

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф – Программа вступительных испытаний		

УТВЕРЖДАЮ:

Председатель приемной комиссии УлГУ

Б.М. Костишко

*Б.М. Костишко* 2022 г.



## ПРОГРАММА

вступительных испытаний по научной специальности

### 1.2.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ (ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ)

для поступающих на обучение по программам подготовки  
научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре  
Ульяновского государственного университета

Сведения о разработчиках:

ФИО	Аббревиатура кафедры	Ученая степень, звание
Андреев Александр Сергеевич	ИБиТУ	д.ф.-м.н., профессор

Ульяновск, 2022

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф – Программа вступительных испытаний		

## **1. Общие положения**

**1.1.** Программа вступительного испытания по специальной дисциплине соответствующей научной специальности программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре: 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (далее - Программа), сформирована на основе требований федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к программам магистратуры (специалитета) по соответствующим направлениям (специальностям) подготовки. Программа разработана для поступления на обучение в аспирантуру УлГУ.

Программой устанавливается:

- форма, структура, процедура сдачи вступительного испытания;
- шкала оценивания;
- максимальное и минимальное количество баллов для успешного прохождения вступительного испытания;
- критерии оценки ответов.

Вступительное испытание проводится на русском языке.

**1.2.** Организация и проведение вступительного испытания осуществляется в соответствии с Правилами приема, утвержденными решением Ученого совета УлГУ, действующими на текущий год поступления.

**1.3.** По результатам вступительного испытания, поступающий имеет право подать на апелляцию о нарушении, по мнению поступающего, установленного порядка проведения вступительного испытания и (или) о несогласии с полученной оценкой результатов вступительного испытания в порядке, установленном Правилами приема, действующими на текущий год поступления.

## **2. Форма, структура, процедура, программа вступительного испытания и шкала оценивания ответов**

**2.1.** Вступительное испытание по специальной дисциплине проводится в форме устного экзамена в соответствии с перечнем тем и (или) вопросов, установленных данной Программой.

**2.2.** Процедура проведения экзамена представляет собой сдачу экзамена в очной форме и (или) с использованием дистанционных технологий (при условии идентификации поступающих при сдаче ими вступительных испытаний): очно и дистанционно.

**2.3.** Результаты проведения вступительного испытания оформляются протоколом, в котором фиксируются вопросы экзаменаторов к поступающему. На каждого поступающего ведется отдельный протокол.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф – Программа вступительных испытаний		

## 2.4. Программа экзамена.

Примерный перечень тем и вопросов для подготовки к сдаче экзамена и формирования билетов.

### 1.2.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ (ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ)

#### Раздел 1. Общая часть.

1.1. Предмет и место математики в познании природы и общества. Этапы исторического развития математики.

#### Раздел 2. Математический анализ.

- 2.1. ПРЕДЕЛ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ И НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ. СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ, НЕПРЕРЫВНЫХ НА ОТРЕЗКЕ.
- 2.2. Производная и дифференциал функций одной и нескольких переменных. Достаточные условия дифференцируемости.
- 2.3. Определенный интеграл и его свойства. Основная формула интегрального исчисления.
- 2.4. Числовые ряды. Абсолютная и условная сходимости. Признаки сходимости: Даламбера, интегральный, Лейбница.
- 2.5. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Непрерывность равномерно сходящегося ряда непрерывных функций.
- 2.6. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Радиус и интервал сходимости.
- 2.7. Криволинейный интеграл. Формула Грина.
- 2.8. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля, сходимость ряда Фурье.

#### Раздел 3. Алгебра и геометрия.

- 3.1. ПРЯМАЯ И ПЛОСКОСТЬ, ИХ УРАВНЕНИЯ. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ, ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ НА ПРЯМОУЮ И ПЛОСКОСТЬ.
- 3.2. Алгебраические линии и поверхности второго порядка, канонические уравнения, классификация.
- 3.3. Система линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы алгебраических уравнений.
- 3.4. Линейный оператор в конечномерном пространстве, его матрица. Норма линейного оператора.
- 3.5. Ортогональные преобразования евклидова пространства. Ортогональные матрицы и их свойства.
- 3.6. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные числа и собственные векторы.

#### Раздел 4. Дифференциальные уравнения.

- 4.1. ТЕОРЕМЫ СУЩЕСТВОВАНИЯ И ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА
- 4.2. Системы линейных дифференциальных уравнений, свойства. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.
- 4.4. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф – Программа вступительных испытаний		

- 4.5. Устойчивость по Ляпунову. Теорема об устойчивости по линейному приближению.
- 4.6. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и парабол.
- 4.7. Методы Ньютона и секущих для решений нелинейных уравнений.
- 4.7. Численные решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

### **Раздел 5. Элементы теории вероятностей**

- 5.1. Аксиоматика теории вероятностей.
- 5.2. Вероятность, условная вероятность. Независимость.
- 5.3. Случайные величины и векторы. Элементы корреляционной теории случайных векторов.
- 5.4. Центральная предельная теорема.
- 5.5. Элементы теории случайных процессов. Понятие винеровского и пуассоновского процессов.

### **ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ**

1. Вещественные функции вещественного аргумента. Два определения предела функции (по Коши, по Гейне) и их эквивалентность, единственность предела.
2. Арифметические свойства предела функций, непрерывность на отрезке: Критерий Коши существования предела функции.
3. Свойства функций, непрерывных на отрезке: о промежуточных значениях, ограниченность, вторая теорема Вейерштрасса.
4. Существование и непрерывность обратной функции. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва функции.
5. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
6. Вещественная функция нескольких переменных. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал и частные производные, их геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости.
7. Интегральные суммы Римана и два определения определенного интеграла (стандартное и через последовательности). Ограниченность функций, интегрируемых по Риману.
8. Суммы Дарбу и критерий Дарбу интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций.
9. Интеграл как функция от его верхнего предела интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Числовые ряды. Сходимость. Необходимое условие сходимости. Признаки сходимости: Даламбера и интегральный.
11. Условная и абсолютная сходимость числовых рядов. Признак Лейбница.
12. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Критерий Коши и признак Вейерштрасса равномерной сходимости.
13. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
14. Степенные ряды. Формула Коши-Адамара для радиуса сходимости. О равномерной сходимости, дифференцируемости и интегрируемости степенных рядов.
15. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение основных функций в степенные ряды.
16. Криволинейные интегралы первого и второго рода, их вычисление.
17. Формула Грина. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования.
18. Тригонометрическая ортонормированная система функций и ее замкнутость в

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф – Программа вступительных испытаний		

пространстве кусочно-непрерывных функций.

19. Тригонометрические ряды Фурье, Сходимость по норме. Условия поточечной, равномерной и абсолютной сходимости тригонометрических рядов Фурье.
20. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве.
21. Уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости.
22. Расстояния от точки до прямой, от точки до плоскости. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.
23. Канонические уравнения эллипса, параболы, гиперболы.
24. Приведение многочлена второго порядка от двух переменных к каноническому виду. Виды линий второго порядка.
25. Алгебраические поверхности второго порядка. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
26. Приведение многочлена второго порядка от трех переменных к каноническому виду (без доказательства). Виды поверхностей второго порядка.
27. Пространство решений однородной системы уравнений. Фундаментальная система решений.
28. Критерий совместности линейной системы (теорема Кронекера-Капелли).
29. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.
30. Линейный оператор в конечномерном пространстве, его матрица. Норма линейного оператора.
31. Ортогональные преобразования евклидова пространства. Ортогональные матрицы и их свойства.
32. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные числа и собственные векторы.
33. Теорема существования решения дифференциального уравнения первого порядка.
34. Теорема о единственности решения.
35. Система линейных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.
36. Решение линейного уравнения с постоянными коэффициентами.
37. Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость линейных систем.
38. Теоремы об устойчивости на основе функций Ляпунова.
39. Устойчивость по линейному приближению.
40. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и парабол.
41. Методы Ньютона и секущих для решений нелинейных уравнений.
42. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
43. Аксиоматика теории вероятностей.
44. Вероятность, условная вероятность. Независимость.
45. Случайные величины и векторы. Элементы корреляционной теории случайных векторов.
46. Центральная предельная теорема.
47. Элементы теории случайных процессов. Понятие винеровского и пуассоновского процессов.

#### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА:

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ, т.1, т.2. -

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф – Программа вступительных испытаний		

ПРОСПЕКТ, 2006.

2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА. - М.: Изд-во ФИЗМАТЛИТ, 2005.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ. - М.: ФМЛ, 2001.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М.: МГУ, 2004.
5. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.: Изд-во Физматлит, 2005.
6. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Научный мир, 2003.
7. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.: ФМЛ, 2003.
8. Боровков А.А. Математическая статистика. М.: Наука, 1984.
9. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1984.

## 2.5. Шкала оценивания ответов на экзамене

<b>неудовлетворительно</b>	<b>удовлетворительно</b>	<b>хорошо</b>	<b>отлично</b>
до 39 баллов	40 - 74 баллов	75 - 84 баллов	85 - 100 баллов

Общая продолжительность экзамена составляет 45 минут.

Максимальное количество баллов за экзамен – 100. Минимальное количество баллов для успешного прохождения экзамена - 40. Поступающий, набравший менее 40 баллов за экзамен, не может быть зачислен в аспирантуру.

Таблица критериев оценки устных и письменных ответов (при наличии)

<b>Вид деятельности</b>		
<b>Оценка</b>	<b>Балл</b>	<b>Уровень владения темой</b>
<b>неудовлетворительно</b>	до 39	Ответ на поставленный вопрос не дан или ответ неполный, отсутствует логичность повествования или допущены существенные логические ошибки
<b>удовлетворительно</b>	40-74	Ответ полный, допущены не существенные логические ошибки
<b>хорошо</b>	75-84	Ответ логичный, конкретный, присутствуют незначительные пробелы в знаниях материала программы

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф – Программа вступительных испытаний		

<b>отлично</b>	85-100	Ответ полный, логичный, конкретный, без замечаний. Продемонстрированы знания материала программы, умение решать предложенные задачи
----------------	--------	---

Вступительное испытание проводится экзаменационной комиссией, действующей на основании приказа ректора.

Итоговая оценка за экзамен определяется как средний балл, выставленный всеми членами комиссии.