

На правах рукописи



МЕНЬШОВ Евгений Николаевич

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
РАЗДЕЛЕНИЯ ФЕРРОМАГНИТНЫХ СУСПЕНЗИЙ
В МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ**

Специальность:

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Ульяновск – 2021

Работа выполнена на кафедре «Электроснабжение» в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Ульяновский государственный технический университет»

Научный консультант: **Булыжев Евгений Михайлович**,
доктор технических наук, доцент

Официальные оппоненты: **Антонец Иван Васильевич**,
доктор технических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Ульяновский институт гражданской авиации имени Главного маршала авиации Б.П. Бугаева», кафедра «Авиационная техника», профессор кафедры;

Пшеничников Александр Федорович,
доктор физико-математических наук, профессор, «Институт механики сплошных сред УрО РАН» – филиал ФГБУН Пермского федерального исследовательского центра УрО РАН, главный научный сотрудник;

Быков Игорь Юрьевич,
доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Ухтинский государственный технический университет», кафедра машин и оборудования нефтяной и газовой промышленности, профессор кафедры;

Ведущая организация: **ФГБОУ ВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»**

Защита состоится « 16 » июня 2021 г. в 10.00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.278.02 при федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Ульяновский государственный университет» по адресу: 432970, г. Ульяновск, Набережная реки Свияги, 106, корпус 1, ауд. 703.

С диссертацией и авторефератом можно ознакомиться в научной библиотеке Ульяновского государственного университета и на сайте ВУЗа — <https://www.ulsu.ru>, с авторефератом — на сайте Высшей аттестационной комиссии при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации — <https://vak.minobrnauki.gov.ru>.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью организации, просим направлять по адресу: 432970, г. Ульяновск, ул. Л. Толстого, д. 42, УлГУ, Отдел подготовки кадров высшей квалификации.

Автореферат разослан « _____ » _____ 2021 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Волков М. А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Дефицит пресной воды уже сейчас становится мировой проблемой. Это явление усугубляется возрастающим антропогенным воздействием на водные объекты. При этом большинство современных технологических процессов обработки металлов в машиностроительных и металлургических производствах невозможно без применения водных технологических жидкостей (ВТЖ). Отработанные ВТЖ должны преобразовываться в оборотные, а не являться одним из главных источников загрязненности водных объектов. Для решения подобных проблем в стране реализуется Федеральная целевая программа «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007-2013 годы (которая продлена до 2020 г.)». В соответствии с этой программой в РФ запущен национальный проект "Экология". В рамках проекта "Экология" формируются и выполняются планы мероприятий по Федеральным проектам "Чистая вода", "Оздоровление Волги" и "Сохранение озера Байкал".

Многообразие видов вод и загрязняющих их вредных веществ без разработки новой высокоэффективной техники и технологий их очистки и оздоровления делают невозможным решение поставленных правительством задач. Очистка оборотных ВТЖ от твердых примесей осуществляется при помощи широкого внедрения в технологические циклы различных сепараторов, в том числе и магнитных. Одним из физических явлений, недостаточно изученных на сегодня, но способных служить основой новых и высокоэффективных процессов очистки является разделение компонентов ферромагнитных суспензий в магнитных полях на фазы. Вопросы разработки и применения магнитных устройств для разделения ферромагнитных суспензий в магнитных полях отражены в публикациях (Быков И. Ю., Бульжев Е. М., Епутаев Г. А., Казаков Ю. Б., Кармазин В. В., Орлов Д. В., Полянсков Ю. В., Сандуляк А. В., Солоденко А. Б., Худобин Л. В., Barbosa D. (Исп.), Griffiths I. M. (Анг.), Mariani G. (Итал.), Smith K. A. (США), Song S. (Кит.)).

Разнообразие проявления разделения компонентов ферромагнитных суспензий в магнитных полях значительно осложняет разработку и оптимизацию конкретных технологических процессов. Для разработки и оптимизации конкретных технологических процессов необходимо их математическое моделирование и разработка комплексов проблемно-ориентированных программ.

Магнитное разделение суспензий сопровождается процессом коагуляции, приводящим к объединениям феррочастиц в агрегаты, превышающие по своим размерам отдельные частицы. В научно-технической литературе имеются научные положения об учете при тонкой очистке явления магнитной коагуляции. Вопросы коагуляции отражены в публикациях (Волков В. А., Галкин В. А., Гетманцев Ф. Р., Дубовский П. В., Еремин Н. И., Иванов А. О., Кандаурова Н. В., Кармазин В. В., Налетов В. А., Падалка В. В., Пеньков Н. В., Просвирнин В. И., Пшеничников А. Ф., Шелихов Г. С., Griffiths I. M. (Англ.), Judd S. J. (Англ.), Nguyen A. V. (Кит.), Spicer P. T. (Австрал.), Vella D. (Англ.)). Однако научное применение магнитной коагуляции в технологии очистки ВТЖ от ферромагнитных примесей остро ощущается, а существующие методы математического

моделирования процессов коагуляции неэффективны.

Создание аппарата математического моделирования процессов магнитной коагуляции полидисперсных ферромагнитных суспензий в силовых полях и аспекты её практического применения при разработке эффективной техники тонкой очистки ВТЖ являются сущностью данной работы.

Объект исследования – математические методы, численные методы и комплексы программ для моделирования процессов очистки водных жидкостей от твердых примесей.

Предмет исследования – функциональность и эффективность аналитических методов и математических моделей, численных методов и алгоритмов комплексов проблемно-ориентированных программ при моделировании разделения ферромагнитных суспензий в магнитном поле с помощью высокопроизводительных магнитных сепараторов.

Целью работы является разработка научных основ и аппарата математического моделирования, новых математических моделей и комплекса программ, необходимых для создания эффективной техники тонкого разделения ферромагнитных суспензий в магнитных полях, в том числе при магнитной сепарации водных технологических жидкостей.

В соответствии с этой целью в диссертации решались **следующие задачи**.

1. Разработка двух методов моделирования магнитного поля постоянного магнита (ПМ), учитывающих неэквипотенциальность его поверхности, на основе электрофизического и схемного подходов.

2. Разработка схемного метода численного моделирования силового поля, создаваемого решеткой постоянных магнитов в неоднородной магнитной среде.

3. Разработка научных основ магнитной сепарации водных сред с помощью поиска приближенного решения нелинейного уравнения траекторий ферромагнитных частиц в ламинарном потоке.

4. Разработка численно-аналитического метода моделирования семейств характеристик эффективности разделения ферромагнитных суспензий в магнитных сепараторах.

5. Разработка научных основ и метода математического моделирования магнитной коагуляции феррочастиц, направленной на решение задач магнитной сепарации ВТЖ от феррочастиц.

6. Разработка метода аппроксимации семейств аperiodических характеристик интегральными кривыми в классе линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

7. Разработка метода параметрической оптимизации конструктивных параметров и научно обоснованной методики расчета эффективных патронных магнитных сепараторов для тонкой очистки водных технологических жидкостей от феррочастиц.

8. Разработка метода и конструкторско-технологических аспектов процесса и техники выделения связанной жидкости из отделяемых шламов.

Методология и методы исследования

Методы исследования базируются на основе: физического и математического моделирования; методологии и теории ЭМП, методологии и теории цепей; методов анализа и синтеза линейных детерминированных и стохастических, дискретных и непрерывных сис-

тем; теории линейных и нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений; теории вероятностей и комбинаторной математики; теоремы отсчетов.

Научная новизна работы

1. Разработана математическая модель поля постоянного магнита в немагнитной среде на основе скалярного магнитного потенциала. Отличается от известных тем, что она свободна от сингулярностей и позволяет получать с более высокой точностью оценки характеристик при создании высокоэффективных средств разделения ферромагнитных суспензий.

2. Разработан метод синтеза схем замещений постоянного магнита, который отличается от известных тем, что учитывает поток рассеяния магнитного поля через боковую поверхность ПМ. Синтезированные схемы позволяют повысить точность исследования систем из ПМ и применить схемные методы их численного моделирования.

3. Построены эквивалентные магнитные схемы (с распределенными и с сосредоточенными параметрами) цилиндрических постоянных магнитов, на основе которых разработан алгоритм численного расчета характеристик силового поля, создаваемого решеткой постоянных магнитов. В отличие от известных в алгоритме учитывается не принимаемое ранее в расчет экранирующее влияние слоя ферромагнитных примесей, осаждаемых при сепарации ВТЖ на поверхность магнитной системы.

4. Разработан метод анализа процесса магнитной сепарации ВТЖ на основе преобразования исходной системы нелинейных ДУ в приближенное линейное неоднородное ДУ, описывающее траектории феррочастиц. В отличие от известных метод позволяет определять предельные режимы магнитных сепараторов, проводить моделирование характеристик качества очистки и решать задачу по учету процесса магнитной коагуляции при проектировании и оптимизации эффективных средств очистки ВТЖ.

5. Обоснован метод математического моделирования преобразования дисперсного состава ферромагнитных частиц при магнитной коагуляции на основе свертки функций распределения случайных величин. Он отличается от известных методов тем, что дает полное решение задачи при произвольных законах стохастического распределения исходных частиц и позволяет повысить эффективность проектирования магнитных сепараторов для разных областей применения.

6. Разработана двухуровневая математическая модель на основе математической операции свертки, по сути, представляет собой новый тип математической модели магнитной коагуляции, в которой весовая функция оператора свертки параметрически зависит от коэффициента глубины магнитной коагуляции, введенного для оценки степени коагуляции на основе закона сохранения массы дисперсной фазы. Первый уровень такой модели выражает фундаментальную зависимость семейства распределения дисперсного состава агрегированных феррочастиц от глубины коагуляции. Второй уровень выражает зависимость коэффициента глубины магнитной коагуляции от времени и физико-технических параметров индивидуального сепаратора, что чрезвычайно важно для задач проектирования и оптимизации магнитных сепараторов.

7. Разработан метод аппроксимации семейств аperiodических характеристик интегральными кривыми в классе линейных дифференциальных уравнений с постоянными ко-

эффициентами. Такой метод необходим для аппроксимации распределения силового поля решетки постоянных магнитов физически реализуемыми экспоненциальными зависимостями, а также для аппроксимации характеристик качества очистки ВТЖ функциональной зависимостью от двух (и более) независимых переменных, учитывающих осаждаемый слой феррошлама, при решении задачи оптимизации магнитных сепараторов. Структура и параметры дифференциального оператора определяются непосредственно из условий решаемой задачи, что существенно расширяет область его применения в отличие от существующих на основе жестко заданных структур аппроксимационных выражений (полиномы, сплайны, линейные и нелинейные регрессии).

8. Разработан метод параметрической оптимизации конструктивных параметров стержневых магнитных сепараторов, который позволяет создавать более эффективные высокопроизводительные магнитные сепараторы для тонкой очистки ВТЖ от ферромагнитных примесей.

Значимость работы для теории

1. Метод аппроксимации семейств апериодических характеристик интегральными кривыми в классе линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами использован *для моделирования характеристик электротехнических и энергетических объектов: а) для синтеза схем замещения пассивных электротехнических объектов в базисе физически реализуемых элементов; б) для моделирования семейства статических петель магнитного гистерезиса (симметричных и частных) ферритов и магнитоэлектриков, которые описывают любую предысторию их намагничивания; в) для моделирования семейства характеристик распределения силового поля решетки постоянных магнитов физически реализуемыми экспоненциальными зависимостями; для моделирования характеристик машиностроительных объектов; г) для моделирования семейства характеристик степени очистки магнитных и гравитационных очистителей технологических жидкостей от твердых примесей.*

2. Метод синтеза магнитных схем замещения ПМ из фундаментальных уравнений магнитного поля и разработанная физическая модель ПМ могут быть использованы для решения задач синтеза активных магнитных цепей.

3. Математическое моделирование стохастических характеристик процесса магнитной коагуляции сверткой функций распределения случайных величин и математическое моделирование сил диполь-дипольного взаимодействия намагниченных феррочастиц во внешнем магнитном поле позволило впервые и в общем виде решить задачу построения математической модели магнитной коагуляции. Метод использован и для построения математической модели гравитационной коагуляции в гравитационных очистителях.

Значимость работы для практики

1. Разработанная двухуровневая математическая модель магнитной коагуляции направлена на решение прикладных задач совершенствования технологии и техники очистки ВТЖ от феррочастиц.

2. Определены предельные режимы работы магнитных сепараторов, необходимых

при их проектировании.

3. Созданы научные основы проектирования эффективной высокопроизводительной техники очистки ВТЖ от тонкодисперсных ферромагнитных примесей (размером частиц менее 5 мкм).

4. Разработан комплекс программ расчета и аппроксимации семейств характеристик силового поля и характеристик качества очистки ВТЖ, предназначенных для проектирования патронных магнитных сепараторов.

5. На основе комплекса программ разработана научно обоснованная методика оптимизации и расчета патронных магнитных.

6. Повышена эффективность магнитных сепараторов (в два раза уменьшена стоимость магнитов, приходящих на единицу производительности) и снижены потери водных СОЖ в 2,5 раза. Суммарный расчетный годовой экономический эффект от реализации теоретико-экспериментальных исследований составляет 70 млн. руб.

Положения, выносимые на защиту:

– математическая модель распределения скалярного магнитного потенциала цилиндрического постоянного магнита в немагнитной среде;

– метод синтеза эквивалентных магнитных схем постоянного магнита, учитывающий поток рассеивания через его боковую поверхность;

– две новые эквивалентные схемы (с распределенными и с сосредоточенными параметрами) цилиндрического постоянного магнита;

– новая математическая модель диполь-дипольного взаимодействия ферромагнитных частиц во внешнем магнитном поле, раскрывающая наличие поперечных сил;

– метод анализа процесса магнитной сепарации ВТЖ на основе предложенного способа преобразования исходной системы нелинейных ДУ в приближенное неоднородное ЛДУ, описывающего траектории феррочастиц;

– новый подход математического моделирования преобразования дисперсного состава ферромагнитных частиц при магнитной коагуляции на основе свертки функций распределения случайных величин;

– двухуровневая математическая модель магнитной коагуляции, в которой весовая функция оператора свертки параметрически зависит от коэффициента глубины магнитной коагуляции, введенного для оценки степени коагуляции на основе закона сохранения массы дисперсной фазы;

– метод синтеза весовой функции оператора свертки соответственно при однородном и при градиентном магнитных полях;

– математическая модель коэффициента глубины магнитной коагуляции;

– метод аппроксимации семейств апериодических характеристик интегральными кривыми в классе линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами;

– параметрическая оптимизация конструктивных параметров многорядного магнитного сепаратора при полидисперсном распределении феррочастиц в ВТЖ;

– программа для ЭВМ, реализующая схемный метод численного моделирования силового поля решетки постоянных магнитов в неоднородной магнитной среде, создаваемой в про-

цессе осаждения на поверхность магнитной системы слоя ферромагнитных примесей;

– предельные режимы магнитных сепараторов, математические модели их семейств характеристик качества очистки ВТЖ и программа к ЭВМ имитационного моделирования этих семейств с применением численных методов;

– методика проектирования высокоэффективных патронных магнитных сепараторов на основе разработанного комплекса программ;

– метод организации прерывисто-шаговой кинематики движения шламосьемных манжет, обеспечивающих эффективный отжим осадков на магнитном патроне.

Достоверность полученных результатов:

– обеспечивается корректным применением фундаментальных законов и математических методов, теории электромагнитного поля, теории электрических цепей и динамических систем;

– подтверждается совпадением разработанных математических моделей при определенных граничных условиях с известными частными классическими выражениями;

– подтверждается согласованием результатов расчетов по предложенным в работе моделям, методикам и программам с данными экспериментов и результатами испытаний.

Соответствие работы требованию формулы специальности 05.13.18

В работе присутствуют оригинальные результаты одновременно из трех областей:

1) математического моделирования (раскрытых в пунктах «Научная новизна» и «Значимость работы для теории»); **2) численных методов** (*a* – метод аппроксимации семейств апериодических характеристик в классе ЛДУ с постоянными коэффициентами; *б* – применение схемного метода для численного анализа систем с ПМ на основе синтезированной более строгой схемы замещения ПМ); **3) комплексов программ**, которые с целью снижения временных и ресурсных затрат для задач проектирования и оптимизации магнитных сепараторов построены на схемных принципах расчета систем с ПМ (раньше не могли применяться) и на основе сочетания численных методов с разработанными аналитическими критериями разделения фаз суспензии.

Соответствие работы областям исследований специальности 05.13.18:

– разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений (п.п. 1-3, 5-8 «Научная новизна»);

– развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей (п. 4 «Научная новизна», четвертая глава);

– реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента (п. 4 «Значимость работы для практики» на основе п.п. 3, 8 «Научная новизна»; главы 2, 3, 4, 5, 6);

– комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента (по всей работе);

– разработка новых математических методов и алгоритмов интерпретации натурального эксперимента на основе его математической модели (влияние магнитной коагуляции на характеристики осаждения ферропримесей «Пятая глава»).

Апробация работы. Теоретические положения и практические результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на: Всесоюзн. науч.-техн. конф. «Проблемы нелинейной электротехники» (Киев, 1988); Межд. конф. «Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроматематика в науке, технике и экономике» (Ульяновск, 2002, 2006, 2007); Всерос. науч.-практ. конф. «Образование, наука, бизнес» (Череповец, 2005); 2-й Межд. науч.-практ. конф. «Актуальные проблемы энергетики АПК» (Саратов 2011); Межд. научн.-практ. конф. «Электрические аппараты и электротехнические комплексы и системы» (Ульяновск, 2012); XIX Межд. науч. конф. «Теория и практика современной науки» (Москва, 2015); IX Межд. науч. конф. «Тенденции развития науки и образования» (Самара, 2015); 8 Межд. науч.-техн. конф. «Наукоемкие технологии на современном этапе развития машиностроения» (Москва, 2016); II Межд. науч. конф. «Передовые технологии в аэрокосмической, механической и автоматизированной технике» – MIST: Aerospace – 2019, 18–21 ноября 2019 г., Красноярск, Россия.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 56 научных работ (в том числе 5 статей, индексируемых в базе данных Scopus (Q3), 17 работ в изданиях, входящих в перечень ВАК) и 2 свидетельства о государственной регистрации программ к ЭВМ).

Личный вклад автора. Выносимые на защиту результаты получены автором лично. В совместных работах автору принадлежит: [2-4, 6-13, 15, 20-22, 31-32] – идея, теория, метод моделирования, математические модели; [24-27] – идея, теория, метод моделирования, математические модели и алгоритмы; [28-30] – метод моделирования, математические модели; [14] – алгоритм.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения, списка литературы, включающего 269 наименования, семи приложений. Общий объем работы 398 страниц, объем основного текста 338 страниц, рисунков 106, таблиц 49.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы и дана краткая характеристика диссертационной работы.

В первой главе дан обзор основных технологических, схмотехнических и конструктивных решений магнитного разделения ферромагнитной суспензии. Проведена классификация ферромагнитных суспензий по составу и свойствам ферромагнитных компонентов. Решающую роль при выборе схемы разделения играет крупность и равномерность распределения частиц и зерен в объеме. Для задач обогащения по вкрапленности руды к тонко вкрапленным относятся размеры 20 – 100 мкм, а весьма тонко вкрапленные имеют размеры 5 – 20 мкм.

В технологии очистки водной среды от ферропримесей к тонким примесям относятся ферромагнитные частицы с размером менее 5-10 мкм. Загрязненные ВТЖ, применяемые в машиностроительных и металлургических производствах, представляют собой слабо концентрированную водную суспензию (с массовой концентрацией 0.01 – 0.1%) из ферромагнитных (железных-Fe или окалины-Fe₃O₄) полидисперсных частиц крупностью от 0.3 мкм до 100-150 мкм. В таких суспензиях все частицы будут находиться

в ферромагнитном состоянии, а гидродинамическими воздействиями феррочастиц и влиянием магнитных сил взаимодействия частиц на вязкость среды в силу их малой концентрации пренебрегают. Наиболее перспективными для целей магнитного разделения водных суспензий являются магнитные сепараторы на основе современных постоянных магнитов, которые характеризуются высокой производительностью, надежностью, удобством эксплуатации и экономической доступностью.

Процесс магнитного разделения водной суспензии сопровождается процессом агрегирования дисперсной фазы, который может выражаться в форме магнитной флокуляции (флокулы представляют собой прядеобразные образования, ориентированные вдоль магнитных линий и появляются при обогащении железосодержащих руд и осаждении ферропримесей на полюса магнитной системы) или в форме магнитной коагуляции. Под магнитной коагуляцией понимается процесс сближения и слипания феррочастиц суспензии под влиянием магнитных сил в цепочечные и нитеобразные агрегаты. В задачах обогащения руд и диагностики дефектов в стальных изделиях достаточно глубоко изучались вопросы разрушения флокул и удержания цепочечных агрегатов. Для совершенствования соответствующих технологий проведены обширные исследования по изучению структуры флокул и условий их образования, удержания и распада, а также большое внимание сосредоточено на определении результирующих магнитных сил притяжения и удерживания в цепочках агрегатов, закрепленных в области дефекта диагностируемого твердого тела. Но при моделировании магнитных сил взаимодействия использовались недостаточно строгие допущения и некорректные приближения. В суспензиях с магнитными наночастицами внимание исследователей направлено на изучение степени упорядоченности феррочастиц и на решение задачи определения вероятности парного объединения с учетом разориентации магнитных диполей тепловыми флуктуациями. При этом отсутствует научное понимание устойчивости нитеобразных агрегатов во внешнем магнитном поле.

Коагуляция является одним из основных процессов, характеризующих эволюцию дисперсионных систем. Изучение и определение стохастических характеристик распределения полидисперсного состава твердой фазы суспензии является фундаментальной задачей коагуляции. Такая задача решается на основе нелинейных интегродифференциальных уравнениях М. Смолуховского. Однако для каждого частного случая требуются специальные математические исследования устойчивости решения, индивидуальные алгоритмы и предельные машинные ресурсы. Анализ научно-технической информации показал, что задача математического моделирования распределения дисперсного состава при магнитной коагуляции в принципе не решена.

Магнитная коагуляция находит широкое проявление в различных технологических процессах. В технологии тонкой очистки ВТЖ от твердых и ферромагнитных примесей коагуляция является неотъемлемым процессом, приводящим к увеличению крупности феррочастиц. Учет процессов коагуляции необходим при проектировании и оптимизации очистителей ВТЖ от ферромагнитных примесей. В противном случае расчетные характеристики эффективности очистки становятся ничтожно малыми и не соответствуют фактическим.

Создание эффективных и экономически доступных систем очистки, а также аналогичных систем, работающих на принципах разделения компонентов в магнитном поле, сдерживается

сложностью математического аппарата нелинейных уравнений Смолуховского. Поэтому актуальны новые подходы и методы математического моделирования процесса магнитной коагуляции в водных суспензиях, приводящие к универсальным и экономичным алгоритмам реализации математической модели магнитной коагуляции на основе ЭВМ.

При создании проблемно-ориентированных программ проектирования и особенно для оптимизации технических средств разделения суспензии необходимо одновременно сочетать большое количество математических моделей сложных процессов, в том числе, математическую модель магнитной коагуляции, которая, как уже подчеркивалось, в общем виде не поддается расчету. Такие условия накладывают требование на создание экономичных алгоритмов численного моделирования распределения магнитного поля, траекторий феррочастиц в водном потоке и семейств эксплуатационных характеристик очистителей (являющихся неотъемлемыми макромоделями технических объектов).

Математическое моделирование траекторий феррочастиц. Количественные характеристики процесса разделения компонент суспензии традиционно определяются из решения численным методом нелинейного динамического уравнения Ньютона. Существенным недостатком традиционных математических моделей динамики феррочастиц в магнитных сепараторах является отсутствие учета влияния накапливаемого на поверхностях магнитной системы слоя осажденных феррочастиц, который экранирует рабочую область от источника магнитного поля и приводит к ухудшению характеристик очистки. С учетом этого фактора существенно возрастает сложность моделируемого объекта. Для экономии вычислительных ресурсов моделирования магнитного поля актуален цепной метод расчета. Однако существующие схемы замещения составлены при допущении игнорирования потока рассеяния ПМ, что завышает магнитный поток сепаратора до двух раз. Поэтому актуальна задача синтеза более строгих схем замещений ПМ.

Анализ научно-технической информации показал, что в практике проектирования и оптимизации магнитных сепараторов для очистки ВТЖ большой удельный вес занимают эмпирические и эвристические методы, что связано с несовершенством существующей теории разделения феррочастиц в системах магнитной очистки. Для построения научных основ магнитной сепарации ВТЖ актуальна задача поиска аналитического решения уравнения динамики движения феррочастиц в потоке жидкой среды.

Математическое моделирование семейств аperiodических характеристик. В задачах оптимизации магнитных сепараторов необходимы аналитические обобщения многопараметрических численно-графических семейств характеристик показателей качества в виде многомерных аппроксимаций (суррогатные модели). В существующих методах аппроксимации жестко задана структура аппроксимационного выражения в виде базисных функций (полиномы, сплайны, линейные и нелинейные регрессии), которые обладают низкой адаптивностью при переходе к новым значениям параметров, что сужает область применения таких аппроксимаций. Для расширения области использования аппроксимационных выражений актуальна идея Ю. А. Савиновского, согласно которой множество гистерезисных циклов ферромагнитных элементов моделируются интегральными кривыми некоторого *однородного* обыкновенного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами (ОЛДУ) «А.с.

515121 (СССР). G06.G7/48. Способ моделирования петли гистерезиса/ Ю.А. Савиновский, Ю.П. Бусаров// Бюл. Изобр. – 1976. – №19». Такой подход позволил представить ветви гистерезисных петель в форме конечной суммы экспоненциальных функций с нерегламентированными полюсами, которые повышают адекватность модели, и снижают её размерность. Структура и параметры дифференциального оператора определялись непосредственно из условий решаемой задачи. Изложенный метод имеет серьезные недостатки: использовались умозрительные подходы; отсутствовала общая методика определения постоянных интегрирования; возникало противоречие между степенями свободы модели и моделируемым семейством характеристик. Математическое моделирование семейств характеристик на основе нового подхода с применением *неоднородных* ЛДУ – будет одной из задач исследований данной работы.

В заключение главы сформулированы задачи диссертационной работы.

Система магнитной очистки ВТЖ от ферропримесей относится к сложным системам. Математическое моделирование такой системы можно выполнять на принципах декомпозиции, разбивая обобщенную модель на следующую совокупность функционально агрегированных физических моделей: математическую модель распределения силового поля; математическую модель траекторий феррочастиц и создаваемую на этой основе математическую модель характеристик качества очистки; математическую модель стохастических характеристик магнитной коагуляции. Физические процессы на множестве физических и стохастических величин, как правило, описываются системами ДУ (обыкновенными или в частных производных), выражающими законы природы. Такие модели являются первичными, их решение связано со значительными трудностями, преодоление которых требует значительных временных и ресурсных затрат, многократно повышающихся при решении оптимизационных задач, а задача математического моделирования магнитной коагуляции не решена. В частности, первичными математическими моделями являются: для поля магнитных сил – фундаментальные уравнения магнитного поля; для траекторий феррочастиц – система из нелинейных кинематических ДУ переноса потока ВТЖ и второго закона Ньютона; для стохастических характеристик коагуляции – нелинейные интегрально-дифференциальные уравнения М. Смолуховского.

Снижение временных и ресурсных затрат возможно на путях перехода к альтернативным математическим моделям, или на основе преобразования первичных математических моделей и их носителей в альтернативные математические модели. В рамках работы разрабатывались следующие альтернативные математические модели: для поля магнитных сил – преобразование к схемам замещения и далее схемный метод моделирования этих сил на множестве величин теории магнитных цепей; для траекторий феррочастиц – приближенное преобразование исходной системы нелинейных ДУ к неоднородному ЛДУ на множестве физических и обобщенных величин; для магнитной коагуляции – обоснование альтернативного подхода и разработка метода математического моделирования на множестве стохастических величин.

В качестве критерия достижения практической цели положим удельную стоимость постоянных магнитов $C_{Qм}$, приходящуюся на единицу производительности сепаратора, тыс. руб./($м^3/ч$).

Во второй главе разработан метод математического моделирования многопарамет-

рического семейства аperiodических характеристик неоднородными ЛДУ. Данная идея базируется на строгом классическом теоретическом положении, что произвольное семейство кривых, заданное в неявной форме $\Phi(x, C_1, \dots, C_n) = 0$, приводится к обыкновенному дифференциальному уравнению следующего вида $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$.

На первом этапе определяется однородное ЛДУ на основе аппроксимации исходного семейства характеристик экспоненциальным многочленом [2].

Утверждение 2.1. Для построения однородного ЛДУ с постоянными коэффициентами достаточно характеристику аппроксимировать экспоненциальным многочленом

$$y(t) = \sum_1^n C_k e^{p_k t}, \quad (1)$$

которому в силу теоремы однозначности и единственности решения соответствует определенное однородное ОЛДУ $L_n y(t) = 0$ с постоянными коэффициентами. Для построения многочлена (1) использован метод интерполяции, представленный Н. С. Кочановым в 1967 г.

Повышение точности описания каждой характеристики приводит к завышению порядка модели и создает противоречие между избыточным числом постоянных интегрирования модели и ограниченной степенью свободы исходного семейства характеристик.

На втором этапе проводится преобразование однородного ОЛДУ в эквивалентное неоднородное ДУ пониженного порядка. Применим метод понижения порядка ОЛДУ в оригинальном представлении при условии инвариантности интегральных кривых [31].

Утверждение 2.2. Эквивалентность общих решений исходного $L_n y(t) = v(t)$ и пониженного на единицу $L_{n-1} y(t) = F_1(t)$ ОЛДУ, где L_n, L_{n-1} линейные дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами соответственно n и $n - 1$ порядков, обуславливается дифференциальным преобразованием правой части $v(t)$ в $F_1(t)$: $F_1'(t) + p_n F_1(t) = v(t)$, с начальным условием $F_1(0) = y^{(n-1)}(0) + a_{n-2, n-1} y^{(n-2)}(0) + \dots + a_{0, n-1} y(0)$, где p_n некоторый отрицательный корень исходного ОЛДУ (многочлен (1) обладает хорошими асимптотическими свойствами при отрицательных корнях характеристического уравнения ОЛДУ). При этом исходное ОЛДУ $L_n y(t) = v(t)$ разлагается в систему ДУ:

$$\begin{cases} L_{n-1} y(t) = F_1(t), \\ F_1'(t) + p_n F_1(t) = v(t), \quad y(0), y'(0), \dots, y^{(n-2)}(0), F_1(0). \end{cases} \quad (2)$$

Интегрируя второе ДУ $F_1(t) = e^{-p_n t} [C_{10} + \int e^{p_n t} v(t) dt]$ и подставляя в первое, получим эквивалентное ОЛДУ с пониженным на единицу порядком. Постоянную C_{10} выразим через параметры многочлена (1), соответствующего условию $v(t) = 0$, то $C_{10} = F_1(0) = C_n H_{n-1}(p = -p_n)$, где $H_{n-1}(p)$ характеристическое уравнение ОЛДУ (2).

Понизив порядок исходного ОЛДУ k раз ($k \leq n$), получим $L_{n-k} y(t) = F_k(t)$, где

$$F_k(t) = \sum_{j=1}^k C_{n+1-j} H_{n-k}(p = -p_{n+1-j}) e^{-p_{n+1-j} t}.$$

Пусть многопараметрическое семейство характеристик представлено одномерными гладкими непрерывными зависимости $f(x, \mathbf{H})$, где $x \in X \subset R$ основная независимая переменная; \mathbf{H} – m -мерный вектор параметров, $\mathbf{H} = \{(h^{(1)}, \dots, h^{(m)}) | h^{(j)} \in H_j; j = 1, \dots, m\}$.

Исходные данные: дискретная выборка для $f: \{x^{(\gamma)} \rightarrow f(x^{(\gamma)}) | \gamma = 1, \dots, G\}$, определяемая $m+1$ -мерным вектором $\mathbf{x} \in D \subset R^{m+1}$, структурированная дискретным рядом значений вектора $\mathbf{H}_i = \{(h_{i_1}^{(1)}, \dots, h_{i_m}^{(m)}) | i_1 = 1, \dots, n_1; \dots; i_m = 1, \dots, n_m\}$ и заданная блочной много-

мерной числовой матрицей: $f(\mathbf{x}^{(v)}, \mathbf{H}_i) = \|f_{i_1 \dots i_m}^{(v)}\| : \{f_{i_1 \dots i_m}^{(v)} = (f_{i_1 \dots i_m}(v\tau_{ij}) | v = 0, 1, \dots, 2n - 1; j = 1, \dots, m)\}$. *Определить*: суррогатную математическую модель на основе ОЛДУ.

Методика включает этапы аффинного преобразования каждой зависимости к окрестности базисной (инвариантной) зависимости и формирования массива их отклонений. Совмещая метод интерполяции Н. С. Кочанова с методом наименьшего квадрата и технологию понижения порядка, формируем неоднородное ОЛДУ и многомерный числовой массив постоянных интегрирования всех зависимостей в виде многомерной матрицы $C_k(\mathbf{H}_i) = \|C_{ki_1 \dots i_m}\|$, ($k = 1, \dots, n$).

Суррогатная математическая модель на основе ОЛДУ позволяет описывать многопараметрические семейства характеристик как для класса задач с фиксированными, так и класса задач с изменяющимися исходными характеристиками моделируемой системы, зависящими от её текущего состояния. В частности, описывать полную непрерывную совокупность гистерезисных характеристик и движение квазистатической рабочей точки по гистерезисным ветвям непрерывного семейства характеристик при произвольном законе изменения исходных данных. Далее любым известным методом реализуется $C_k(\mathbf{H}_i)$.

Рассмотрим принцип решения этого класса задач на примере квазистатических гистерезисных магнитных характеристик ферритов $b(h)$: b – магнитная индукция, Тл; h – напряженность магнитного поля, А/м.

По заданному семейству экспериментальных характеристик ферромагнетика предварительно определена структура экспоненциального многочлена, составленного из суммы идеальной (инвариантной) и гистерезисной составляющих второго порядка,

$$b(h) = C_1 e^{-\beta b} + C_2 e^{-\sigma \beta_r h} + C_3, \text{ где } \sigma = \text{sign}(dh),$$

которому соответствует, порождающий этот многочлен, однородное ОЛДУ:

$$b''' + (\sigma \beta_r + \beta) b'' + \sigma \beta_r \beta b' = 0. \quad (3)$$

Инвариантная составляющая снижает степень свободы дифференциальной модели (3) до двух. Методом понижения порядка ДУ (3) приводится к следующей дифференциальной модели:

$$b'' + \sigma \beta_r b' = \mu_n (\sigma \beta_r - \beta) e^{-\beta h}. \quad (4)$$

Используя свойство возврата гистерезисного цикла в исходную точку, значение первой производной в начале новой ветви гистерезисной петли будет определяться выражением:

$$b'_{0+} = b'_{-} + \sigma \beta_r [(b - b_0) + \mu_n \beta^{-1} (e^{-\beta h} - e^{-\beta h_0})], \quad (5)$$

где b'_{-} – первая производная предыдущей ветви перемагничивания в точке (h_0, b_0) перехода на новую ветвь перемагничивания феррита. Разработанная модель характеризуется тремя параметрами: β , β_r , b'_{m+} (где b'_{m+} – значение первой производной в точке поворота, принадлежащей статическому симметричному предельному циклу), и отвечает двум специфическим для ферромагнетиков правилам Маделунга.

Программный комплекс включает: программу идентификации модели по экспериментальным данным; программу имитационного моделирования (рис. 2.1) и программу аппроксимации кривых экспоненциальным многочленом [25–27]. Программный комплекс реализует модели гистерезисных магнитных характеристик, которые по критерию Фишера с уровнем значимости 2.5% адекватны экспериментальным данным.

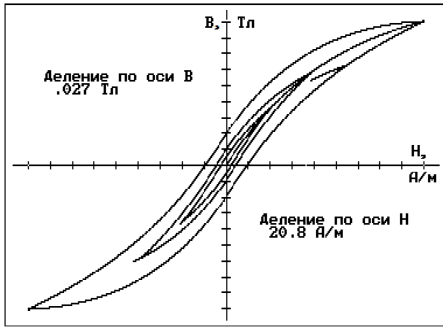


Рис. 2.1 Семейство характеристик намагничивания для феррита 1500HM-3, рассчитанное по полученной математической модели

В третьей главе разрабатывается метод численного моделирования распределения силового поля, создаваемого решеткой ПМ. Сначала физическим моделированием в немагнитной среде определено выражение распределения магнитного потенциала цилиндрического ПМ радиусом a_0 ,

равномерного вне тела магнита как при $r \geq a_0$, так и при $r \leq a_0$. Модель (6) для случая $r \leq a_0$, где M_r – остаточная намагниченность, А/м.

$$\Phi_M = \frac{M_r l}{2} - \frac{M_r}{2\pi} \int_0^\pi \left[\sqrt{(l + z_1 - z)^2 + r_B^2} - \sqrt{(z_1 - z)^2 + r_B^2} \right] d\Psi + C. \quad (6)$$

Разработана компьютерно-аналитическая модель ПМ для немагнитных сред. Она полезна для выбора типоразмера ПМ, для оценки влияния краевого эффекта и обоснования числа звеньев, необходимых при расчете поля ПМ [6].

Для неоднородной магнитной среды применен схемный метод. Для этого разработан метод синтеза схем замещений ПМ, который учитывает неравномерность потенциала на поверхности образца, обусловленную потоком рассеяния через боковую поверхность магнита. В качестве исходных данных положены фундаментальные уравнения магнитного поля в интегральной форме (закон полного тока и уравнение непрерывности магнитного потока). Разработан переход от интегральных уравнений к системе двух ДУ.

Утверждение 3.2. Пусть постоянный магнит цилиндрической формы имеет длину l и диаметр $2a_0$. Для $\forall H \in [-H_{CB}, 0]$ (H_{CB} – коэрцитивная сила материала магнита), то в приближении равномерного распределения остаточной намагниченности M_r в магните распределения магнитного потока в теле магнита и падений магнитных напряжений на поверхности магнита выражаются системой двух дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами, зависящими от параметров материала магнита и внешней среды:

$$\frac{d\Phi}{dz} = -g_s U_2; \quad \frac{dU_2}{dz} = 2(H_{CB} - r_M \Phi). \quad (7)$$

Системе уравнений (7) соответствует распределенная активная схема магнитной цепи в форме короткозамкнутой (в нейтральном сечении ПМ) длинной линии, рис. 3.1. а, б, в которой $\Phi(z)$ – магнитный поток, Вб; U_2 – падение магнитного напряжения, А; $dF_1 = dF_{-1} = H_{CB} dz$ – элементарные магнитодвижущие силы (МДС), А [7, 11].

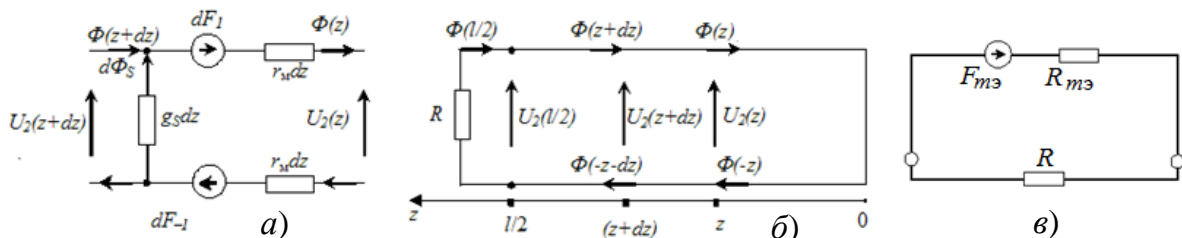


Рис. 3.1. Магнитные схемы замещения ПМ а) элементарного звена ПМ; б) ПМ в целом в виде короткозамкнутой длинной линии; в) с сосредоточенными параметрами

Методом эквивалентного генератора схема с распределенными параметрами преобразуется к схеме с сосредоточенными параметрами, рис. 3.1, в с параметрами:

$$R_{mэ} = 2r_M \gamma^{-1} \text{th}(0.5\gamma l); \quad F_{mэ} = 2H_{сВ} \gamma^{-1} \text{th}(0.5\gamma l).$$

Здесь: $F_{mэ}$ – МДС, А; $R_{mэ}$ – внутреннее магнитное сопротивление, Гн^{-1} ; R – результирующее магнитное сопротивление внешней среды, Гн^{-1} ; $\gamma = (2r_M g_S)^{0.5}$ – коэффициент передачи, м^{-1} ; $r_M = H_{сВ} / B_r S$, – распределенное магнитное сопротивление постоянного магнита, $(\text{Гн}\cdot\text{м})^{-1}$; $g_S = g_{S0} \mu_{\text{эф}}$ – распределенная магнитная проводимость, $\text{Гн}\cdot\text{м}$; $\mu_{\text{эф}}$ – эффективная относительная магнитная проницаемость многослойной среды сепаратора, $\text{Гн}\cdot\text{м}$; g_{S0} – распределенная магнитная проводимость по воздуху, $\text{Гн}\cdot\text{м}$.

Разработана программа расчета трехмерного распределения напряженности магнитного поля в рабочем пространстве магнитного сепаратора [24]. Модель (6) позволила определить связь между погрешностью расчета распределения поля с числом фрагментов (рис. 3.2), задействованных в программе. Погрешность расчета менее 1 % при использовании пяти элементарных фрагментов (рис. 3.2).

Алгоритм численного расчета включает процедуры формирования (по схеме магнитной цепи сепаратора) и решения полной системы алгебраических уравнений Кирхгофа.

На базе вычислительного эксперимента уточнен характер изменения распределения поля и магнитных сил в сепараторе в цикле очистки для различных толщин слоя феррошлама $d_{\text{ш}}$ (рис. 3.3), осаждаемого на поверхность магнитной системы сепараторов. На рис. 3.3 кривые семейства соответствуют разным значениям $d_{\text{ш}}$: 1 - $d_{\text{ш}} = 0$; 2 - $d_{\text{ш}} = 2$ мм; 3 - $d_{\text{ш}} = 4$ мм; 4 - $d_{\text{ш}} = 8$ мм; 5 - $d_{\text{ш}} = 12$ мм; 6 - $d_{\text{ш}} = 16$ мм; 7 - $d_{\text{ш}} = 20$ мм, [10].

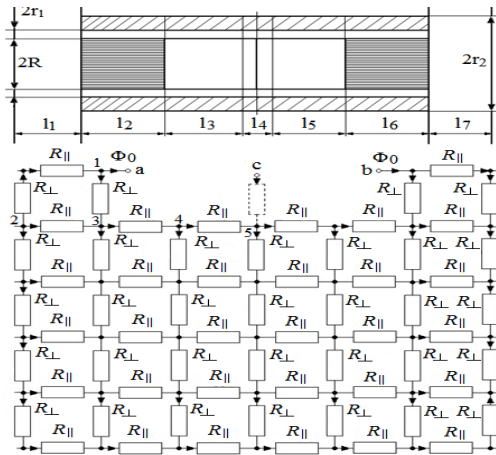


Рис.3.2. Схема замещения элемента магнитного сепаратора (для сетки $n=6, k=7$)

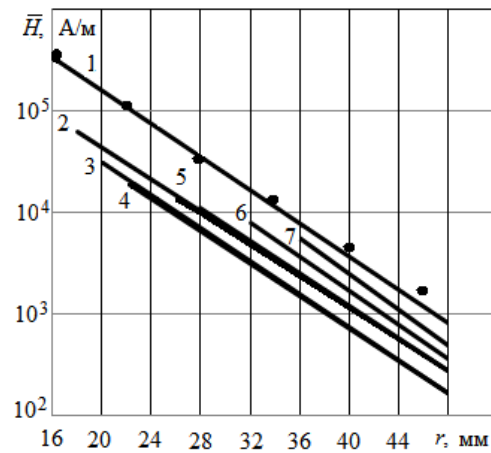


Рис. 3.3. Радиальное распределение интенсивности магнитного поля для разных $d_{\text{ш}}$

Семейство зависимостей $\bar{H}(r, d_{\text{ш}})$ моделируется интегральными кривыми однородного ОЛДУ первого порядка, решение которого описывается экспоненциальной зависимостью [4]:

$$\bar{H}(r, d_{\text{ш}}) = \bar{H}_m(d_{\text{ш}}) e^{-a_1(r-r_2) \ln 10}, \quad \lg \bar{H}_m(d_{\text{ш}}) = q_2 d_{\text{ш}} + q_1 + q_3 e^{-q_4 d_{\text{ш}}}$$

Градиентная сила притяжения феррочастицы $f_m = 0.5 \mu_0 V_\phi \chi_\phi \nabla(\bar{H}^2)$, где V_ϕ – объем феррочастицы, $\chi_\phi(d, \bar{H})$ – её магнитная восприимчивость, d – её размер. Используем кусочно-линейную аппроксимацию магнитной восприимчивости $\chi_\phi(d, H) = \kappa_\chi H$: $\kappa_\chi = \chi_{m0} / H_{0s}$ при $d > d_{0s}$, $0 \leq H \leq H_{0s}$; $\kappa_\chi = \chi_{m0} d / d_{0s} H_{0s}$ при $0 \leq d \leq d_{0s}$; $\kappa_\chi = 0$, при $H \geq H_{0s}$, А/м.

Для уточнения закономерности взаимодействия намагниченных феррочастиц во внешнем однородном магнитном поле H_0 проведено математическое моделирование сил

диполь-дипольного взаимодействия. В основу положена известная строгая математическая модель распределения дифрагированного поля магнитного диполя для сферического тела. В результате пондеромоторная градиентная сила взаимодействия j -ой частицы, обусловленная дифрагированным полем i -ой частицы, в сферических координатах примет следующий вид:

$$\mathbf{F}_{mji} = -3\mu_0 V_{\phi j} H_0^2 \chi_{\phi j} \chi_{\phi i} \frac{R_{\phi i}^3}{r^4} \left\{ \mathbf{e}_r \left[\left(3 + 4\chi_{\phi i} \frac{R_{\phi i}^3}{r^3} \right) \cos^2 \theta + \chi_{\phi i} \frac{R_{\phi i}^3}{r^3} \sin^2 \theta - 1 \right] + \mathbf{e}_\theta \left(1 + \chi_{\phi i} \frac{R_{\phi i}^3}{2r^3} \right) \sin 2\theta \right\},$$

где $\chi_{\phi i} = \chi_{\phi i} / (\chi_{\phi i} + 3)$, $\chi_{\phi i}$, $\chi_{\phi j}$ – магнитные восприимчивости соответствующих феррочастиц; R_ϕ – радиус сферической феррочастицы; $R_\phi \leq r$ – расстояние до центра i -ой частицы.

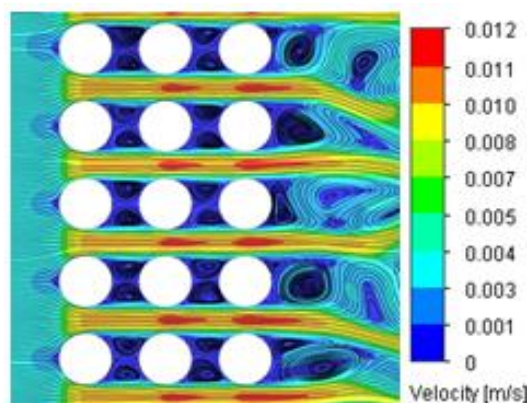
Из полученной модели силы установлена существенная *анизотропия сил* взаимодействия магнитных диполей во внешнем поле [13]: в направлении магнитных линий действуют силы притяжения, в поперечном направлении действуют силы отталкивания. Наличие двух сил раскрывает физическую причину механизма объединения феррочастиц во внешнем магнитном поле в устойчивые агрегаты нитеобразной формы. Это научное положение предназначено для моделирования магнитной коагуляции.

В четвертой главе разрабатываются научные основы магнитной сепарации на базе математического моделирования характеристик качества очистки водных технологических жидкостей (ВТЖ) от ферромагнитных частиц [3 – 4, 12, 15]. Качество работы сепараторов оценивается относительной массой задерживаемых частиц, которая называется средней степенью очистки:

$$\bar{\varepsilon}(\bar{d}_{\text{вх}}) = (C_{\text{вх}} - C_{\text{вых}}) / C_{\text{вх}} = \int_0^\infty \varepsilon(d_\phi) f_{\text{вх}}(d_\phi, \bar{d}_{\text{вх}}) d(d_\phi), \quad (8)$$

где $\bar{d}_{\text{вх}}$ – средний размер феррочастиц дисперсной фазы, поступающей на вход сепаратора, мкм; $C_{\text{вх}}$, $C_{\text{вых}}$ – средние массовые концентрации частиц примеси в ВТЖ соответственно на входе и выходе сепаратора, кг/м³; $f_{\text{вх}}(d_\phi, \bar{d}_{\text{вх}})$ – плотность вероятности распределений по размерам d_ϕ исходных феррочастиц, м⁻¹. Характеристика $\bar{\varepsilon}(\bar{d}_{\text{вх}})$ выражается через характеристику степени очистки $\varepsilon(d_\phi) = \hat{\varepsilon}(d_\phi, v_{\text{жн}}, a, R, d_{\text{ш}})$ при монодисперсном распределении феррочастиц, которая зависит от многих факторов: $v_{\text{жн}}$ – входной скорости течения ВТЖ, м/с; a – характерного размера магнитной системы, м; R – характерного размера постоянного магнита, м; $d_{\text{ш}}$ – толщины слоя осадка феррошлама, осажденного на поверхность магнитного элемента, м.

Первоначально проведено исследование на программном пакете компании Mentor



Graphics – FloEFD характера обтекания ВТЖ сетки цилиндрических патронов (рис.4.1). На участках переноса ВТЖ отсутствуют вихри линий тока: $\text{rot} \mathbf{v}_{\text{ж}} = 0$, $\mathbf{v}_{\text{ж}} = \text{grad } u$, (u – потенциал скоростей).

Рис. 4.1. Распределение скоростей и линий тока при $v_{\text{жн}} = 0.003$ м/с

Поэтому применима потенциальная теория движения жидкости, на основе которой проведено аналитическое моделирование обтекания профиля сетки цилиндрических патронов, наложив условия системы в полярных координатах (рис. 4.2, а) на математическую

математическую

модель обтекания идеальной жидкостью одиночного цилиндра (рис. 4.2, б), и определена локальная скорость течения жидкости, где $k = 2R/a$:

$$v_{жr} = -\frac{v_{жн}}{k\sqrt{1-k^2}} \operatorname{arctg} \left(\frac{k \cos \varphi}{\sqrt{1-k^2}} \right) \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right); \quad v_{ж\varphi} = v_{жн} [1 - k^2 (\sin \varphi)^2]^{-1} \sin \varphi \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right).$$

При монодисперсном распределении ферромагнитных частиц. Характеристика степени очистки одной ступени сепарации, состоящей из множества параллельных элементов сепарации, формируется в каждом магнитоактивном элементе сепарации, представленном на рис. 4.3.

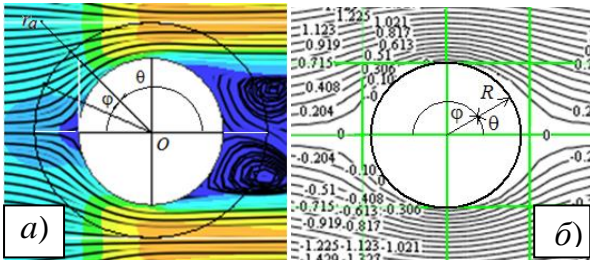


Рис. 4.2. Линии тока: а – на сетке цилиндров; б – на одиночном цилиндре

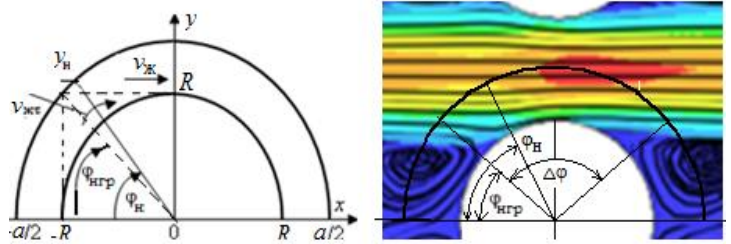


Рис. 4.3. Магнитоактивные рабочие элементы: а – для первой ступени; б – для второй ступени

Концентрация исходных ферропримесей в ВТЖ мала ($C_{вж} \leq 0.1\%$). В приближении сильно разбавленного раствора пренебрегаем межчастичными взаимодействиями (стерическими, магнитодипольными и гидродинамическими). Решение задачи сводим к моделированию траектории одиночной феррочастицы на поступательном участке потока ВТЖ в магнитоактивном элементе (рис. 4.3).

Дано: традиционная система ДУ в векторной форме для феррочастицы:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_M + \mathbf{v}_ж; \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}(0) + \mathbf{r}_M + \mathbf{r}_ж; \quad m \frac{d^2 \mathbf{r}_M}{dt^2} + K_{c1} \frac{d\mathbf{r}_M}{dt} = \mathbf{f}_{Mр}(\mathbf{r}); \quad \frac{d\mathbf{r}_M}{dt} = \mathbf{v}_M, \quad (9)$$

где $\mathbf{v}_M, \mathbf{r}_M$ – относительная скорость и перемещение; $\mathbf{v}_ж, \mathbf{r}_ж$ – переносная скорость и перемещение; $\mathbf{r}(0)$ – начальная радиальная координата.

Определить: $r(t), v_M(t)$, на $\mathbf{r} \in \{r \in \mathbf{r} | R \leq r \leq 0.5a\}$.

Исходная система ДУ содержит две нелинейности. Нелинейность правой части ДУ динамики устранена кусочно-линейной аппроксимацией силы $f_{Mк} = -[f_k - \alpha_{0к}r]$, $k = 1, 2$. Разработана методика для преодоления метрической нелинейности:

$$r^2 = (x(0) - r_{Mx} - \bar{v}_{жс}t)^2 + (y(0) - r_{My})^2.$$

Утверждение 4.1: Стандартная система ДУ (9) динамики феррочастицы на множестве $\mathbf{r} \in \{r \in \mathbf{r} | R \leq r \leq 0.5a\}$ в потоке жидкой среды преобразуется в систему ДУ, направленный граф которой последовательной структуры, а метрическая нелинейность локализуется в одном звене графа – в ветвях прямой и обратной связей (рис.4.4, а).

Например, для второй и т.д. ступеней сепарации в полярной системе координат (r, φ) система ДУ примет следующий вид, где $\bar{v}_{жс}$ осредненная скорость поступательного потока:

$$m \frac{d v_M}{dt} + K_{c1} v_M - \alpha_{0к} r = -f_k; \quad \frac{dr}{dt} = -v_M - \bar{v}_{жс} \cos \varphi; \quad r \frac{d\varphi}{dt} = \bar{v}_{жс} \sin \varphi, \quad (10)$$

где $m = m_\phi + m_{жс}$ – результирующая масса, состоящая из массы частицы и присоединенной массы жидкости, кг; $K_{c1} = 3\pi\eta d$ – коэффициент пропорциональности в формуле Стокса, $\text{кг}\cdot\text{с}^{-1}$ (при значениях чисел Рейнольдса $Re < 3$); η – коэффициент динамической

вязкости жидкой среды, $\text{кг}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$.

Подобные уравнения составлены и для первой ступени с учетом $v_{жr}$ и $v_{ж\phi}$, полученные из потенциальной теории потока.

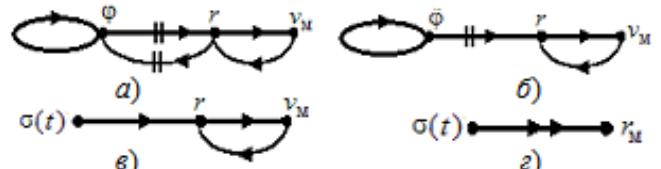


Рис 4.4. Направленные графы систем ДУ

Проведена развязка нелинейных параметрических связей графа с нелинейной обратной связью (обозначенных символом || на рис.4.4, а) путем усреднения соответствующих кинематических ДУ (10) по радиальной переменной (граф на рис. 4.4, б), для которой диапазон вариации ограничен конструктивным фактором ($(r_{\text{мин}}/r_{\text{макс}}) \geq 0.75$), то:

$$\bar{r} \frac{d\phi}{dt} = \bar{v}_{жс} \sin \phi; \quad \bar{r} = 0.5[R + 0.5a]. \quad (11)$$

Проинтегрировав ДУ (11) и второе ДУ (10), уравнение Ньютона в (10) становится линейным (графы на рис. 4.4, в и з), но с дополнительной неоднородной частью $f_{эк}$, которая играет роль добавочной силы:

$$m \frac{d^2 r_M}{dt^2} + K_{c1} \frac{dr_M}{dt} - \alpha_{ок} r_M = -f_k - f_{эк}. \quad (12)$$

Для первой ступени в диапазоне вариации $90^\circ \leq \phi$, а также для второй и для всех последующих ступеней $f_{эк} = \alpha_{ок} \langle r \rangle \sigma(\phi(t))$, где $\sigma(\phi(t)) = \beta + \alpha \text{sign}(\phi - 90^\circ) \times \left[ctg \frac{\phi_H}{2} e^{-\frac{\bar{v}_{жс} t}{\bar{r}}} - tg \frac{\phi_H}{2} e^{\frac{\bar{v}_{жс} t}{\bar{r}}} \right]$. При этом добавочная сила переменная, её график на рис. 4.5.

Рис. 4.5. Характер зависимости $f_{эк}(\phi)$

По характеру изменения силы $f_{эк}(\phi)$ рабочая область сепаратора условно разделяется на три характерные зоны с разной динамикой феррочастиц (табл. 4.1). В первой зоне траектории только аperiодические, во второй и третьей зонах они аperiодические и седлообразные. Раскрытие зон определило логику моделирования характеристик сепарации и коагуляции.

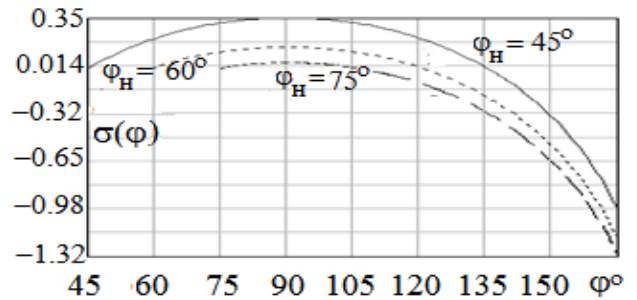


Таблица 4.1

$\phi_H \leq \phi \leq 90^\circ$	$90^\circ < \phi \leq 180^\circ - \phi_H$	$\phi > 180^\circ - \phi_H$
$f_{эк1,2}(t) > 0$ ускоряет	$f_{эк1,2}(t) > 0$ ускоряет	$f_{эк1,2}(t) < 0$ противодействует
$v_r = -v_M - v_{жr}(\phi)$	$v_r = -v_M + v_{жr}(\phi)$	$v_r = -v_M + v_{жr}(\phi)$
Зона согласованного ускорения к магниту	Зона переносного противодействия к магниту	Зона переносного и добавочного противодействия

Для отбора частиц, достигающих поверхность магнитной системы, разработаны математические модели абсолютных критериев, гарантирующих как осаждение, так и невозможности осаждения определенного размера частиц на магнитную систему (рис. 4.6), которые представляют собой неравенства между выражениями от множеств обобщенных безразмерных параметров B_k и v_k . Определена предельная скорость ВТЖ $\bar{v}_{жспр}$, при которой сепарация невозможна, зависит от размера феррочастицы и типа магнитной системы.

На основе математической модели траекторий феррочастиц разработаны алгоритм и

программа имитационного моделирования с применением численных методов расчета семейств характеристик степени очистки ВТЖ от монодисперсных феррочастиц [23]. Программа рассчитывает несколько типов семейств зависимости $\varepsilon(d)$ [23]. Пример расчета семейства $\varepsilon(d)$ на рис. 4.7.

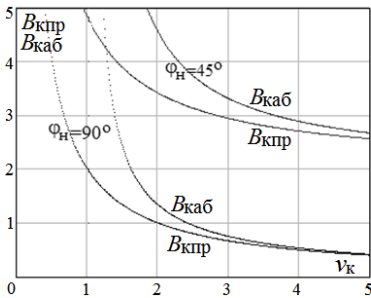


Рис. 4.6. Два семейства абсолютных критериев: $B_k \leq B_{кпр}$, $B_k \geq B_{каб}$ при разных φ_n

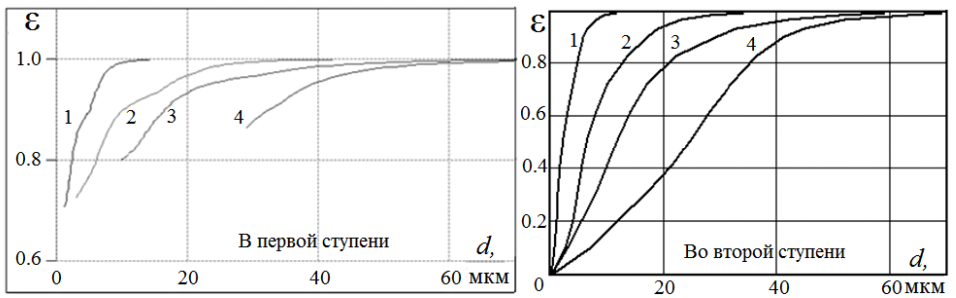


Рис. 4.7. Семейство $\varepsilon(d)$ на поступательном участке движения ВТЖ при разных $d_{ш}$: 1; 2; 3; 4 – $d_{ш} = 0$; = 1мм; = 2мм; = 3.3мм

Разработана математическая модель зависимости степени очистки на начальном участке ($\varepsilon(d) \ll 1$) первой ступени сепарации: $\varepsilon(d) = c_0 d^{4.5}$. Для сопряжения модели начального участка с зависимостями $\varepsilon(d)$ «головной» части (рис. 4.7) использован метод, разработанный в главе 2.

При полидисперсном распределении ферромагнитных частиц. Дисперсный состав механических примесей характеризуется двумя зависимостями: нормированной массовой плотностью распределения частиц по размерам $f_m(d)$, m^{-1} и плотностью распределения концентрации частиц в зависимости от массы $f_n(m)$, kg^{-1} . В диссертации для этих характеристик установлено следующее уравнение связи $f_n(m) = \frac{f_m(d_\phi) \cdot C}{m \cdot N_v} \frac{d(d_\phi)}{dm}$. Для замкнутой дисперсной системы из этого уравнения следует известный закон сохранения массы:

$$\bar{m} N_v = C \equiv inv, \quad (13)$$

где \bar{m} – средняя масса частицы (агрегата); d_ϕ – размер частицы; C – средняя массовая концентрация примесей, kg/m^3 ; N_v – средняя концентрация числа частиц примеси, m^{-3} .

Разработана математическая модель характеристик очистки многорядного магнитного сепаратора, представленного на рис. 4.8, а последовательно соединенными ступенями сепарации. На вход многорядного сепаратора поступает ВТЖ с исходной средней массовой концентрацией феррочастиц $C_{вх}$ (массой $M_{вх}$), на выходе – концентрация $C_{вых}$ (массой $M_{вых}$), рис. 4.8, б.

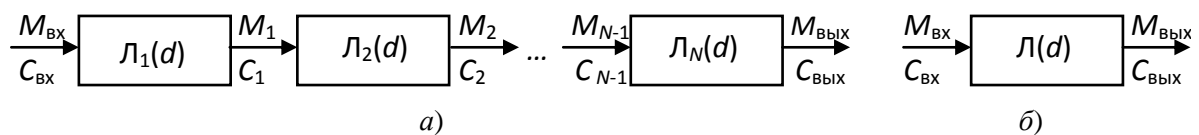


Рис. 4.8. Структурная схема многорядного сепаратора (а) и его эквивалентная схема (б)

Введено понятие коэффициента передачи сепаратора: $\bar{L}(\bar{d}_{вх}) = C_{вых}/C_{вх}$. На основе (8) получены математические модели преобразования дисперсного состава ферропримесей как в целом, так и в каждой секции сепарации ВТЖ: $f_k(d_\phi) = L_k(d_\phi) f_{k-1}(d_\phi) / \bar{L}_k$, (14)

$$\bar{L}(\bar{d}_{вх}) = \frac{C_{вых}}{C_{вх}} = \prod_{k=1}^N \bar{L}_k(\bar{d}_{k-1}) = \prod_{k=1}^N (1 - \bar{\varepsilon}_k(\bar{d}_{k-1})). \quad (15)$$

Здесь $L(d_\phi) = 1 - \varepsilon(d_\phi)$, $L_k(d_\phi) = C_k/C_{k-1} = 1 - \varepsilon_k(d_\phi)$ – коэффициенты передачи k -ступени для монодисперсных феррочастиц; $\bar{L}(\bar{d}_{вх})$ – результирующий коэффициент передачи се-

паратора; \bar{d}_{k-1} – среднее значение размера частиц, поступающих на вход k – ступени, $\bar{\varepsilon}_k(\bar{d}_{k-1})$ – средняя степень очистки k – ступени.

В пятой главе разрабатывается новый подход математического моделирования магнитной коагуляции [1, 5, 13, 18]. Для определения функций распределения дисперсного состава агрегированных феррочастиц по массе $f_k(m)$ предложено и обосновано использование математической операции – свертки функций плотности вероятности $f_i(m)$ распределения дисперсной фазы до коагуляции и весовой функции $g(x)$, являющейся характеристикой магнитной коагуляции:

$$f_k(m) = \int_0^m f_i(\eta)g(m - \eta)d\eta. \quad (16)$$

Положены следующие допущения: 1- феррочастицы выстраиваются только в нитеобразные агрегаты вдоль магнитных линий внешнего поля; 2- из-за отталкивающих поперечных сил сближаться могут только лежащие на линиях однородного внешнего поля соседние частицы; 3- принимается модель только парного объединения частиц в каждом акте процесса слияния; 4- масса объединенной пары равна $m_i + m_j = m_k$.

Утверждение 5.1. Стохастический процесс магнитной коагуляции характеризуется двумя независимыми случайными величинами $\xi_1(m)$ и $\xi_2(m)$, которые характеризуют количество, возможных к объединению пар феррочастиц с одинаковой результирующей массой m :

$\xi_1(m)$ – количество пар соседних феррочастиц с одинаковой бинарной массой $(m_{i1} + m_{j1}) = m_k = const$, обусловленное вариацией детерминированных масс m_{i1} и m_{j1} за счет случайного их размещения в рабочей области вдоль магнитной линии;

$\xi_2(m)$ – количество привязанных к местоположению пар с одинаковой бинарной массой $(m_{i2} + m_{j2}) = m_k = const$, обусловленное вариацией случайных масс m_{i2} и m_{j2} , заданных вероятностным законом $f_i(m)$ исходного распределения феррочастиц; $i + j = k$. Общее количество пар с одинаковой массой характеризуется суммой двух независимых непрерывных случайных величин $\xi_1(m) + \xi_2(m)$.

Используем «формулу свертки» в дискретной форме:

$$p_k[nM] = \sum_{k=0}^n p_i[kM]g^*[(n - k)M], \quad (17)$$

где $p_i[kM]$, $p_k[nM]$ – соответственно вероятности исходного и агрегированного дискретных распределений состава частиц по массе, $g^*[(n - k)M]$ – дискретная весовая функция магнитной коагуляции, M – интервал дискретизации массы феррочастиц, n и k – натуральные числа. Весовая функция $g(m)$ может идентифицироваться из частного тестового исходного распределения феррочастиц.

Утверждение 5.2. Для характеристики интенсивности коагуляции введен коэффициент глубины магнитной коагуляции, на основе инвариантного уравнения (13):

$$\gamma_k = \bar{m}_k / \bar{m}_i = N_{vi} / N_{vk}. \quad (18)$$

Метод моделирования магнитной коагуляции состоит из четырех этапов. Этап 1 – математическое моделирование вероятности бинарного слияния феррочастиц ($\gamma_k = 2$) при частном исходном распределении дисперсного состава. Этап 2 – синтез дискретной весовой функции магнитной коагуляции. Этап 3 – переход к непрерывной весовой

функции. Этап 4 – вывод формулы коэффициента глубины коагуляции.

При равномерном магнитном поле намагниченные частицы соединяются за счет сил диполь-дипольного взаимодействия вдоль магнитных линий.

Этап 1. В качестве тестового распределения выбрано равновероятностное дискретное распределение $p_n[nM] = 1/N$, где N число исходных частиц, массы которых образуют последовательность дискретных чисел nM ($n = 1, 2, \dots, N$). Порядок расположения частиц в каждом среднестатистическом ряду выстраивается по случайному закону. Вероятность распределения бинарных агрегатов:

$$p_1[kM] = 2(N-1)^{-1} \lambda_k p_n[nM], \quad p_n[nM] = 1/N, \quad (19)$$

где λ_k – число агрегатов с массой kM , задаваемое выражениями:

$$\begin{aligned} \text{при } 3 \leq k \leq N+1, \quad \lambda_k &= \sum_{v=1}^{\frac{N+2}{2}} (v-2)(\delta[k+3-2v] + \delta[k+2-2v]); \\ \text{при } N+2 \leq k \leq 2N, \lambda_k &= \sum_{v=\frac{N}{2}+3}^{N-2} (N+v-2)(\delta[k+3-2v] + \delta[k+4-2v]). \end{aligned}$$

Здесь $\delta[k]$ – единичный отсчет, $\delta[k-v]$ смещенный единичный отсчет.

Этап 2. Разработан метод синтеза весовой дискретной функции.

Утверждение 5.3. Если стохастический процесс бинарного объединения в рамках принятых приближений линейный, тогда дискретная весовая функция этого преобразования определяется как оригинал Z -изображения передаточной функции магнитной коагуляции.

Применив Z -преобразования к свертке (17) с учетом (19), получили изображение $W(z)$ весовой функции $g^*[(n-k)M]$ (где $W(z)$ – передаточная функция):

$$\begin{aligned} W(z) &= \frac{2}{N-1} \left[\sum_{k=1}^{N/2} z^{-(2k-1)} - 1 + \frac{z^{-(N-2)} + z^{-(N-4)} + \dots + z^{-2} + 1}{z^{-(N-1)} + z^{-(N-2)} + \dots + z^{-2} + z^{-1} + 1} \right] = \\ &= \frac{2}{N-1} \left[\sum_{k=1}^{N/2} z^{-(2k-1)} - 1 + \frac{1}{z^{-1} + 1} \right], \end{aligned}$$

оригинал которой является дискретной весовой функцией:

$$g^*[nM] = \frac{2}{N-1} \sum_{k=1}^{N/2} \delta[(n-2k+1)M] + (-1)^n - \delta[nM]. \quad (20)$$

Этап 3. Утверждение 5.4. Если существует дискретная весовая функция $g^*[nM]$ процесса магнитной коагуляции, то существует непрерывная весовая функция $g(m)$, которые связаны функциональным рядом Котельникова.

Подставив (20) в ряд Котельникова, получим функцию $g(m)$:

$$g(m) = \frac{2}{(N-1)M} \left[\sum_{n=1}^{N/2} \frac{\sin \pi(2n-\frac{m}{M})}{\pi(2n-\frac{m}{M})} + \sum_{n=N+1}^{2N-1} \frac{(-1)^n \sin \pi(n-\frac{m}{M})}{\pi(n-\frac{m}{M})} \right], \quad (21)$$

где N играет роль параметра дискретизации (числа необходимых отсчетов).

Утверждение 5.5. При моделировании магнитной коагуляции значение интервала дискретизации M агрегатов определяется коэффициентом глубины коагуляции γ_k (18).

Для обоснования утверждения 5.5 вычислены интеграл свертки (16) с использованием (21) и математическое ожидание массы частицы (агрегата) соответственно:

$$\begin{aligned} f_k(m) &\cong \frac{4Si(\pi)}{\pi(N-1)} \left[\sum_{n=1}^{N/2} f_n(m-2nM) + \sum_{n=N+1}^{2N-1} (-1)^n f_n(m-nM) \right]; \\ \bar{m}_k &= \frac{3.7N}{\pi(N-1)} \left[\bar{m}_n \left(1 - \frac{2}{N} \right) + M \left(\frac{N}{2} - 2 \right) \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

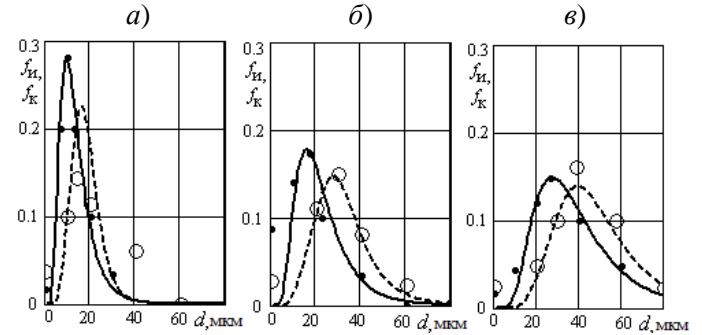
Из (18) и (22) получили связь параметра дискретизации M с γ_K :

$$M = \frac{2\bar{m}_i}{N-4} \left[\frac{\pi\gamma_K(N-1)}{3.7N} + \frac{2}{N} - 1 \right]. \quad (23)$$

Длина цепочек агрегатов подчиняются принципу сложения по размерам исходных частиц. Следовательно, методология моделирования распределения частиц по массам будет правомерна и для моделирования распределения частиц по продольным размерам агрегатов.

На рис. 5.1 сопоставлены экспериментальные и расчетные зависимости распределения частиц.

Рис. 5.1. Экспериментальные и теоретические зависимости гранулометрического состава водной суспензии: *a*, *б*, *в* – соответственно для проб: №1; №3; №5. Эксп.: ... - исходные; О О О - обработанные в магнитном поле. Теор.: — исходные; - - - вычисленные по математической модели



При градиентном магнитном поле механизм коагуляции феррочастиц с различными массами m обусловлен неравенством

их относительных скоростей v_M . Из решения ДУ (12) следует, что $v_M = p_{1k}(f_K/\alpha_{0K} - r)$. При $d_\phi \leq 10\mu\text{м}$ корень характеристического уравнения $p_{1k} \cong C_{1k}m = C'_{1k}P_{\text{мф}}$ ($P_{\text{мф}}$ – магнитный момент феррочастицы). Поэтому более тяжелые феррочастицы будут догонять легкие феррочастицы (с меньшими размерами).

Этан 1. Дано: 1. Упорядоченное множество феррочастиц с номерами: $n = 1, 2, \dots, N$ и с массами $M, 2M, \dots, NM$. 2. Вероятность распределения частицы с массой nM : $p_n[nM] = 1/N$.

Определить: Полную совокупность пар \vec{i}, \vec{j} ($i > j$), ориентированных в направлении градиентных магнитных сил; $i + j = k = \text{const}$ ($k = 3, 4, \dots, 2N - 1$).

Возможное число $q_{i,j}$ событий объединения в пару i, j и общее количество Q_N возможных пар соединений i, j при условии ($N \geq i \geq j + 1, j = 1, 2, \dots, i - 1$) составит:

$$q_{i,j} = (N - 1)! + \sum_{\alpha=2}^{N-i+1} (-1)^{\alpha+1} \frac{(N-\alpha)!(N-i)!}{(\alpha-1)!(N-i+1-\alpha)!}; \quad Q_N = \sum_{i=2}^N (i - 1)q_{i,j}.$$

Вероятность соединения частиц в пару i, j : $p_{ij} = q_{i,j}/Q_N$.

Этан 2. Проведено моделирование дискретной весовой функции:

$$W(z) = \frac{N}{Q_N} \left[\sum_{v=2}^{\frac{N}{2}} \frac{(q_{2v-1,1} - q_{v,v-1})}{z^{(2v-1)}} + \sum_{v=1}^{\frac{N}{2}} q_{2v,1} z^{-2v} + \sum_{k=N+1}^{\infty} A_k z^{-k} \right];$$

$$g^*[nM] = \frac{N}{Q_N} \left[\sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} q_{2k,1} \delta[(n - 2k)M] + \sum_{k=2}^{\frac{N}{2}} (q_{2k-1,1} - q_{k,k-1}) \times \delta[(n - 2k + 1)M] + \sum_{k=N+1}^{\infty} A_k \delta[(n - k)M] \right].$$

Этан 3. Проведено моделирование непрерывной весовой функции: $g(m) = \frac{N}{MQ_N} \times \left[\sum_{n=1}^{\frac{N}{2}} q_{2n,1} \frac{\sin \pi(2n - \frac{m}{M})}{\pi(2n - \frac{m}{M})} + \sum_{n=1}^{\frac{N}{2}-1} (q_{2n+1,1} - q_{n+1,n}) \frac{\sin \pi(2n+1 - \frac{m}{M})}{\pi(2n+1 - \frac{m}{M})} + \sum_{k=N+1}^{\infty} A_k \frac{\sin \pi(n - \frac{m}{M})}{\pi(n - \frac{m}{M})} \right]$.

Этан 4. Пусть объединение феррочастиц в пары происходит за среднестатистическое время $\bar{\tau}_{kv}$, то средняя концентрация частиц уменьшится в 2 раза. Если T_m интервал времени

пребывания дисперсной системы в зоне коагуляции, то концентрация ферромагнитных частиц за это время уменьшится в $2T_m/\bar{\tau}_{kv}$ раз, где ν число циклов. Коэффициент глубины магнитной коагуляции γ_{kv} в k -цикле бинарного объединения (18):

$$\gamma_{kv} = \frac{\bar{m}_k}{\bar{m}_i} = \frac{N_{\nu i}}{N_{\nu\nu}} = 2T_m \langle v_{kv-1} \rangle^3 \sqrt{\frac{C_0}{\langle m_{\nu-1} \rangle}}, \text{ где } \tau_{kv} = \langle l_{\nu-1} \rangle / \langle v_{kv-1} \rangle = (\langle v_{kv-1} \rangle^3 \sqrt{N_{\nu\nu-1}})^{-1};$$

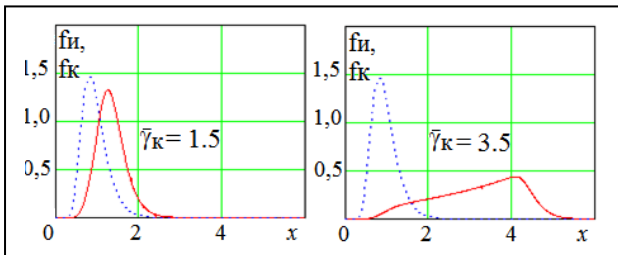
где $\bar{l}_{\nu-1} = \sqrt[3]{N_{\nu\nu-1}}$ – среднее расстояние между ферроагрегатами в $\nu - 1$ -цикле; C_i – исходная концентрация, кг/м³; $C_0 = [1 - \bar{\epsilon}_0(\bar{d}_i)]C_i$ – средняя массовая концентрация феррочастиц во взвеси, кг/м³; $\bar{\epsilon}_0(\bar{d}_i)$ – без учета коагуляции среднее значение степени очистки ступени сепаратора; $\bar{m}_{\nu-1}$, $N_{\nu\nu-1}$ – соответственно средняя масса и средняя концентрация феррочастиц в интервале между $\nu - 1$ и ν циклами бинарного объединения частиц, кг и м⁻³.

Проведено моделирование средней скорости парной коагуляции. Скорость с которой i -частица догоняет j -частицу равна $(v_{mi} - v_{mj})$, где v_{mi} , v_{mj} – скорости соответствующих частиц относительно дисперсионной среды (ВТЖ), м/с. Средняя скорость коагуляции по всем взаимодействующим частицам определена следующим образом:

$$\langle v_{kv-1} \rangle = \sum_{i=2}^N (i-1) p_{ij} (v_{mi} - \langle v_{mi-1} \rangle).$$

Усредненный по всем траекториям коэффициент глубины коагуляции: $\bar{\gamma}_k =$

$$= \left[\frac{2(4\bar{m}_i)^{\frac{2}{3}}}{\pi \langle v_{jk} \rangle} ([1 - \bar{\epsilon}_0(\bar{d}_i)] C_i)^{\frac{1}{3}} C_{1k} \left(\frac{f_k}{\alpha_{ok}} - \langle r \rangle \right) \langle r \rangle \left(1 + \frac{3\sigma_{mi}}{\bar{m}_i} \frac{\sum_{i=2}^N i(i-1) p_{ij}}{N} \left(\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \ln \text{ctg} \left(\frac{\varphi_H}{2} \right) d\varphi_H \right) \right)^3 \right].$$



На рис. 5.2 представлены теоретические характеристики дисперсного состава ферропримесей при магнитной коагуляции для двух значений коэффициента глубины коагуляции $\bar{\gamma}_k$.

Рис. 5.2. Характеристики дисперсного состава ферропримесей:исходные; ---при магнитной коагуляции

Характер влияния магнитной коагуляции на качество очистки магнитного сепаратора демонстрируется рис. 5.3 – 5.4. Магнитная коагуляция начинает проявляться с некоторого порогового значения концентрации $C_{икр}$ ферропримесей (точка экстремума).

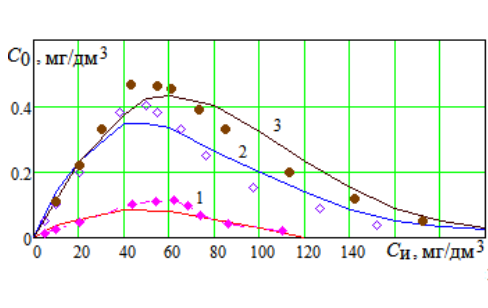


Рис. 5.3. Экспериментальные (---) и теоретические зависимости (\blacklozenge ; \blacklozenge ; \bullet) $C_0(C_i)$ для МС на феррито-бариевых ПМ

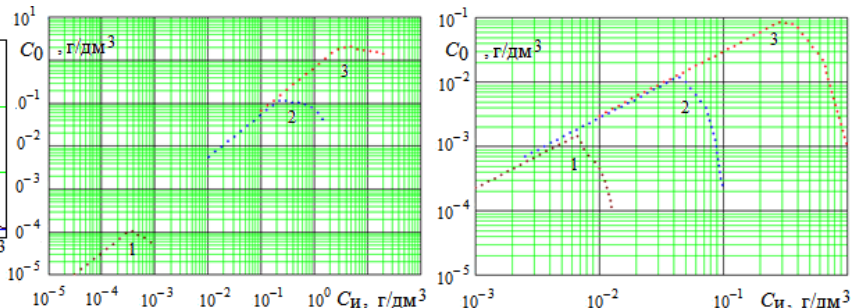


Рис. 5.4. Теоретические зависимости $C_0(C_i)$ для сепаратора на неодим-боровых ПМ; а – для $\bar{d}_i = 1$ мкм; 1, 2, 3 – $v_{жн} = 0.001; 0.01; 0.025$ м/с; б – для $\bar{d}_i = 4.5$ мкм; 1, 2, 3 – $v_{жн} = 0.05; 0.1; 0.2$ м/с

Экспериментальные зависимости на рис. 5.3. из [28], где кривые 1, 2, 3 соответствуют следующим скоростям ВТЖ: $v_{жн} = 0.001; 0.025; 0.05$ м/с.

Адекватность математической модели в неоднородном внешнем магнитном поле оценена по

критерию Фишера при уровне значимости 5%.

В шестой главе разработан метод параметрической оптимизации и методика расчета высокопроизводительных патронных магнитных сепараторов и проведены экспериментальные исследования спроектированного сепаратора [17]. Математическая формулировка задачи следующая.

Критерий оптимизации: q – количество магнитов в сепараторе.

Целевая функция $q = q(a, N_0)$; a – расстояние между осями магнитов, м; N_0 – число секций сепарации.

Определить на множестве (a, N_0) элемент (a_0, N_{00}) , на котором $q(a, N_0) \rightarrow \min$ при следующих условиях: $C_{\text{вых}} \leq C_{\text{д}}$; $Q = \text{const}$; $v_{\text{жн}} = \text{const}$; $l_{\text{я}} = \text{const}$, где $C_{\text{вых}}$ – концентрация феррочастиц на выходе сепаратора, кг/м³; $C_{\text{д}}$ – допустимая норма концентрации ферропримесей в очищенной ВТЖ кг/м³; Q – производительность, м³/с; $v_{\text{жн}}$ – скорость потока ВТЖ на входе сепаратора, м/с; $l_{\text{я}}$ – длина магнитного элемента, м.

Построена математическая модель целевой функции: $g(N_0, a) \cong QN_0/al_{\text{я}}v_{\text{жн}}$ (24)

и разработана математическая модель условия оптимизации, гарантирующего качество очистки. В основу модели условия оптимизации положено семейство характеристик степени очистки, которое смоделировано интегральными кривыми ОЛДУ второго порядка:

$$\varepsilon(d_{\phi}, d_{\text{ш}}, a) = 1 - e^{-h(d_{\text{ш}}, a)d_{\phi}}, \quad h(d_{\text{ш}}, a) = B_0(a)e^{-\gamma(a)d_{\text{ш}}} + B_1(a)d_{\text{ш}}. \quad (25)$$

Приняв нормально-логарифмический закон распределения феррочастиц $f_{\text{вх}}(d_{\phi})$ в исходной ВТЖ с параметрами $\bar{d}_{\text{и}} = \bar{d}_{\text{вх}}$ и с учетом (14) – (15), получены рабочие передаточные характеристики многорядного магнитного сепаратора:

$$\bar{L}_N \cong (\prod_{v=1}^{N-1} \bar{L}_k)^{-1} e^{-\bar{d}_{\text{вх}}(\sum_{v=1}^N h_v)}, \quad f_N(d_{\phi}) = e^{-(\sum_{v=1}^N h_v)d_{\phi}} f_{\text{вх}}(d_{\phi}) / \prod_{v=1}^N \bar{L}_v \quad (26)$$

и построена математическая модель распределения толщин слоя феррошлама по секциям сепаратора. На основе (26), (14) – (15) определена массовая скорость выпадения феррочастиц в осадок в единице объема в k -ой ступени

$$m_{ik} = Q_1 C_{\text{вх}} (1 - e^{-h_k \bar{d}_{\text{вх}}}) e^{-\bar{d}_{\text{вх}}(\sum_{v=1}^{k-1} h_v)},$$

где зависимость $h_1 = h(d_{\text{ш}1}, a)$ задается математической моделью (25). При этом по зависимости $m_{i1}(d_{\text{ш}})$ установлена предельная толщина осадка феррочастиц $d_{\text{шпр}}$, при которой лавинообразно спадает скорость осаждения. Тогда на основе (14)–(15), (25) – (26) получено уравнение условия оптимизации: $C_{\text{вых}} \cong C_{\text{вх}} e^{-\bar{d}_{\text{вх}} N_0 B_0(a)} \leq C_{\text{д}}$. (27)

На основе целевой функции (24) и уравнения (27) сформулирована система ДУ для определения условного экстремума, и определены оптимальные параметры сепаратора:

$$a_0 = -B_0(a) / \frac{\partial B_0(a)}{\partial a}, \quad N_{00} \cong \frac{1}{B_0(a)} \left[\bar{d}_{\text{вх}}^{-1} \ln \frac{C_{\text{вх}}}{C_{\text{д}}} - B_1(a) d_{\text{шпр}} \right] + 1.$$

Методика расчета (рис. 6.1) магнитных сепараторов состоит из программного комплекса (распределения магнитного поля, семейства характеристик степени очистки сепаратора; программы аппроксимации кривых экспоненциальным многочленом) и блока коррекции количества ступеней сепарации, в котором процесс магнитной коагуляции управляется вариацией скорости $v_{\text{жн}}$ потока ВТЖ.

В таблице 6.1 проведено сопоставление эффективности существующей (данные из [28]) и новой методик расчета патронных магнитных сепараторов. Существующие расчеты выполнены на основе феррито-бариевых ПМ, новые расчеты выполнены на основе неодим-боровых ПМ.

Результат. Однорядный сепаратор, рассчитанный по новой методике №4 при гарантированном запасе степени очистки ($C_0 \ll C_d$), содержит в шесть раз меньше ПМ, чем по старой методике №2. Суммарная стоимость ПМ уменьшилась в два раза.

Сепаратор №3 разработан по новой методике, но без учета магнитной коагуляции.



Рис. 6.1. Алгоритм расчета магнитного сепаратора

Таблица 6.1

Тип	N_0	$\bar{d}_и$, мкм	σ , мкм	Q , м ³ /ч	$C_и$, мг/л	C_d , мг/л	C_0 , мг/л	a , м	Число магнитов	Удел. стоим. $C_{Qм}$
Сущ. №2	4	5	1.66	100	100	10	9,9	0,057	5000	100%
Нов. №3	2	5	1.7	100	80	5	6	0.048	1640	100%
Нов. №4	1	5	1.7	100	80	5	0,19	0,048	820	50%

Разработан метод расчета погрешностей математической модели степени очистки $\varepsilon(d_\phi)$ однорядного патронного магнитного сепаратора. Погрешности вызваны: 1) идеализациями задач при математическом моделировании процесса сепарации ВТЖ и 2) случайным разбросом параметров исходных данных (параметров феррочастиц, напряженности магнитного поля и динамической вязкости ВТЖ) [4, 19]. Погрешность моделирования характеристики $\varepsilon(d_\phi)$ не более 2.5%; погрешность характеристики $\varepsilon(d_\phi)$, обусловленная 10% разбросом параметров исходных данных, тоже не более 2.5%.

В седьмой главе рассмотрена типовая задача конструкторско-технологического совершенствования патронных магнитных сепараторов на основе оптимизированных магнитных патронов. В результате применения разработок автора и реализации технических заданий при конструировании магнитных сепараторов получен суммарный приведенный к 2015 г годовой экономический эффект 70 млн. руб. при снижении потерь СОЖ в 2.5 раза

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математическое моделирование систем магнитного разделения ферромагнитных суспензий, как сложных систем, строилось на принципах декомпозиции и преобразования функционально агрегированных физических моделей (описываемых интегральными и дифференциальными уравнениями) в альтернативные математические модели, которые необходимы для снижения временных и ресурсных затрат на их решения и удобства описания практических задач.

На основе математического моделирования разработаны научные основы тонкого разделения ферромагнитных суспензий во внешних магнитных полях и созданы научные основы проектирования эффективной высокопроизводительной техники тонкой очистки водных технологических жидкостей (ВТЖ) от ферромагнитных частиц.

1. Научные основы тонкого разделения ферромагнитной суспензии составляют разработанные автором и экспериментально проверенные, а также получившие научную апробацию, следующие результаты.

1.1. Разработана математическая модель поля постоянного магнита в немагнитной среде на основе скалярного магнитного потенциала. Отличается от известных тем, что она свободна от сингулярностей и позволяет получать с более высокой точностью оценки характеристик при создании высокоэффективных средств разделения ферромагнитных суспензий.

1.2. Разработан метод синтеза схем замещений постоянного магнита, который отличается от известных тем, что учитывает поток рассеяния магнитного поля через боковую поверхность ПМ. Синтезированные схемы позволяют повысить точность исследования систем из ПМ и применить схемные методы их численного моделирования.

1.3. Построены эквивалентные магнитные схемы (с распределенными и с сосредоточенными параметрами) цилиндрических постоянных магнитов, на основе которых разработан алгоритм численного расчета характеристик силового поля, создаваемого решеткой постоянных магнитов. В отличие от известных в алгоритме учитывается не принимаемое ранее в расчет экранирующее влияние слоя ферромагнитных примесей, осаждаемых при сепарации ВТЖ на поверхность магнитной системы.

1.4. Разработан метод анализа процесса магнитной сепарации ВТЖ на основе преобразования исходной системы нелинейных ДУ в приближенное линейное неоднородное ДУ, описывающее траектории феррочастиц. В отличие от известных метод позволяет определять предельные режимы магнитных сепараторов, проводить моделирование характеристик качества очистки и решать задачу по учету процесса магнитной коагуляции при проектировании и оптимизации эффективных средств очистки ВТЖ.

1.5. Обоснован метод математического моделирования преобразования дисперсного состава ферромагнитных частиц при магнитной коагуляции на основе свертки функций распределения случайных величин. Он отличается от известных методов тем, что дает полное решение задачи при произвольных законах стохастического распределения исходных частиц и позволяет повысить эффективность проектирования магнитных сепараторов для разных областей применения.

1.6. Разработана двухуровневая математическая модель на основе математической операции свертки, по сути, представляет собой новый тип математической модели магнитной коагуляции, в которой весовая функция оператора свертки параметрически зависит от коэффициента глубины магнитной коагуляции, введенного для оценки степени коагуляции на основе закона сохранения массы дисперсной фазы. Первый уровень такой модели выражает фундаментальную зависимость семейства распределения дисперсного состава агрегированных феррочастиц от глубины коагуляции. Второй уровень выражает зависимость коэффициента глубины магнитной коагуляции от времени и физико-

технических параметров индивидуального сепаратора, что чрезвычайно важно для задач проектирования и оптимизации магнитных сепараторов.

1.7. Разработан метод аппроксимации семейств аperiодических характеристик интегральными кривыми в классе линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Такой метод необходим для аппроксимации распределения силового поля решетки постоянных магнитов физически реализуемыми экспоненциальными зависимостями, а также для аппроксимации характеристик качества очистки ВТЖ функциональной зависимостью от двух (и более) независимых переменных, учитывающих осаждаемый слой феррошлама, при решении задачи оптимизации магнитных сепараторов. Структура и параметры дифференциального оператора определяются непосредственно из условий решаемой задачи, что существенно расширяет область его применения в отличие от существующих на основе жестко заданных структур аппроксимационных выражений (полиномы, сплайны, линейные и нелинейные регрессии).

2. Разработанные математические модели магнитной коагуляции и магнитной сепарации положены в основу создания научно обоснованной методики расчета и оптимизации магнитных сепараторов, обеспечивающих очистку водных технологических жидкостей от тонкодисперсных ферромагнитных примесей. В качестве критерия оптимальности выбрано условие минимума количества постоянных магнитов при заданной производительности и уровне качества очистки магнитного сепаратора.

2.1. Разработан комплекс программ, моделирующих характеристики процессов сепарации и техники магнитной очистки технологических жидкостей от ферромагнитных частиц.

2.2. Повышена эффективность магнитных сепараторов – в два-три раза могут быть снижены затраты на изготовление магнитных сепараторов.

2.3. Разработанная прерывисто-шаговая организация кинематики движения шлама при его удалении с патронов магнитной системы с одновременным выделением дисперсионной среды приводит к снижению потери смазочно-охлаждающих жидкостей в 2,5 раза.

2.4. Общий суммарный расчетный годовой экономический эффект от реализации теоретико-экспериментальных исследований составляет 70 млн. руб.

2.5. Разработана оригинальная методика проектирования и оптимизации магнитных сепараторов для систем очистки СОЖ, обеспечивающих повышение эффективности процессов очистки и уменьшение капитальных затрат на реализацию таких систем. Методика основана на данных по магнитным свойствам и дисперсности частиц, с учетом технологических требований к чистоте СОЖ и позволяет с высокой точностью рассчитать степень и тонкость очистки разрабатываемых сепараторов, а следовательно и показатели чистоты СОЖ.

Системы очистки СОЖ на основе магнитных сепараторов разрабатывались и совершенствовались в рамках:

– проектов «Разработка общего теоретического подхода к созданию нового поколения высокоэффективных систем очистки больших объемов ВТЖ и стоков от механических примесей в машиностроении и металлургии» аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы» (2007 – 2013 г.г);

– НИОКР по теме: «Исследование и разработка нового поколения энергосберегающих сепараторов с магнитными стержневыми системами для очистки больших объемов водных жидкостей от тонких механических примесей, магнитных частиц, взвесей и нефтепродуктов для предприятий машиностроения, металлургии и ЖКХ» по контракту с ФГБУ «Фонда содействия развития малых форм предприятий в научно-технической сфере» (2011- 2013 г.г.);

– Федеральной целевой программы «Исследование и разработка по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007-2020 г.г. по лоту шифр «2011-2.7-527-005» по теме: «Разработка и создание производства нового поколения экономически доступных системных комплексов и станций очистки и оздоровления больших объемов природных, трансграничных и оборотных вод и т.п. в 2011-2013 г.г.

Результаты диссертационной работы, внедренные в практику ЗАО «Системы водоочистки» г. Ульяновск, использовались для разработки систем очистки СОЖ на ряде металлообрабатывающих и металлургических производств: на Орском заводе холодильных агрегатов, заводе двигателей КАМАЗ, на вагоноремонтном заводе (г. Курск), в ПАО «НЛМК», в ПАО «Северсталь» и др.

В дальнейших исследованиях можно разработанную математическую модель магнитных статических характеристик ферритов положить в основу метода идентификации зависимостей свойств феррочастиц от их размеров, а для повышения универсальности математических моделей коагуляции твердых примесей метод свертки можно совместить с методом ИДУ Смолуховского. Последний метод рекомендуется использовать для определения весовой функции свертки, которую определяют из простейшего исходного распределения твердой фазы.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах.

Индексируемых в базе данных Scopus (O3):

1. Menshov E. N. Mathematical model of solid impurity coagulation processes in liquid suspensions based on random function convolution operation / E. N. Menshov // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 2020. – V. 734 (012217). – 6 p.

2. Bulyzhev E. M. Approximation method for the characteristics class related to magnetic cleaning quality of reverse waters from ferrous admixtures/ E. M. Bulyzhev, E. N. Menshov // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 2020. – V. 913 (022025). – 10 p.

3. Bulyzhev E. M. The study on the magnetic separation efficiency of the reverse water technological liquids from scales in industrial production. Part 1. The problems analysis and solutions/ E. M. Bulyzhev, E. N. Menshov // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 2020. – V. 913 (022027). – 9 p.

4. Bulyzhev E. M. The study on the magnetic separation efficiency of the reverse water technological liquids from scales in industrial production. Part 2. Improving the design efficiency of magnetic separators by determining the cleaning modes' rational parameters/ E. M. Bulyzhev, E. N. Menshov // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 2020. – V. 913 (022028). – 10 p.

5. Menshov E. N. The study on the magnetic separation efficiency of the reverse water technological liquids from scales in industrial production. Part 3. improving the magnetic separation technology parameters/ E. N. Menshov // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 2020. – V. 913 (022029). – 10 p.

В рецензируемых научных изданиях, включенных в список ВАК:

6. Бульжев Е. М. Математическое моделирование поля постоянного магнита// Е. М. Бульжев, Е. Н. Меньшов // Электричество. – 2010.– №9. – С. 65-69.

7. Бульжев Е. М. Моделирование эквивалентных схем постоянного магнита для оптимизации магнитного сепаратора// Е.М. Бульжев, Е. Н.Меньшов // Электричество. – 2010.– №10. – С. 68-73.

8. Бульжев Е. М. Моделирование поля постоянного магнита/ Е. М. Бульжев, Е. Н. Мень-

- шов, Г. А. Джавахия // Известия Самарского научного центра Российской академии наук . – 2011. –Т 13. – №4. – С. 106-110.
9. Булыжев Е. М. Оптимизация магнитного сепаратора/ Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов, А.Е. Меньшов, Г. А. Джавахия// Известия Самарского научного центра Российской академии наук.– 2011.–Т 13.–№4.–С.111-116.
10. Булыжев Е. М. Исследование распределения поля магнитных сил патронного магнитного сепаратора при очистке СОЖ/ Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов, А. Е. Меньшов, Г. А. Джавахия, Е. П. Терешенок // Справочник. Инженерный журнал.– М.: Машиностроение, 2011. – №9. – С. 45-50.
11. Булыжев Е. М. Особенности компьютерного моделирования при проектировании магнитных сепараторов для очистки водных технологических жидкостей / Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов, Г. А. Джавахия, В. Д. Шуреков// Справочник. Инженерный журнал.– М.: Машиностроение, 2011.–№10.– С. 43-51.
12. Булыжев Е. М. Математическое моделирование степени очистки СОЖ в каскаде патронного магнитного сепаратора/ Е.М. Булыжев, Е. Н. Меньшов, А. Е. Меньшов, Г. А. Джавахия, Е. П. Терешенок // Справочник. Инженерный журнал.– М.: Машиностроение, 2011. – №11. – С. 38-44.
13. Булыжев Е. М. Математическая теория магнитной коагуляции ферромагнитных частиц в слабозагрязненных сточных водах/ Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2014. –Т 16. – №1. – С. 247-254.
14. Булыжев Е. М. Очистка водных технологических жидкостей в магнитоводных сепараторах / Е.М. Булыжев, Е.Н. Меньшов, Г.А. Джавахия // Инженерный журнал. Справочник. – 2014. – №1. – С.13-17.
15. Булыжев Е. М. Расчет характеристик качества очистки СОЖ при проектировании патронного магнитного сепаратора / Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов, Г. А. Орлов // Инженерный журнал. Справочник. – 2014. – №2. – С. 36-45.
16. Меньшов Е. Н. Математическое моделирование магнитного сепаратора для управления качеством очистки водных потоков / Е. Н. Меньшов // Автоматизация процессов управления. – 2014. – №2. – С.52-61.
17. Меньшов Е. Н. Оптимизация патронных магнитных сепараторов/ Е. Н. Меньшов // Инженерный журнал. Справочник. – 2014. – № 11. – С.39-45.
18. Меньшов Е. Н. Математическая модель магнитной коагуляции при магнитной сепарации водно-технологических жидкостей от ферромагнитных частиц. [Электронный ресурс] / Е. Н. Меньшов// Интернет-журнал Науковедение. – 2015. – Том 7.– № 6. – 17 с. – Режим доступа: <http://naukovedenie.ru/PDF/133TVN615.pdf>.
19. Меньшов Е. Н. Метод расчета погрешности математической модели характеристики степени очистки магнитного сепаратора// Инженерный журнал. Справочник. – 2016. – № 12. – С.16-23.
20. Булыжев Е. М. Математическая модель коагуляции твердых частиц при их гравитационном осаждении в смазочно-охлаждающих жидкостях. Ч. 1. Концептуальная составляющая – метод моделирования распределения дисперсного состава частиц / Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов// Инженерный журнал. Справочник. – 2018. – № 3. – С.12-16.
21. Булыжев Е. М. Математическая модель коагуляции твердых частиц при их гравитационном осаждении в смазочно-охлаждающих жидкостях. Ч. 2. Концептуальная составляющая – синтез дискретной весовой функции процесса коагуляции/ Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов// Инженерный журнал. Справочник. – 2018. – № 4. – С. 28-33.
22. Булыжев Е. М. Математическая модель коагуляции твердых частиц при их гравитационном осаждении в смазочно-охлаждающих жидкостях. Ч. 3. Техническая составляющая – математическое моделирование коэффициента глубины коагуляции в гравитационных очистителях/ Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов// Инженерный журнал. Справочник. – 2018. – № 5. – С. 14-20.
- Свидетельства РФ о регистрации программ для ЭВМ
23. Расчет характеристик степени очистки патронного магнитного сепаратора: программный продукт/ Е. Н. Меньшов; свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017614324, рег. 12.04.2017.
24. Расчет распределения магнитного поля в патронном магнитном сепараторе: программный продукт/ Е. Н. Меньшов, А. Е. Меньшов; свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017614326, рег. 12.04.2017.
25. Статические и динамические гистерезисные циклы ферритов и магнитодиэлектриков / Е. Н. Меньшов, С. А. Приказчиков, К. В. Забродин; свидетельство об отраслевой регистрации разработки № 2912 в Отраслевом фонде алгоритмов и программ, № госр. 50200300915, рег. 14.10.2003.

26. Идентификация математической модели ферромагнетика / Е. Н. Меньшов, О. И. Левченко, К. В. Забродин; свидетельство об отраслевой регистрации разработки № 2913 в Отраслевом фонде алгоритмов и программ, № госр. 50200300916, рег. 14.10.2003.

27. Аппроксимация временных характеристик экспоненциальными полиномами / Е. Н. Меньшов, А. В. Лазарев; программа № 2029 зарегистрирована в Отраслевом фонде алгоритмов и программ, № госр. № 50200200372, рег. 20.06.2002).

Монографии:

28. Новое поколение силовых очистителей водных технологических жидкостей/ Е. М. Булыжев, А. Ю. Богданов, Е. Н. Меньшов, М. Е. Краснова, Н. Н. Кондратьева, Г. А. Джавахия, Е. П. Терешонок; под общ. ред. Е. М. Булыжева. – Ульяновск: УлГТУ, 2010, с.1-419.

29. Моделирование, расчет и проектирование кассетных патронных магнитных сепараторов для очистки больших объемов водных технологических жидкостей/ Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов, Н. Н. Кондратьева, А. Ю. Богданов, Э. Е. Булыжев; под общ. Ред. Е. М. Булыжева.–Ульяновск: УлГТУ, 2011. –216 с.

30. Основы моделирования и конструирования гравитационных и магнитных очистителей водных технологических жидкостей/ Е. М. Булыжев, Л. В. Худобин, А. Ю. Богданов, Е. Н. Меньшов; под общ. ред. Л. В. Худобина и Е. М. Булыжева. – Ульяновск: УлГТУ, 2016. – 290 с.

В прочих научных изданиях:

31. Савиновский Ю. А. Понижение порядка линейных дифференциальных уравнений при моделировании энергетических объектов/ Ю. А. Савиновский, Е. Н. Меньшов // Известия вузов. Энергетика. – 1989. – № 12. – С. 45-48.

32. Савиновский Ю. А. Синтезирование электрической модели пассивного четырехполосника/ Ю. А. Савиновский, Е. Н. Меньшов // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 1990. – Т. 33, № 3. – С. 96.

33. Меньшов Е. Н. Математическая модель ферромагнетиков магнитных элементов электротехнических устройств // Вопросы теории и проектирования электрических машин: сб. науч. трудов. – Ульяновск: УлГТУ, 2000. – С. 46-54.

34. Меньшов Е. Н. Аппроксимация временных характеристик экспоненциальными полиномами /Е. Н. Меньшов, А. В. Лазарев// Компьютерные учебные программы и инновации, 2003. – № 3. – С. 42-43.

35. Меньшов Е. Н. Статические и динамические гистерезисные циклы ферритов и магнито-диэлектриков / Е. Н. Меньшов, С. А. Приказчиков, К. В. Забродин // Компьютерные учебные программы и инновации, 2003. – № 7-8. – С. 98-99.

36. Меньшов Е. Н. Идентификация математической модели ферромагнетика / Е. Н. Меньшов, О. И. Левченко, К. В. Забродин // Компьютерные учебные программы и инновации, 2005. – № 3. – С. 28-29.

37. Меньшов Е. Н. «Новый закон взаимодействия электрических токов»: отзыв на работу Ухватова А. В. // Современные наукоемкие технологии. – 2007. – № 2. – С. 90-92.

38. Булыжев Е. М. Моделирование характеристик магнитных сепараторов для очистки СОЖ от ферромагнитных частиц/ Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов // Справочник. Инженерный журнал. Приложение. – 2009. – № 12. – С. 2-5.

39. Булыжев Е. М. Схема замещения постоянного магнита с учетом потока рассеяния / Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов // Вопросы теории и проектирования электрических машин. Моделирование электромеханических процессов: сб. науч. трудов.– Ульяновск: УлГТУ, 2010. – С. 24-30.

40. Меньшов Е. Н. Математическая модель взаимодействия ферромагнитной дисперсной фазы в дисперсной системе во внешнем магнитном поле // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: межд. сб. науч. тр. – Ульяновск: УлГТУ, 2013. – Вып 11. – С. 230-234.

41. Меньшов Е. Н. Синтез оператора преобразования дисперсного распределения ферромагнитных частиц в водной среде при магнитной коагуляции // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. – 2014.– №8 (67). – С.39-46.

42. Меньшов Е. Н. Математическая модель растекания тока через непроводящую цилиндрическую решетку// Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: межд. сб. науч. тр. – Ульяновск: УлГТУ, 2015. – Вып. 12. – С. 247-250.

43. Меньшов Е. Н. Некоторые замечания о магнитных линиях// Синтез, анализ и диагностика электронных цепей : межд. сб. науч. тр. – Ульяновск : УлГТУ, 2017. – Вып. 13. – С. 184-187.

44. Булыжев Е. М. Математическая модель коагуляции твердых частиц при гравитационной очистки смазочно-охлаждающих жидкостей/ Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов //«LINGVO-

SCIENCE». – 2018. – №18. – С. 23-26.

45. Булыжев Е. М. Математическая модель коагуляции твердых частиц при их гравитационном осаждении в смазочно-охлаждающих жидкостях / Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов // Водочистка. – 2019. – № 4. – С. 41-45.

В сборниках трудов и материалов конференций и семинаров:

46. Меньшов Е. Н. Моделирование нелинейных электрических цепей на основе экспоненциальных полиномов // Проблемы нелинейной электротехники: тез. докл. 3-й Всесоюз. науч.-техн. конф. – Киев: Ин-т проблем моделирования в энергетике АН УССР, 1988 –Ч.3.– С. 10.

47. Меньшов Е. Н. Теория и практика интерполяция временных характеристик экспоненциальными полиномами/ Е. Н. Меньшов, А. В. Лазарев: Математические методы и модели в прикладных задачах науки и техники: Труды межд. конф. «КЛИН-2002» (г.Ульяновск, 14-16 мая 2002 г.)/ Под ред. Л. И. Волгина. –Ульяновск, 2002. –Том 5.–С.54-56.

48. Меньшов Е. Н. Компьютерно-аналитическая модель статических и динамических гистерезисных циклов ферритов и магнитодиэлектриков/ Е. Н. Меньшов, К. В. Забродин // Образование, наука, бизнес: сб. тр. Всерос. науч.-практ. конф. «Особенности регионального развития и интеграции» (26-27 мая). – Череповец, 2005. – С. 277-280.

49. Меньшов Е. Н. Моделирование переходных характеристик экспоненциальными полиномами / Е. Н. Меньшов, К. В. Никитин // Образование, наука, бизнес : сб. тр. Всерос. науч.-практ. конф. «Особенности регионального развития и интеграции» (26-27 мая). – Череповец, 2005. – С. 273-276.

50. Меньшов Е. Н. Методы синтеза эквивалентных схем/ Е. Н.Меньшов, К. В. Дворянинов // Материалы 2-й Международной науч.-практ. конф. «Актуальные проблемы энергетики АПК», апр. 2011г. г. Саратов. – СГАУ: Саратов, 2011. – С. 196-198.

51. Булыжев Е. М. Магнитная цепь для анализа поля магнитного патронного сепаратора/ Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов, Г. А. Джавахия, А. В. Долгополов. Электрические аппараты и электротехнические комплексы и системы: межд. научн.-практ. конф. (Россия, г.Ульяновск, 22-25 мая 2012). Т1.– Ульяновск: УлГТУ, 2011. – С. 210-213.

52. Булыжев Е. М. Распределения поля в каскаде патронного магнитного сепаратора/ Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов, Г. А. Джавахия, А. В. Долгополов. Электрические аппараты и электротехнические комплексы и системы: межд науч.-практ. конф. (Россия, г.Ульяновск, 22-25 мая 2012), Т.1.– Ульяновск: УлГТУ, 2011. – С. 214-218.

53. Меньшов Е. Н. Восстановление характеристик нелинейных магнитных процессов/ Е. Н. Меньшов, К. И. Ефимова. Электрические аппараты и электротехнические комплексы и системы : межд. науч. практ. конф. (Россия, г.Ульяновск, 22-25 мая 2012). – Т.2. – Ульяновск: УлГТУ, 2012. – С. 345-348.

54. Булыжев Е. М. К вопросу моделирования дисперсного распределения агрегации ферромагнитных частиц/ Е. М. Булыжев, Е. Н.Меньшов// Тенденции развития науки и образования: межд. науч.-практ. конф. (Россия, г. Москва, 25 декабря 2015).– Изд. НИЦ «Л-Журнал», 2015. – С. 46-48.

55. Булыжев Е. М. Силы взаимодействия ферромагнитных частиц во внешнем магнитном поле/ Е. М. Булыжев, Е. Н.Меньшов// Теория и практика современной науки: XX Межд. заочной науч.-практ. конф. (Россия, г. Москва, 25-26 декабря 2015. – М.: [РИНЦ], 2015. – С.7-9.

56. Булыжев Е. М. Повышение эффективности магнитных сепараторов при очистке водных технологических жидкостей от феррочастиц посредством их магнитной коагуляции / Е. М. Булыжев, Е. Н. Меньшов: Материалы 8 Международной науч.-техн. конф. «Наукоемкие технологии на современном этапе развития машиностроения», 19-21 мая, 2016 г. – Москва: МАДИ, 2016. – С. 30 -33.