

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу Язовцевой Ольги Сергеевны  
«Исследование устойчивости решений математических моделей по части  
компонент на основе локальной покомпонентной асимптотической  
эквивалентности», представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ

Диссертация Язовцевой О.С. посвящена исследованию покомпонентных асимптотических свойств нелинейных моделей (устойчивости, асимптотической устойчивости, неустойчивости и локального асимптотического равновесия по отношению к части переменных).

**Актуальность темы исследований.** Задачи исследования асимптотических свойств динамики нелинейных моделей по части компонент естественным образом возникают при моделировании многих процессов и явлений в небесной механике, химии, биологии и др. При исследовании подобных математических моделей встречаются процессы, траектории которых одновременно содержат устойчивые, асимптотически устойчивые и неустойчивые компоненты. Во многих случаях в качестве математических моделей исследуемых процессов рассматриваются нелинейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Основы теории устойчивости обыкновенных дифференциальных уравнений заложены в работах А.М. Ляпунова и А. Пуанкаре, но свое применение к решению актуальных вопросов науки и техники она нашла значительно позже. Возросшую прикладную значимость этой области знаний связывают с именем советского математика Н.Г. Четаева. В дальнейшем вопросы приложений теории устойчивости рассматривались в работах И.Г. Малкина, Г.В. Каменкова, Н.Н. Красовского, В.И. Зубова, В.М. Матросова, С.Д. Варфоломеева, А.Д. Базыкина, Р. Беллмана, Дж. Хилла, А.П. Маркеева и др.

Приложению задач устойчивости по части переменных к практическим задачам посвящены работы В.В. Румянцева, А.С. Озиранера, А.А. Шестакова,

В.И. Воротникова, П. Фергола, Л. Сальвадори, В.Н. Щенникова, Е.В. Воскресенского и др.

В настоящей диссертационной работе покомпонентные асимптотические свойства нелинейных моделей исследуются на основе первого метода Ляпунова и установления локальной покомпонентной асимптотической эквивалентности между решениями нелинейной системы и ее первого приближения. Основные идеи такого подхода к исследованию частичной устойчивости содержатся в работах Е.В. Воскресенского. Этот подход позволяет разработать новые методы исследования по части компонент для широкого класса нелинейных моделей.

Работа Язовцевой Ольги Сергеевны выполнена в русле исследований, начатых Е.В. Воскресенским и продолженных коллективом его школы.

В диссертационной работе метод покомпонентного исследования динамических процессов, описываемых системами обыкновенных дифференциальных уравнений, распространен на критические случаи. Исследование устойчивости решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений по части переменных в критических случаях представляет не только значительный теоретический интерес, но имеет также большое практическое значение, т.к. большое число прикладных задач в различных областях физики и технологий, моделируется этими уравнениями.

В связи с этим тема диссертационной работы Язовцевой Ольги Сергеевны является актуальной.

**Структура и основное содержание диссертации.** Диссертация Язовцевой О.С. объемом 110 страниц состоит из введения, 4 глав и заключения.

Во введении приведены развернутый обзор результатов работ по теме диссертации, актуальность, цель, задачи исследования, раскрываются научная новизна и практическая ценность полученных результатов, методика исследования.

Первая глава посвящена обзору основных понятий, используемых в работе, приведена связь между асимптотической эквивалентностью систем и вопросами теории устойчивости. В ней введены новые определения локальной и равномерной локальной покомпонентной асимптотической эквивалентности, локального асимптотического равновесия. Также приведены условия, при

которых выводы об асимптотическом поведении решений линейной системы могут быть перенесены на нелинейную модель. В качестве примера такого переноса приведено исследование нелинейной модели брутто-реакции пиролиза этана, проведенное с использованием новых введенных определений.

Во второй главе приведены основные теоретические результаты, представляющие собой новые методы исследования частичной устойчивости, асимптотической устойчивости, неустойчивости, асимптотического равновесия нелинейных моделей. Методика исследования основана на построении в банаховом пространстве оператора, связывающего решения нелинейной модели и ее линейного приближения, и оценках фундаментальной матрицы линейной системы.

Третья глава посвящена исследованию нелинейных моделей химии, биологии и небесной механики. Разработанные методы применены к исследованию асимптотических свойств динамики концентраций веществ, участвующих в пиролизе пропана и образовании амида уксусной кислоты.

Результаты второй главы послужили основой для получения новых методов анализа динамики биоценоза в условиях межвидового взаимодействия. Исследуемая нелинейная модель представляет собой динамическую систему, фазовые переменные которой обозначают численности популяций, участвующих в биоценозе. Покомпонентное исследование модели позволяет сделать выводы о динамике каждой отдельной популяции.

Также на основании предложенной методики исследована нелинейная модель движения космического аппарата. Полученные достаточные условия позволяют определить область параметров модели, обеспечивающую частичную устойчивость по одним обобщенным координатам и асимптотическую устойчивость по другим.

В четвертой главе описан численный метод расчета множества начальных данных линейной системы, являющейся линейным приближением исследуемой нелинейной модели, и самой нелинейной модели, обеспечивающих локальную покомпонентную асимптотическую эквивалентность исследуемых систем.

В заключении приведены основные выводы диссертационного исследования.

**Основные результаты и их новизна.** В диссертации получен ряд новых научных результатов по исследованию асимптотических свойств нелинейных моделей:

1) получены новые достаточные условия частичной устойчивости нелинейных моделей;

2) исследованы асимптотические свойства кинетических моделей химических реакций: пиролиза этана; пиролиза пропана; образования амида уксусной кислоты;

3) решена задача о частичной устойчивости математической модели динамики биоценоза в условиях межвидового взаимодействия;

4) решена задача о частичной устойчивости математической модели движения космического аппарата, представляющей собой круговую ограниченную задачу трех тел в приближении Хилла;

5) написан комплекс программ, реализующий разработанный численный метод расчета начальных данных для установления соответствия между начальными данными нелинейной модели и ее линейного приближения.

Необходимо отметить, что в диссертационной работе введено понятие равномерной локальной покомпонентной асимптотической эквивалентности.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Теоретическая значимость работы заключается в том, что предложены новые методы исследования устойчивости по части переменных систем нелинейных дифференциальных уравнений в критических случаях. Эти методы могут быть применены к нелинейным моделям в различных научных отраслях.

Практическая значимость состоит в полученных результатах качественной теории динамических процессов по части переменных для ряда конкретных нелинейных моделей химической кинетики, биологии и небесной механики.

Из них наиболее интересно исследование положения равновесия в математической модели движения космического аппарата, в котором продемонстрирована применимость полученных в диссертации теоретических результатов к решению трудных прикладных задач.

Полученные результаты описаны на языке предметной области и могут быть использованы при решении реальных практических задач.

**Достоверность результатов.** Обоснованность полученных результатов следует из строгости применяемого математического аппарата. Все теоретические результаты проиллюстрированы численно. Проведенный сравнительный анализ подтвердил согласованность аналитических исследований и вычислительных экспериментов.

**Общие замечания по диссертационной работе:**

1) В теореме 2.2.1 опущена часть доказательства. Автор пишет (страница 48 в 3-ей строке сверху): «Существование отображения  $P^{(1)}$  доказывается аналогично рассуждениям из работы [13]». В диссертации необходимо приводить доказательства всех утверждений.

2) в формулировке теоремы 2.1.1 (формула (2.2)) не определены коэффициенты  $\alpha_i, i=1, \dots, n$ , а в формулировке теоремы 2.2.1 (формулы (2.13), (2.14)) – коэффициенты  $\alpha_i, \beta_i, i=1, \dots, n$ .

3) Необходимо выделить очень интересные и важные теоремы 2.2.1 и 2.2.2. Теорема 2.2.2 утверждает устойчивость решения системы линейных уравнений, возмущенной полиномиальным оператором, в случае, когда  $r$ - $m$  вещественных частей собственных значений равны нулю.

Это весьма нетривиальный результат и его следовало бы сравнить с результатами классической теории устойчивости систем дифференциальных уравнений в критических случаях.

В диссертации имеется ряд описок и некорректных выражений. Например:

а) на странице 6 в 10-ой строке сверху употреблен некорректный оборот «Одним из направлений такого подхода по исследованию устойчивости...»;

б) на странице 15 в пункте 8 неточность в названии научно-практической конференции, проходившей в г. Пензе с 30 по 31 мая 2017 года. Надо было указать «Математическое и компьютерное моделирование естественнонаучных и социальных проблем»;

в) на странице 19 в 18-ой строке сверху и странице 20 в 3-ей строке снизу содержится выражение «Из работ [13]...».

**Соответствие диссертации критериям и требованиям ВАК.** Диссертация Язовцевой О.С. является законченным научным исследованием в

области математического моделирования, дает полное представление о проделанной работе, автореферат соответствует ее содержанию. Отмеченные недостатки не снижают ценности представленной работы.

Считаю, что диссертационная работа «Исследование устойчивости решений математических моделей по части компонент на основе локальной покомпонентной асимптотической эквивалентности» соответствует всем требованиям, установленным Положением о присуждении ученых степеней, утвержденным Постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, (в ред. Постановления Правительства РФ от 01.10.2018 г.), а ее автор Язовцева Ольга Сергеевна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Заведующий кафедрой «Высшая и прикладная математика»

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет», д.ф.-м.н., профессор

Научная специальность:

01.01.07 – вычислительная математика.

 Бойков И.В.  
16.09.2019

Адрес: 440026, г. Пенза, ул. Красная, 40; тел. 8 (8412) 368259;

e-mail: i.v.boykov@gmail.com, web-сайт: [https://dep\\_vipm.pnzgu.ru](https://dep_vipm.pnzgu.ru)

Подпись И.В. Бойкова удостоверяю

Ученый секретарь ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет» к.т.н., доцент



 Дорофеева О.С.