

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

|                       |                                    |
|-----------------------|------------------------------------|
| Дисциплина:           | Математический анализ              |
| Наименование кафедры: | Кафедра прикладной математики (ПМ) |

Направление: 38.03.01 «Экономика» (степень – бакалавр)

Сведения о разработчиках:

| ФИО         | Аббревиатура кафедры | Ученая степень, звание |
|-------------|----------------------|------------------------|
| Штраус Л.А. | ПМ                   | к.ф.-м.н, доцент       |

## **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Цели освоения дисциплины:

– научное обоснование понятий и фактов математического анализа, используемых в экономике, первое представление о которых дается в школьном курсе математики, овладение начальными знаниями, необходимыми для использования математического анализа при изучении других дисциплин специальности;

– формирование и развитие соответствующих компетенций.

Задачи освоения дисциплины:

– формирование у будущих экономистов комплексных знаний об основных структурах и методах исследований в математическом анализе, необходимых как для освоения других дисциплин специальности, так и для применения в будущей профессиональной деятельности;

– приобретение студентами навыков и умений по решению простейших задач математического анализа.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП:**

«Математический анализ» – дисциплина базовой части учебного плана.

Дисциплина «Математический анализ» базируется на знаниях и умениях в области элементарной математики, приобретённых студентами в школе.

Полученные при ее изучении знания необходимы при освоении таких дисциплин как теория игр, методы финансовых и коммерческих расчетов, экономико-математические методы и др.

Целями изучения дисциплины являются:

Научное обоснование понятий и фактов математического анализа, используемых в экономике, первое представление о которых дается в школьном курсе математики, овладение начальными знаниями, необходимыми для использования математического анализа при изучении других дисциплин специальности.

Формирование и развитие соответствующих компетенций.

Основными задачами учебной дисциплины являются:

Формирование у будущих экономистов комплексных знаний об основных структурах и методах исследований в математическом анализе, необходимых как для освоения других дисциплин специальности, так и для применения в будущей профессиональной деятельности.

Приобретение студентами навыков и умений по решению простейших задач математического анализа.

## **3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

– способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач (ОПК-2);

– способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы (ОПК-3).

В результате освоения дисциплины студенты должны:

- **иметь представление:**

об основных задачах математического анализа и дифференциальных уравнений и методах их решения;

- **знать:**

определение и свойства основных понятий курса математического анализа : множество, поле действительных чисел, функции, последовательности, предел последовательности и функции, непрерывность функции, точки разрыва, дифференцируемая функция, дифференциал, производная, монотонная функция, экстремум, выпуклость, точки перегиба, асимптоты, первообразная и интеграл Римана функции одной переменной, несобственные интегралы на бесконечном промежутке и от неограниченной функции, числовой ряд, функциональная последовательность и функциональный ряд,

сходимость числового ряда, абсолютная и условная сходимость рядов; понятие дифференциального уравнения и их типы, методы решения дифференциальных уравнений;

примеры использования дифференциального и интегрального исчисления в моделировании и анализе некоторых задач экономики.

- **уметь:**

решать типовые задачи математического анализа и дифференциальных уравнений, анализировать полученные результаты:

вычислять пределы последовательностей, пределы рациональных и иррациональных выражений;

находить пределы (раскрывать неопределённости) непосредственно и с помощью табличных эквивалентностей, правила Лопиталя и формулы Тейлора;

находить точки разрыва функции и определять их тип;

исследовать функции с помощью производной и строить их графики;

находить первообразные и интегралы элементарных функций;

находить пределы (раскрывать неопределённости) функций многих переменных;

находить частные производные и экстремумы функций многих переменных;

исследовать числовые ряды на сходимость;

находить решения дифференциальных уравнений первого порядка: уравнений с разделяющимися переменными, однородных, в полных дифференциалах, линейных и Бернулли;

использовать методы математического анализа и дифференциальных уравнений для решения теоретических и прикладных задач экономики.

- **приобрести навыки:**

приближённых вычислений, в том числе с заданной степенью точности;

применения интегралов к нахождению длин, площадей и объёмов,

площадей поверхностей, координат центров тяжести, моментов инерции плоских и пространственных областей;

параметризации кривых и поверхностей;

применения производных и интегралов к решению экономических задач;

- **владеть:**

методами решения типовых задач математического анализа и дифференциальных уравнений; навыками применения методологии и методов математического анализа и дифференциальных уравнений в экономических явлениях и процессах.

#### 4. ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах (всего) – 8

##### 4.2. по видам учебной работы (в часах)

| Вид учебной работы                                                     | Количество часов (форма обучения <i>очная</i> )    |                     |                 |
|------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|---------------------|-----------------|
|                                                                        | Всего по плану                                     | В т.ч. по семестрам |                 |
|                                                                        |                                                    | 1                   | 2               |
| Контактная работа обучающихся с преподавателем                         | 180                                                | 72                  | 108             |
| Аудиторные занятия:                                                    | 108                                                | 36                  | 72              |
| лекции                                                                 | 54                                                 | 18                  | 36              |
| практические и семинарские занятия                                     | 54                                                 | 18                  | 36              |
| лабораторные работы (лабораторный практикум)                           |                                                    |                     |                 |
| Самостоятельная работа                                                 | 108                                                | 72                  | 36              |
| Всего часов по дисциплине                                              | 288                                                | 144                 | 144             |
| Текущий контроль (количество и вид: конт. работа, коллоквиум, реферат) | решение индивидуальных заданий, составление тестов |                     |                 |
| Курсовая работа                                                        |                                                    |                     |                 |
| Виды промежуточной аттестации (экзамен, зачет)                         | 72                                                 | 36<br>(экзамен)     | 36<br>(экзамен) |

| Вид учебной работы                                                     | Количество часов (форма обучения <i>заочная</i> )  |                     |                |
|------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|---------------------|----------------|
|                                                                        | Всего по плану                                     | В т.ч. по семестрам |                |
|                                                                        |                                                    | 1                   | 2              |
| Контактная работа обучающихся с преподавателем                         | 48                                                 | 21                  | 27             |
| Аудиторные занятия:                                                    | 30                                                 | 12                  | 18             |
| лекции                                                                 | 10                                                 | 4                   | 6              |
| практические и семинарские занятия                                     | 20                                                 | 8                   | 12             |
| лабораторные работы (лабораторный практикум)                           |                                                    |                     |                |
| Самостоятельная работа                                                 | 240                                                | 123                 | 117            |
| Всего часов по дисциплине                                              | 288                                                | 144                 | 144            |
| Текущий контроль (количество и вид: конт. работа, коллоквиум, реферат) | решение индивидуальных заданий, составление тестов |                     |                |
| Курсовая работа                                                        |                                                    |                     |                |
| Виды промежуточной аттестации (экзамен, зачет)                         | 18                                                 | 9<br>(экзамен)      | 9<br>(экзамен) |

#### 4.3. Содержание дисциплины (модуля.) Распределение часов по темам и видам учебной работы:

Форма обучения: *очная*

| Название и разделов и тем                                                  | Всего | Виды учебных занятий |                                |                        |
|----------------------------------------------------------------------------|-------|----------------------|--------------------------------|------------------------|
|                                                                            |       | Аудиторные занятия   |                                | Самостоятельная работа |
|                                                                            |       | лекции               | практические занятия, семинары |                        |
| 1                                                                          | 2     | 3                    | 4                              | 5                      |
| Раздел 1. Введение в математический анализ                                 |       |                      |                                |                        |
| 1. Множества и функции, поле действительных чисел                          | 7     | 2                    | 1                              | 4                      |
| 2. Предел последовательности                                               | 16    | 2                    | 2                              | 12                     |
| 3. Предел функции                                                          | 18    | 2                    | 4                              | 12                     |
| 4. Непрерывные функции                                                     | 14    | 4                    | 2                              | 8                      |
| Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной             |       |                      |                                |                        |
| 5. Дифференцируемые функции                                                | 14    | 2                    | 2                              | 10                     |
| 6. Основные теоремы дифференциального исчисления                           | 9     | 2                    | 1                              | 6                      |
| 7. Приложения производной                                                  | 12    | 2                    | 2                              | 8                      |
| 8. Исследование функций с помощью производных. Построение графика функции. | 18    | 2                    | 4                              | 12                     |
| Итого за 1 семестр                                                         | 108   | 18                   | 18                             | 72                     |
| Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной                 |       |                      |                                |                        |
| 9. Первообразная и неопределённый интеграл                                 | 22    | 6                    | 8                              | 8                      |
| 10. Определённый интеграл Римана                                           | 6     | 2                    | 2                              | 2                      |
| 11. Приложения интеграла                                                   | 10    | 2                    | 4                              | 4                      |
| 12. Несобственные интегралы                                                | 6     | 2                    | 2                              | 2                      |
| Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных        |       |                      |                                |                        |
| 13. Дифференцируемость функции                                             | 7     | 3                    | 2                              | 2                      |
| 14. Исследование функций на экстремум и условный экстремум                 | 11    | 3                    | 4                              | 4                      |
| Раздел 5. Кратные интегралы                                                |       |                      |                                |                        |
| 15. Двойные интегралы и методы их вычисления                               | 4     | 2                    | 1                              | 1                      |
| Раздел 6. Ряды                                                             |       |                      |                                |                        |
| 16. Числовые ряды и их сходимость                                          | 4     | 2                    | 1                              | 1                      |
| 17. Ряды с положительными членами                                          | 8     | 4                    | 2                              | 2                      |
| 18. Знакопеременные ряды                                                   | 6     | 2                    | 2                              | 2                      |
| 19. Степенные ряды                                                         | 4     | 2                    | 1                              | 1                      |
| Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения                          |       |                      |                                |                        |
| 20. Дифференциальные уравнения первого порядка                             | 11    | 3                    | 4                              | 4                      |
| 21. Дифференциальные уравнения второго порядка                             | 9     | 3                    | 3                              | 3                      |
| Итого за 2 семестр                                                         | 108   | 36                   | 36                             | 36                     |

Форма обучения: *заочная*

| Название и разделов и тем                                                                          | Всего | Виды учебных занятий |                                            |                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|----------------------|--------------------------------------------|-------------------------------------|
|                                                                                                    |       | Аудиторные занятия   |                                            | Само-<br>стоятель-<br>ная<br>работа |
|                                                                                                    |       | лекции               | практиче-<br>ские заня-<br>тия,<br>семинар |                                     |
| Раздел 1. Введение в математический анализ                                                         |       |                      |                                            |                                     |
| 1. Множества и функции, поле действительных чисел. Предел последовательности                       | 33    | 1                    | 2                                          | 30                                  |
| 2. Предел функции. Непрерывные функции                                                             | 33    | 1                    | 2                                          | 30                                  |
| Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной                                     |       |                      |                                            |                                     |
| 5. Дифференцируемые функции. Основные теоремы дифференциального исчисления                         | 33    | 1                    | 2                                          | 30                                  |
| 7. Приложения производной. Исследование функций с помощью производных. Построение графика функции. | 36    | 1                    | 2                                          | 33                                  |
| Итого за 1 семестр                                                                                 | 135   | 4                    | 8                                          | 123                                 |
| Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной                                         |       |                      |                                            |                                     |
| 9. Первообразная и неопределённый интеграл                                                         | 23    | 1                    | 2                                          | 20                                  |
| 10. Определённый интеграл Римана                                                                   | 18    | 1                    | 1                                          | 16                                  |
| 11. Приложения интеграла Несобственные интегралы                                                   | 16    |                      | 2                                          | 14                                  |
| Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных                                |       |                      |                                            |                                     |
| 13. Дифференцируемость функции . Исследование функций на экстремум и условный экстремум            | 19    | 1                    | 2                                          | 16                                  |
| Раздел 5. Кратные интегралы                                                                        |       |                      |                                            |                                     |
| 15. Двойные интегралы и методы их вычисления                                                       | 12    |                      | 1                                          | 11                                  |
| Раздел 6. Ряды                                                                                     |       |                      |                                            |                                     |
| 16. Числовые ряды и их сходимость. Ряды с положительными членами                                   | 14    | 1                    | 1                                          | 12                                  |
| 18. Знакопеременные ряды. Степенные ряды                                                           | 14    | 1                    | 1                                          | 12                                  |
| Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения                                                  |       |                      |                                            |                                     |
| 20. Дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения второго порядка         | 19    | 1                    | 2                                          | 16                                  |
| Итого за 2 семестр                                                                                 | 135   | 6                    | 12                                         | 117                                 |

## 5. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

### Раздел 1. Введение в математический анализ

#### Тема 1. Множества и функции.

Множества и операции над ними. Отношения на множествах. Функции. Простейшая классификация функций. Свойства функций. Функция как отношение. Применение функций в экономике. Поле действительных чисел. Принципы минимума и математической индукции для  $\mathbb{N}$ . Определение поля и упорядоченного поля. Примеры. Поле  $\mathbb{R}$  действительных чисел. Грани числовых множеств.

#### Тема 2. Предел последовательности.

Определение предела последовательности. Единственность. Ограниченность сходящейся последовательности. Арифметические свойства. Предельный переход в неравенствах. Фундаментальность. Критерий Коши. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности. Число  $\varepsilon$ . Подпоследовательность и частичный предел последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Нижний и верхний пределы последовательности, их свойства.

#### Тема 3. Предел функции.

Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Гейне и Коши. Бесконечно малые и финально ограниченные величины. Их свойства. Арифметические свойства предела функции. Предельный переход в неравенствах. Первый и второй замечательные пределы. Предел композиции функций. Критерий Коши существования предела функции. Сравнение асимптотического поведения функций. Свойства  $o(f)$ ,  $O(f)$ .

#### Тема 4. Непрерывные функции.

Непрерывность функции в точке. Различные определения. Непрерывность основных элементарных функций. Односторонние пределы. Точки разрыва и их классификация. Локальные свойства непрерывных функций: ограниченность, сохранение знака, непрерывность суммы, произведения, частного, композиции. Глобальные свойства: теорема Больцано-Коши о промежуточном значении и её следствие. Теорема Вейерштрасса о максимальном значении. Критерий непрерывности монотонной функции. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. Теорема об обратной функции.

### Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

#### Тема 5. Дифференцируемые функции.

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Примеры вычисления. Односторонние производные. Касательная. Производные суммы, произведения, частного. Дифференцируемость функции в точке. Связь с существованием производной. Непрерывность дифференцируемой функции. Эластичность функции. Дифференциал, его свойства, геометрический смысл. Производная сложной функции. Инвариантность формы дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

#### Тема 6. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Теоремы Ферма, Ролля и теорема Лагранжа о конечном приращении. Теорема Коши. Правило Лопиталя. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши. Локальная формула Тейлора. Формулы Тейлора основных элементарных функций. Оценка остаточного члена.

#### Тема 7. Приложения производной.

Приближенные вычисления с помощью производной. Нахождение эластичности функции, предельных затрат и т.д.

**Тема 8. Исследование функций с помощью производных.** Построение графика функции.

Условия монотонности функции. Необходимые условия внутреннего экстремума. Достаточные условия экстремума (в том числе в терминах высших производных). Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклая функция. Необходимые и доста-

точные условия выпуклости для дважды дифференцируемой функции. Точки перегиба. Асимптоты кривых. Схема полного исследования функции. Построение графиков.

### **Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной**

#### **Тема 9.** Первообразная и неопределённый интеграл.

Простейшие приёмы интегрирования: непосредственное интегрирование, замена переменной, интегрирование по частям. Таблица основных интегралов. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических и некоторых иррациональных функций.

#### **Тема 10.** Определённый интеграл.

Определение интеграла как предела интегральной суммы. Геометрический и экономический смысл интеграла. Теорема существования. Основные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.

#### **Тема 11.** Приложения интеграла.

Вычисление площадей фигур, длин линий, заданных явными декартовыми уравнениями, параметрически и в полярных координатах. Нахождение объёмов тел. Применение определённого интеграла в экономике. Нахождение объёма выпускаемой продукции.

**Тема 12.** Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций

### **Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

#### **Тема 13.** Дифференцируемость функции двух переменных.

Предел и непрерывность функции двух переменных в точке. Частные производные. Дифференцируемость функции, достаточные условия дифференцируемости. Дифференциал и его геометрический смысл. Производная по направлению, градиент. Дифференцирование сложной функции.

#### **Тема 14.** Исследование на экстремум ф.н.п.

Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия существования локального экстремума в точке. Наибольшее и наименьшее значения функции в области. Условный экстремум функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа. Функции нескольких переменных в экономической теории

### **Раздел 5. Интегральное исчисление функции нескольких переменных**

#### **Тема 15.** Кратные интегралы

Двойные интегралы и их свойства. Геометрический смысл двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному, вычисление с помощью полярных координат.

### **Раздел 6. Ряды**

#### **Тема 16.** Числовые ряды и их сходимость.

Понятие числового ряда. Частичные суммы числового ряда. Сходящиеся числовые ряды. Геометрическая прогрессия. Гармонический ряд. Необходимое условие сходимости числового ряда. Критерий Коши сходимости числовых рядов.

#### **Тема 17.** Числовые ряды с положительными членами.

Знакоположительные ряды. Необходимое и достаточное условие сходимости знакоположительного ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов (признак сравнения, признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши).

#### **Тема 18.** Знакопередающиеся числовые ряды.

Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.

#### **Тема 29.** Степенные ряды.

Теорема Абеля. Область, интервал и радиус сходимости степенного ряда. Свойства

степенного ряда на интервале сходимости. Ряд Тейлора и Маклорена. Достаточные условия разложимости функции в ряд Маклорена. Разложение основных функций в ряд Маклорена. Применение рядов в приближённых вычислениях

## **Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения**

**Тема 20.** Дифференциальные уравнения первого порядка.

Основные понятия. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, линейные, уравнения Бернулли. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения. Общее и частное решение.

**Тема 21.** Дифференциальные уравнения второго порядка.

Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

## **6. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ И СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ**

### **Раздел 1. Введение в математический анализ**

**Тема 1.** Множества и функции.

1. Множества и функции.

**Тема 2.** Предел последовательности.

2. Числовая последовательность, подпоследовательность.
3. Предел последовательности.
4. Вычисление пределов последовательностей.

**Тема 3.** Предел функции.

5. Предел функции в точке.
6. Раскрытие неопределённостей.
7. Первый замечательный предел.
8. Второй замечательный предел.
9. Вычисление пределов.
10. Эквивалентные бесконечно малые функции.
11. Раскрытие неопределённостей с помощью таблицы эквивалентных бесконечно малых.

**Тема 4.** Непрерывные функции.

12. Непрерывные функции.
13. Точки разрыва и их классификация.

### **Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

**Тема 5.** Дифференцируемые функции.

1. Техника дифференцирования.
2. Геометрический смысл производной.
3. Дифференциал.
4. Производные и дифференциалы высших порядков.
5. Формула Лейбница.

**Тема 6.** Основные теоремы дифференциального исчисления.

6. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.
7. Формула Тейлора.
8. Раскрытие неопределённостей с помощью правила Лопиталя.
9. Раскрытие неопределённостей с помощью формулы Тейлора.

**Тема 7.** Приложения производной.

10. Эластичность функции.
11. Производительность труда, предельные затраты.
12. Приближенные вычисления с помощью производной.

**Тема 8.** Исследование функций с помощью производных. Построение графика функции.

13. Нахождение промежутков монотонности, точек экстремума, наибольших и наименьших значений, промежутков выпуклости, точек перегиба.
14. Доказательство неравенств.
15. Исследование функций с помощью производной.
16. Построение графиков функций, а также кривых, заданных параметрически и в полярных координатах.

### **Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной**

**Тема 9.** Первообразная и неопределённый интеграл.

1. Первообразная и неопределённый интеграл. Таблица интегралов.
2. Непосредственное интегрирование.
3. Простейшие приёмы интегрирования: замена переменной, по частям
4. Интегрирование рациональных функций.
5. Интегрирование тригонометрических и некоторых иррациональных функций.

**Тема 10.** Определённый интеграл.

6. Определение интеграла как предела интегральной суммы. Геометрический и экономический смысл интеграла.
7. Основные свойства определенного интеграла. Вычисление с помощью формулы Ньютона-Лейбница.
8. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.

**Тема 11.** Приложения интеграла.

9. Вычисление площадей фигур, длин линий, заданных явными декартовыми уравнениями, параметрически и в полярных координатах.
10. Нахождение объёмов тел.
11. Применение определённого интеграла в экономике. Нахождение объёма выпускаемой продукции.

**Тема 12.** Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций

1. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций

### **Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

**Тема 13.** Дифференцируемость функции двух переменных.

1. Вычисление частных производных.
2. Дифференциал и его геометрический смысл. Применение к приближённым вычислениям.
3. Производная по направлению, градиент.

**Тема 14.** Исследование на экстремум ф.н.п.

4. Нахождение локального экстремума функции двух и трёх переменных.
5. Наибольшее и наименьшее значения функции в области.
6. Условный экстремум функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа.
7. Функции нескольких переменных в экономической теории

### **Раздел 5. Интегральное исчисление функции нескольких переменных**

**Тема 15.** Кратные интегралы

1. Двойные интегралы и их свойства. Геометрический смысл двойного интеграла.
2. Сведение двойного интеграла к повторному, вычисление с помощью полярных координат.

### **Раздел 6. Ряды**

**Тема 16.** Числовые ряды и их сходимость.

1. Понятие числового ряда. Частичные суммы числового ряда. Сходящиеся числовые ряды. Геометрическая прогрессия. Гармонический ряд. Необходимое условие сходимости числового ряда. Критерий Коши сходимости числовых рядов.

**Тема 17.** Числовые ряды с положительными членами.

2. Знакоположительные ряды. Необходимое и достаточное условие сходимости знакоположительного ряда.
3. Исследование знакоположительных рядов на сходимость (признак сравнения, признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши).

**Тема 18.** Знакопередающиеся числовые ряды.

4. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница.
5. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.

**Тема 19.** Степенные ряды.

6. Теорема Абеля. Нахождение радиуса сходимости степенного ряда.
7. Разложение основных функций в ряд Маклорена.
8. Применение рядов в приближённых вычислениях

## **Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения**

**Тема 20.** Дифференциальные уравнения первого порядка.

1. Решение уравнений с разделяющимися переменными, однородных уравнений, уравнений в полных дифференциалах, линейных, уравнений Бернулли. Задача Коши.

**Тема 21.** Дифференциальные уравнения второго порядка.

1. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
2. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
3. Использование дифференциальных уравнений в экономической динамике.

## **7. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ (ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ)**

по данной дисциплине не предусмотрены.

## **8. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, РЕФЕРАТОВ**

Темы контрольных работ:

1. Пределы.
2. Производная
3. Применение производной.
4. Неопределённый интеграл.
5. Определённый интеграл
6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.
7. Числовые ряды.
8. Функциональные последовательности и ряды.
9. Дифференциальные уравнения.

## **9. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ**

К самостоятельной работе студентов по дисциплине «Математический анализ» относятся их подготовка к практическим занятиям и экзаменам.

### **Экзаменационная программа ( I семестр)**

1. Множества и функции.
2. Числовая последовательность, подпоследовательность.

3. Предел последовательности.
4. Вычисление пределов последовательностей.
5. Предел функции в точке.
6. Раскрытие неопределённостей.
7. Первый замечательный предел.
8. Второй замечательный предел.
9. Вычисление пределов.
10. Эквивалентные бесконечно малые функции.
11. Раскрытие неопределённостей с помощью принципа замены эквивалентных бесконечно малых.
12. Непрерывные функции.
13. Точки разрыва и их классификация.
14. Техника дифференцирования.
15. Геометрический смысл производной.
16. Дифференциал.
17. Производные и дифференциалы высших порядков.
18. Формула Лейбница.
19. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.
20. Формула Тейлора.
21. Раскрытие неопределённостей с помощью правила Лопиталя.
22. Раскрытие неопределённостей с помощью формулы Тейлора.
23. Эластичность функции.
24. Задача распределения налогового бремени.
25. Приближенные вычисления с помощью производной.
26. Нахождение промежутков монотонности, точек экстремума, наибольших и наименьших значений, промежутков выпуклости, точек перегиба.
27. Доказательство неравенств.
28. Исследование функций с помощью производной.
29. Построение графиков функций; кривых, заданных параметрически и в полярных координатах.

### **Экзаменационная программа (II семестр)**

1. Первообразная и неопределённый интеграл. Таблица интегралов. Непосредственное интегрирование.
2. Простейшие методы интегрирования.
3. Классы интегрируемых функций.
4. Вычисление определенных интегралов Римана с помощью правила Ньютона–Лейбница.
5. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.
6. Нахождение площадей фигур в декартовых координатах с помощью интегрирования.
9. Нахождение объёмов тел с помощью интегрирования.
10. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций.
11. Признаки сходимости несобственных интегралов.
12. Нахождение пределов функций многих переменных.
13. Вычисление частных производных и дифференциалов разных порядков функций многих переменных.
14. Применение дифференциалов к приближённым вычислениям
15. Исследование функций нескольких переменных на экстремум.
16. Нахождение локальных экстремумов, в том числе и условных правилом множителей Лагранжа.
17. Двойные и тройные интегралы и их свойства.
18. Геометрический смысл двойного интеграла.
19. Сведение кратного интеграла к повторному.

20. Понятие числового ряда. Частичные суммы числового ряда.
21. Сходящиеся числовые ряды. Геометрическая прогрессия. Гармонический ряд.
22. Необходимое условие сходимости числового ряда. Критерий Коши сходимости числовых рядов.
23. Знакоположительные ряды.
24. Необходимое и достаточное условие сходимости знакоположительного ряда.
25. Признаки сходимости знакоположительных рядов (признак сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши-Маклорена).
26. Знакопередающие ряды. Теорема Лейбница.
27. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Признаки Абеля, Дирихле.
28. Теорема Абеля. Область, интервал и радиус сходимости степенного ряда.
29. Свойства степенного ряда на интервале сходимости.
30. Ряд Тейлора и Маклорена. Достаточные условия разложимости функции в ряд Маклорена. Разложение основных функций в ряд Маклорена.
31. Обыкновенные дифференциальные уравнения  $n$ -ого порядка, основные понятия.
32. Дифференциальные уравнения первого порядка, нормальная форма.
33. Задача Коши. Общее и частное решение. Общий интеграл.
34. Уравнения с разделяющимися переменными.
35. Однородные уравнения.
36. Уравнения в полных дифференциалах.
37. Линейные уравнения.
38. Уравнения Бернулли.
39. Однородные и неоднородные дифференциальные уравнения.
40. Теорема об общем решении линейного неоднородного уравнения.
41. Пространство решений, фундаментальная система. Определитель Вронского.
42. Теорема об общем решении линейного однородного уравнения.
43. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

## **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Список рекомендуемой литературы**

#### **а) основная литература**

1. Высшая математика для экономических специальностей . Учебник и практикум/ под ред. Н.Ш. Кремера. - 3-е изд. - М. : Юрайт, 2010-909с.
2. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики: учебно-справочное пособие/ под ред. Н. Ш. Кремера. - М. : Высшее образование, 2009.-646 с.
3. Белый Е. М. Математика для экономистов. - Ульяновск : УлГУ, 2006

#### **б) дополнительная литература**

1. Математический анализ для экономистов: Учебник/под ред А.А. Гриба.-СПб.: «Лань», 2004. - 344 с.
2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ. Начальный курс Под ред. А.Н.Тихонова. – М.: Изд-во МГУ, 1985. – 662 с. ; Продолжение курса. Под ред. А.Н.Тихонова. – М.: Изд-во МГУ, 1987. – 358 с.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа ( в двух томах). –М.: Высшая школа,1981. –т. I – ;т. II – 584 с.
4. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа.-М.: Наука, 1980, ч.2.
5. Виноградова И.А.,Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. В 2 кн. Кн. 1. М.: Изд-во МГУ, 1988.- 416 с.; Кн. 2. Ряды, несобственные интегралы, кратные и поверхностные интегралы. М.: Высшая школа, 2000. – 712с.
6. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу:
7. Учеб.пособие для вузов.- М.: ООО «Издательство Астрель»: ООО «Издательство АСТ»,

2002.- 558 с.

8. Ляшко И.И., Боярчук А.А., Гай Я.Г., Головач Г.П. Математический анализ в примерах и задачах, ч.1. Введение в анализ, производная, интеграл. – Киев, Издательское объединение «Вища школа», 1974.-680 с.
9. Кузнецов Л.А. Сборник задач по высшей математике. Типовые расчёты: Учебное пособие. 3-е изд., испр.-СПб.: Издательство «Лань», 2005. -240 с.
10. Штраус Л.А., Баринова И.В. Пределы: методические указания для студентов факультета математики и информационных технологий и факультета управления.- Издательство УлГУ, 2007-25 с.

#### **11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

- Аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий оснащенные проектором, ноутбуком, аудиооборудованием для просмотра видео (актовый зал, 703, 709 и др. аудитории).
- Аудитории, оборудованные интерактивными досками (603, 611)
- Аудитории для проведения тестирования и самостоятельной работы студентов с выходом в интернет, комп.класс №806 (корпус по ул. Пушкинская, 4а), 1 сервер и 16 рабочих мест (MS Office).
- Читальный зал (803 аудитория) с компьютеризированными рабочими местами для работы с электронными библиотечными системами, каталогом и т.д.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ФОС)  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

**1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования  
в процессе освоения образовательной программы**

| № семестра | Дисциплины (модули)                                                                                                      | Коды компетенций |       |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|-------|
|            |                                                                                                                          | ОПК-2            | ОПК-3 |
| <b>1-2</b> | <b>Математический анализ</b>                                                                                             | +                | +     |
| 2          | Линейная алгебра                                                                                                         | +                | +     |
| 2          | Информационные технологии в экономике                                                                                    |                  | +     |
| 3          | Теория вероятностей и математическая статистика                                                                          | +                | +     |
| 3          | Статистика                                                                                                               | +                | +     |
| 3          | Макроэкономическое планирование и прогнозирование                                                                        |                  | +     |
| 4          | Эконометрика                                                                                                             | +                | +     |
| 4          | Профессиональные компьютерные программы                                                                                  |                  | +     |
| 4          | Методы финансовых и коммерческих расчетов                                                                                | +                |       |
| 4          | Моделирование производственных систем                                                                                    | +                |       |
| 4          | Учебная практика                                                                                                         | +                | +     |
| 5          | Моделирование бизнес-процессов                                                                                           | +                |       |
| 5          | Методы экономических исследований                                                                                        | +                | +     |
| 6          | Отраслевая экономика                                                                                                     | +                |       |
| 6          | Инвестиции                                                                                                               |                  | +     |
| 6          | Производственная практика                                                                                                | +                | +     |
| 7          | Финансово-экономический анализ хозяйственной деятельности / Диагностика финансово-хозяйственной деятельности предприятия |                  | +     |
| 8          | Планирование на предприятии                                                                                              | +                | +     |
| 8          | Бизнес планирование                                                                                                      |                  | +     |
| 8          | Преддипломная практика                                                                                                   | +                | +     |
| 8          | Госэкзамен                                                                                                               | +                | +     |
| 8          | ВКР                                                                                                                      | +                | +     |

### Пример экзаменационного билета (1 семестр)

Кафедра: прикладной математики  
Специальность: Экономика  
Дисциплина: Математический анализ  
Форма обучения: очная  
Курс: 1

#### Билет № 0

1. Функции. Простейшая классификация функций. Свойства функций.
2. Определение предела последовательности. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности. Число  $e$ .
3. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow -\pi} \frac{\sin 3x}{x^2 - \pi^2}$ .
4. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{3x^2 - 6x + 9}{2x^2} \right)^{\frac{1}{(x-3)^2}}$ .

### Пример экзаменационного билета (2 семестр)

Кафедра прикладной математики  
Специальность: Экономика  
Дисциплина: Математический анализ  
Форма обучения: очная  
Курс: 1

#### Билет № 0

1. Интеграл Римана и его свойства.
2. Дифференциал функции многих переменных.
3. Найти интеграл  $\int \arcsin(x) dx$ .
4. Найти экстремумы функции  $f(x, y) = xy$  при условии  $x^2 + y^2 = 1$ .

При выполнении экзаменационного задания требуется решить задачи, сформулировать соответствующие определения и теоремы и привести их доказательства.

**Контрольные вопросы для самостоятельной оценки качества усвоения курса математического анализа.**

**К темам 1-3:**

1. Что называется функцией, областью определения? Каковы способы задания функции?
2. Что называется окрестностью точки?
3. Дать определение предела функции в точке.
4. Какие пределы функции называются односторонними?
5. Сформулировать теоремы о пределах.
6. Какие функции называются бесконечно малыми и бесконечно большими? Каковы их свойства?
7. Дать определение первого замечательного предела.
8. Дать определение второго замечательного предела.
9. Приведите правила раскрытия неопределенностей.

**К теме 4:**

1. Дать определение непрерывности функции в точке и классификацию точек разрыва.
2. Сформулировать свойства функций, непрерывных в точке.
3. Перечислить свойства функций, непрерывных на отрезке.

**К теме 5:**

1. Что называется производной функции в точке?
2. Каков геометрический смысл производной функции в точке?
3. Каковы правила нахождения производной функции?
4. Как находится производная функции, заданной параметрически, неявно?
5. В каких случаях применяется логарифмическое дифференцирование?
6. Дать определение дифференциала функции.
7. В чем заключается геометрический смысл дифференциала функции?
8. Каковы правила нахождения дифференциала функции?
9. В чем заключается инвариантность формы дифференциала?

**К темам 6,7:**

1. Сформулируйте теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Каков их геометрический смысл?
2. Что называется эластичностью функции?
3. Дать определение суммарных, средних и предельных величин в экономике.

**К теме 8:**

1. Какие точки называются критическими?
2. Что такое точки экстремума, экстремальные значения функции?
3. Сформулировать необходимое условие существования экстремума функции в точке.
4. Сформулировать достаточное условие существования экстремума функции в точке.
5. Какие точки называются точками перегиба графика функции?
6. Сформулировать достаточное условие существования перегиба графика функции в точке.
7. Дайте определение асимптоты графика функции.
8. Какова общая схема исследования функции?
9. Каковы условия максимизации прибыли?

**К теме 9:**

1. Что такое первообразная функции?
2. Что называется неопределенным интегралом и каковы его свойства?
3. Записать таблицу интегралов.
4. В чем заключается метод непосредственного интегрирования?
5. Как используется метод замены переменной в неопределенном интеграле?
6. Какова формула интегрирования по частям?
7. Каковы способы интегрирования рациональных дробей?
8. Когда используется метод неопределенных коэффициентов?
9. Как осуществляется интегрирование иррациональных функций?

10. Каковы основные тригонометрические подстановки?

**К теме 10:**

1. Сформулировать задачу о площади.
2. Что называется определенным интегралом?
3. Каковы свойства определенного интеграла?
4. Что называется криволинейной трапецией?
5. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
6. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
7. Как используется метод замены переменной в определенном интеграле?
8. Запишите формулу интегрирования по частям.

**К теме 11:**

1. Как вычисляются площади плоских фигур?
2. Каковы формулы вычисления объема тела вращения плоской фигуры?
3. Как вычислить длину дуги гладкой кривой?

**К теме 12:**

1. Какие интегралы называются несобственными интегралами 1-го и 2-го рода?
2. Дать определение сходящихся несобственных интегралов.

**К теме 13:**

1. Что называется функцией нескольких переменных, её областью определения?
2. Дать определение частного и полного приращения функции нескольких переменных.
3. Что называется частными производными функции нескольких переменных?
4. Что такое градиент функции нескольких переменных?
5. Дать определение производной функции по направлению вектора.

**К теме 14:**

1. Что такое локальный экстремум?
2. Сформулировать необходимые и достаточные условия локального экстремума.
3. Что называется условным экстремумом?
4. Что называется наибольшим и наименьшим значениями функции в замкнутой области? Каков алгоритм их нахождения?
5. Что называется предельной величиной, эластичностью функции двух переменных?
6. Что показывает эластичность замещения?

**К теме 16-18:**

1. Что называется числовым рядом? Сходимость числовых рядов.
2. Сформулировать необходимый признак сходимости.
3. Какой ряд называется гармоническим?
4. Сформулировать два признака сравнения числовых рядов.
5. Как формулируются два признака Коши?
6. Сформулировать признак Даламбера.
7. Какие числовые ряды называются знакопеременными?
8. Какие ряды называются знакочередующимися? Сформулировать признак Лейбница.
9. Дать определения абсолютной и условной сходимости знакопеременных числовых рядов.

**К теме 19:**

1. Какие ряды называются степенными?
2. Что такое область сходимости степенного ряда? Как определяется радиус сходимости?
3. Перечислить свойства степенных рядов.
4. Запишите общую формулу разложения функции в ряд Тейлора.

**К темам 20,21:**

1. Какие уравнения называются дифференциальными? Сформулировать основные понятия.
2. Какие уравнения называются дифференциальными уравнениями 1-го порядка? Дать

определения общего и частного решения.

3. Какие дифференциальные уравнения называются уравнениями 1-го порядка с разделяющимися переменными?

4. Дать понятие линейного дифференциального уравнения 1-го порядка, общего решения.

5. Какие уравнения называются однородными дифференциальными уравнениями 1-го порядка?

9. Сформулировать теорему о структуре общего решения однородного уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

10. Как определяется общее решение однородного уравнения в зависимости от корней характеристического уравнения?

11. Какое уравнение называется неоднородным дифференциальным уравнением 2-го порядка с постоянными коэффициентами?