pmatrix} c_{11}(\varphi, \dot{\varphi}) & c_{12}(\varphi, \dot{\varphi}) & c_{13}(\varphi, \dot{\varphi}) \\ c_{21}(\varphi, \dot{\varphi}) & c_{22}(\varphi, \dot{\varphi}) & c_{23}(\varphi, \dot{\varphi}) \\ c_{31}(\varphi, \dot{\varphi}) & c_{32}(\varphi, \dot{\varphi}) & c_{33}(\varphi, \dot{\varphi}) \end{pmatrix},$$

$$\varphi^T = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3), G^T(\varphi) = (0, g_2(\varphi_2, \varphi_3), g_3(\varphi_2, \varphi_3)), U^T = (U_1, U_2, U_3),$$

Выражения для $c_{ij}(\varphi, \dot{\varphi})$ вычислены согласно программе MD комплекса программ (см. § 3.1).

$$c_{11} = c_{11}^{(1)}\dot{\varphi}_2 + c_{11}^{(2)}\dot{\varphi}_3, c_{12} = c_{11}^{(1)}\dot{\varphi}_1, c_{13} = c_{11}^{(2)}\dot{\varphi}_1,$$

$$c_{11}^{(1)} = -\frac{1}{2} \left((I_{2z} - I_{2y} + m_2 l_{21}^2 + (m_3 + m_0) l_2^2) \sin(2\varphi_2) + (I_{3z} - I_{3y} + m_3 l_{31}^2 + m_0 l_3^2) \sin 2(\varphi_2 + \varphi_3) + 2l_2(m_3 l_{31} + m_0 l_3) \sin(2\varphi_2 + \varphi_1) \right),$$

$$c_{11}^{(2)} = -\frac{1}{2} \left((I_{3z} - I_{3y} + m_3 l_{31}^2 + m_0 l_3^2) \sin 2(\varphi_2 + \varphi_3) + 2l_2(m_3 l_{31} + m_0 l_3) \sin \varphi_2 \cos(\varphi_2 + \varphi_1) \right),$$

$$c_{21} = -\frac{1}{2} c_{11}^{(1)} \dot{\varphi}_1, c_{22} = -l_2(m_3 l_{31} + m_0 l_3) \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3,$$

$$c_{23} = -l_2(m_3 l_{31} + m_0 l_3) \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_2 - l_2(m_3 l_{31} + m_0 l_3) \sin \varphi_3 \dot{\varphi}_3,$$

$$c_{31} = -\frac{1}{2} c_{11}^{(2)} \dot{\varphi}_1, c_{32} = l_2(m_3 l_{31} + m_0 l_3) \sin \varphi_2, c_{33} = 0,$$

$$g_2 = g_2^{(0)} \sin \varphi_2 + g_3^{(0)} \sin(\varphi_2 + \varphi_3), g_3 = g_3^{(0)} \sin(\varphi_2 + \varphi_3),$$

$$g_2^{(0)} = g(m_2 l_{21} + m_3 l_2 + m_0 l_2), g_3^{(0)} = g(m_3 l_{31} + m_0 l_3),$$

$(\cdot)^T$ – операция транспонирования.

Уравнение (3.2.1) описывает движение манипулятора в цилиндрическом фазовом пространстве переменных $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

§ 3.3. Модель управления в задаче о стабилизации программного установившегося движения манипулятора в пространстве.

Пусть

$$\dot{\varphi} = 0, \varphi^{(0)} = \left(\varphi_1^{(0)}, \varphi_2^{(0)}, \varphi_3^{(0)} \right)^T \quad (3.3.1)$$

есть заданное положение манипулятора. Требуется определить управляющий момент U , обеспечивающий стабилизацию положения (3.3.1) с учетом цилиндрического фазового пространства системы без измерения скоростей.

Вычисляем $U = (U_1^0 + U_1^1, U_2^0 + U_2^1, U_3^0 + U_3^1)^T$ согласно программе CWOVM

$$U_1^0 = 0, U_2^0 = g_2(\varphi^{(0)}), U_3^0 = g_3(\varphi^{(0)}),$$

$$\begin{aligned} U_1^1 &= -\alpha_1 \sin \frac{\varphi_1(t) - \varphi_1^{(0)}}{2} + \\ &+ \beta_1 \cos \frac{\varphi_1(t) - \varphi_1^{(0)}}{4} \int_{t-h_1(t)}^t \gamma_1(\tau - t) \sin \frac{\varphi_1(\tau) - \varphi_1^{(0)}}{4} d\tau, \\ U_2^1 &= g_2^{(0)} \sin \varphi_2^{(0)} \cos(\varphi_2(t) - \varphi_2^{(0)}) + \\ &+ g_3^{(0)} \sin(\varphi_2^{(0)} + \varphi_3^{(0)}) \cos(\varphi_2(t) + \varphi_3(t) - \varphi_2^{(0)} - \varphi_3^{(0)}) - \\ &- \alpha_2 \sin \frac{\varphi_2(t) - \varphi_2^{(0)}}{2} + \beta_2 \cos \frac{\varphi_2(t) - \varphi_2^{(0)}}{4} \int_{t-h_2(t)}^t \gamma_2(\tau - t) \sin \frac{\varphi_2(\tau) - \varphi_2^{(0)}}{4} d\tau - \\ &- \alpha_4 \sin(\varphi_2(t) + \varphi_3(t) - \varphi_2^{(0)} - \varphi_3^{(0)}), \\ U_3^1 &= g_3^{(0)} \sin(\varphi_2^{(0)} + \varphi_3^{(0)}) \cos(\varphi_2(t) + \varphi_3(t) - \varphi_2^{(0)} - \varphi_3^{(0)}) - \\ &- \alpha_3 \sin \frac{\varphi_3(t) - \varphi_3^{(0)}}{2} + \beta_3 \cos \frac{\varphi_3(t) - \varphi_3^{(0)}}{4} \int_{t-h_3(t)}^t \gamma_3(\tau - t) \sin \frac{\varphi_3(\tau) - \varphi_3^{(0)}}{4} d\tau - \\ &- \alpha_4 \sin(\varphi_2(t) + \varphi_3(t) - \varphi_2^{(0)} - \varphi_3^{(0)}), \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

при этом полагаем, что параметры управления удовлетворяют условиям (3.1.4), а также

$$\begin{aligned} \gamma_j(t) \geq 0, \dot{\gamma}_j(s) \geq \nu_0 > 0 \quad \forall s \in [-h_0, 0] (h_0 > 0), \int_{-h_{00}}^0 \gamma_j(\tau) d\tau \geq \gamma_0 \\ > 0 \quad (j = 1, 2, 3), \\ \alpha_1 - \frac{\beta_1 \gamma_0}{2} = \mu_1 > 0, \alpha_2 - \frac{\beta_2 \gamma_0}{2} + 2g_2^{(0)} \cos \varphi_2^{(0)} = \mu_2 > 0, \\ \alpha_3 - \frac{\beta_3 \gamma_0}{2} = \mu_3 > 0, \alpha_4 + g_3^{(0)} \cos(\varphi_2^{(0)} + \varphi_3^{(0)}) = \mu_4 > 0. \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

Представим некоторые результаты численного моделирования на основе разработанного комплекса программ процесса стабилизации положения (3.3.1) управлением (3.3.2)–(3.3.3). Выберем параметры робота в соответствии со значениями индустриального трехзвенного манипулятора [70].

$$\begin{aligned} m_2 = 15.91 \text{ кг}, m_3 = 6.82 \text{ кг}, m_0 = 2.5 \text{ кг}, \\ l_2 = 0.5 \text{ м}, l_3 = 0.5 \text{ м}, l_{21} = 0.2 \text{ м}, l_{31} = 0.2 \text{ м}, I_1 = 0.0267 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \\ I_{2x} = 3.7691 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_{2y} = 3.6939 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_{2z} = 0.01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \\ I_{3x} = 0.2245 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_{3y} = 0.2842 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_{3z} = 0.0904 \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \end{aligned} \quad (3.3.4)$$

Программное положение манипулятора выберем в виде:

$$\varphi_1^{(0)} = \pi/4 \text{ рад}, \varphi_2^{(0)} = -\pi/3 \text{ рад}, \varphi_3^{(0)} = \pi/6 \text{ рад}.$$

Параметры управляющих моментов подбираются в следующем виде

$$\begin{aligned} \alpha_k = 270 \text{ Н}, \beta_k = 21600 \frac{\text{Н}}{\text{с}}, \\ \gamma_k(t) = e^{90t}, h_k(t) = 0.2(1 - e^{-4t}) \text{ с.}, k = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

Чтобы продемонстрировать свойство глобального притяжения к заданному положению манипулятора, начальные отклонения и начальные скорости выберем достаточно большими:

$$\varphi_1(0) = 2.5 \text{ рад}, \quad \varphi_2(0) = 1.5 \text{ рад}, \quad \varphi_3(0) = 3.1 \text{ рад},$$

$$\dot{\varphi}_1(0) = 45 \text{ с}^{-1}, \quad \dot{\varphi}_2(0) = 2 \text{ с}^{-1}, \quad \dot{\varphi}_3(0) = -25 \text{ с}^{-1}.$$

Результаты численного моделирования управляемого движения робота-манипулятора под управлением (3.3.2) демонстрируют стабилизацию заданного положения, как это видно из рисунка 3.3.1. При этом вращательное движение колонки в силу больших начальных скоростей приводится к заданному положению, смещенному на два полных оборота, что соответствует полученному решению задачи о стабилизации в цилиндрическом фазовом пространстве.

На рисунке 3.3.2 показаны результаты проведенного на основе библиотеки « Trilinos» языка C++ численного моделирования процесса управляемого движения робота-манипулятора (3.2.1) под действием линейного регулятора с измерением угловых координат и угловых скоростей –линейного ПД-регулятора

$$U_j^1 = -270\varphi_j - 2\dot{\varphi}_j \quad (j = 1,2,3) \quad (3.3.6)$$

Сравнительный анализ графиков из рисунков 3.3.1 и 3.3.2 показывает, что регулятор (3.3.2) без измерения скоростей практически не уступает регулятору (3.3.6) по скорости сходимости при глобальной стабилизации заданного положения робота-манипулятора. При этом проведенная валидация показала, что регулятор (3.3.2) превосходит (3.3.6) по меньшим энергозатратам на управление и значениям интегрального качества сходимости возмущенного движения к программному положению.

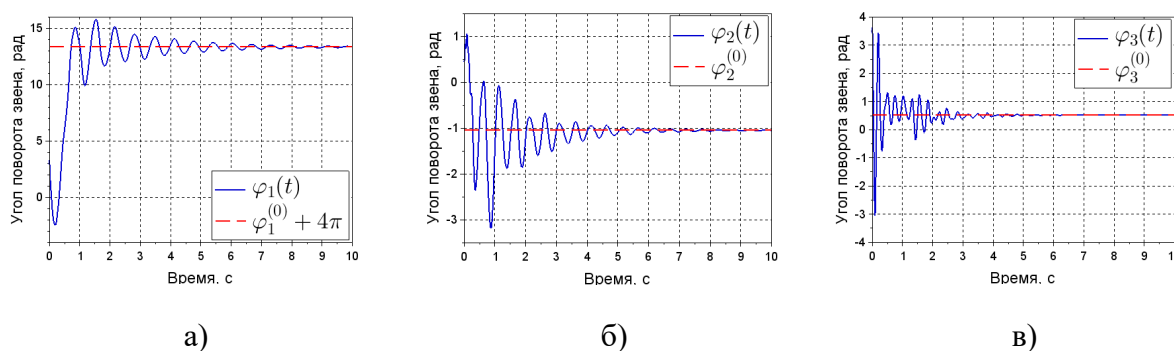


Рис. 3.3.1 – Зависимости от времени углов поворотов звеньев манипулятора: а) первое звено (вертикальная колонка); б) второе звено; в) третье звено

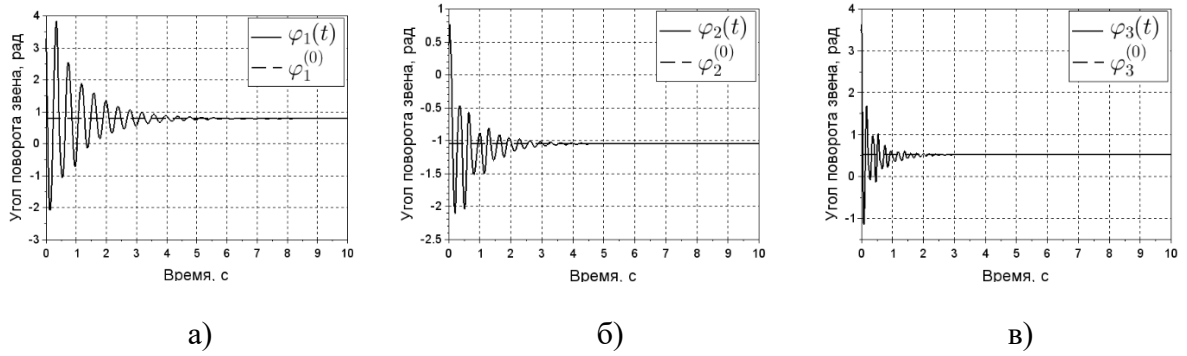


Рис. 3.3.2 – Зависимости от времени углов поворотов звеньев манипулятора: а) первое звено (вертикальная колонка); б) второе звено; в) третье звено

Пусть в программном движении манипулятора первое звено вращается по заданному закону вокруг вертикальной оси, а два других звена сохраняют постоянные относительные положения во вращающейся плоскости их действия

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1(t) &= \dot{\varphi}_1^{(0)}, \varphi_1^{(0)}(t) = \dot{\varphi}_1^{(0)}t, \dot{\varphi}_2(t) = \dot{\varphi}_3(t) = 0, \\ \varphi_2(t) &= \varphi_2^{(0)} = \text{const}, \varphi_3(t) = \varphi_3^{(0)} = \text{const}. \end{aligned} \quad (3.3.7)$$

Манипулятор совершает это движение при условии, что в шарнирах 2 и 3 приложены постоянные моменты, уравновешивающие центробежные моменты, вызванные вращением первого звена, и моменты сил тяжести

$$\begin{aligned} U_2^{(0)} &= \frac{1}{2} c_{11}^{(1)}(\varphi_2^{(0)}, \varphi_3^{(0)}) (\dot{\varphi}_1^{(0)})^2 + g_2^{(0)} \sin \varphi_2^{(0)} + g_3^{(0)} \sin(\varphi_2^{(0)} + \varphi_3^{(0)}), \\ U_3^{(0)} &= \frac{1}{2} c_{11}^{(1)}(\varphi_2^{(0)}, \varphi_3^{(0)}) (\dot{\varphi}_1^{(0)})^2 + g_3^{(0)} \sin(\varphi_2^{(0)} + \varphi_3^{(0)}). \end{aligned} \quad (3.3.6)$$

Вводим возмущения

$$x_1 = \varphi_1 - \varphi_1^{(0)}(t), x_2 = \varphi_2 - \varphi_2^{(0)}, x_3 = \varphi_3 - \varphi_3^{(0)}.$$

Представим моделирование процесса стабилизации программного движения (3.3.7) посредством регуляторов (программа CWOVM)

$$U_1^{(1)} = U_1 - U_1^{(0)} = -\alpha_1 \sin \frac{x_1(t)}{2} + \beta_1 \cos \frac{x_1(t)}{4} \int_{-h_1(t)}^0 \gamma_1(\tau) \sin \frac{x_1(t+\tau)}{4} d\tau,$$

$$U_2^{(1)} = U_2 - U_2^{(0)} = -\alpha_2 \sin \frac{x_2(t)}{2} + \beta_2 \int_{-h_2(t)}^0 \gamma_2(\tau) \sin \frac{x_2(t+\tau)}{2} d\tau,$$

$$U_3^{(1)} = U_3 - U_3^{(0)} = -\alpha_3 \sin \frac{x_3(t)}{2} + \beta_3 \int_{-h_3(t)}^0 \gamma_3(\tau) \sin \frac{x_3(t+\tau)}{2} d\tau, (3.3.7)$$

где параметры $\alpha_j > 0, \beta_j > 0 (j = 1, 2, 3)$ удовлетворяют условиям

$$\gamma_j(\tau) \geq 0, \dot{\gamma}_j(\tau) \geq \nu_0 > 0 \forall \tau \in [-h_j, 0], (h_j > 0), (j = 1, 2, 3),$$

$$\int_{-h_{00}}^0 \gamma_j(\tau) d\tau \leq \gamma_0,$$

$$\mu_1 = \alpha_1 - \frac{\beta_1 \gamma_0}{2} > 0,$$

$$\mu_2 = \alpha_2 - \beta_2 \gamma_0 - g_2^{(0)} - g_3^{(0)} - |I_{2x} - I_{2z}| - m_2 l_{21}^2 - |I_{3z} - I_{2z}| - m_3 l_{31}^2 - m_0 l_3^2 - 4m_3 l_3 l_{31} - 4m_0 l_2 l_3 > 0,$$

$$\mu_3 = \alpha_3 - \beta_3 \gamma_0 - g_3^{(0)} - |I_{3z} - I_{2z}| - m_3 l_{31}^2 - m_0 l_3^2 - 2l_2(m_3 l_{31} + m_0 l_3) > 0,$$

$$4\mu_2 \mu_3 - (|I_{3z} - I_{3y}| + m_3 l_{31}^2 + m_0 l_3^2 + 2l_2(m_3 l_{31} + m_0 l_3))^2 > 0. (3.3.8)$$

Результаты численного моделирования. Примем массоинерционные параметры робота равными значениям (3.3.4). Программное положение манипулятора выберем в виде:

$$q_1^{(0)}(t) = 0.2t \text{ рад}, q_2^{(0)} = -\pi/3 \text{ рад}, q_3^{(0)} = \pi/6 \text{ рад}.$$

Примем параметры управляющих моментов согласно (3.3.5)

$$\alpha_k = 270, \beta_k = 80\alpha_k, \\ \gamma_k(t) = e^{90t}, h_k = 0.2(1 - e^{-4t})\text{с}, k = 1, 2, 3.$$

Результаты работы программ MD, CWOVM, CM комплекса по численному моделированию возмущенного движения робота-манипулятора под управлением (3.3.6) – (3.3.8) показывают стабилизацию заданного программного движения, как это видно из рисунка 3.3.4.

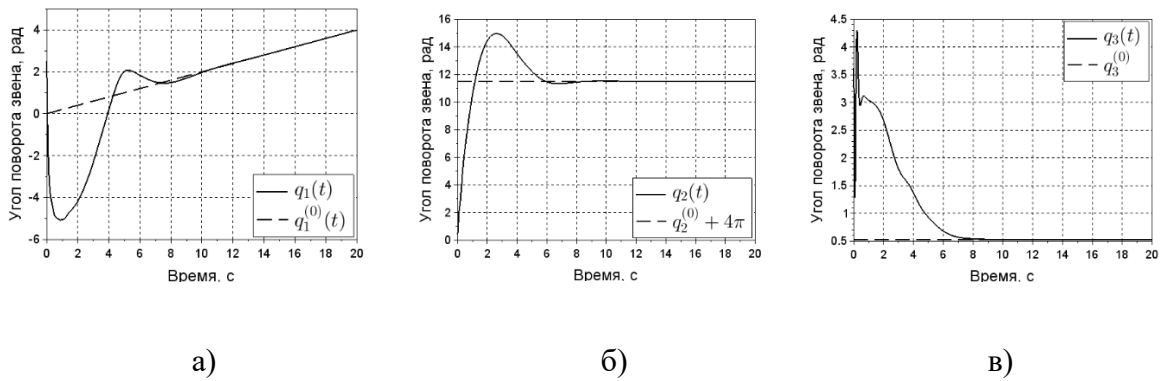


Рис. 3.3.4 – Зависимости от времени углов поворота звеньев манипулятора:

а) первое звено; б) второе звено; в) третье звено

§ 3.4. Решение задачи глобального отслеживания траектории.

Найдем закон управления с обратной связью по положению τ , который асимптотически перемещает манипулятор (3.2.1) из любого начального положения с любой начальной скоростью на заданную траекторию.

Задача управления состоит в получении закона управления с динамической обратной связью такого, что система (3.1.1) имеет равномерно асимптотически устойчивое и глобально притягивающее решение $q^{(0)}(t) \in X$. Отличие термина «отслеживание траектории» от «глобального отслеживания траектории» состоит в том, что во втором случае начальные отклонения координат и скоростей звеньев манипулятора от отслеживаемого движения могут быть сколь угодно большими. При этом величина параметров усиления управления не зависит от величины начальных отклонений.

Рассмотрим результаты численного моделирования движения индустриального робота-манипулятора с массоинерционными параметрами (3.3.4) под действием управляющего воздействия (2.3.7) с параметрами управления

$$B_j = b_j E, b_1 = 20 \text{ Нм}, b_2 = 10 \text{ Нм}, b_3 = 0, b_4 = 1 \text{ Нм}, h = 2(1 - e^{-0.4t}) \text{ с.}$$

Программное движение робота выберем следующим

$$q_1^{(0)}(t) = 3t + \sin t \text{ рад}, \quad q_2^{(0)}(t) = 0.5 \sin t \text{ рад}, \quad q_3^{(0)}(t) = 0.7 \cos t \text{ рад}.$$

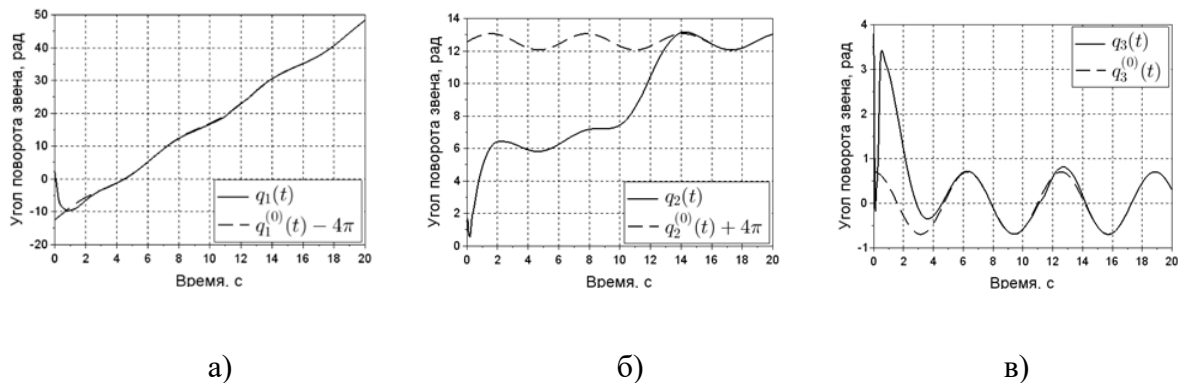


Рис. 3.4.1 – Зависимости от времени углов поворота звеньев манипулятора:

а) первое звено; б) второе звено; в) третье звено

Из рисунка 3.4.1 видно, что управление (3.4.3) таково, что манипулятор асимптотически приближается к некоторому движению, отличающемуся от желаемого на величину, кратную 2π .

§ 3.5. Отслеживание траектории шестизвенного робота-манипулятора.

В качестве прикладной рассмотрим задачу об управлении робототехнической системой, целью которой является проведение разного рода работ в горячей камере. Горячая камера представляет собой герметичную камеру, изготовленную с применением экранирующих материалов. В камере находится ведомый манипулятор, имеющий шесть степеней свободы (см. Рис. 3.5.1) и управляемый на основе ведущего манипулятора [40, 80].

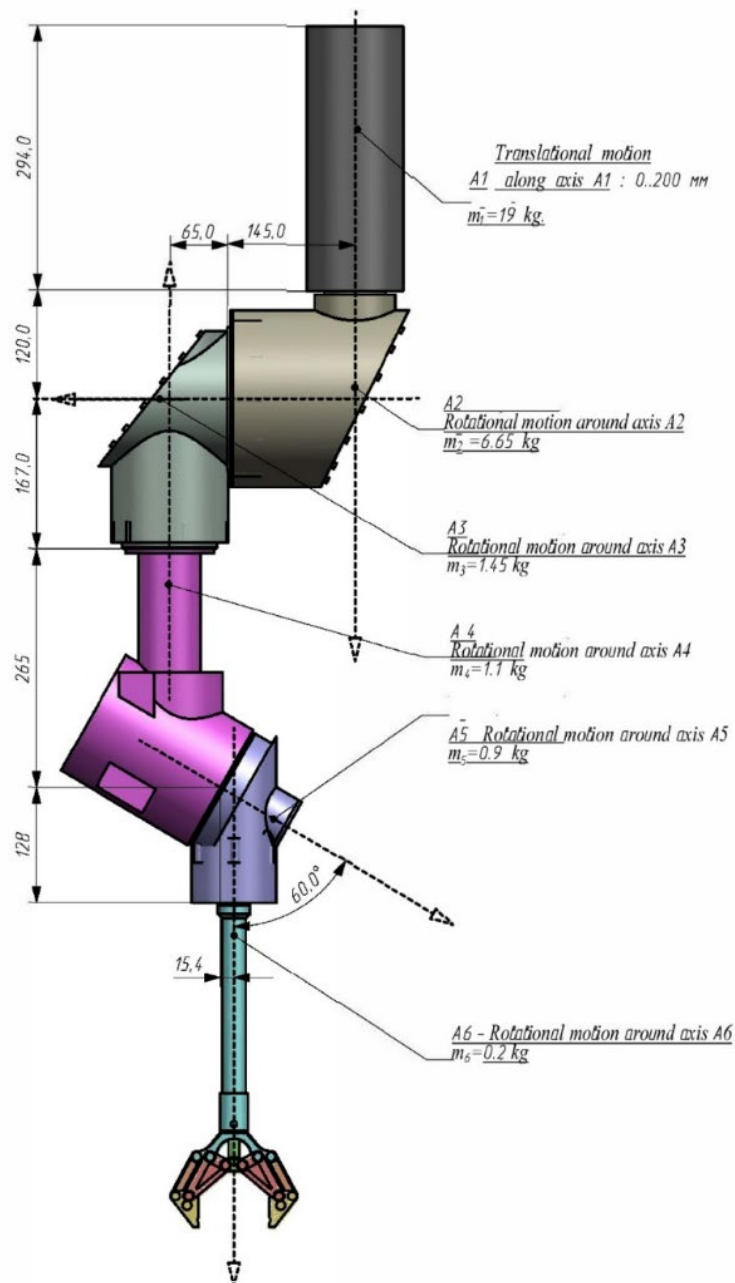


Рис. 3.5.1 – Схема шестизвенного робота-манипулятора

Ведущий манипулятор представляет собой уменьшенную версию ведомого манипулятора. Он имеет приводы во всех шарнирах с датчиками, измеряющих значения их фазовых координат. Манипуляторы соединены между собой сквозной трубой. Труба содержит набор параллельных валов для передачи движения от ведущего манипулятора к ведомому. Сквозные

валы имеют на концах муфты с прорезями для зацепления их с валами ведомого манипулятора.

За обобщенные координаты представлялись удобными $q_1 = z_1, q_i = \varphi_i, i = 2, 3, 4, 5, 6$ представляют собой поступательные и угловые перемещения призматического и вращательных шарниров O_1, O_2, \dots, O_6 соответственно. Обозначим через l_i длину i -го звена, символом m_i – массу i -го звена, l_{i2} – длина отрезка $O_i C_i$, где C_i – центр масс i -го звена. Обозначим через I_{ix}, I_{iy} и I_{iz} моменты инерции i -го относительно соответствующих осей x, y и z ($i = 1, 2, \dots, 6$). Динамика многозвенного робота-манипулятора с шестью вращательными и призматическими шарнирами определяется уравнениями (2.1.1). Были вычислены составляющие a_{ij} матрицы инерции $A(q)$:

$$a_{11} = \sum_{i=1}^6 m_i, a_{12} = a_{16} = a_{21} = a_{61} = 0,$$

$$a_{22} = I_{2z} + I_{3y} \sin^2 q_3 + \cos^2 q_3 \sum_{j=3}^6 I_{jz} + \sin^2 q_3 \sum_{j=3}^6 I_{jy} +$$

$$+ \frac{1}{4} (I_{5x} - I_{5z}) \cos^2 q_3 + m_2 l_{22}^2 + m_3 (l_{22}^2 + l_3^2 \sin^2 q_3) +$$

$$+ m_4 ((l_{32} + l_4)^2 \sin^2 q_3 + l_{22}^2)$$

$$+ m_5 \left(\left(l_{32} + l_{42} + \frac{1}{2} l_{52} + l_{62} \right)^2 \sin^2 q_3 + \left(l_{22} - \frac{1}{2} l_{52} \right)^2 \right)$$

$$a_{33} = I_{3x} + I_{4x} + \frac{3}{4} (I_{5x} + I_{5z}) + I_{6x} + m_3 l_3^2 + m_4 (l_{32} + l_4)^2 +$$

$$+ m_5 \left(l_{32} + l_{42} + \frac{\sqrt{3}}{2} l_5 \right)^2 + m_6 \left(l_{32} + l_{42} + \frac{\sqrt{3}}{2} l_{52} + l_6 \right)^2,$$

$$a_{44} = I_{4z} + \frac{3}{4} (I_{5x} + I_{5z}) + I_{6z} + \frac{1}{2} m_5 l_5^2 + \frac{1}{2} m_6 l_{52}^2,$$

$$a_{55} = I_{5z} + \frac{1}{2}(I_{6x} + I_{6z}) + \frac{1}{2}m_6 l_6^2, a_{66} = I_{6z},$$

$$a_{13} = a_{31} = m_3 l_3 \sin q_3 + m_4(l_{32} + l_4) \sin q_3 + m_5 \left(l_{32} + l_{42} + \frac{\sqrt{3}}{2} l_{52} \right) \sin q_3 + m_6 \left(l_{32} + l_{42} + \frac{1}{2} l_{52} + l_{61} \right) \sin q_3,$$

$$a_{14} = a_{41} = -\frac{1}{2}m_5 l_5 \sin q_3 - \frac{1}{2}m_6 l_{52} \sin q_3, a_{15} = a_{51} = \frac{\sqrt{3}}{2}m_6 l_6 \sin q_3,$$

$$a_{23} = a_{32} = m_4(l_{32} + l_{41})l_{22} \cos q_3 - \frac{\sqrt{3}}{2}I_{5x} \cos q_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}I_{5z} \cos q_3 + m_5 \left(l_{22} - \frac{1}{2}l_5 \right) \left(l_{32} + l_{42} + \frac{\sqrt{3}}{2}l_5 \right) \cos q_3$$

$$+ m_6 \left(l_{22} - \frac{1}{2}l_5 \right) \left(l_{32} + l_{42} + \frac{1}{2}l_{52} + l_6 \right) \cos q_3,$$

$$a_{24} = a_{42} = \left(I_{4z} + I_{5x} + I_{5z} + I_{6z} - m_5 \left(l_{22} - \frac{1}{2}l_5 \right) \frac{\sqrt{3}}{2}l_5 - \frac{\sqrt{3}}{2}m_6 \left(l_{22} - \frac{1}{2}l_{52} \right) l_{52} \right) \cos q_3,$$

$$a_{25} = a_{52} = \left(\frac{3}{4}(I_{5z} + I_{6z}) + \left(l_{22} - \frac{\sqrt{3}}{2}l_{52} \right) \right) \cos q_3,$$

$$a_{34} = a_{43} = -\frac{3}{4}I_{5x} + \frac{3}{4}I_{5z} - \frac{\sqrt{3}}{2}m_6 \left(l_{32} + l_{42} + \frac{\sqrt{3}}{2}l_{52} + l_{61} \right) l_{52},$$

$$a_{35} = a_{53} = \frac{1}{4}(I_{5z} + I_{6x}) + \frac{1}{2}m_6 \left(l_{32} + l_{42} + \frac{\sqrt{3}}{2}l_{52} + l_6 \right) l_6,$$

$$a_{45} = a_{54} = \frac{\sqrt{3}}{2}(I_{5z} + I_{6z}) - \frac{m_6}{2}l_5 l_6,$$

$$a_{46} = a_{64} = I_{6z}, a_{56} = a_{65} = \frac{1}{2}I_{6z}.$$

$$a_{26} = a_{62} = I_{6z} \cos q_3,$$

Вычисленные компоненты g_i вектора $g(q)$ имеют следующие выражения:

$$g_1 = -g \sum_{i=1}^6 m_i, g_2 = 0,$$

$$g_3 = -g \left(m_3 l_3 + m_4 (l_{32} + l_4) + m_5 \left(l_{32} + l_{42} + \frac{1}{2} l_5 \right) + m_6 \left(l_{32} + l_{42} + \frac{1}{2} l_{52} + l_6 \right) \right) \sin q_3,$$

$$g_4 = 0, g_5 = -g m_6 \frac{\sqrt{3}}{2} l_6 \sin q_5, g_6 = 0.$$

Массоинерционные параметры робота оказались равными

$$\begin{aligned} m_1 &= 18 \text{ кг}, m_2 = 6.5 \text{ кг}, m_3 = 1.5 \text{ кг}, m_4 = 1.2 \text{ кг}, \\ m_5 &= 0.8 \text{ кг}, m_6 = 0.3 \text{ кг}, \\ l_1 &= 0.294 \text{ м}, l_2 = 0.12 \text{ м}, l_3 = 0.167 \text{ м} \\ l_4 &= 0.265 \text{ м}, l_5 = 0.128 \text{ м}, l_6 = 0.45 \text{ м}. \end{aligned}$$

Вспомогательные зависимости были выбраны в виде

$$p(x) = \left(x_1, \sin \left(\frac{x_2}{2} \right), \sin \left(\frac{x_3}{2} \right), \sin \left(\frac{x_4}{2} \right), \sin \left(\frac{x_5}{2} \right), \sin \left(\frac{x_6}{2} \right) \right)'. \quad (3.5.1)$$

Математическое моделирование процессов управления манипулятором с обоснованными типами управления проводились посредством аналитических выражений и числовых значений, вычисляемых разработанным комплексом программ. Были вычислены выражения составляющих $c_{ij}(q)$ матрицы $C(q, \dot{q})$ кориолисовых и центробежных сил инерции, для выбранного закона программного движения $q = q^{(0)}(t)$ программного управление

$$u^{(0)}(t) = A \left(q^{(0)}(t) \right) \ddot{q}^{(0)}(t) + C \left(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t) \right) \dot{q}^{(0)}(t) + g \left(q^{(0)}(t) \right).$$

Пробный закон программной траектория робота взят в виде

$$\begin{aligned} q_1^{(0)}(t) &= 0.1 + 0.1 \cos(t) \text{ м}, \quad q_2^{(0)}(t) = \cos(2t) \text{ рад}, \\ q_3^{(0)}(t) &= \sin(3t) \text{ рад}, \quad q_4^{(0)}(t) = 2 \cos(2t) \text{ рад}, \\ q_5^{(0)}(t) &= \sin(2t) \text{ рад}, \quad q_6^{(0)}(t) = 2 \sin(3t) \text{ рад}. \end{aligned} \quad (3.5.2)$$

Параметры усиления управления выбираются следующими:

$$\begin{aligned} B_j &= b_j E, \quad (j = 1, 2, 3, 4) \quad b_1 = 20 \text{ Н}, \quad b_2 = 10 \text{ Н}, \quad b_3 = 1 \text{ Н/с}, \quad b_4 = 1 \text{ Н/с}, \quad h_1 \\ &= h_2 = h_3 = h_4 = 0.2(1 - e^{-4t}) \text{ с} \end{aligned}$$

Начальные положения и скорости звеньев робота-манипулятора были выбраны следующими

$$\begin{aligned} q_1(0) &= 0.1 \text{ м}, \quad q_2(0) = -2.1 \text{ рад}, \quad q_3(0) = 2.2 \text{ рад}, \\ q_4(0) &= 3.0 \text{ рад}, \quad q_5(0) = 2.9 \text{ рад}, \quad q_6(0) = 2.8 \text{ рад}, \\ \dot{q}_1(0) &= -\frac{11 \text{ м}}{\text{с}}, \quad \dot{q}_2(0) = -\frac{16 \text{ рад}}{\text{с}}, \quad \dot{q}_3(0) = \frac{15 \text{ рад}}{\text{с}}, \\ \dot{q}_4(0) &= \frac{16 \text{ рад}}{\text{с}}, \quad \dot{q}_5(0) = \frac{18 \text{ рад}}{\text{с}}, \quad \dot{q}_6(0) = \frac{19 \text{ рад}}{\text{с}}. \end{aligned}$$

На Рис. 3.5.2 – Рис. 3.5.4 показаны результаты пробного вычислительного эксперимента в виде графиков программного (3.5.2) и возмущенного движений для каждого звена робота. Из этих рисунков видно, что закон управления обеспечивает асимптотическую сходимость возмущенной траектории робота к программной.

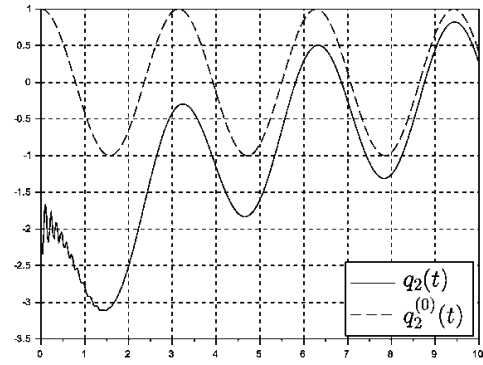
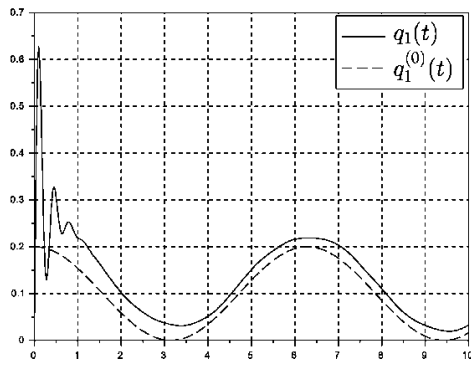


Рис. 3.5.2 – Графики зависимости от времени возмущенного $q = q(t)$ и программного $q = q^0(t)$ движений первого и второго звеньев манипулятора

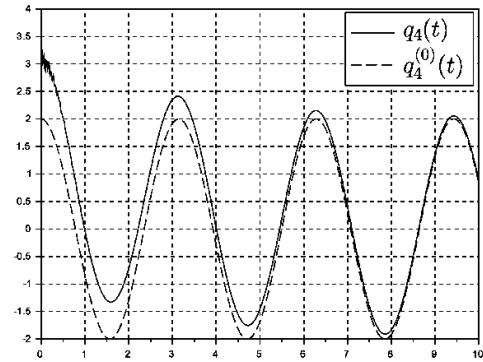
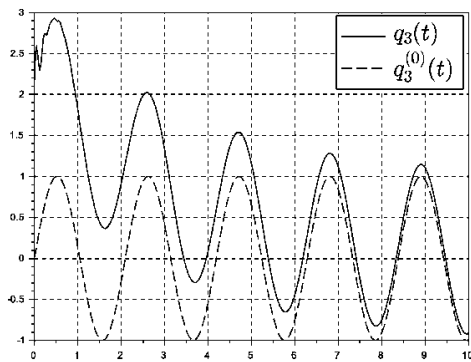


Рис. 3.5.3 – Графики зависимости от времени возмущенного $q = q(t)$ и программного $q = q^0(t)$ движений третьего и четвертого звеньев манипулятора

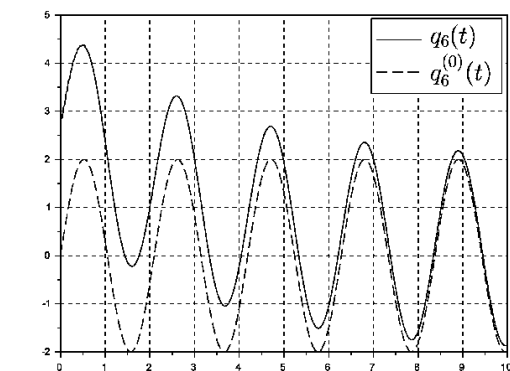
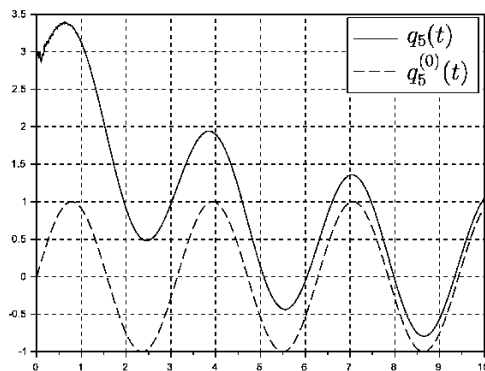


Рис. 3.5.4 – Графики зависимости от времени возмущенного $q = q(t)$ и программного $q = q^0(t)$ движений движения пятого и шестого звеньев манипулятора

Проведена серия натуральных экспериментов по применению разработанных моделей управления манипулятором. Первоочередной задачей являлось определение наибольшего значения запаздывания при прохождении управляющего сигнала с ведущего манипулятора к ведомому. Среднее значение запаздывания при включении структуры управления составляло 0.2 сек. Методом корреляционного анализа это значение имело подтверждение с вероятностью 0.9. Соответственно при проведении всех вычислительных и натуральных экспериментов зависимость запаздывания полагалась равной $h(t) = 0.2(1 - e^{-4t})$.

На рис. 3.5.5 представлена схема методики интерпретации натуральных экспериментов применения разработанных моделей управления в управлении роботом-манипулятором. Для выбранной модели управления и выбранных параметров его обратной связи, выбранного программного движения эксперимент считается успешным, если манипулятор выполняет это движение, или имеет место отслеживание его траектории с заданной точностью. Для выбранной модели управления и выбранных параметров его обратной связи этот выбор считается успешным, если для всего множества программных движений соответствующие эксперименты являются успешными. Выбранная модель управления манипулятора считается успешной, если удастся найти успешный выбор параметров его обратной связи. Согласно этому алгоритму, оказалась неуспешной модель управления, разработанная в § 2.4 и содержащаяся в комплексе программ как программа SRC. Проведение серии экспериментов с заданным шагом по ключевым параметрам алгоритма для выявления области работоспособности может быть основой для рекомендаций применения алгоритма в возможных реальных условиях.

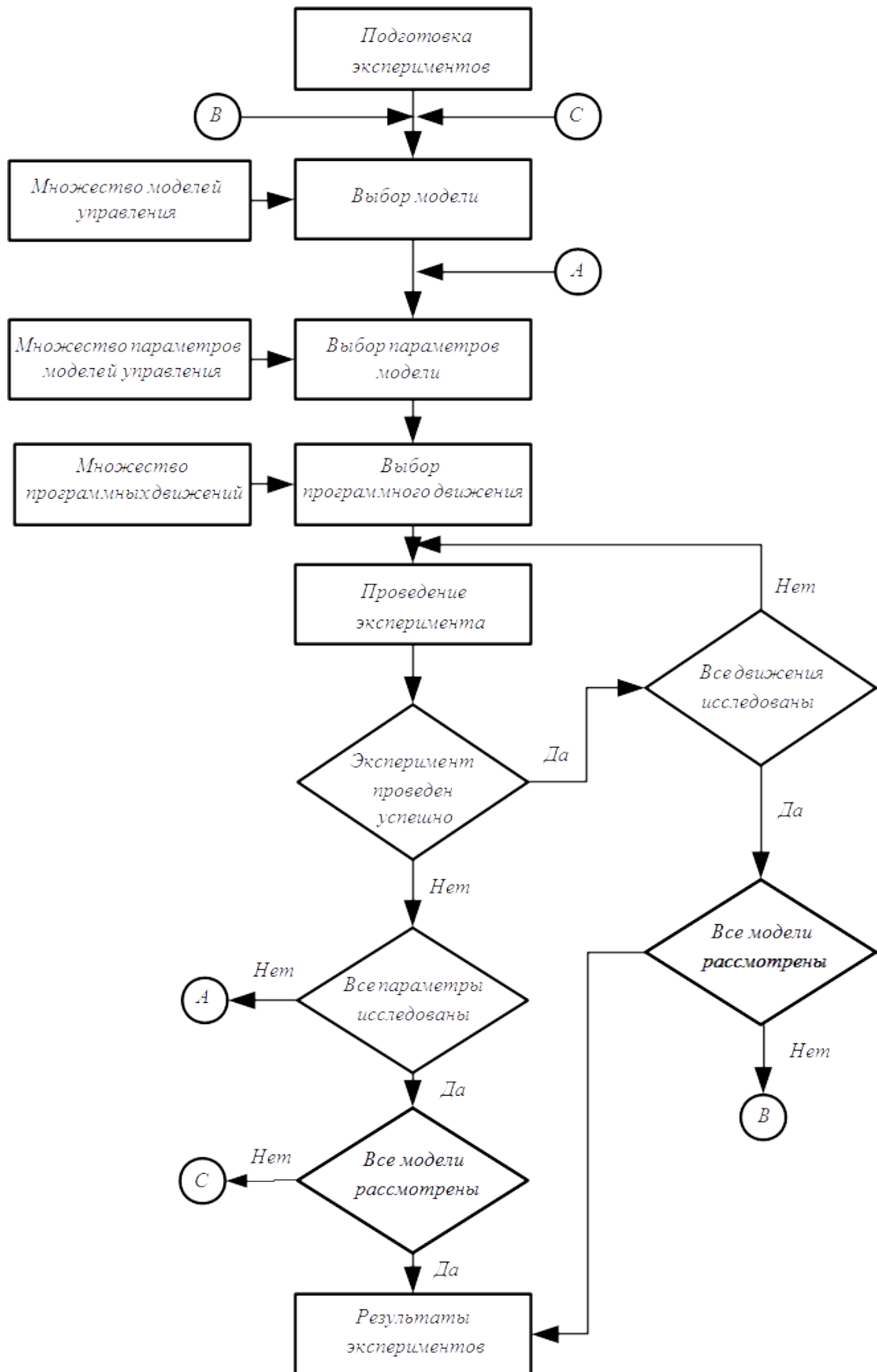


Рис. 3.5.5 – Схема методики интерпретации натуральных экспериментов

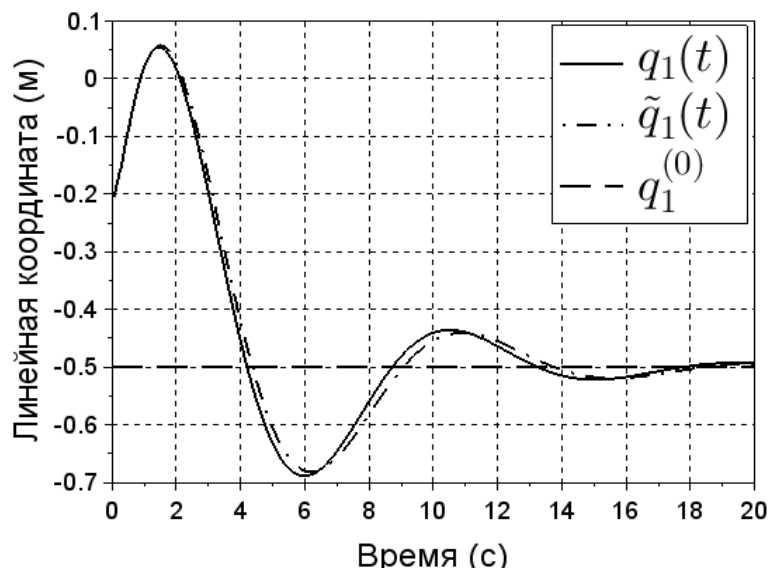


Рис. 3.5.6 – Результаты натурального и вычислительного экспериментов в виде графиков зависимости от времени движений первого звена манипулятора

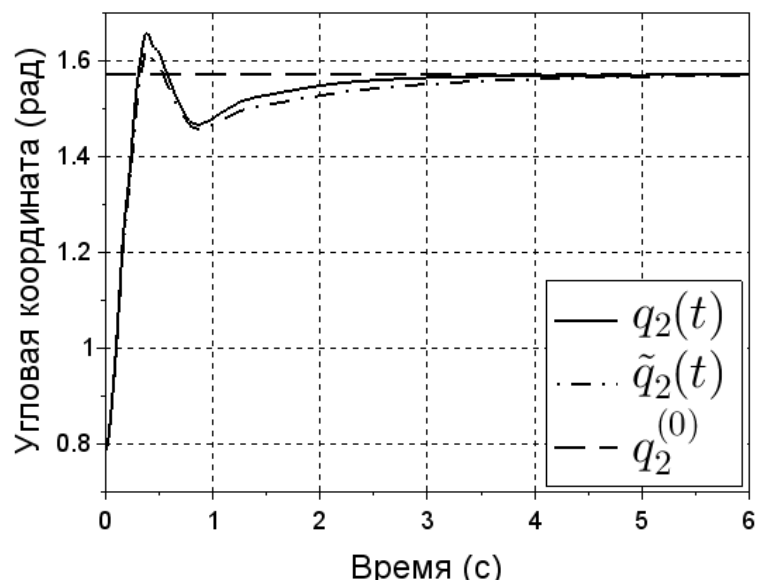


Рис. 3.5.7 – Результаты натурального и вычислительного экспериментов в виде графиков зависимости от времени движений второго звена манипулятора

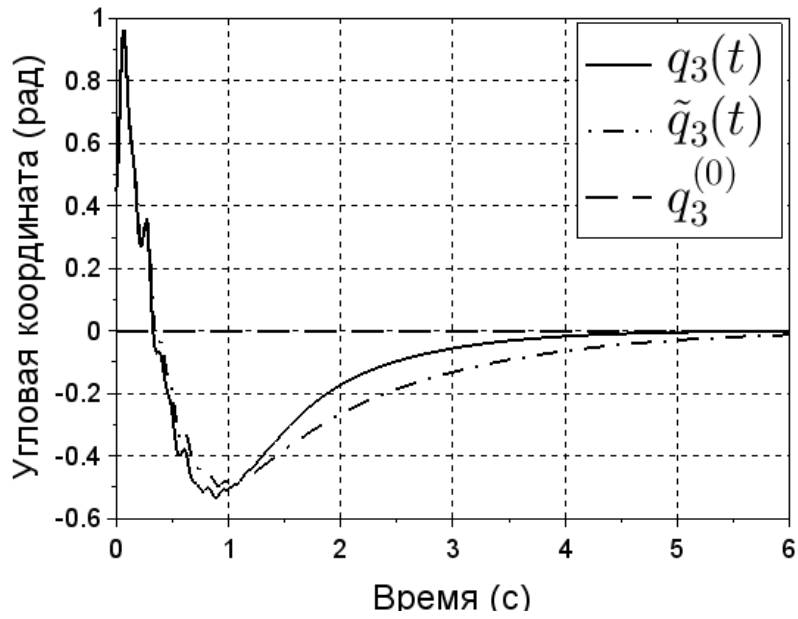


Рис. 3.5.8 – Результаты натурального и вычислительного экспериментов в виде графиков зависимости от времени движений третьего звена манипулятора

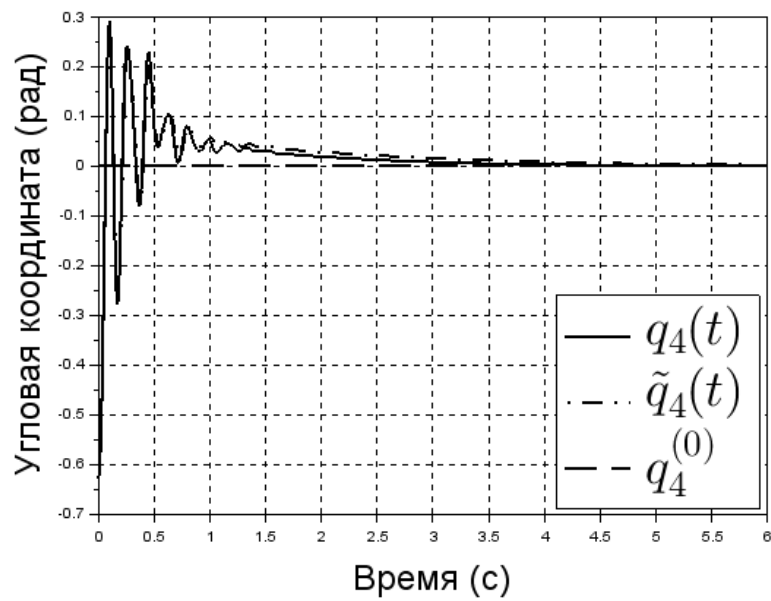


Рис. 3.5.9 – Результаты натурального и вычислительного экспериментов в виде графиков зависимости от времени движений четвертого звена манипулятора

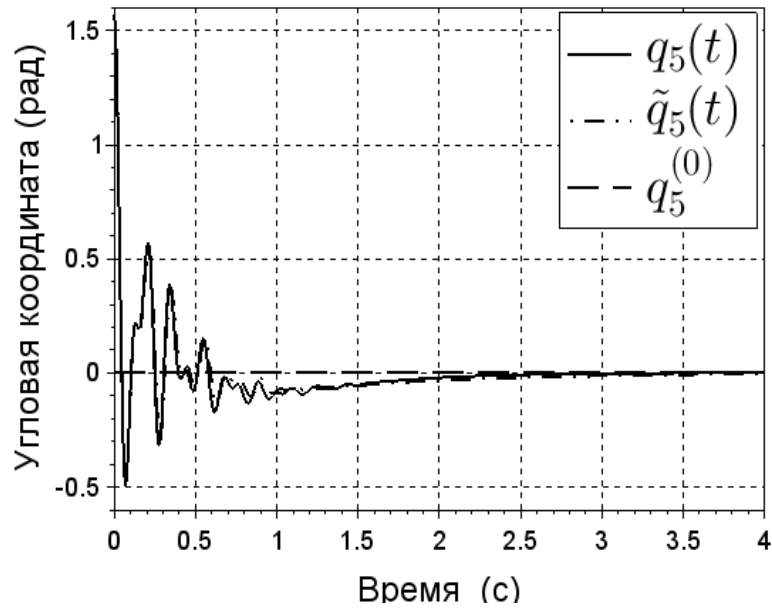


Рис. 3.5.10 – Результаты натурального и вычислительного экспериментов в виде графиков зависимости от времени движений пятого звена манипулятора

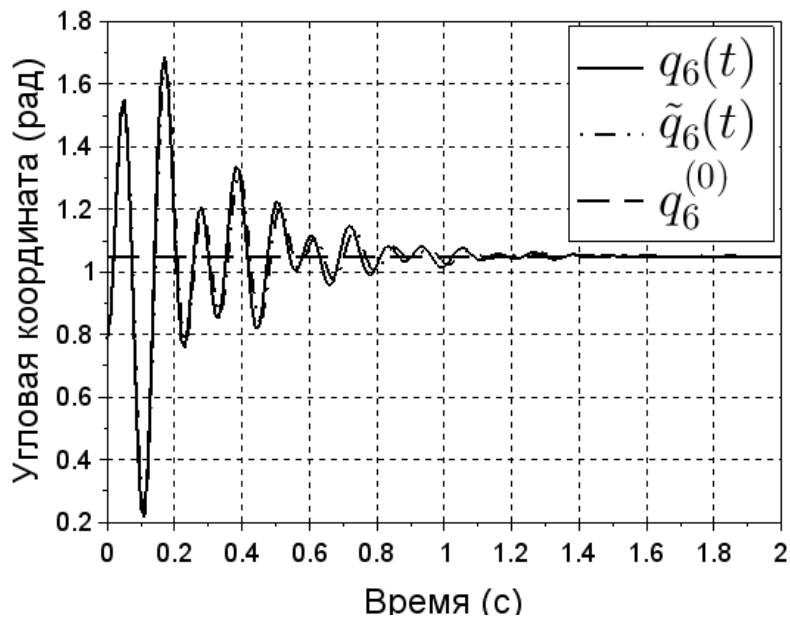


Рис. 3.5.11 – Результаты натурального и вычислительного экспериментов в виде графиков зависимости от времени движений шестого звена манипулятора

На рис. 3.5.6 – рис. 3.5.11 представлены результаты и натурального и вычислительного экспериментов в виде графиков зависимости от времени движений звеньев экспериментального шестизвенного робота-манипулятора.

Управление манипулятором осуществлялось в виде

$$u = u^{(0)}(t) + u^{(1)}\left(t, q - q^{(0)}(t), \dot{q} - \dot{q}^{(0)}(t)\right),$$

$$u^{(1)}(t, x(t), \dot{x}(t)) = -B_1 p\left(x(t - h(t))\right) - B_2 \dot{x}(t - h(t)) - \\ - \int_{t-h(t)}^t B_3(\tau - t) \dot{x}(\tau) d\tau - \int_{t-h(t)}^t B_4(\tau - t) p(x(\tau)) d\tau,$$

$$p(x) = \left(x_1, \sin\left(\frac{x_2}{2}\right), \sin\left(\frac{x_3}{2}\right), \sin\left(\frac{x_4}{2}\right), \sin\left(\frac{x_5}{2}\right), \sin\left(\frac{x_6}{2}\right)\right)'$$

с коэффициентами усиления и запаздывающей зависимостью в структуре обратной связи

$$B_j = b_j E, (j = 1, 2, 3, 4) \quad b_1 = 20 \text{ Н}, b_2 = 10 \text{ Н}, b_3 = 1 \text{ Н/с}, b_4 = 1 \text{ Н/с}, h_1 \\ = h_2 = h_3 = h_4 = 0.2(1 - e^{-4t}) \text{ с}$$

Программным движением $q = q^0(t) \equiv q^{(0)}$ являлось заданное положение манипулятора в горячей камере

$$q_1^{(0)} = -0.5 \text{ м}, q_2^{(0)} = \pi/2 \text{ рад}, q_3^{(0)} = 0 \text{ рад}, q_4^{(0)} = 0 \text{ рад},$$

$$q_5^{(0)} = 0 \text{ рад}, q_6^{(0)} = \pi/3 \text{ рад}.$$

Графические результаты отвечают начальным условиям

$$q_1(0) = -0.2 \text{ м}, q_2(0) = \pi/4 \text{ рад}, q_3(0) = \pi/7 \text{ рад},$$

$$q_4(0) = -\pi/5 \text{ рад}, q_5(0) = \pi/2 \text{ рад}, q_6(0) = \pi/4 \text{ рад},$$

$$\dot{q}_1(0) = 0 \text{ м/с}, \dot{q}_2(0) = \dot{q}_3(0) = \dot{q}_4(0) = \dot{q}_5(0) = \dot{q}_6(0) = 0 \text{ рад/с}.$$

На рис. 3.5.6 – рис. 3.5.8 соответственно обозначены:

$q = q^{(0)}$ – график программного положения звеньев манипулятора;

$q = q(t)$ – график возмущенного движения звеньев в вычислительном эксперименте;

$q = \tilde{q}(t)$ – график возмущенного движения звеньев в натурном эксперименте.

Выводы по третьей главе.

В главе рассмотрена задача об управлении вертикально расположенным трехзвенным роботом-манипулятором с грузом. Важной особенностью математической модели его динамики является учет несимметричности ведомых звеньев в поперечных сечениях. Обоснована модель ограниченного управления, обеспечивающего полуглобальную стабилизацию программного положения манипулятора при измерении только его угловых координат. При этом в зависимости от выбранного положения может быть учтено положительное действие гравитационных моментов для стабилизации. Рассматриваемый манипулятор может иметь программное движение в виде вращения колонки с постоянной скоростью и заданного положения ведомых звеньев во вращающейся вертикальной плоскости. Обосновано управление, обеспечивающее стабилизацию такого движения только при измерении угловых координат робота. Обоснованное управление представляет собой регулятор достаточно простой структуры. Отсутствие датчиков скоростей позволяет снизить затраты на его конструирование и эксплуатацию. Параметры этого регулятора определяют в виде явной теоретической зависимости от массо-инерционных параметров манипулятора и заданного программного движения. При необходимости управление может быть выбрано робастным по отношению к нагрузке и заданному классу программных движений. Все это позволяет составить достаточно простой, но универсальный алгоритм программного продукта по

управлению манипулятором. Представлено численное моделирование обоснованного управления с использованием параметров известного индустриального трехзвенного манипулятора.

В качестве другой прикладной решена задача о применении нелинейного регулятора для шестизвенного манипулятора, функционирование которого в горячей камере в достаточной степени зависит от запаздывания, вызванного принятым способом управления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе обоснованы новые модели управления движениями роботов-манипуляторов с использованием нелинейных регуляторов.

1. Для управления механической системы с нестационарными голономными связями обоснована модель структуры обратной связи с интегральной составляющей общего вида. Показано, что такая модель управления обеспечивает программную ориентацию твердого тела относительно инерциальной и неинерциальной (вращающейся с произвольной угловой скоростью) систем координат.

2. Разработаны модели управления без измерения угловых скоростей, обеспечивающие стабилизацию установившихся программных движений классического трехзвенного манипулятора. На основе численного моделирования проведен анализ эффективности этих моделей по энергозатратности, сходимости к программному движению и другим факторам.

3. Для управления многозвенными манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами обоснованы модели нелинейных регуляторов, обеспечивающие стабилизацию их программных движений при учете динамики системы со свойством робастности относительно ее массоинерционных параметров. Выводится оценка допустимого запаздывания в структуре обратной связи с этими моделями регуляторов.

4. Разработана модель управления многозвенными роботами-манипуляторами, обеспечивающая отслеживание траектории без измерения скоростей посредством введения в структуру обратной связи составляющих, пропорциональных измеренным значениям координат с определенным запаздыванием. Представлено численное моделирование отслеживания траектории классического трехзвенного манипулятора с этой моделью и проведен анализ численных результатов.

5. Разработан численный метод для численного моделирования процесса управления многозвенными манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами. Эффективность численного метода заключается в учете структуры модельных управлений, описывающих процесс управления робота.
6. Составлены алгоритмы и программы для численного анализа и определения адекватности разработанных моделей управления указанными многозвенными роботами-манипуляторами.
7. Разработана математическая модель нелинейной динамики манипулятора типа PUMA-560. На основе разработанного комплекса программ проведено математическое моделирование процессов управления таким манипулятором с различными типами регуляторов в обратной связи.
8. Разработана математическая модель нелинейной динамики шестизвенного манипулятора, функционирующего в горячей камере в дистанционном режиме. Проведенное математическое моделирование процессов управления с различными типами регуляторов показало достаточную адекватность результатов вычислительного моделирования экспериментальным результатам. На основе интерпретации результатов проведенных натуральных экспериментов по применению обоснованных моделей управления манипулятором получен соответствующий акт о внедрении моделей управления в практическую деятельность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров, А. Ю. Анализ устойчивости механических систем с распределенным запаздыванием на основе декомпозиции / А. Ю. Александров, А. А. Тихонов // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. – 2021. – Т. 17, № 1. С. 13–26.
2. Ананьевский И. М., Добрынина И. С., Черноусько Ф. М. Метод декомпозиции в задачах управления механической системой // Известия РАН. Теория и системы управления. 1995. № 2. С. 3–14.
3. Ананьевский И. М., Решмин С. А. Метод декомпозиции в задаче об отслеживании траекторий механических систем // Известия РАН. Теория и системы управления. 2002. № 5. С. 25–32.
4. Андреев А.С., Колегова Л.В. Об управлении движением шестизвенного манипулятора // Сборник материалов XV Международной научной конференции "Дифференциальные уравнения и их приложения в математическом моделировании": труды конференции, Саранск, 15–18 июля 2021. Саранск: Изд-во Национального исследовательского Мордовского государственного университета им. Н.П. Огарева. 2021. С. 18–19.
5. Андреев А. С., Колегова Л. В. ПИД-регуляторы с запаздыванием в задаче о стабилизации программных движений роботоманипуляторов // Сборник материалов X Международной научной молодежной школы-семинара "Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ" имени Е.В. Воскресенского, Саранск, 14–18 июля 2022. Саранск: Изд-во Национального исследовательского Мордовского государственного университета им. Н.П. Огарева. 2022.
6. Андреев А. С., Колегова Л. В. ПИД-регуляторы с запаздыванием в задаче о стабилизации программных движений роботоманипуляторов // Сборник материалов X Международной научной молодежной школы-семинара "Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ" имени Е.В. Воскресенского, Саранск, 14–18 июля 2022. Саранск: Изд-во Национального исследовательского Мордовского государственного университета им. Н.П. Огарева. 2022.

- манипуляторов //Журнал Средневолжского математического общества.
– 2022. – Т. 24. – №. 3. – С. 267–279.
7. Андреев А.С., Перегудова О.А. К методу сравнения в задачах об асимптотической устойчивости // Прикладная математика и механика. 2006. Т. 70, Вып. 6. С. 965–976.
 8. Булдаковский П.А. О глобальном отслеживании траектории трехзвенного робота-манипулятора без использования тахометров / П. А. Булдаковский, Л. В. Колегова, А. В. Редченков, Е. А. Сутыркина // Научно-технический вестник Поволжья. – 2024. – № 5. – С. 33-37.
 9. Бурков И.В. Стабилизация натуральной механической системы без измерения её скоростей с приложением к управлению твёрдым телом // Прикладная математика и механика. 1998. Т.62. Вып. 6. С. 923–933.
 10. Карапетян А.В. Устойчивость и бифуркация движений: учебник /А.В.Карапетян. – Москва: Издательство Московского университета, 2020. 186 с.
 11. Карапетян А. В., Румянцев В. В. Устойчивость консервативных и диссипативных систем. Итоги науки и техники. Сер. Общая механика. Т. 6. М.: ВИНТИ, 1983.
 12. Колегова Л.В. Об управлении трехзвенным манипулятором без измерения скоростей // Интегрированные системы управления: сб. науч. тр. науч.-технич. конф., Ульяновск, 18-19 мая 2021 г. / Отв. за вып. А.Л. Савкин. - Ульяновск : ФНПЦ АО "НПО "Марс", 2021. С. 83–89.
 13. Колегова Л. В. О стабилизации движений трехзвенного робота-манипулятора с неполным измерением //Журнал Средневолжского математического общества. – 2024. – Т. 26. – №. 1. – С. 60–73.
 14. Колегова Л. В., Сутыркина Е. А. Математическое моделирование движения мобильных роботов под действием ПИ- и ПИД-регуляторов

//Ученые записки УлГУ. Серия" Математика и информационные технологии". – 2024. – №. 1. – С. 28–34.

15. Матюхин В. И. Управление движением манипулятора: Научное издание. Москва: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2010. 96 с.
16. Матюхин В. И. Управление механическими системами. Москва, 2009. 320 с.
17. Пятницкий Е. С. Синтез иерархических систем управления механическими объектами на принципе декомпозиции // Автоматика и телемеханика. 1989. № 1. С. 87–99, № 2. С. 71–86.
18. Руш Н., Абетс П., Лалуа М. Прямой метод Ляпунова в теории устойчивости. Москва, 1980. 300 с.
19. Тахтенкова Л.С., Макаров Д.С. Колегова Л.В. О стабилизации установившихся движений трехзвенного манипулятора управлением с неполным измерением // Труды XIII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2019, Москва, 17–20 июня 2019 года. Москва: ИПУ РАН, 2019. С. 812–816.
20. Черноусько Ф. Л., Ананьевский И. М., Решмин С. А. Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006. 328 с.
21. Шепелев Г.А. Моделирование управляемых систем с запаздывающей обратной связью. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. / Шепелев Георгий Александрович; [Место защиты: Ульян. гос. ун-т].- Ульяновск, 2011.- 246 с.
22. Aguinaga-Ruiz E., Zavala-Rio A., Santibanez V., Reyes F. Global trajectory tracking through static feedback for robot manipulators with bounded inputs

- // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2009. Vol. 17, № 4. P. 934–944.
23. Alvarez J., Cervantes I., Kelly R. PID regulation of robot manipulators: stability and performance // Systems and Control Letters. 2000. Vol. 41. P. 73–83.
 24. Alvarez J., Kelly R., Cervantes I. Semiglobal stability of saturated linear PID control for robot manipulators // Automatica. 2003. Vol. 39. P. 989–995.
 25. Alvarez J., Santibanez V., Campa R. Stability of robot manipulators under saturated PID compensation // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2008. Vol. 16, № 6. P. 1333–1341.
 26. Andreev A.S. The Lyapunov functionals method in stability problems for functional differential equations // Automation and Remote Control. 2009. Vol. 70. P. 1438–1486.
 27. Andreev A.S., Peregudova O.A. Trajectory tracking control for robot manipulators using only position measurements // International Journal of Control. 2017. DOI:10.1080/00207179.2017.1397755
 28. Andreev A.S., Peregudova O.A. Stabilization of the preset motions of a holonomic mechanical system without velocity measurement // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2017. Vol. 81. № 2. P. 95–105.
 29. Andreev A., Peregudova O. Non-linear PI regulators in control problems for holonomic mechanical systems // Systems Science and Control Engineering. 2018. Vol. 6, № 1. P. 12–19.
 30. Andreev A.S., Peregudova O.A. Nonlinear regulators in position stabilization problem of holonomic mechanical system // Mechanics of Solids. 2018. Vol. 3. P. S22–S38.
 31. Andreev A.S., Peregudova O.A. On the Stability and Stabilization Problems of Volterra Integral-Differential Equations // Russian Journal of Nonlinear Dynamics. 2018. Vol. 14, № 3. P. 387–407.

32. Andreev A.S., Peregudova O.A. Nonlinear controllers in the regulation problem of the robots // IFAC Papers-OnLine. 2018. Vol. 51, № 4. P. 7–12.
33. Andreev A., Peregudova O. Volterra Equations in the Control Problem of Mechanical Systems // 2019 23rd International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC). 2019. P. 298–303.
34. Andreev A.S., Peregudova O.A. On global trajectory tracking control of robot manipulators in cylindrical phase space // International Journal of Control. 2020. Vol. 93, № 12. P. 3003–3015.
35. Andreev A., Peregudova O. On global trajectory tracking control of robot manipulators with a delayed feedback // Cybernetics and Physics. – 2021. – T. 10. – №. 4. – C. 231-239.
36. Andreev A., Peregudova O., Kolegova L. On the Output Position Feedback Controller of a Serial Robot Manipulator // 2020 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). 2020. P. 117–120.
37. Andreev A., Peregudova O., Kolegova L. On a Delayed Feedback Control for Multi-Link Robotic Manipulators // Proceedings of the V Scientific School "Dynamics of Complex Networks and their Applications" (DCNA'2021). 13–15 September 2021, Kaliningrad, Russia. 2021. P. 18–22.
38. Andreev A.S., Peregudova O.A., Kolegova L.V. On the Trajectory Tracking Control for a 5-Dof Robotic Manipulator with Prismatic and Revolute Joints // An International Scientific and Practical Conference on the Topic "Digital Technologies, Innovative Ideas and Prospects for Application in the Field of Production". June 12, 2021, Andijan, Uzbekistan. 2021. P. 7–9.
39. Andreev A., Peregudova O., Kolegova L. Nonlinear Control of Lagrangian Mechanical System // 2021 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA), 2021.

40. Andreev A., Peregudova O., Prikhodko V. Output Feedback Control Structure of a Robot Manipulator in a Hot Cell //2020 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). – IEEE, 2020. – C. 105-110.
41. Andreev A., Peregudova O., Tahtenkova L., Kolegova L. On Output Feedback Control Problems of an Industrial Robot Manipulator // Proceedings of the 1st International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency, SUMMA2019, Lipetsk, Russia, 20–22 November, 2019.
42. Andreev A., Sutyorkina K., Kolegova L. PID Controllers in the Trajectory Tracking Control Problem of Robotic Manipulators with Time-Delayed Feedback //2023 9th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT). – IEEE, 2023. – P. 173–178
43. Arimoto S. Control Theory of Non-Linear Mechanical Systems: A Passivity-Based and Circuit-Theoretic Approach. Oxford: Clarendon, 1996.
44. Arimoto S., Naniwa T., Suzuki H. Asymptotic stability and robustness of PID local feedback for position control of robot manipulators // Proc. ICARCV. Singapore, 1990. P. 382–386.
45. Bagheri M., Naseradinmousavi P., Krstic M. Feedback linearization based predictor for time delay control of a high-DOF robot manipulator // Automatica. 2019. Vol. 108. P. 108485.
46. Bekiaris-Liberis N., Krstic M. Predictor-feedback stabilization of multi-input nonlinear systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2017. Vol. 62, № 2. P. 516–531.
47. Belanger P.R. Estimation of angular velocity and acceleration from shaft encoder measurements // Proc. IEEE Conf. Robotics Autom., Nice, France. 1992. P. 585–592.
48. Berghuis H., Nijmeijer H. Global regulation of robots using only position measurements // Systems Contr. Lett. 1993. Vol. 21, № 4. P. 289–293.

49. Berghuis H., Nijmeijer H. A passivity approach to controller-observer design for robots // IEEE Trans. Robotics Autom. 1993. Vol. 9, № 6. P. 740–754.
50. Burkov I.V. Stabilization of position of uniform motion of mechanical systems via bounded control and without velocity measurements // 3-rd IEEE Multi-conf. Systems Control. St Petersburg. 2009. P. 400–405.
51. Canudas de Wit C., Fixot N. Robot control via robust estimated state feedback // IEEE Trans. Automat. Control. 1991. Vol. 36, № 12. P. 1497–1501.
52. Carmona R.R., Barrera M.M., Tellez A.C., Almeida D.R. A tracking controller for mechanical systems with only position measurements as feedback // In: Memorias del Congreso Nacional de Control Automatico, San Luis Potosi, Mexico. 2018. P. 55–59.
53. Castaneda L.A., Luviano-Juarez A., Ochoa-Ortegab G., Chairez I. Tracking control of uncertain time delay systems: An ADRC approach // Control Engineering Practice. 2018. Vol. 78. P. 97–104.
54. Fischer N., Dani A., Sharma N., and Dixon, W.E. Saturated control of an uncertain nonlinear system with input delay // Automatica. 2013. Vol. 49, № 6. P. 1741–1747.
55. Hale J.K. Theory of Functional Differential Equations. New York: Springer-Verlag, 1977.
56. Ivanov S. E., Zudilova T., Voitiuk T., Ivanova L. N. Mathematical modeling of the dynamics of 3-DOF robot-manipulator with software control // Procedia Computer Science. 2020. Vol. 178. P. 311–319. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2020.11.033>.
57. Jangid M. K., Kumar S., Singh J. Trajectory tracking optimization and control of a three link robotic manipulator for application in casting // International Journal of Advanced Technology and Engineering Exploration. 2021. Vol. 8, No 83. pp. 1255. DOI: <https://doi.org/10.19101/IJATEE.2021.874468>

58. Khalil H. K. Nonlinear Systems, 3rd edition. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2002.
59. Kelly R. A tuning procedure of PID control for robot manipulators // *Robotica*. 1995. Vol. 13, № 2. P. 141–148.
60. Kelly R., Ortega R. Adaptive control of robot manipulators: an input–output approach // *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Philadelphia, PA. 1988.
61. Kim J.H., Hur S.M., Oh Y. Performance analysis for bounded persistent disturbances in PD/PID-controlled robotic systems with its experimental demonstrations // *International Journal of Control*. 2017. DOI:10.1080/00207179.2017.1288301
62. Koditschek D. Natural motion for robot arms // *Proceedings of the 1984 IEEE Conference on Decision and Control*, Las Vegas CA., Dec., 1984. P. 733–735.
63. Laib A. Adaptive output regulation of robot manipulators under actuator constraints // *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. 2000. Vol. 16. P. 29–35.
64. Loria A. Global tracking control of one degree of freedom Euler-Lagrange systems without velocity measurements // *European journal of control*. 1996. № 2. P. 144–151.
65. Loria A. Observers are unnecessary for output-feedback control of Lagrangian Systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*, Institute of Electrical and Electronics Engineers. 2016. Vol. 61. P. 905–920.
66. Loria A., Lefeber E., Nijmeijer H. Global asymptotic stability of robot manipulators with linear PID and PI2D control // *Stability Control: Theory Appl*. 2000. Vol. 3, № 2. P. 138–149.
67. Loria A., Nijmeijer H. Bounded output feedback tracking control of fully-actuated Euler-Lagrange systems // *Systems & Control Letters*. 1988. Vol. 33, № 3. P. 151–161.

68. Meza J.L., Santibanez V., Soto R., Perez J. Analysis via passivity theory of a class of nonlinear PID global regulators for robot manipulators // *Advances in PID Control*. Chapter 3. Edited by Valery D. Yurkevich, InTech, 2011. P. 45–64.
69. Moreno-Valenzuela J., Santibanez V., Campa R. On output feedback tracking control of robot manipulators with bounded torque input // *International Journal of Control, Automation, and Systems*. 2008. № 6. P. 76–85.
70. Nikolić I. Ž., Milivojević I. Application of pseudo-derivative feedback in industrial robots controllers // *Facta Univ.(Nis), Mech. Autom. Contr. Robot.* – 1998. – T. 2. – №. 8. – C. 741-756.
71. Nicosia S., Tomei P. Robot control by using only joint position measurements // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1990. Vol. 35. P. 1058–1061.
72. Nunes Eduardo V.L., Hsu L. Global tracking for robot manipulators using a simple causal PD controller plus feedforward // *Robotica*. 2010. Vol. 28. P. 23–34.
73. O'dwyer A. *Handbook of PI and PID controller tuning rules*. World Scientific, 2000.
74. Oliveira T.R., Peixoto A.J., Hsu L. Global tracking for a class of uncertain nonlinear systems with unknown sign-switching control direction by output feedback // *International Journal of Control*. 2015. Vol. 88. P. 1895–1910.
75. Orrante J., Santibanez V., Campa R. On Saturated PID Controllers for Industrial Robots: the PA10 Robot Arm as Case of Study // *Advanced Strategies for Robot Manipulators*, S. Ehsan Shafiei (Ed.), 2010.
76. Ortega R., Loria A., Kelly R. A semiglobally stable output feedback PI2D regulator for robot manipulators // *IEEE Trans. Autom. Contr.* 1995. Vol. 40, №. 8. P. 1432–1436.

77. Ouyang P.R., Acob J., Pano V. PD with sliding mode control for trajectory tracking of robotic system // *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2014. Vol. 30. P. 189–200.
78. Paden B., Panja R. Globally asymptotically stable 'PD+' controller for robot manipulators // *International Journal of Control*. 1988. Vol. 47, № 6. P. 1697–1712.
79. Peregudova O. Robust Trajectory Tracking Control for Robot Manipulators without Velocity Measurements // *Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference)*, 2018 International conference, IEEE Xplore. DOI:10.1109/STAB.2016.754115
80. Prikhodko V.V., Sobolev A.A., Zhukov A.V., Chavkin E.M., Fomin A.N., Levshchanov V.V., Pavlov S.V., Svetukhin V.V. Radiation-resistant robotic manipulator controlled by 6-DoF haptic control device to perform technological tasks in hot cells // *Journal of Physics: Conference Series*, 2019.
81. Qu Z. Global stability of trajectory tracking of robot under PD control // *Dynamics and Control*. 1994. Vol. 4. P. 59–71.
82. Romero J. G., Sarras I., Ortega R. A globally exponentially stable tracking controller for mechanical systems using position feedback // *American Control Conference*, Washington, DC, USA, 2013. P. 4976–4981.
83. URL: https://www.kb-agava.ru/tri_aspekta_pid_regulirovaniya.
84. Santibanez V., Camarillo K., Moreno-Valenzuela J., Campa R. A practical PID regulator with bounded torques for robot manipulators // *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2010. Vol. 8, № 3. P. 544–555.
85. Santibanez V., Kelly R. A class of Nonlinear PID Global regulators for robot manipulators // *Proc. of 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Leuven, Belgium. 1998.

86. Santibanez V., Kelly R. Global asymptotic stability of the PD control with computed feedforward in closed loop with robot manipulators // 14th Triennial World Congress of IFAC, Beijing, R.P. China. 1999. P. 683–688.
87. Santibanez V., Kelly R. PD control with feedforward compensation for robot manipulators: analysis and experimentation // Robotica. 2001. Vol. 19. P. 11–19.
88. Siciliano B., Villani L. A Force position regulator for robot manipulators without velocity measurements // Proc. 1996 IEEE Intern. Conf. Robotics Autom. Minneapolis, MN. 1996. P. 2567–2572.
89. Sun D., Hu S., Shao X., Liu C. Global stability of a saturated nonlinear PID controller for robot manipulators // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2009. Vol. 17, № 4, P. 892–899.
90. Yarza A., Santibanez V., Moreno-Valenzuela J. An adaptive output feedback motion tracking controller for robot manipulators: uniform global asymptotic stability and experimentation // International Journal of Applied Mathematics and Computer Science. 2013. Vol. 23. P. 599–611.
91. Zhang J., Guo L. Theory and design of PID controller for nonlinear uncertain systems // IEEE Control Systems Letters. 2019. Vol. 3, No 3. P. 643–648.

Приложение 1

Стабилизация движений трёхзвенного робота-манипулятора

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО
о государственной регистрации программы для ЭВМ
№ 2024617104

Стабилизация движений трёхзвенного робота-манипулятора

Правообладатель: **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Ульяновский государственный университет" (RU)**

Авторы: **Сутыркина Екатерина Алексеевна (RU), Колегова Любовь Владимировна (RU)**

Заявка № **2024616086**
Дата поступления **28 марта 2024 г.**
Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ **28 марта 2024 г.**

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Ю.С. Зубов

