ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию

Щучкина Николая Алексеевича

на тему «Полуабелевы «-группы», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 - Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Диссертация Щучкина Николая Алексеевича посвящена изучению алгебраических конструкций в классе полуабелевых n-групп ($n\geq3$). Теория n-групп, возникшая в начале прошлого века, является естественным обобщением теории групп. Большую роль в развитии теории n-групп сыграла работа Э. Поста «Полиадические группы», которая вышла в 1940 году. В этой работе были предложены основополагающие идеи развития теории n-групп. К числу важнейших её направлений относится теория полуабелевых n-групп, которую можно рассматривать как n-арный аналог теории абелевых групп. Большой вклад в развитие общей теории n-групп и теории полуабелевых n-групп в частности, внесли белорусские алгебраисты Русаков С.А., Гальмак А.М. и др.

Именно класс полуабелевых n-групп является главным объектом исследований автора диссертации. В этом классе автор получил следующие основные результаты: а) доказаны признаки изоморфности абелевых и неабелевых полуциклических конечных (бесконечных) n-групп. Это позволило автору описать все типы полуциклических n-групп с точностью до изоморфизма; б) также с точностью до изоморфизма описано строение конечной и бесконечной коциклических n-групп; в) указаны полные системы инвариантов для конечных и конечно порожденных абелевых n-групп, а также для конечных полуабелевых n-групп; г) построены свободные алгебры в классе абелевых полуциклических n-групп, в классе абелевых n-групп, в классе полуабелевых n-групп и в классе m-полуабелевых n-групп; д) найдены (n,2)-почтикольца, изоморфные (n,2)-почтикольцам эндоморфизмов конечных и бесконечных полуциклических n-групп; е) найдены (n,2)- кольца, изоморфные (n,2)-кольцам эндоморфизмов конечных и бесконечных абелевых полуциклических n-групп и коциклических n-групп; ж) указаны полуабелевы n-группы, изоморфные n-группам гомоморфизмов из конечных и бесконечных абелевых и неабелевых полуциклических n-групп в полуабелеву n-группу.

Опишем структуру диссертации. Диссертация содержит введение, общую характеристику работы, шесть глав основной части диссертации, заключение и библиографический список в количестве 114 наименований использованных источников, из них 64 наименований публикаций соискателя. Объем диссертации составляет 205 страниц.

Во введении рассматривается история изучения n-групп, выделены основные этапы развития теории n-групп. Приведен обзор результатов, полученных автором и другими математиками по теме диссертации.

В общей характеристике работы указаны государственные бюджетные темы, в рамках которых была написана диссертация. Перечисляются цели и задачи исследования, а также положения, выносимые на защиту. Имеется перечень семинаров и конференций, на которых докладывались основные результаты диссертации.

Первые две главы являются вводными. Здесь приводятся основные сведения из теории n-групп. Имеются и результаты, полученные автором. Например, во втором параграфе первой главы найдено тождество, описывающее класс n-групп, в котором отображение "выбор косого элемента" в каждой n-группе является гомоморфизмом (теорема 4), а в четвертом параграфе второй главы доказано, что периодическая часть полуабелевой n-группы будет подгруппой (теорема 46), при этом для конечно порожденной абелевой n-группы она конечна (теорема 51).

Третья глава посвящена изучению строения конечных и бесконечных полуциклических n-групп. Доказана неразложимость конечной примарной полуциклической n-группы (предложение 49) и приведено разложение конечной полуциклической n-группы в произведение примарных полуциклических n-групп (предложение 50). Изучены подгруппы в полуциклических n-группах. В пятом параграфе этой главы рассматривается новый тип n-групп - коциклические n-группы, они являются n-арными аналогами коциклических групп. Исследовано строение коциклических n-групп (следствие 56), доказана неразложимость коциклической n-группы (следствие 57).

В четвертой главе изучается строение конечных и конечно порожденных полуабелевых и абелевых n-групп. В первом параграфе доказана основная теорема о строении конечных абелевых n-групп (теорема 82). В этом параграфе найдена полная система инвариантов для конечной абелевой n-группы. Во втором параграфе приведена полная система инвариантов для конечно порожденной абелевой п-группы. В третьем параграфе теорему 92 можно считать основной теоремой о строении конечных полуабелевых п-групп. Найдена полная система инвариантов для конечной полуабелевой п-группы. Теорему 95 из четвертого параграфа можно рассматривать как признак неразложимости для конечно порожденной полуабелевой п-группы. Доказано также разложение конечно порожденной полуабелевой п-группы в прямое произведение неразложимых полуабелевых n-групп, часть из которых являются бесконечными, часть - конечными примарными (теорема 96).

В пятой главе описаны методы построения свободных алгебр в различных подклассах класса полуабелевых n-групп. В первом параграфе этой главы множество всех абелевых полуциклических n-групп разбивается на (п+1)/2 при нечетном п или на п/2 при четном п подмножества n-групп. В каждом из этих подмножеств построена свободная алгебра, это в точности бесконечная п-группа из этого подкласса (теорема 98). В классе всех циклических п-групп свободной алгеброй является бесконечная циклическая n-группа (теорема 99). Многие результаты теории групп, в том числе теории абелевых групп, служат не только источником новых идей для получения аналогичных результатов для n-групп, но могут быть использованы в качестве инструмента при изучении п-групп, в том числе полуабелевых n-групп. Наглядным примером такого использования является построение во втором параграфе пятой главы свободной абелевой п-группы с помощью свободной абелевой группы (теорема 100). После этого в теореме 102 доказывается, что только прямое произведение бесконечной циклической п-группы и производной п-группы от свободной абелевой группы является свободной n-группой в классе абелевых п-групп.

Еще одним наглядным примером использования результатов теории абелевых групп при изучении полуабелевых n-групп является построение в третьем параграфе пятой главы свободной полуабелевой п-группы на прямой сумме бесконечной циклической группы и набора прямых сумм п-1 бесконечных циклических групп. Доказывается (теорема 104) изоморфизм так построенной п-группы и любой свободной алгебры из класса полуабелевых п-групп. Аналогичным образом в четвертом параграфе этой главы построена свободная т-полуабелева n-группа на прямой сумме бесконечной циклической группы и набора прямых сумм т-1 бесконечных циклических групп, где т-1 делит п-1. Доказывается (теорема 107) изоморфизм так построенной п-группы и свободной алгебры в классе m-полуабелевых п-гругт. Заметим, что при m=n получаются свободные полуабелевы n-группы, а при т=2 - свободные абелевы п-группы.

Последняя шестая глава посвящена исследованию эндоморфизмов полуабелевых и абелевых n-групп. Здесь решается проблема отыскания (п,2)-колец и (п,2)-почтиколец, которые были бы изоморфны (п,2)-кольцам и (п,2)-почтикольцам эндоморфизмов конкретных известных абелевых и полуабелевых п-групп соответственно. Во втором параграфе этой главы эта проблема решается для полуциклических n-групп: построены (п,2)-кольцо и (п,2)-почтикольцо, изоморфные (п,2)-кольцу и (п,2)-почтикольцу эндоморфизмов бесконечной абелевой и неабелевой полуциклической п-группы соответственно (теоремы 113, 115); указано (п,2)-кольцо, изоморфное (п,2)-кольцу эндоморфизмов бесконечной циклической п-группы (следствие 82); найдены (п,2)-почтикольцо и (п,2)-кольцо, изоморфные (п,2)-почтикольцу и (п,2)-кольцу эндоморфизмов конечной неабелевой и абелевой полуциклической п-группы соответственно (теорема 116, 117); построено (п,2)-кольцо, изоморфное (п,2)-кольцу эндоморфизмов конечной циклической п-группы (следствие 86). В четвертом параграфе шестой главы построены два (п,2)-кольца, изоморфные (п,2)-кольцам эндоморфизмов конечной и бесконечной коциклической п-группы (следствие 87 и предложение 70). В последнем параграфе шестой главы построены п-группы, которые изоморфны n-группе гомоморфизмов из бесконечной абелевой (неабелевой) полуциклической п-группы в полуабелеву n-группу (теорема 121 (теорема 122)) и n-группе гомоморфизмов из конечной абелевой (неабелевой) полуциклической п-группы в полуабелеву п-группу (теорема 123 (теорема 124)).

Заключение содержит перечисление основных научных результатов диссертации.

Диссертация Щучкина Н.А. написана хорошим математическим языком, полученные в ней результаты представлены последовательно и изложены логично.

Но вместе с тем в работе имеются некоторые недочеты и упущения:

1. В параграфе 2.2 желательно было бы указать на приложения полуабелевых n-групп в аффинной геометрии, а именно, в построении аффинного пространства методом фундаментальных последовательностей векторов полуабелевой п-арной rs-группы (смотри Русаков С. А. Некоторые приложения теории n-арных групп).

2. В параграфе 3.5 в ходе изучения коциклических n-групп надо было бы добавить использование коциклических n-групп при исследовании периодичности в классе полуабелевых п-групп.

3. В начале каждой главы диссертации следовало бы перечислить решаемые в ней задачи.

4. В заключении на стр. 196 а) в третьем абзаце сверху в первой строке следует поменять номер параграфа 6.3 на номер 6.2; б) в начале четвертого абзаца сверху следует поменять номер параграфа 6.4 на номер 6.3; в) в начале пятого и шестого абзацев сверху следует поменять номера параграфа 6.5 на номер 6.4 и параграфа 6.6 на номер 6.5 соответственно.

Перечисленные замечания не снижают значимости полученных результатов и не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы Н.А. Щучкина.

Диссертация хорошо оформлена, все результаты автора получены и доказаны им самостоятельно. Результаты диссертации опубликованы в 64 научных работах, из которых 14 работ опубликованы в математических журналах из списка ВАК, в том числе и в научных изданиях, индексируемых в международных базах данных Web of Science (2 работы) и Scopus (8 работ); 1 монография. Основные результаты диссертации были представлены на ведущих алгебраических семинарах и конференциях.

Автореферат точно отражает содержание диссертации, основные положения диссертации полно раскрыты в нем.

На основе выше сказанного можно сделать следующие выводы:

1. Тема диссертации Н.А. Щучкина важна и актуальна. Уровень решенных задач удовлетворяет требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Содержание диссертации соответствует специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

2. Полученные в диссертации результаты являются новыми.

3. В научных и образовательных учреждениях, в которых проводятся научные исследования в области универсальных алгебр, диссертация вызовет интерес. Это такие вузы, как Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Вроцлавский университет науки и технологий, Софийский университет имени святого Климента Охридского, Московский государственный университет им. А.М. Ломоносова, Волгоградский государственный социально-

педагогический университет. Полученные результаты диссертации могут быть использованы при чтении алгебраических курсов и спецкурсов.

Таким образом, диссертация на тему «Полуабелевы n-группы» соответствует п. 9 и иным требованиям раздела II Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842, является самостоятельной, завершенной, творческой работой, в которой изложен новый научный подход к исследованию конечно порожденных и свободных алгебр в классе полуабелевых n-групп, позволяющий расширить научные сведения в теории n-групп, а ее автор Щучкин Н.А. заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент:
Ректор учреждения образования
«Белорусский государственный университет
транспорта», доктор физико-математических
наук (научная специальность: 01.01.06 –
Математическая логика, алгебра и теория чисел),
доцент,

28.03.2022 ______________ Кулаженко Юрий Иванович
Дата Подпись

246653, Республика Беларусь,
г. Гомель, ул. Кирова, д. 34.
Тел: +375 232 20 09 15
E-mail: bsut@bsut.by

Личную подпись Кулаженко Ю. И.
удостоверяю
Начальник ОК С.И. Паранин