

На правах рукописи

Ефременков Иван Валерьевич

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ВРАЩАЮЩИХСЯ УПРУГИХ ВИНТОВ С ГАЗАМИ**

05.13.18 — математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Ульяновск — 2019

Работа выполнена на кафедре математического моделирования технических систем в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Ульяновский государственный университет» Министерства науки и высшего образования Российской Федерации

- Научный руководитель – **Леонтьев Виктор Леонтьевич**, доктор физико-математических наук, профессор
- Официальные оппоненты – **Блинков Юрий Анатольевич**, доктор физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского», кафедра математического и компьютерного моделирования, заведующий кафедрой;
- **Попов Виктор Сергеевич**, доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.», кафедра прикладной математики и системного анализа, профессор кафедры
- Ведущая организация – ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева – КАИ»

Защита диссертации состоится 27 декабря 2019 г. в 10.00 ч. на заседании диссертационного совета Д 212.278.02 при ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет», расположенному по адресу: г. Ульяновск, ул. Набережная р. Свияги, 106, корп.1, ауд. 703.

С диссертацией и авторефератом можно ознакомиться в научной библиотеке Ульяновского государственного университета и на сайте ВУЗа <https://www.ulsu.ru>, в авторефератом – на сайте Высшей аттестационной комиссии при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации <https://vak.minobrnauki.gov.ru>.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью организации, просим направлять по адресу: 432970, г. Ульяновск, ул. Л.Толстого, д. 42, УлГУ, Отдел подготовки кадров высшей квалификации.

Автореферат разослан «__» _____ 2019 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Волков М.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Развитие вертолётно- и самолетостроения связано с созданием воздушных судов на основе новых конструкций, которые проходят длительный процесс от идеи до реализации. Для подготовки новых конструкций создаются программные комплексы, работа которых направлена на снижение количества выполняемых испытаний и повышение прочностных характеристик^{1,2}. Однако, для работы программного комплекса требуется разработка новых методов расчета, направленных на решение определенного круга технических задач. Одним из современных направлений развития авиационной техники является создание лопастей воздушных винтов летательных аппаратов, отвечающие высоким требованиям прочности, надежности и долговечности, способные работать при различных внешних условиях, а также проектирование винтов и пропеллеров других конструкций.

Большие трудозатраты и наукоемкость при проектировании винтов и отладке технологии их изготовления оказывают существенное влияние на конечную стоимость продукции. Другим сдерживающим фактором являются значительные затраты времени на подготовку соответствующей технологической платформы, которые связаны с аналитическими и экспериментальными исследованиями. Натурный эксперимент является наиболее трудоемким и длительным этапом и предполагает использование дорогостоящего оборудования^{3,4}.

Перспективным направлением в решении этой проблемы является создание, исследование и применение новых методов математического моделирования в средах специализированных конечно-элементных программных комплексов и их использование с целью повышения уровня подготовки лопастей винтов к противостоянию внешним воздействиям.

В настоящее время для моделирования динамического взаимодействия твердых тел с окружающей средой используются программные продукты зарубежных производителей такие как ANSYS, LS-DYNA и др. Современные CAD-системы, как правило, имеют в своем составе расчетные конечно-элементные модули, позволяющие проводить анализ напряженно-деформированного состояния конструкции. Однако, подобные программные продукты зачастую имеют ограниченный инструментарий для препостпроцессорной обработки данных и характеризуются высокими требованиями к аппаратной части вычислительных систем. Это вынуждает пользователей применять модели меньшей размерности, или вводить упрощения и ограничения, отрицательно влияющие на точность получаемых результатов. При этом большинство из существующих программных комплексов имеют ограничения при учете деформаций твердых тел при их взаимодействии с окружающей средой^{5,6}.

Создание специализированной программной среды, реализующей метод математического моделирования динамического взаимодействия деформируемых твердых тел с окружающей средой и определяющей влияние частот резонансных колебаний на прочностные характеристики конструкции, на основе метода конечных элементов (МКЭ) с использованием ортогональных финитных функций (ОФФ), является **актуальной задачей**.

¹ Михеев С.В. Пути совершенствования винтокрылых летательных аппаратов Монография. — М.: МАИ, 2006. — 64 с.

² Герасимов О.В. Крицкий Б.С. Расчет воздушного винта беспилотного летательного аппарата с учетом числа Рейнольдса и степени редукции. // Научный вестник МГТУ ГА (200). — 2014. — №2. с. 79 – 85.

³ Ganguli R. Smart Helicopter Rotors: Optimization and Piezoelectric Vibration Control Springer, 2016. — 264 p. — ISBN 978-3-319-24766-3 ISBN 978-3319-24768-7 (eBook).

⁴ Iwase, T., Kishitani, T., Furukawa, M. (2017). Study on Influence of Blade Number on Aerodynamic Noise of Half-ducted Propeller Fans for Packaged Airconditioners. International Journal of Fluid Machinery and Systems, 10(4), 318–327.

⁵ Кривцов В.С., Карпов Я.С., Лосев Л.И. Проектирование вертолетов Харьков: Национальный аэрокосмический университет "Харьковский 6 авиационный институт", 2003. — 344 с. — ISBN 966-662-046-4.

⁶ Лысенков А.В. Разработка методологии расчёта аэродинамических характеристик воздушных винтов. ТРУДЫ МФТИ: науч. журн. — 2013. — Т. 5. — С.174 – 186.

Объектом исследования являются процессы, возникающие при взаимодействии вращающихся упругих лопастей винтов с газовой средой, и их изучение с помощью конечно-элементных моделей.

Предметом исследования являются конечно-элементные математические модели и алгоритмы численных методов, а также их программная реализация и приложения в технических задачах.

Цель данной работы состоит в создании и исследовании математических моделей динамического взаимодействия упругих винтов с окружающей средой с использованием конечно-элементного расчета, а также программной среды, реализующей эти модели и алгоритм.

Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие **задачи**:

1. Проведение анализа современных способов моделирования взаимодействия исследуемого объекта с воздушной средой.
2. Разработка математических моделей динамики взаимодействия упругих лопастей винта с окружающей средой в программном комплексе ANSYS WorkBench.
3. Построение МКЭ двухмерной и трехмерной теории упругости с использованием ОФФ и соответствующих конечно-элементных моделей упругих элементов конструкций.
4. Разработка специализированного комплекса программ конечно-элементного анализа, учитывающая взаимодействие комплекса с внешними программными библиотеками решателей систем алгебраических уравнений, с существующими препроцессорами и с комплексом программ ANSYS.
5. Применение созданного программного продукта при решении актуальных технических задач динамики упругих лопастей винтов с окружающей средой.

Методы исследования. В диссертационной работе применялись методы конечно-элементного моделирования, методы математического моделирования взаимодействия исследуемых объектов с окружающей их средой, методы структурного и объектно-ориентированного программирования.

Научная новизна. Научная новизна заключается в создании и исследовании конечно-элементного метода математического моделирования динамических процессов аэрогидроупругости, связанного с использованием ОФФ, в его программной реализации, верификации и в получении решений актуальных технических задач, создающих возможности повышения уровня проектирования лопастей винтов.

Положения, выносимые на защиту:

1. Новые конечно-элементные модели упругих двумерных и трехмерных тел, связанные с ОФФ;
2. Алгоритмы численных методов для решения двумерных и трехмерных задач о напряженно-деформированном состоянии упругих тел, связанные с использованием новых конечных элементов;
3. Комплекс программ конечно-элементного анализа, включающий в себя подпрограммы, реализующие алгоритмы МКЭ, решатели, верификаторы, средства обработки входных и выходных данных и среду визуализации результатов.

Достоверность результатов моделирования и расчета обеспечивается корректностью применения математического аппарата и строгостью постановок задач. Достоверность также подтверждается проведенными физическими и компьютерными экспериментами и результатами тестирования разработанного программного комплекса.

Практическая и теоретическая значимость работы заключается в возможности, с учетом применения ОФФ, использования конечно-элементных моделей больших размерностей для решения технических задач динамического взаимодействия упругих тел с окружающей средой.

Внедрение результатов. Материалы диссертации внедрены в библиотеку конечных элементов программного комплекса ANSYS ЗАО «КАДФЕМ Си-Ай-Эс (акт внедрения от 16.10.19); используются в КБ «Аэро-Беркут» (акт внедрения от 26.11.20174). Результаты работы использовались при разработке подсистемы проектирования электронных технологических процессов изготовления авиационных деталей при выполнении государственного задания Министерства образования и науки РФ №2.1816.2017/4.6 по теме «Исследование и разработка интегрированной автоматизированной системы управления производственно-технологическим планированием авиастроительного предприятия на базе цифровых технологий».

Апробация. Основные положения диссертации докладывались и обсуждались на международной научно-практической конференции «XVIII Международная научно-практическая конференция. Центр научной мысли» (Таганрог, 2015 г.), «IX Международная научно-практическая конференция» (Махачкала, 2015 г.), на международной научно-практической конференции «V Международная научно-практическая конференция» (Ульяновск, 2016 г.), на Всероссийской научно-практической конференции «II Всероссийская научно-производственная конференция, приуроченная ко Дню науки» (Ульяновск, 2017 г.), на Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Новые технологии, материалы и оборудование российской авиакосмической отрасли» (Казань, 2018 г.), на XIV Международной научной конференции «Дифференциальные уравнения и их приложения в математическом моделировании» (Саранск, 2019 г.).

Личный вклад. Определение общей структуры алгоритмов МКЭ, связанных с использованием ОФФ, в двумерных и трехмерных задачах, а также определение основных направлений их применения при решении технических задач осуществлялись при поддержке научного руководителя профессора Леонтьева В.Л. Личный вклад соискателя состоит в разработке и программной реализации новых моделей и алгоритма МКЭ для решения задач двумерных и трехмерных задач теории упругости, в которых используются ОФФ, а также в постановке, моделировании и решении технических задач динамического взаимодействия упругих винтов с окружающей средой с использованием авторской программной среды, основанной на разработанных МКЭ и конечно-элементных моделях.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 14 работ, в том числе 6 статей из перечня изданий, рекомендованных ВАК, 1 статья из перечня изданий, индексируемых Scopus, 4 работы в других рецензируемых журналах, сборниках конференций, симпозиумов и семинарах, 1 учебно-методическое пособие, 2 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ (№2016660994, №2018666901).

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы, включающего 84 наименования, и приложения. Основная часть работы изложена на 216 страницах машинописного текста и содержит 93 рисунка и 35 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении рассмотрены актуальность исследования, цель работы.

В первой главе описаны и рассмотрены существующие методы решения аэрогидродинамических задач в современных инженерных программных комплексах. Современные численные методы, основанные на вариационных принципах механики деформируемого твердого тела, позволяют проводить анализ напряженно-деформированного состояния твердых тел. Среди существующих программных реализаций вариационно-сеточных методов наибольшее распространение получил МКЭ «в перемещениях», основанный на вариационном принципе Лагранжа. Данный метод отличается относительной простотой программной реализации, приемлемыми затратами машинного времени и используется здесь в качестве основы для развития МКЭ.

Проведено исследование причин выхода из строя во время работы лопастей винтов летательных аппаратов и способов проведения натуральных экспериментов по определению их прочностных показателей. Выполнен обзор научных работ в соответствующей подобласти аэрогидродинамики, на этой основе обоснована актуальность и новизна работы.

Среди программных комплексов, позволяющих проводить математическое моделирование, выделяются ANSYS и LS-Dyna, которые также имеют ограничения в расчетах динамического взаимодействия деформируемых твердых тел с окружающей средой.

Первая глава позволила сформировать цели и задачи диссертационного исследования и определить направления разработки метода расчета взаимодействия упругих винтов с окружающей средой с использованием программного комплекса ANSYS.

Во второй главе рассматриваются континуальные и дискретные математические модели динамического взаимодействия вращающихся лопастей винта с воздушной средой, реализованные в комплексе программ ANSYS (Рисунок 1).

Большинство существующих методов расчета динамического взаимодействия тел основывается на постановке задач движения абсолютно твердых тел в окружающем пространстве, на определении давления на их поверхности за счет набегающего потока жидкости или газа в течение некоторого промежутка времени (Рисунок 2).



Рисунок 1 – Область газа с винтом

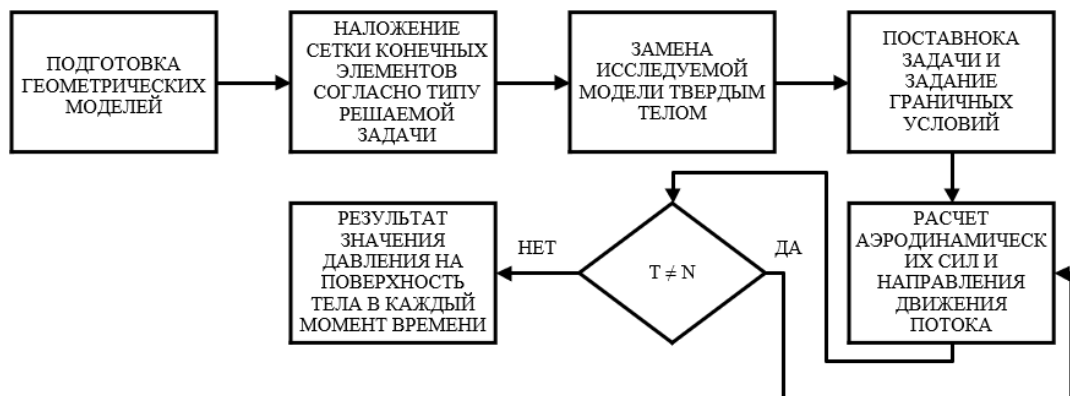


Рисунок 2 – Алгоритм расчета динамического взаимодействия тела с окружающей средой (Т – текущее значение шага по времени, N – конечное значение шага по времени)

Использованный метод моделирования заключается во внедрении шагов, заключенных в новых вычислительных модулях внутри программного комплекса ANSYS WorkBench для расчета деформаций на конечно-элементной сетке упругих лопастей при их динамическом взаимодействии с окружающей средой и для определения влияния частот резонансных колебаний на напряженно-деформированное состояние исследуемого тела (Рисунок 3).



Рисунок 3 – Алгоритм расчета динамики взаимодействия упругого тела с окружающей средой

При построении модели взаимодействия винта с газом лопасти винта считаются упругими, вследствие этого математическая модель, характеризующая напряженно-деформированное состояние вращения винта, включает в себя тензорное уравнение движения, а также нелинейные кинематические уравнения, выражающие компоненты тензора деформации через компоненты вектора перемещения и закон Гука в тензорной форме.

Для изучения поведения воздушной среды используется уравнение Навье-Стокса, причем вязкость считается постоянной:

$$\frac{d\mathbf{w}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + w_x \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} + w_y \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial y} + w_z \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } P + \nu \nabla^2 \mathbf{w}. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{w} – вектор скорости газа, P – общее давление, ρ – плотность, $\nu = \mu/\rho$ – коэффициент кинематической вязкости, μ – коэффициент динамической вязкости, w_x, w_y, w_z – проекции вектора скорости воздушного потока на соответствующие оси системы координат.

К уравнению движения среды добавляется уравнение неразрывности. Уравнение неразрывности имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{w}) = 0. \quad (2)$$

Новизна используемой модели аэроупругости, в основе которой находятся указанные уравнения, связана с реализацией программной среды соответствующей конечно-элементной модели, предназначенной для эффективного и рационального решения на компьютере сложных актуальных связанных задач взаимодействия упругих винтов с газом или жидкостью.

Каждый созданный модуль численного моделирования использует разработанные автором скрипты на языке программирования Python.

Во второй главе создан новый метод моделирования динамического взаимодействия упругих тел с окружающей средой для выявления резонансных колебаний. Однако, метод связан с увеличением требуемой производительности вычислений и точности получаемых решений за счет

увеличения числа конечных элементов, что влечет за собой высокие требования к вычислительным системам и достаточно длительный процесс расчета. В третьей главе будет рассмотрено создание 2D и 3D новых конечных элементов на основе ОФФ. Кроме возможности создания новой дискретной модели, конечный элемент на основе ОФФ уменьшает зависимость вычислительной мощности, скорости и точности от аппаратной части системы, что позволяет увеличить число решаемых технических задач.

Третья глава посвящена реализации и исследованию авторских конечных элементов, связанных с ОФФ – обобщенными ортогональными сплайнами Леонтьева⁷, и модификации алгоритма МКЭ решения плоских и трехмерных задач теории упругости в программном комплексе ANSYS.

Разработка структуры алгоритма МКЭ с использованием ОФФ начинается с 2D КЭ, имеющего четыре узла. Для создания нового МКЭ и новой КЭ модели требуется внести изменение в алгоритм формирования локальной матрицы жесткости

$$k^e = \int_{S^e} B_N^T D B_N dS, f^e = \int_{S^e} (N^e)^T \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} dS + \int_{l^e} (N^e)^T \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} dl, \quad (3)$$

причем, при формировании локальной матрицы жесткости требуется проводить вычисления функций формы. Функции формы для четырехузлового плоского конечного элемента вычисляются в локальной системе координат.

Функции формы привязаны к координатам каждого узлов конечного элемента в локальной системе. Выполнено построение ОФФ и функций формы.

Коэффициенты узловых матричных неизвестных в локальных подсистемах сеточных уравнений, входящие в локальные матрицы жесткости конечного элемента, были непосредственно включены в глобальную систему сеточных уравнений без использования кинематических связей. Функции формы после использования ОФФ вычисляются по формуле

$$N_i = \varphi_i(\xi)\varphi_i(\eta). \quad (4)$$

В результате для формирования локальной матрицы жесткости требуется провести вычисления компонентов функции формы в каждом узле (Таблица 1).

Таблица 1. – Функции формы четырехугольного конечного элемента с ОФФ для решения задач о плоской деформации, о плоском напряженном состоянии.

	N_1	N_2	N_3	N_4
$\varphi_i(\xi)$	$\begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$
$\varphi_i(\eta)$	$\begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$

Во второй главе создаются также КЭ трехмерной теории упругости. Построен кубический конечный элемент на основе ОФФ. Функции формы такого конечного элемента имеют вид

$$N_i = \varphi_i(\xi)\varphi_i(\eta)\varphi_i(\zeta) \quad (5)$$

и представлены в таблице 2.

⁷Shevaldin V.T. Uniform Lebesgue Constants of Local Spline Approximation. Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. – 2018. – V. 303, Suppl. 1. – PP.196 – 202.

Таблица 2. – Функции формы с ОФФ для решения 3D задач теории упругости

N_1	N_3	N_5	N_7
$\varphi_1(\xi) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_3(\xi) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_5(\xi) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_7(\xi) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$
$\varphi_1(\eta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_3(\eta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_5(\eta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_7(\eta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$
$\varphi_1(\zeta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_3(\zeta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_5(\zeta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_7(\zeta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$
N_2	N_4	N_6	N_8
$\varphi_2(\xi) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_4(\xi) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_6(\xi) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_8(\xi) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$
$\varphi_2(\eta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_4(\eta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_6(\eta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_8(\eta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$
$\varphi_2(\zeta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_4(\zeta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_6(\zeta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(x+1)}{2} + 1, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(1-x)}{2}, & x \in [0,1] \end{cases}$	$\varphi_8(\zeta) = \begin{cases} \frac{(\sqrt{2}-1)(-1-x)}{2}, & x \in [-1,0] \\ \frac{(\sqrt{2}+1)(x-1)}{2} + 1, & x \in [0,1] \end{cases}$

После формирования функций формы с ОФФ для локальной матрицы жесткости 2D и 3D КЭ, проводится проверка точности решений и оценка затрачиваемого процессорного времени. Получены верифицирующие решения для двумерных и трехмерных задач теории упругости при сравнении результатов работы новых 2D и 3D КЭ со стандартными КЭ ANSYS, которые подтвердили высокую эффективность МКЭ, связанных с использованием ОФФ, а также соответствующих строителей и решателей системы сеточных уравнений в алгоритме кода конечного элемента на языке программирования Fortran. Результаты решений для модуля вектора перемещения и сравнение нового КЭ и стандартного КЭ приводятся в таблицах 3-4

Таблица 3. – Значение модуля вектора перемещения внутренней точки области для 2D КЭ

Количество элементов на ребре	Модуль вектора перемещения для нового КЭ, E-09	Модуль вектора перемещения для стандартного КЭ, E-09	Погрешность между результатами решения на одинаковой сетке, %	Погрешность между точным решением стандартного КЭ и решением на определенной сетке нового КЭ, %
10	2.62	0.29145	798.9637	1.242
20	2.6232	0.55391	373.5596	1.1209
30	2.6291	0.81635	222.0610	0.8991
40	2.6351	1.0787	144.2792	0.6733
50	2.6441	1.3411	97.1566	0.3351
60	2.6501	1.6035	65.2696	0.1093
66	2.6506	1.7609	50.5258	0.0885
70	2.6511	1.8658	42.083	0.0718

76	2.6517	2.0233	31.0578	0.049
80	2.6521	2.1282	24.6135	0.0342
86	2.6523	2.2856	16.043	0.0237
90	2.6526	2.3906	10.9587	0.0146
96	2.6527	2.5480	4.1099	0.0084
100	2.6529	2.6530	0.0037	0.0037

Таблица 4. – Значение модуля вектора перемещения внутренней точки для 3D КЭ

Количество элементов на ребре	Модуль вектора перемещения для нового КЭ, E-07	Модуль вектора перемещения для стандартного КЭ, E-07	Погрешность между результатами решения на одинаковой сетке, %	Погрешность между решением стандартного КЭ и решением на определенной сетке нового КЭ, %
10	1.1436	0.0146	7729.6161	9.1697
20	1.1508	0.0539	2034.1516	8.5947
30	1.1595	0.1179	882.8153	7.9054
40	1.1769	0.2067	469.1999	6.5209
50	1.1976	0.3203	273.8911	4.8813
60	1.2158	0.4585	165.1208	3.4366
70	1.2236	0.6216	96.8549	2.8137
80	1.2367	0.8093	52.8095	1.7717
90	1.2483	1.0218	22.1632	0.8544
100	1.2565	1.2590	0.2042	0.2042

Приведенные таблицы показывают, что точность решений, полученных при использовании новых 2D и 3D КЭ, более высокая, чем для стандартных 2D и 3D КЭ. Величины процессорного времени, затрачиваемого на решение верифицирующих задач, приводятся на Рисунке 4-5.

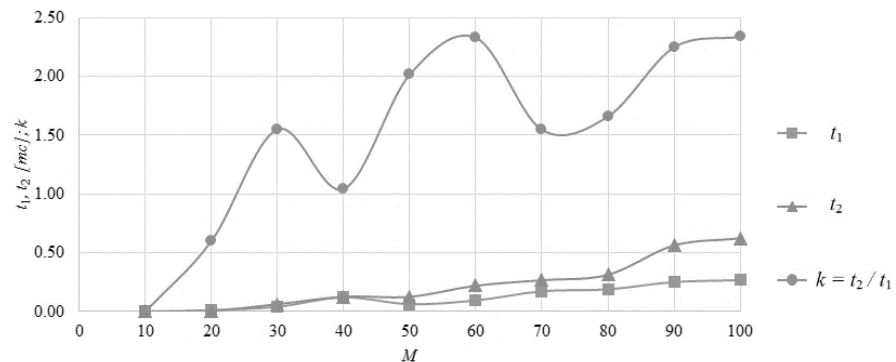


Рисунок 4 – Процессорное время 2D задачи на различных сетках для стандартного КЭ (t_2) и КЭ с ОФФ (t_1)

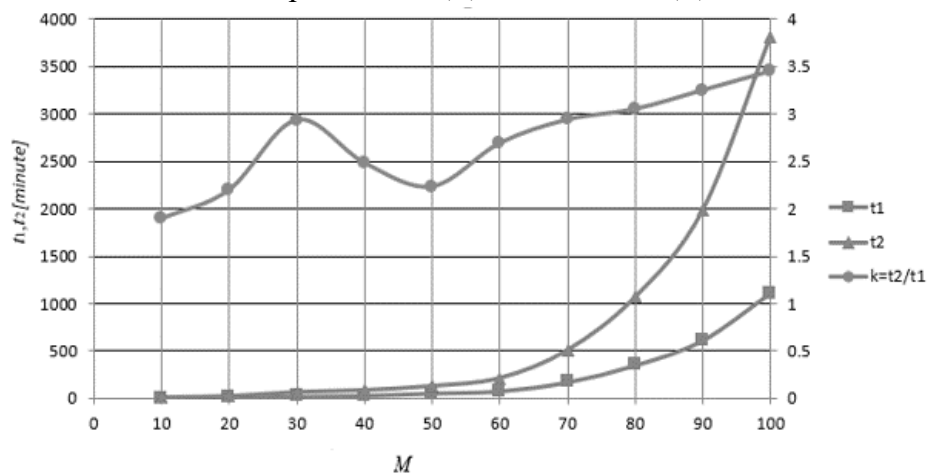


Рисунок 5 – Процессорное время 3D задачи для стандартного КЭ и КЭ с ОФФ

Величины процессорного времени, приведенные на рисунках, приводят к выводу о том, на более густой сетке новый конечный элемент дает решение в 2 раза быстрее для 2D задачи и в 3.5

раза быстрее для 3D задачи при сравнении со стандартным конечным элементом. Тем самым, снижается потребность в большой производительности и вычислительных машин. Применение новых КЭ дает преимущества в объеме требуемой памяти, точности и скорости получения результатов.

В третьей главе сформированы новые конечные элементы с использованием ОФФ. Применение новых КЭ создает новые дискретные модели с потенциальной высокой производительностью, что позволяет применять новый численный метод для большего числа решаемых технических задач аэрогидроупругости. Для внедрения разработанных КЭ в метод расчета резонансных колебаний и решения технических задач аэрогидроупругости требуется создание единой программной среды, объединяющей в себе новый метод и КЭ.

В четвертой главе дается описание структуры (Рисунок 6) и схемы обмена данными авторского программного комплекса.

Основой программной среды являются ядро и автономные модули, функционирование которых обеспечивается авторскими программными библиотеками. За обработку и хранение данных отвечает модуль блока памяти, предназначенный для формирования параметров постановки задачи на основании больших данных по результатам прошлых расчетов. Данный блок выдает ядру рекомендации для формирования вычислительных модулей внутри программного комплекса ANSYS или внесения изменения в собственный алгоритм при помощи Just-in-time компиляции для увеличения числа различных технических задач.

Выполнена программная реализация ряда основных компонентов авторского программного комплекса: Ядро; блоки управления; блок проверки; блок обработки; препостпроцессор.

Блоки управления представляют собой автономные структуры, содержащие в себе алгоритмы управления отдельными элементами авторским программным комплексом. Блок «Пользователь» формирует формы окон интерфейса получения и передачи информации между пользователем и программным комплексом. Принцип формирования таких форм основывается на изменении структуры препостпроцессора в зависимости от выбранного типа технической задачи и вводимых пользователем данных.

Блок «Память» создает, дополняет и обрабатывает базу данных входных параметров по различным типам технических задач, тем самым определяет связь постановки задачи и конечных результатов. Кроме этого, блок «памяти» в процессе работы авторского программного комплекса формирует вспомогательные алгоритмы и внедряет их в структуру препостпроцессора для реализации выдачи рекомендаций о влиянии того или иного параметра на конечный результат.

Блок «Модуль» отвечает за реализацию работы нового метода расчета динамического взаимодействия твердого тела с окружающей средой на основе применения КЭ (ОФФ). Блок реализует пакеты данных, которые хранят в себе алгоритмы создания модулей внутри программного комплекса ANSYS WorkBench, необходимые для решения выбранного типа технической задачи в зависимости от версии конечного программного комплекса.

Блок «Макрос» реализует алгоритмы формирования и обработки информации, которая образуется в процессе работы блока «модуль» внутри программного комплекса ANSYS WorkBench. Блок «макрос» наполняет пакеты данных алгоритмами передачи данных как внутри ANSYS, так и между ANSYS и авторским программным комплексом.

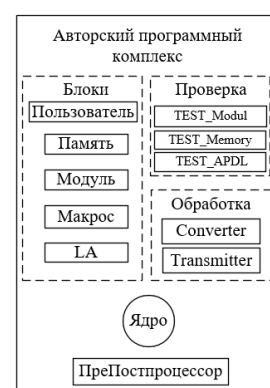


Рисунок 6 - Структура авторского программного комплекса

Блок «LA» хранит в себе алгоритмы внедрения КЭ (ОФФ) в процессе наложения сетки конечных элементов на твердое тело для определения влияния резонансных колебаний в процессе динамического взаимодействия с окружающей средой.

Следующим важным компонентом комплекса является «Ядро», которое отвечает за формирование стека данных, которые приходят от управляющих блоков, в зависимости от приоритета, которые выставляет препостпроцессор, и оно обрабатывает ту или иную задачу. Кроме этого, «Ядро» реализует принцип JIT-компиляции (изменение кода), то есть позволяет вносить изменения в авторскую структуру динамических библиотек, в которых хранятся все исполняющие процедуры и функции программного комплекса в процессе его работы без прерывания на обновления кода.

Компонент «Проверка» состоит из двух модулей «Converter» и «Transmitter». Первый модуль отвечает за проверку правильности преобразования параметров, вводимых пользователем, и параметров из базы данных, которые либо заносятся в неё, либо выгружаются для формирования рекомендаций. Работа данного модуля также заключается в проверке формирования авторских динамических библиотек. Так как пользователь может выбрать вариант решения своей собственной технической задачи, то модуль обязан правильно обработать полученные данные и дополнить ими алгоритм для внесения в динамическую библиотеку. Второй модуль осуществляет передачу данных между блоками-препостпроцессор-ядром, а также между авторским программным комплексом и ANSYS WorkBench.

Работа компонента «Проверка» состоит в формировании отчета по работе блоков «Память», «Модуль», «LA». Компонент проводит сравнение получаемого отчета с эталонной формой, которая характеризует правильность сформированного алгоритма работы с данными при решении технической задачи. При возникновении ошибок формируется запрос автору программного комплекса с выявленными отклонениями в структуре работы комплекса, это может быть связано с тем, что «Ядро» имеет наивысший приоритет и может вносить изменения в алгоритмы работы комплекса без ведома пользователя или автора.

Последним компонентом комплекса является «ПреПостпроцессор», который работает с выводом информации пользователю, формированием интерфейса, выставлением приоритета задач обработки информации от пользователя для «Ядра», а также отвечает за анализ и вывод результатов расчет из программного комплекса ANSYS WorkBench.

База данных представляет собой многомерную матрицу в двоичном оформлении, что позволяет уменьшить объем информации, хранимый на информационном носителе. Поиск параметров по множеству результатов осуществляется на основе псевдо-искусственного алгоритма с построением нейронной сети, которая формирует графы поиска информации с записью расположения того или иного параметра в базе данных. Каждому параметру выдается весовой коэффициент, обозначающий его влияние на постановку задачи и получаемые результаты решения типовой технической задачи.

Авторская программная среда позволяет использовать разработанный МКЭ и модель динамического взаимодействия упругого тела с окружающей средой с учетом частот резонансных колебаний. Кроме этого, программная среда использует МКЭ решения двумерных плоских задач и трехмерных задач теории упругости на основе ОФФ.

В пятой главе даются постановки и решения актуальных технических задач с применением разработанного программного комплекса на основе новых моделей и МКЭ с использованием ОФФ.

Техническая задача 1. Моделирование динамики лопастей винта, находящихся в воздушном потоке. Анализ достоверности. Апробация комплекса программ проводилась на основе сравнения

результатов расчетов с результатами эксперимента «Вращение трехлопастного винта под действием набегающего потока воздуха», выполненного на базе МАИ в научно-образовательном центре «Конструирование и проектирование авиационной техники» Рипецким Андреем Владимирович, доцентом кафедры 904.

При моделировании и проведении эксперимента было принято решение об изготовлении винта из спрессованных досок с последующей механической доработкой для придания окончательного профиля лопасти.

Цифровая модель лопасти для моделирования создавалась на основе изготовленной с помощью координатно-измерительной машины. В результате измерений были получены параметрические данные: длина лопасти – 1152.0511 мм; ширина лопасти у основания 219.7883 мм, у законцовки 114.1934 мм; профиль внешней поверхности дорабатывался по точкам в программном продукте PC-DMIS CMM для КИМ.

Местом для проведения эксперимента было выбрано цилиндрическое помещение с установленными вентиляционными решетками. В верхней части помещения располагался вентилятор ВР 80-75 с производительностью до 1000 м³/ч и с полным давлением до 180 Па. При проведении эксперимента была зафиксирована с помощью анемометра скорость потока для дальнейшего моделирования, которая равнялась 5 метров в секунду. Расстояние между входной решеткой и расположенным винтом составляло 2 метра, высота расположения винта от поверхности была равна 2 метрам, общий диаметр помещения был равен 4.5 метра. В нижней части помещения располагались решетки для выхода воздушного потока из помещения.

При моделировании численного эксперимента были указаны граничные условия, в которых такие моменты как шероховатость поверхностей-стенок, математической модели расчета турбулентных поток и изменения температуры воздуха в процессе работы вентилятора, не учитывались.

Были указаны следующие входные параметры:

1. Скорость потока через входную решетку составляет 5 метров в секунду
2. На границе выходных решеток задавалось среднее давление равное 0 Па. Допускалось, что за пределами выходных решеток находится пространство с нулевым давлением и поток, создаваемый в помещении, может проходить через эти решетки с любым давлением.
3. Турбулентные потоки рассчитывались по модели k-epsilon, при котором уравнение движения преобразуется к виду, в котором добавлено влияние средней скорости (в виде турбулентной кинетической энергии) и процесса уменьшения её за счёт вязкости.
4. Длительность вращения винта занимала 60 секунд, каждую 1 секунду снимались показания и происходило перестроение геометрии.
5. Поверхности лопастей считались шероховатыми.

В физическом эксперименте был получен график зависимости угловой скорости вращения винта под действием набегающего потока от времени, а также значения деформаций в точках расположения тензодатчиков, расположенных на поверхности лопастей (Рисунок 7). Тензодатчики при численном моделировании заменялись мониторинговыми точками, которые располагались в тех же местах, что и на реальной лопасти.

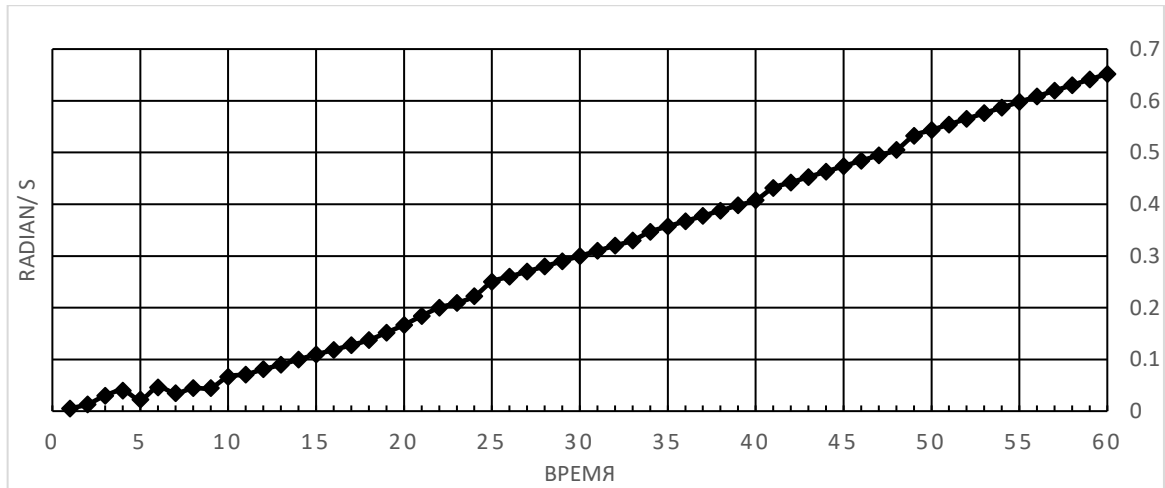


Рисунок 7 – Экспериментальная угловая скорость вращения винта в течении 60 секунд

Результатом численного моделирования также явился график угловой скорости вращения, который строился в процессе расчета, и таблица с перемещениями мониторинговых точек, заданных в цифровой модели лопасти винта (Рисунок 8).

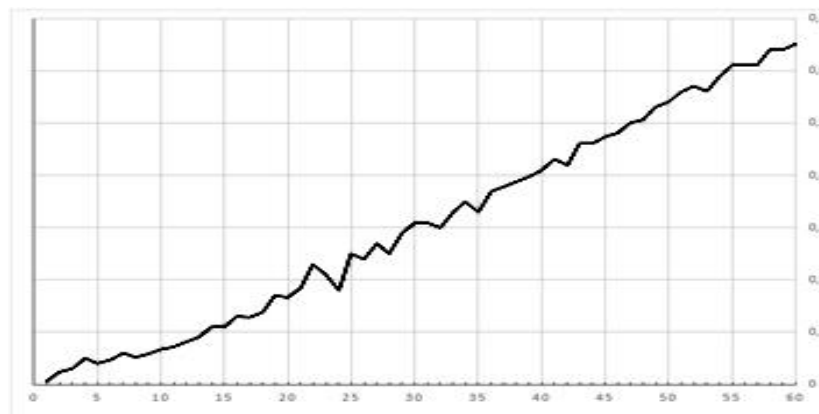


Рисунок 8 - Угловая скорость вращения винта в течении 60 секунд, полученная при численном моделировании

Разница результатов для угловой скорости вращения, полученных в эксперименте и в расчетах, составила около 3%. Успешная экспериментальная верификация комплекса программ позволила проводить дальнейшее численное моделирование динамики упругого винта в воздушном потоке, в котором имеется возможность определения деформации тела в процессе взаимодействия винта и газа (Рисунки 9,10).

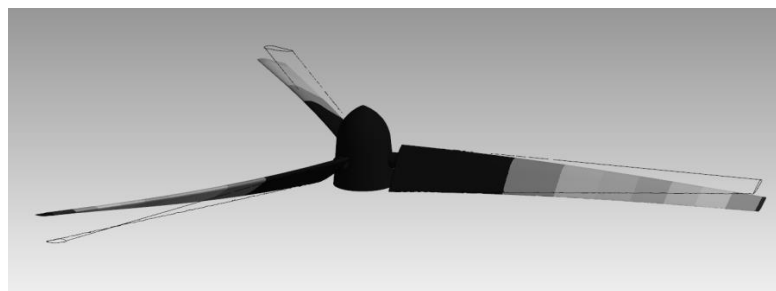


Рисунок 9 – Деформация лопастей винта на 30 секунде расчета

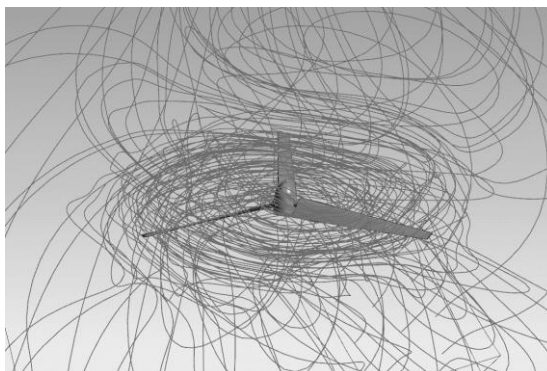


Рисунок 10 – Линии тока движения воздушного потока в области вращающихся лопастей винта на 60 секунде

Техническая задача 2. Моделирование аэродинамики ветро-солнечной установки

Целью исследования является определение максимальной допустимой скорости вращения лопаток генератора и прочностных показателей опоры в этом режиме (Рисунок 11).

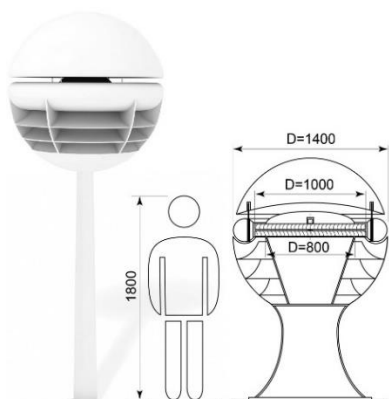


Рисунок 11 - Ветро-солнечная установка

Требования:

1. Разрабатываемое изделие должно удовлетворять требованиям ГОСТ 15150-69 по категории УХЛ 1.1 (для эксплуатации на открытом воздухе, для умеренного и холодного климата).
2. Структура материала эластично-жесткая, электроизоляционная, с пыле- влаго- и жироталкивающими свойствами, модуль упругости 8 000 - 10 000 МПа.
3. Устойчивость к разрушению от ультрафиолетового излучения.
4. Диапазон рабочих температур -50...+50С.
5. Максимальная относительная влажность воздуха 100%.

Ветро-солнечная установка содержит в себе два лопаточных генератора, расположенных в центре сферы с количеством лопаток, равным 23, по всей окружности. Воздушный поток, попадая внутрь сферы, оказывается на направляющем аппарате, который отправляет его в кольцевой обтекатель. В дальнейшем воздушный поток движется по кольцевому обтекателю за счет вращения направляющего аппарата. Рабочее колесо начинает своё вращение за счет набегающего потока, скорость которого зависит от угловой скорости вращения направляющего аппарата и скорости потока на входе через нижний обтекатель (Рисунок 12).



Рисунок 12 – Внутреннее устройство ветро-солнечной установки

Необходимо провести ряд расчетов с различной скоростью движения воздушного потока, создаваемого направляющим аппаратом, при этом его вращение считается установившимся и вызывается потреблением энергии от солнечной батареи. Задача является решенной при условии обнаружения максимального значения КПД с учетом потребляемой от солнечной батареи энергии и выделяемой за счет вращения рабочего колеса на электрогенераторе. По чертежам созданы модели рабочего колеса и направляющего аппарата с заданной формой лопаток (Рис. 13).

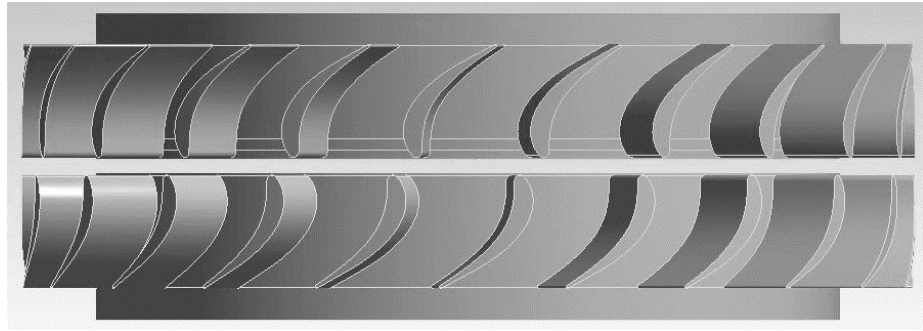


Рисунок 13 – Цифровые модели рабочего колеса и направляющего аппарата

При загрузке в авторский программный комплекс созданных моделей лопаток и воздушного пространства указывались граничные условия непроницаемости для стенок обтекателя. Входным параметром, изменяемым с течением времени, является скорость воздушного потока, создаваемая направляющим аппаратом. Продолжительность работы составляет 24 часа, с получением результатов выделяемой мощности за счет вращения рабочего колеса и потребляемой направляющим аппаратом. Для определения прочности опоры ветро-солнечной установки рассчитывалась осевая нагрузка, создаваемая совместным вращением элементов конструкции.

В результате расчета получены графики КПД, мощности и осевой нагрузки в зависимости от скорости воздушного потока, создаваемого направляющим аппаратом (Рисунок 14). Процесс расчета проходил при изменении скорости потока в пределах, указанных проектировщиком. Каждый получаемый результат сохранялся в базу данных программного комплекса, их параметры комбинировались в последующих расчетах для получения максимального значения искомой величины. Были получены результаты, использованные при проектировании.

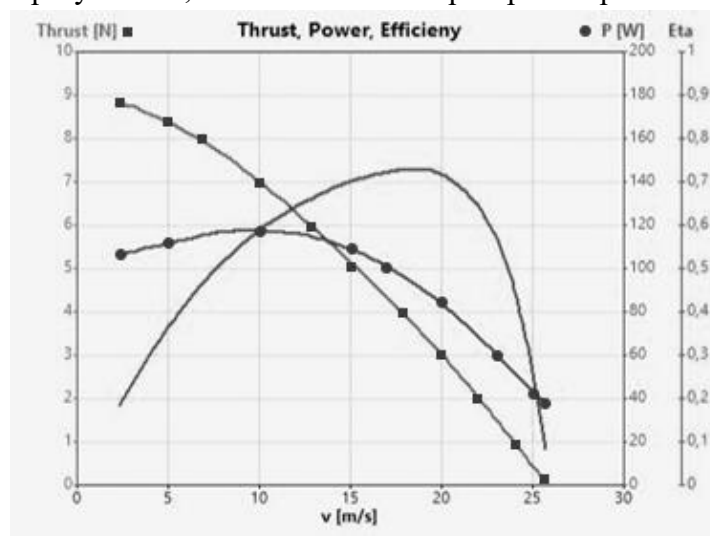


Рисунок 14 – Графики скорости потока, мощности и КПД

Техническая задача 3. Моделирование резонансных колебаний лопастей воздушного винта, анализ образования вихрей. Совместно с Конструкторским бюро «Беркут» Тольятти была решена задача обнаружения резонансных колебаний на лопастях винта вертолета.

Цель работы заключалась в:

1. Определении турбулентных потоков в области движения лопастей винта и их влияния на прочностные характеристики винта.
2. Определении турбулентных потоков для двух видов вращения винта: прямой ход и реверсный ход.
3. Поиске частот резонансных колебаний и прочностных характеристик винта для оптимизации профиля и геометрии его лопасти.

Исследуемым объектом является лопасть винта вертолета, которая разрушается при наборе угловой скорости вращения, а также при посадке. Дополнительно требовалось рассчитать степень влияния набегающего воздушного потока на лопасти вертолета при его перемещении на различных высотах полета.

Проводилось моделирование винта с тремя лопастями и диаметром 3,9 метров. В результате моделирования были обнаружены участки турбулентных завихрений воздушного потока, которые формировали на лопасти периодические нагрузки, приводящие к ее колебаниям. Это приводило к образованию эффекта вихревого кольца, способствующего снижению подъёмной силы.

Максимальное напряжение, возникающее в лопасти при ее крутильных колебаниях в процессе вращения с учетом воздушной среды, достигало на краях 533 МПа на 21 секунде расчета при частоте свободных колебаний 1339 Гц с учетом результатов вычисления перемещений точек лопасти в авторском вычислительном модуле CFXDisp (Рисунок 15).

Учитывались пределы прочности для анизотропного материала лопасти:

- При растяжении – 380 МПа, при сжатии – 245 МПа
- При статическом изгибе – 430 МПа, при межслоевом сдвиге – 70 МПа

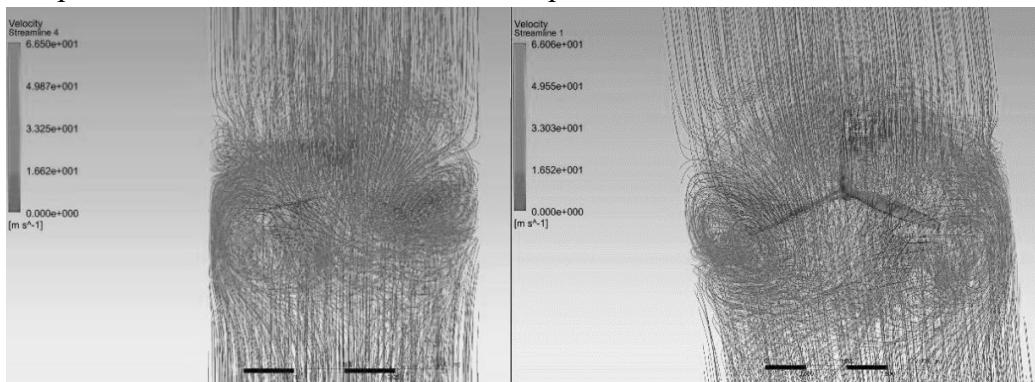


Рисунок 15 – Вихри, возникающие в окрестностях концов лопастей винта и снижающие эффективность винта

В результате работы были получены значения частот свободных колебаний лопастей, при которых достигаются высокие значения напряжений и перемещений. Было замечено, что данные значения возникают при прохождении лопасти через турбулентный вихрь, создаваемый впереди движущейся лопастью, а также, что в процессе набора рабочей угловой скорости вращения возникают малые изгибные и крутильные колебания при взаимодействии лопасти с окружающим пространством. На основе полученных результатов было предложено изменение профиля и геометрии лопасти и установка дополнительных конструктивных элементов на её поверхности для увеличения прочностных показателей.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

При выполнении диссертационной работы были получены следующие результаты.

1. Исследованы существующие методы моделирования динамического взаимодействия твердых тел с окружающим пространством. Для решения технических задач были рассмотрены и учтены вариационно-сеточный статистический метод анализа и вычислительный метод моделирования динамики жидкости и газов (SPH) определения напряженно-деформированного состояния.

2. Разработаны новые конечно-элементные дискретные модели, а также численный метод моделирования динамического взаимодействия упругих тел с окружающей средой в программном комплексе ANSYS, позволяющий определять частоты резонансных колебаний упругих тел.

3. Разработаны внутри программной оболочки ANSYS WorkBench авторские вычислительные модули для определения значений перемещения точек тела с сохранением информации в авторском формате файла, который используется для поиска резонансных колебаний.

4. Созданы новые конечные элементы с использованием ОФФ, которые позволяют снизить остроту проблем, связанных с высокими требованиями к вычислительной мощности и необходимой точности результатов. Новые МКЭ с применением ОФФ построены на языке программирования Fortran в среде ANSYS WorkBench.

5. Получены верифицирующие решения плоских задач и трехмерных задач упругости с использованием новых 2D и 3D конечных элементов. Получены оценки эффективности, разработанных КЭ при решении задачи теории упругости.

6. Создан авторский программный комплекс, основанный на использовании новых КЭ моделей и нового МКЭ, связанного с ОФФ, для решения актуальных технических задач.

7. Создана авторская база данных для сбора, хранения и обработки параметров задачи аэрогидроупругости и процедура выдачи рекомендаций по формированию граничных условий на основе параметров решенных технических задач.

8. Создан препостпроцессор, предназначенный для визуализации результатов решения трехмерных задач взаимодействия вращающихся упругих винтов с газами или жидкостями.

9. Выполнены решения актуальных технических задач динамического взаимодействия упругих лопастей упругих винтов с газовой средой, показавшие эффективность созданного комплекса программ.

10. На основе проведенного математического моделирования получены картины напряженно-деформированного состояния упругих лопастей воздушных винтов в каждый момент времени при их динамическом взаимодействии с окружающей средой.

11. На основании результатов решения актуальных технических задач с помощью авторского программного комплекса с использованием разработанных КЭ моделей и МКЭ получены акты о внедрении результатов диссертационной работы от ООО КБ «Беркут» (№1/26.11.2017), занимающегося производством элементов конструкций летательных аппаратов и соответствующего оборудования, и от ЗАО «КАДФЕМ Си-Ай-Эс» (от 16.10.18), деятельность которого связана с использованием вычислительной техники и информационных технологий. Акты о внедрении подтверждают научную новизну и практическую значимость диссертационной работы.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В изданиях, входящих в базы данных Scopus:

[1] Leontiev V.L, Efremenkov I.V., Finite element modeling and investigation of elastic homogeneous and heterogeneous materials. «Materials physics and mechanics». – 2019. – Т.42. – N.3. – P.340-350.

В изданиях, рекомендованных ВАК РФ:

[2] Леонтьев В. Л., Ефременков И. В. О взаимодействии упругих лопастей вращающегося винта с газовой средой. Известия Самарского научного центра Российской академии наук. - 2012. – Т. 14, № 4(2). С. 644-646

[3] Леонтьев В. Л., Ефременков И. В. О моделировании резонанса вращающегося вертолетного винта. Известия Самарского научного центра Российской академии наук. - 2013. – Т. 15, № 4(3). С. 698-701

[4] Горбунов И. В., Ефременков И. В., Леонтьев В. Л., Гисметулин А. Р. Особенности моделирования процессов механической обработки в САЕ-системах. Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2013. – Т. 15, № 4(4). – С. 846–853

[5] Гисметулин А. Р., Ефременков И. В., Горбунов И. В. Разработка препроцессора для моделирования операций механообработки в САЕ системе Ls-Dyna. Известия Самарского научного центра Российской академии наук. - 2014. – Т. 16, № 1(5). С. 1338-1342

[6] Ефременков И.В. Математическое моделирование динамического взаимодействия твердого тела с окружающим его пространством в программном комплексе Ls-Dyna. Universum: технические науки. – 2019. - № 6 (63). С. 6-8.

[7] Горбунов И.В., Ефременков И.В., Гисметулин В.Л. Моделирование процесса сверления с помощью SPH и конечно-элементного методов. Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2014. Т. 16. № 1-5. С. 1346-1351

Прочие публикации

[8] Ефременков И.В. Средства для проведения расчета напряженно деформированного состояния сложных геометрических конструкций. Актуальные проблемы современной науки в 21 веке. 2015. С. 27-28.

[9] Ефременков И.В. Особенности моделирования процессов механической обработки в САЕ-системах. Интеллектуальный потенциал XXI века: ступени познания. 2014. № 25. С. 121-125.

[10] Ефременков И.В. Расчет аэродинамических показателей при взаимодействии лопастей винта с окружающей средой. Наука, теория, практика авиационно-промышленного кластера современной России II Всероссийская научно-производственная конференция. 2017. С. 23-26.

[11] Ефременков И.В. Автоматизированная система для расчета и анализа динамики взаимодействия твердого тела с окружающей средой. Новые технологии, материалы и оборудование российской Авиакосмической отрасли. – 2018. – Т.1. С. 136-140

Учебно-методическое пособие

[12] Леонтьев В.Л., Ефременков И.В. Методические рекомендации по выполнению лабораторных работ, связанных с решением задач аэрогидродинамики и с использованием комплекса программ Ansys Workbench. – Ульяновск: УлГУ, 2017. – 31 с.

Патентные и авторские свидетельства

[13] Ефременков И.В., Леонтьев В.Л. Конечный элемент на основе ортогональных финитных функций для решения трехмерных задач теории упругости в комплексе программ ANSYS. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2018666901. Дата рег.: 24.12.2018. Заявка № 2018664539 от 14.12.2018

[14] Леонтьев В.Л., Ефременков И.В. Конечный элемент на основе ортогональных финитных функций для решения плоских задач теории упругости в комплексе программ ANSYS. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2016660994. Дата рег.: 27.09.2016. Заявка № 2016616254 от 16.06.2016