

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ И. Н. УЛЬЯНОВА»

На правах рукописи

Голубков Алексей Владимирович

**Моделирование движения объекта по сложной
траектории с обнаружением изменения и
идентификацией режимов движения**

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
кандидат физико-математических наук,
доцент Цыганов Андрей Владимирович

Ульяновск – 2022

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Моделирование траектории движения объекта на основе гибридной стохастической модели	21
1.1. Введение	21
1.2. Гибридная стохастическая модель траектории движения объекта	22
1.3. Анализ гибридной стохастической модели	29
1.4. Алгоритм моделирования траектории движения объекта	33
1.5. Результаты компьютерного моделирования	40
1.6. Заключение и выводы к Главе 1	41
Глава 2. Обнаружение изменения и идентификация режима движения объекта в известные моменты времени	43
2.1. Введение	43
2.2. Обнаружение изменения и идентификация режима движения объекта на основе гибридной стохастической модели	45
2.3. Параллельный алгоритм идентификации режима движения объекта	50
2.4. Адаптивное оценивание параметров движения объекта	52
2.5. Метаэвристические алгоритмы в задаче идентификации параметров математической модели движущегося объекта	63
2.6. Заключение и выводы к Главе 2	72
Глава 3. Обнаружение изменения и идентификация режима движения объекта в неизвестные моменты времени	77
3.1. Введение	77
3.2. Обнаружение изменения режима движения объекта в неизвестные моменты времени	78
3.3. Априорная оценка среднего объема банка фильтров Калмана	82

3.4.	Обнаружение и идентификация режима движения объекта с ограниченным объемом банка фильтров Калмана	90
3.5.	Обнаружение изменения и идентификация режима движения на ограниченном множестве отношений правдоподобия	99
3.6.	Заключение и выводы к Главе 3	114
Глава 4. Комплекс программ для моделирования и оценивания движения объекта по сложной траектории		
118		
4.1.	Программный комплекс «Моделирование и оценивание траектории подвижного объекта»	118
4.2.	Программа для реализации параллельного алгоритма оценивания параметров движения объекта	129
4.3.	Заключение и выводы к Главе 4	132
Заключение		133
Список литературы		137
Список иллюстративного материала		150
Список таблиц		151
Список алгоритмов		152
Приложение А. Свидетельства о регистрации программы для ЭВМ .		153

Введение

Актуальность работы. В настоящее время задача адаптивного оценивания параметров движения объекта по сложной траектории в условиях зашумленности и неполноты измерений, а также непредвиденного изменения режима движения объекта является чрезвычайно актуальной в силу важности ее практических приложений. Примерами таких приложений являются задачи судовождения [1] и робототехники [2], в которых оценивание траектории подвижного объекта и обнаружение момента его маневрирования является крайне важным из-за опасности непредвиденного изменения режима движения; задачи сопровождения целей [3], задачи обработки сигналов со сканирующих дальномеров [4], задачи адаптивного управления [5].

Задачи математического моделирования траекторий движущихся объектов, слежения за движущимися объектами, распознавания движущихся объектов, сопровождения целей являются актуальным предметом современных научных исследований в силу важности практических приложений, в которых используются решения этих задач [6]. В реальных практических задачах траектория движения объекта является сложной, в общем случае ее трудно представить какой-то конкретной математической моделью, пусть даже и нелинейной. Наиболее часто для моделирования траекторий движения в условиях априорной неопределенности используют различного рода нелинейные стохастические модели в непрерывном либо в дискретном времени (см., например, [7, 8]).

В условиях априорной неопределенности параметров движения, то есть когда доступными для прямого наблюдения являются лишь неполные зашумленные измерения, один из основных подходов заключается в применении методов нелинейной фильтрации [9, 10, 11].

В настоящее время для моделирования и оценивания параметров движения объектов применяют гибридные модели. Гибридная модель — это математическая модель процесса или явления, основанная на сочетании различных математических объектов. Гибридные системы — математические модели систем управления, в которых “непрерывная динамика, порождаемая в каждый момент

времени одной из априорно заданного набора непрерывных систем, перемежается с дискретными операциями, подающими команды либо на мгновенное переключение с одной системы на другую, либо на мгновенную перестройку с заданных текущих координат на другие координаты, либо на то и другое одновременно” [12, 13]. Таким образом, решение задачи для нелинейной системы может быть заменено решением такой же задачи для гибридной системы. Гибридные системы встречаются в прикладных областях электроэнергетики, авиастроения, автомобилестроения, обеспечения безопасности движения [14].

В научной литературе рассматривают различные виды гибридных моделей. Например, в [15] предложена гибридная модель движения автотранспорта, в которой динамика разгона и торможения автомобиля описывается дифференциальными уравнениями, а смена полосы — как дискретная составляющая, в [16] гибридная модель представлена оригинальной нейро-стохастической сетью. В [17] предложен алгоритм выбора кусочно-линейного маршрута в задаче навигации по нескольким геофизическим полям с ограничением на длину линейных участков.

Хотя в общепринятой терминологии гибридными называют системы со смешанным типом процессов (в непрерывном и дискретном времени), в данной работе под *гибридной стохастической моделью* будем понимать многорежимную модель, представляющую собой набор дискретных линейных стохастических моделей, каждая из которых отвечает за определенный режим движения объекта, то есть участок движения, который можно представить линейной моделью. Таким образом, сложная (в общем случае, нелинейная) траектория движения объекта аппроксимируется кусочно-линейной траекторией. Впервые такая идея для решения задачи моделирования траектории морского подвижного объекта с помощью линейных стохастических моделей прямолинейного равномерного и кругового движения была выдвинута в работе И. В. Семушина, Ю. М. Кроливецкой и Е. С. Петровой [18] и затем получила свое развитие в [19].

Данный подход к моделированию движения объекта имеет преимущество в том, что нелинейная в целом математическая модель заменяется набором линейных дискретных стохастических моделей, для которых на каждом участке

для оценки параметров движения можно применять вместо нелинейных фильтров, имеющих неизбежные погрешности вычислений вследствие линеаризации, оптимальные дискретные алгоритмы калмановской фильтрации [20]. Однако указанный подход неизбежно влечет необходимость в решении другой задачи — скорейшего обнаружения момента изменения режима движения объекта и идентификации модели, соответствующей его новому режиму движения.

В настоящее время задачи скорейшего обнаружения изменений функционирования динамических систем остаются актуальными. Примерами таких задач являются: динамическая настройка обнаружения маневра морской цели [21], траекторная обработка радиолокационной информации [6], скорейшее обнаружение для выявления угроз ГНСС [22], обнаружение внезапных изменений в работе автономной системы [23].

Степень разработанности темы исследования. Как известно, наибольшим быстродействием в решении задач обнаружения момента нарушения функционирования динамических систем отличаются методы, развитые в теории обнаружения изменений свойств случайных процессов, позволяющие оптимизировать структуру алгоритма по критерию скорейшего обнаружения нарушения.

Впервые подобная проблема была рассмотрена в фундаментальной работе Е. С. Пейджа [24]. Оптимальные правила остановки наблюдений, включая широко известную задачу о разладке, получены в работах Р. Ш. Липцера и А. Н. Ширяева [10, 25]. Теоретические аспекты данной проблемы рассмотрены в монографиях М. Бассвиля, А. Банвенисты [26] и Р. Паттона [27]. Подробный обзор существующих методов и подходов в области последовательного анализа в работе Т.Л. Lai в [28].

Методы оценивания положения и скорости маневрирующего объекта описываются в литературе на протяжении многих десятилетий, см., например, известную зарубежную монографию Y. Bar-Shalom, X.R. Li, T. Kirubarajan [29]. Популярным подходом к решению этой задачи является метод многомодельного слежения (ММ). Известными базовыми подходами к отслеживанию множественных моделей являются статическое ММ оценивание, динамическое ММ оценивание, обобщенные псевдобайесовские алгоритмы (GPB), интерактивный много-

модельный алгоритм (ИММ). Указанные методы не требуют принятия решений, то есть они не идентифицируют режим движения, а требуют вычисления всех оценок для каждой возможной модели по всей траектории в каждый момент времени.

В [6] А. А. Коноваловым приведена классификация методов траекторной обработки в соответствии с типом динамических моделей, которыми описывается движения объекта. Алгоритмы фильтрации траекторных измерений разделены на три группы:

1. Алгоритмы без обнаружения маневра — алгоритмы на основе математических моделей траектории, в которых маневр описывается случайным процессом с нулевым средним и предполагается, что маневр возможен на каждом шаге фильтрации измерительных данных. Алгоритмы этого типа не обладают высокой точностью и используются при сопровождении слабоманеврирующих целей.
2. Алгоритмы с обнаружением маневра — алгоритмы на основе переключаемых моделей, в них маневр представлен случайным процессом с ненулевым средним, а параметры и структура траекторного фильтра меняются в зависимости от наличия или отсутствия маневра. Такие алгоритмы требуют знания двух моделей движения: отсутствие маневра и маневр известного типа, а также специальной процедуры обнаружения маневра, которая отслеживает момент его начала и окончания и соответствующим образом адаптирует процесс фильтрации. Эти алгоритмы относятся к адаптивным небайесовским фильтрам. В случае, если модель маневра известна, такие фильтры являются оптимальными. Тогда решение задачи сводится к определению параметров модели. Внутри этой группы алгоритмы разделены на три категории [30]:
 - С эквивалентным шумом. В них неизвестное детерминированное ускорение заменяется случайным процессом нестационарного шума с неизвестным математическим ожиданием и интенсивностью. Получившийся эквивалентный шум описывает всю неопределенность движе-

ния цели, в том числе и маневр. Наиболее популярный алгоритм такого типа — метод подстройки уровня шума (Noise Level Adjustment) [29, 30].

- С оцениванием вектора ускорения. Эти алгоритмы используют дополнительный фильтр, подключенный к выходу основного. Его задачей является определение некомпенсированной ошибки в моделях движения или наблюдения, которая вызывается внезапным маневром. Примерами таких алгоритмов являются двухэтапный фильтр Калмана (Two-Stage KF) [31] и метод входного оценивания (Input Estimation) [32, 29, 30, 33, 34], в котором осуществляется оценка неизвестного детерминированного вектора ускорения при помощи анализа невязки на выходе первого фильтра.
 - С переключаемыми моделями движения целей. В алгоритмах этого типа в каждый момент времени действует только одна модель: с маневром или без маневра. После принятия решения об изменении режима движения происходит переключение моделей. Примером такого подхода является фильтр переменной размерности (Variable Dimension Filter) [35].
3. Многомодельные алгоритмы — алгоритмы на основе недетерминированных моделей, в которых маневр представляется смешанным случайным процессом. В алгоритмах этой группы присутствует набор моделей, характеризующих различные типы движения объекта, а также банк фильтров Калмана, соответствующих каждой из этих моделей. В алгоритмах такого типа присутствует модель без маневра (основной режим движения), а также множество моделей, соответствующих как маневрам с разными параметрами, так и разным типам маневров (альтернативные режимы движения). Алгоритмы этой группы являются байесовскими, они оптимальны в случае, когда маневр является неизвестным, но принадлежит к некоторому множеству возможных моделей. В отличие от алгоритмов с обнаружением маневра, в алгоритмах этого типа все модели считаются истинными

с некоторой вероятностью. Преимущество такого подхода заключается в уменьшении запаздывания обнаружения начала маневра, что приводит к снижению ошибок оценивания положения и скорости цели на участке маневра по сравнению с адаптивными алгоритмами [36] при несущественном увеличении вычислительных затрат [37].

Внутри этой группы алгоритмы можно разделить на подгруппы:

- Статические алгоритмы предполагают, что процесс, описывающий эволюцию состояния системы, является постоянным на всем интервале наблюдения. Фильтры, входящие в состав таких алгоритмов, работают самостоятельно и независимо от фильтров других моделей. Отличие подобных многомодельных алгоритмов от адаптивных заключается в наличии объединенного выходного значения.
- Динамические многомодельные алгоритмы учитывают возможность непредвиденного изменения характера движения цели. В отличие от статических алгоритмов, в них выбирается не одна модель на всем интервале наблюдения, а последовательность смены моделей от начала наблюдения до текущего момента. Подобные алгоритмы весьма требовательны к ресурсам, поэтому практическая реализация оптимального алгоритма не представляется возможной, что обусловило появление субоптимальных алгоритмов, использующих различные методы уменьшения анализируемых на каждом шаге оценивания гипотез [29]. Примерами таких алгоритмов являются обобщенные псевдобайесовские алгоритмы n -го порядка и итеративный многомодельный алгоритм.
- Алгоритмы с переменной структурой используют изменяемый с течением времени набор моделей. Меняться могут как параметры, так и состав и количество моделей, что позволяет адаптивно настраивать набор моделей при изменении условий функционирования системы. Алгоритмы подобного рода обладают наибольшей эффективностью, но в то же время они наиболее сложные в проектировании и эксплу-

атации [38].

Другим классом задач, связанных с обнаружением изменения характеристик случайных процессов, являются задачи контроля. Разработке алгоритмов контроля в классе линейных стохастических систем посвящены работы И. В. Се-мушина, А. Г. Сковикова и Л. В. Калинина [39, 40]. Построенные здесь эвристические правила обнаружения, идентификации и оценивания моментов возникновения нарушений требуют вычисления постоянно увеличивающегося числа функций отношения правдоподобия, формируемых на основе выборок различной длины, для каждого возможного момента возникновения нарушения. Последнее обстоятельство вызывает трудности в выводе математически обоснованного правила различения проверяемых гипотез о текущем режиме функционирования системы. В [41, 42] для решения задач контроля авторы используют подход, основанный на прерывистом режиме тестирования, состоящий в применении процедур подозрения и состязания.

Метод гарантированного по вероятностям ошибок первого и второго рода обнаружения и идентификации нарушений в классе линейных стохастических систем управления в процессе фильтрации разработан в [43] Ю. В. Цыгановой. В [44] К. В. Захаровым предложена модификация алгоритма обобщенного отношения правдоподобия, имеющая динамическую границу срабатывания, зависящую от скорости маневра морской цели.

Методы оценивания параметров движения объектов активно развиваются в направлении современного мультиагентного подхода. В работах О. Н. Границина, А. Л. Фрадкова, А. В. Проскурникова, Н. О. Амелиной, В. А. Ерофеевой и др. представлены решения задач децентрализованного оценивания и управления [45, 46, 47], в которых оценки параметров моделей динамических систем вычисляются с помощью алгоритмов консенсуса [48, 49, 50].

Несмотря на большое количество публикаций в области решения задач адаптивного оценивания, управления и обнаружения изменений в стохастических системах, актуальными остаются вопросы разработки численно эффективных алгоритмов, которые позволяют получить качественные решения в условиях

априорной неопределенности как внешней среды, так и доступной информации об объекте и измерителе, а также в условиях ограничения возможностей вычислительных ресурсов как по времени, так и по объему требуемой памяти.

Объект и предмет исследования. *Объектом* исследования являются математические модели процесса движения объекта по сложной траектории в условиях непредвиденного изменения режима движения. *Предмет* исследования — методы обнаружения изменения и идентификации режима движения на основе алгоритмов дискретной фильтрации калмановского типа.

Цели и задачи диссертационной работы. *Целью диссертационной работы* является разработка новых методов математического и компьютерного моделирования движения объекта по сложной траектории с возможностью скорейшего обнаружения изменения и идентификации режима движения, в условиях неполной измерительной информации об объекте и непредвиденных изменений его режима движения.

Для достижения поставленной цели необходимо решить *задачи*:

1. Построить гибридную (многорежимную) стохастическую модель движения объекта по сложной траектории, в которой каждый режим движения представлен дискретной линейной стохастической моделью в пространстве состояний. Задача включает построение новых дискретных линейных моделей кругового равномерного движения при повороте влево/вправо, а также анализ свойств гибридной стохастической модели.
2. Разработать алгоритм моделирования движения объекта по сложной траектории с оценкой параметров его движения по данным зашумленных измерений.
3. Разработать алгоритм оценивания параметров движения объекта по сложной траектории в случае, когда моменты возможного изменения режима движения известны. Разработать параллельную реализацию алгоритма.
4. Разработать алгоритм параметрической идентификации дискретных линейных моделей кругового равномерного движения при повороте влево/вправо.

5. Разработать численно эффективные алгоритмы обнаружения изменения и идентификации режима движения с ограниченным объемом банка фильтров Калмана. Задача включает построение и обоснование априорной оценки среднего объема банка фильтров Калмана и разработку численного метода для вычисления априорной оценки.
6. Разработать численно эффективные алгоритмы обнаружения изменения и идентификации режима движения с ограниченным множеством отношений правдоподобия. Задача включает построение новых выражений для вычисления отношения правдоподобия на основе численно устойчивых модификаций фильтра Калмана.
7. Реализовать разработанные алгоритмы моделирования, оценивания, обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта по сложной траектории в виде специализированного комплекса программ.

Научная новизна. Основные результаты, полученные в работе, являются новыми. В частности, построены и исследованы новые дискретные линейные стохастические модели в пространстве состояний, описывающие равномерное круговое движение при повороте влево либо вправо. На основе предложенной гибридной стохастической модели разработан новый алгоритм моделирования и оценивания параметров движения объекта по сложной траектории. Получена и строго математически обоснована априорная оценка среднего объема банка фильтров Калмана. Разработан новый численный метод оценки среднего объема банка фильтров Калмана. Построены новые численно эффективные алгоритмы для решения задачи обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта по сложной траектории. Улучшенные вычислительные свойства алгоритмов основаны на применении следующих методов: ускорение вычислений за счет их распараллеливания в банке фильтров Калмана, вычисление априорной оценки банка фильтров Калмана с целью ограничения количества фильтров в банке на каждом шаге алгоритма, модификация решающего правила в алгоритме обнаружения изменения и идентификации режима движения за счет применения численно эффективных квадратно-корневой и UD-реализаций фильтра

Калмана. Показана практическая применимость известных метаэвристических алгоритмов для решения задачи параметрической идентификации математической модели кругового движения объекта при повороте влево/вправо. Разработан комплекс программ для моделирования и оценивания движения объектов по сложной траектории с возможностью скорейшего обнаружения изменения и идентификации режима движения.

Теоретическая и практическая значимость. Теоретическая значимость работы состоит в разработке новых методов и средств математического и компьютерного моделирования движения объекта по сложной траектории с возможностью скорейшего обнаружения изменения и идентификации режима движения, в условиях неполной измерительной информации об объекте и непредвиденных изменений его режима движения.

Практическая значимость работы заключается в возможности использования результатов диссертационного исследования для решения прикладных задач слежения за объектами, задач судовождения и робототехники.

Достоверность и обоснованность результатов обеспечена строгими математическими доказательствами теоретических результатов, корректным применением математического аппарата и численных методов, сравнением результатов с результатами, полученными альтернативными методами, использованием современных методов разработки алгоритмов, а также использованием при разработке программного комплекса апробированного лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения. Все теоретические результаты подтверждены результатами вычислительных экспериментов.

Методы исследования. Теоретические результаты диссертации получены с применением методов теории линейных дискретных динамических систем, методов математической статистики, вычислительной линейной алгебры, теории калмановской фильтрации, численных методов оптимизации. Для получения практических результатов использованы методы математического и компьютерного имитационного моделирования, современные технологии научного программирования.

Положения, выносимые на защиту:

1. Гибридная (многорежимная) стохастическая модель движения объекта по сложной траектории. Новые дискретные линейные модели режимов равномерного кругового движения при повороте влево либо вправо. Алгоритм математического моделирования и оценивания траектории движущегося объекта по неполным зашумленным измерениям в условиях изменения режима движения в заданные моменты времени.
2. Алгоритмы обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта при условии, что моменты изменения режима движения известны: 1) алгоритм оценивания параметров математической модели движения объекта по сложной траектории, состоящей из отдельных участков, на которых объект может двигаться в соответствии с одним из M возможных режимов движения; 2) параллельный алгоритм обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта, траектория которого состоит из участков равномерного прямолинейного и/или кругового движения при повороте вправо/влево с заданным радиусом.
3. Априорная оценка среднего объема банка фильтров Калмана в задаче обнаружения изменения и идентификации одного из M возможных режимов движения. Численные методы вычисления оценки.
4. Алгоритмы решения задачи обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта при условии, что моменты изменения режима движения неизвестны: 1) алгоритм обнаружения и идентификации режима движения с ограниченным объемом банка фильтров Калмана; 2) алгоритм обнаружения и идентификации режима движения с ограниченным набором вычисляемых величин отношения правдоподобия, основанный на численно эффективных квадратно-корневой и UD-реализациях фильтра Калмана.
5. Специализированный комплекс программ для моделирования движения объекта по сложной траектории с возможностью эффективного оценивания параметров его движения за счет скорейшего обнаружения изменения и идентификации режима движения, в случае неполных измерительных

данных и непредвиденных изменений режима движения.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Содержание диссертации соответствует п. 3 «Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий», п. 4 «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента» и п. 5 «Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента» паспорта специальности научных работников 05.13.18 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» по физико-математическим наукам.

Апробация результатов. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях, семинарах и научных мероприятиях:

- Международная конференция «Дифференциальные уравнения, математическое моделирование и вычислительные алгоритмы», Белгород, 25–29 октября 2021 г.
- Научно-техническая конференция «Интегрированные системы управления», Ульяновск, 18–19 мая 2021 г. (доклад отмечен дипломом I степени).
- XXVIII Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов», Ульяновск, 12–23 апреля 2021 г. (доклад отмечен грамотой).
- Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием «Функциональный анализ и математическое образование» (ФАМО-2020), Ульяновск, 8–9 октября 2020 г.
- VI международная конференция и молодежная школа «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2020), Самара, 26–29 мая 2020 г.
- II Всероссийская научная конференция с международным участием «Информационные технологии в моделировании и управлении: подходы, методы, решения», Тольятти, 22–24 апреля 2019 г.

- XXI конференция молодых ученых «Навигация и управление движением» (XXI КМУ 2019), Санкт-Петербург, Россия, 19–22 марта 2019 г.
- V международная конференция и молодежная школа «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2019), Самара, 21–24 мая 2019 г.
- IV международная конференция и молодежная школа «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2018), Самара, 24–27 апреля 2018 г.
- Международная научно-техническая конференция «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики», Воронеж, 18–20 декабря 2017 г.
- VI Региональная научно-практическая конференция «Физико-математическое образование: школа – ВУЗ», Ульяновск, УлГПУ им. И. Н. Ульянова, 22 апреля 2016 г.

Исследования по теме диссертации частично поддержаны грантами Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проекты р_а № 16-41-730784, р_мк № 18-41-732001, р_мк № 18-41-732003, мол_а 18-37-00220, Аспиранты № 20-31-90132).

Результаты диссертационного исследования используются в учебном процессе ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный педагогический университет им. И. Н. Ульянова» при изучении дисциплин «Компьютерное моделирование в научных исследованиях» и «Математическое моделирование в естественно-научных и социально-гуманитарных исследованиях» студентами магистратуры факультета физико-математического и технологического образования, обучающимся по профилям «Методология математического образования» и «Компьютерное моделирование и дизайн информационной образовательной среды».

Публикации по теме исследования. По теме исследования опубликованы 22 печатные работы, в том числе 6 статей в изданиях, входящих в перечень ВАК РФ, 5 статей в изданиях, индексируемых в международных системах цитирования Scopus и Web of Science, получены 3 свидетельства о регистрации программы для ЭВМ.

Личный вклад автора. Все основные теоретические результаты дис-

сертификатного исследования получены соискателем самостоятельно. Разработка программного комплекса осуществлялась совместно с научным руководителем. Постановка и проведение вычислительных экспериментов выполнены соискателем также самостоятельно. Анализ результатов выполнен совместно с научным руководителем.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы, списка иллюстративного материала, списка таблиц, списка алгоритмов и одного приложения. Общий объем диссертации 154 страницах, включая основной текст на 149 страницах, 29 рисунков, 10 таблиц, 13 алгоритмов. Список литературы состоит из 105 источников.

Во введении приводится обоснование актуальности темы исследования, формулируются цель, задачи, объект и предмет исследования, научная новизна, положения, выносимые на защиту; описываются теоретическая и практическая значимость работы, методология и методы исследования, степень достоверности полученных результатов; приводятся сведения об апробации работы и личном вкладе автора.

В первой главе разработан метод математического моделирования движения объекта по сложной траектории на основе гибридной (многорежимной) стохастической модели.

В разделе 1.2 представлена гибридная стохастическая модель процесса движения объекта по сложной траектории. Рассмотрены дискретные линейные стохастические модели, отвечающие за различные режимы движения на отдельных участках траектории. С целью моделирования кругового равномерного движения объекта при повороте влево/вправо построены новые модели, заданные дискретными линейными стохастическими системами в пространстве состояний.

В разделе 1.3 проведен анализ свойств наблюдаемости и управляемости дискретных линейных систем, моделирующих отдельные участки сложной траектории.

В разделе 1.4 сформулирован новый алгоритм математического моделирования траектории движущегося объекта и оценивания параметров движения

объекта по неполным зашумленным измерениям. Рассмотрены методы оптимальной дискретной фильтрации, применяемые для оценивания параметров движения объекта: стандартный алгоритм Калмана и две его численно устойчивые модификации (квадратно-корневой фильтр и UD-фильтр).

В разделе 1.5 представлены результаты численных экспериментов, подтверждающие работоспособность предложенного подхода к моделированию и оцениванию сложной, изменяющейся во времени траектории движущегося объекта. Раздел 1.6 содержит заключение и выводы по Главе 1.

Во второй главе исследуется задача обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта по сложной траектории при условии, что моменты возможного изменения режима движения априорно известны.

В разделе 2.2 исследуется задача обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта по сложной траектории. Сложность задачи заключается в том, что точных данных об объекте нет, доступны лишь зашумленные неполные данные измерений. Решение задачи получено в форме алгоритма, основанного на гибридной стохастической модели, последовательной обработке измерений в фильтре Калмана и проверке последовательного решающего правила.

В разделе 2.3 с целью ускорения вычислений предложен новый параллельный алгоритм обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта, траектория которого состоит из участков равномерного прямолинейного и/или кругового движения при повороте вправо/влево с заданным радиусом. Параллельная структура алгоритма позволяет значительно ускорить обработку данных в режиме реального времени.

В разделе 2.4 рассмотрена задача оценивания параметров математической модели движения объекта по сложной траектории, состоящей из отдельных участков, на которых объект может двигаться в соответствии с одним из M возможных режимов движения. Алгоритм представлен в общей форме, не зависящей от конкретных возможных режимов.

В разделе 2.5 показана практическая применимость известных метаэвристических алгоритмов для решения задачи параметрической идентификации ма-

тематической модели кругового движения объекта при повороте влево/вправо. В качестве неизвестного параметра модели рассматривался радиус кругового движения. Раздел 2.6 содержит заключение и выводы по Главе 2.

В третьей главе разработаны алгоритмы обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта по сложной траектории в предположении, что моменты изменения режима движения априорно неизвестны.

В данной главе получено два решения поставленной задачи: 1) первое решение основано на последовательном решающем правиле о выборе гипотезы об изменении режима движения на один из M возможных, с ограниченным объемом банка конкурирующих фильтров Калмана; 2) второе решение основано на представлении момента изменения режима движения случайной величиной с равномерным распределением на заданном отрезке времени и получено на ограниченном наборе значений функции отношения правдоподобия.

В разделе 3.2 представлено решение задачи обнаружения изменения и идентификации режима движения в неизвестные моменты времени с ограниченным объемом банка фильтров Калмана. Приведены результаты численных экспериментов.

В разделе 3.3 построена априорная оценка среднего объема банка фильтров Калмана в алгоритме обнаружения изменения режима движения. На основе полученного теоретического результата разработан численный метод для вычисления среднего объема банка.

В разделе 3.4 получено решение задачи обнаружения изменения и идентификации режима движения в неизвестные моменты времени с ограниченным объемом банка фильтров Калмана. Разработан численный метод для вычисления среднего объема банка фильтров Калмана в случае M возможных режимов движения. Приведены результаты вычислительных экспериментов.

В разделе 3.5 представлено решение задачи обнаружения изменения и идентификации режима движения на ограниченном множестве отношений правдоподобия. Движение объекта описывается гибридной стохастической моделью. Для решения задачи применяется критерий отношения вероятностей. Отличительной особенностью предложенного алгоритма является способность прини-

мать решения на ограниченном наборе значений функции отношения правдоподобия. Получены новые выражения для вычисления отношений правдоподобия, основанные на численно эффективных (устойчивых к ошибкам машинного округления) квадратно-корневой и UD- модификациях фильтра Калмана. Приведены результаты компьютерного моделирования. Раздел 3.6 содержит заключение и выводы по Главе 3.

В четвертой главе приводится описание комплекса программ для моделирования и оценивания движения объектов по сложной траектории с обнаружением изменения и идентификацией режима движения.

Раздел 4.1 содержит описание программного комплекса «Моделирование и оценивание траектории подвижного объекта v1.1» [51]. В разделе 4.2 описана программа для реализации параллельного алгоритма оценивания параметров движения объекта. Раздел 4.3 содержит заключение и выводы по Главе 4.

В заключении перечислены результаты диссертационной работы.

Глава 1

Моделирование траектории движения объекта на основе гибридной стохастической модели

1.1. Введение

Задача математического моделирования и оценивания траектории движущегося объекта является неотъемлемой составляющей более крупных задач слежения за движущимися объектами, распознавания движущихся объектов, сопровождения целей. Без сомнения, указанные задачи являются актуальной и важной областью научных исследований [6].

Целью данной главы является разработка алгоритма моделирования движения объекта по сложной траектории на основе гибридной стохастической модели.

Под гибридной стохастической моделью будем понимать многорежимную модель, представляющую собой набор дискретных линейных стохастических моделей, каждая из которых отвечает за определенный режим движения объекта, то есть участок движения, который можно представить линейной моделью. Таким образом, сложная (в общем случае, нелинейная) траектория движения объекта аппроксимируется кусочно-линейной траекторией.

Впервые такая идея для решения задачи моделирования траектории морского подвижного объекта с помощью линейных стохастических моделей прямолинейного равномерного и кругового движения была выдвинута в [18] и затем получила свое развитие в [19]. Авторы использовали модель стохастического гармонического осциллятора для аппроксимации установившейся циркуляции морского подвижного объекта. Новизна предложенного решения заключается в соблюдении требования линейности модели движения относительно вектора состояния даже для изменчивых и сложных траекторий движения, тем самым позволяя обеспечить строгость применения стандартного (линейного) фильтра Калмана, избегая необходимости в линеаризации уравнений модели.

В разделе 1.2 представлена гибридная стохастическая модель процесса движения объекта по сложной траектории. Рассмотрены дискретные линейные стохастические модели, отвечающие за различные режимы движения на отдельных участках траектории. Построены новые дискретные линейные модели кругового движения при повороте влево/вправо.

В разделе 1.3 проведен анализ свойств наблюдаемости и управляемости дискретных линейных систем, моделирующих отдельные участки сложной траектории. В разделе 1.4 сформулирован новый алгоритм математического моделирования траектории движущегося объекта, состоящей из отрезков, отвечающих за различные режимы движения. Приведены методы оптимальной дискретной фильтрации, применяемые для оценивания параметров движения объекта: стандартный алгоритм Калмана и две его численно устойчивые модификации (квадратно-корневой фильтр и UD-фильтр).

В разделе 1.5 представлены результаты численных экспериментов, подтверждающие работоспособность предложенного подхода к моделированию и оцениванию сложной, изменяющейся во времени траектории движущегося объекта.

Раздел 1.6 содержит заключение и выводы по Главе 1.

Результаты данной главы представлены в работах автора [19, 52, 53].

1.2. Гибридная стохастическая модель траектории движения объекта

Рассмотрим процесс движение объекта на плоскости. Предположим, что траектория движения объекта является сложной, поскольку объект может менять режим своего движения в заранее неизвестные дискретные моменты времени. При этом предположим, что отдельные участки траектории с одинаковым режимом движения являются достаточно длинными, то есть можно сказать, что движение объекта является квазистационарным. Предположим, что на каждом таком участке движение объекта можно представить дискретной линейной стохастической моделью, описывающей возможные режимы движения следующих

ТИПОВ:

- Отсутствие движения (остановка).
- Прямолинейное равномерное движение.
- Прямолинейное равноускоренное движение.
- Круговое равномерное движение при повороте налево с заданным радиусом.
- Круговое равномерное движение при повороте направо с заданным радиусом.

В общем случае рассмотрим M таких моделей. Тогда движение объекта на всей траектории может быть описано *гибридной стохастической моделью*:

$$x_k = \Phi_p x_{k-1} + B_p u_{k-1} + G_p w_{k-1}, \quad p = 0, 1, \dots, M-1, \quad k = 1, \dots, N, \quad (1.1)$$

где x_k — вектор параметров движения объекта ($x_k = [x, v_x, a_x, y, v_y, a_y]^T$ для равноускоренного движения и $x_k = [x, v_x, y, v_y]^T$ для остальных режимов), x — координата вдоль оси Ox , м, v_x — скорость вдоль оси Ox , м/с, y — координата вдоль оси Oy , м, v_y — скорость вдоль оси Oy , м/с, a_x и a_y — проекция ускорения на ось Ox и Oy , соответственно; p — номер режима движения.

Здесь Φ , B — матрицы, определяющие модель движения, G — матрица передачи дискретного белого шума w_k . Таким образом, гибридную стохастическую модель (1.1) опишем следующим набором матриц — параметров дискретных моделей, задающих режим движения:

1. Режим остановки.

$$\Phi_p = \Phi(\tau) = \begin{bmatrix} \Phi_s & 0 \\ 0 & \Phi_s \end{bmatrix}, \quad \Phi_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_p = 0.$$

2. Режим прямолинейного равномерного движения.

$$\Phi_p = \Phi(\tau) = \begin{bmatrix} \Phi_l & 0 \\ 0 & \Phi_l \end{bmatrix}, \quad \Phi_l = \begin{bmatrix} 1 & \tau \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_p = 0.$$

3. Режим прямолинейного равноускоренного движения.

$$\Phi_p = \Phi(\tau) = \begin{bmatrix} \Phi_a & 0 \\ 0 & \Phi_a \end{bmatrix}, \quad \Phi_a = \begin{bmatrix} 1 & \tau & \tau^2/2 \\ 0 & 1 & \tau \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_p = \mathbf{0}.$$

В приведенных выше матрицах τ — шаг дискретизации.

Дискретные модели для режимов 1–3 хорошо известны из литературы [54].

4 и 5. Режимы кругового равномерного движения.

Для построения дискретных линейных стохастических моделей, описывающих режимы равномерного кругового движения (поворота влево/вправо) используем результаты работы [18].

Непрерывная модель кругового равномерного движения влево (МКРД-Л) имеет вид [18]:

$$\dot{x}_t = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_n^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_n^2 & 0 \end{bmatrix} x_t + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_n(\omega_n x_s - v_{sy}) \\ 0 \\ \omega_n(\omega_n y_s + v_{sx}) \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

с известными начальными условиями

$$x_s = \begin{bmatrix} x_{1s} = x_s \\ x_{2s} = v_{sx} \\ x_{3s} = y_s \\ x_{4s} = v_{sy} \end{bmatrix}. \quad (1.3)$$

Непрерывная модель кругового равномерного движения вправо (МКРД-П) имеет вид [18]:

$$\dot{x}_t = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_n^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_n^2 & 0 \end{bmatrix} x_t + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_n(\omega_n x_s + v_{sy}) \\ 0 \\ \omega_n(\omega_n y_s - v_{sx}) \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

с известными начальными условиями (1.3) в момент переключения $t = s$, $x_t = [x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}, x_{4t}]^T$ — вектор состояния моделей.

Теорема 1. [18] Пусть $|v_s| = \sqrt{v_{sx}^2 + v_{sy}^2} > 0$, где $v_s = [v_{sx}, v_{sy}]^T$ – вектор скорости в точке с координатами x_s, y_s в момент $t = s$ переключения с модели прямолинейного равномерного движения (МПРД) на модель кругового равномерного движения (МКРД). Тогда единственное решение для модели МКРД-Л с некоторым параметром $\omega_n > 0$ дается выражениями

$$\left. \begin{aligned} x_{1t} &= x_s + r \sin[\omega_n(t - s) + \alpha] - r \sin \alpha, \\ x_{2t} &= r\omega_n \cos[\omega_n(t - s) + \alpha], \\ x_{3t} &= y_s - r \cos[\omega_n(t - s) + \alpha] + r \cos \alpha, \\ x_{4t} &= r\omega_n \sin[\omega_n(t - s) + \alpha] \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

и описывает движение объекта влево от направления вектора v_s по дуге окружности с координатами центра

$$\begin{aligned} x_c &= x_s - r \sin \alpha, \\ y_c &= y_s + r \cos \alpha, \end{aligned}$$

а единственное решение для модели МКРД-П с некоторым параметром $\omega_n > 0$ дается выражениями

$$\left. \begin{aligned} x_{1t} &= x_s + r \sin[\omega_n(t - s) - \alpha] + r \sin \alpha, \\ x_{2t} &= r\omega_n \cos[\omega_n(t - s) - \alpha], \\ x_{3t} &= y_s + r \cos[\omega_n(t - s) - \alpha] - r \cos \alpha, \\ x_{4t} &= -r\omega_n \sin[\omega_n(t - s) - \alpha] \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

и описывает движение объекта вправо от направления вектора v_s по дуге окружности с координатами центра

$$\begin{aligned} x_c &= x_s + r \sin \alpha, \\ y_c &= y_s - r \cos \alpha, \end{aligned}$$

где $\sin \alpha = \frac{v_{sy}}{|v_s|}$, $\cos \alpha = \frac{v_{sx}}{|v_s|}$, $r = \frac{|v_s|}{\omega_n}$.

Подробное доказательство приведено в [18].

Модели МКРД-Л и МКРД-П имеют стандартный вид непрерывных инвариантных во времени линейных динамических систем

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Bu(t), \quad (1.7)$$

где матрицы F , B для моделей МКРД-Л и МКРД-П — в (1.2) и (1.4) соответственно; считаем, что $u(t) \equiv 1$.

Рассмотрим четырехмерный вектор состояния в дискретном времени

$$x_k = [x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}, x_{4k}]^T \equiv [x, v_x, y, v_y]^T.$$

Выполним переход от непрерывной модели (1.7) к модели в дискретном времени [9, стр. 40–42] и получим следующие результаты.

Утверждение 1. *Дискретная линейная модель вида*

$$x_k = \Phi_p x_{k-1} + B_p u_{k-1}, \quad k = 1, \dots, N,$$

соответствующая режиму кругового равномерного движения при повороте налево с заданным радиусом, определяется матрицами-параметрами

$$\Phi_p = \Phi(x_s, r, \tau) = \begin{bmatrix} \Phi_c & 0 \\ 0 & \Phi_c \end{bmatrix}, \quad \Phi_c = \begin{bmatrix} \cos \omega_n \tau & \omega_n^{-1} \sin \omega_n \tau \\ -\omega_n \sin \omega_n \tau & \cos \omega_n \tau \end{bmatrix}, \quad (1.8)$$

$$B_p = B_p^L = B(x_s, r, \tau) = \begin{bmatrix} (x_{1,s} - \omega_n^{-1} x_{4,s})(1 - \cos \omega_n \tau) \\ (\omega_n x_{1,s} - x_{4,s}) \sin \omega_n \tau \\ (x_{3,s} + \omega_n^{-1} x_{2,s})(1 - \cos \omega_n \tau) \\ (\omega_n x_{3,s} + x_{2,s}) \sin \omega_n \tau \end{bmatrix}, \quad (1.9)$$

где τ — период дискретизации, s — момент смены режима движения, r — радиус поворота, $\omega_n = |v_s|/r > 0$ — угловая скорость в момент смены режима движения, модуль вектора скорости $|v_s| = \sqrt{v_{x_s}^2 + v_{y_s}^2}$, $x_{i,s}$ — i -й элемент вектора состояния дискретной модели в момент времени s .

Доказательство. Рассмотрим непрерывную модель (1.7). Согласно (1.2),

матрицы $F(t)$ и $B(t)$ имеют следующий вид:

$$F(t) \equiv F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_n^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_n^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B(t) \equiv B = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_n(\omega_n x_s - v_{sy}) \\ 0 \\ \omega_n(\omega_n y_s + v_{sx}) \end{bmatrix}$$

с учетом $u(t) \equiv 1$.

Для вычисления переходной матрицы состояния Φ_p дискретной модели воспользуемся известной формулой

$$\Phi(s) = (I_s - F)^{-1},$$

и затем вычислим обратное преобразование Лапласа [55] $\Phi(\tau) \doteq \Phi(s)$. Матрицу B_p вычислим согласно выражению

$$B_p(\tau) = \int_0^\tau \Phi(t) B dt.$$

В результате приходим к (1.8) и (1.9). □

Утверждение 2. *Дискретная линейная модель вида*

$$x_k = \Phi_p x_{k-1} + B_p u_{k-1}, \quad k = 1, \dots, N,$$

соответствующая режиму кругового равномерного движения при повороте направо с заданным радиусом, определяется матрицами-параметрами

$$\Phi_p = \Phi(x_s, r, \tau) = \begin{bmatrix} \Phi_c & 0 \\ 0 & \Phi_c \end{bmatrix}, \quad \Phi_c = \begin{bmatrix} \cos \omega_n \tau & \omega_n^{-1} \sin \omega_n \tau \\ -\omega_n \sin \omega_n \tau & \cos \omega_n \tau \end{bmatrix}, \quad (1.10)$$

$$B_p = B_p^R = B(x_s, r, \tau) = \begin{bmatrix} (x_{1,s} + \omega_n^{-1} x_{4,s})(1 - \cos \omega_n \tau) \\ (\omega_n x_{1,s} + x_{4,s}) \sin \omega_n \tau \\ (x_{3,s} - \omega_n^{-1} x_{2,s})(1 - \cos \omega_n \tau) \\ (\omega_n x_{3,s} - x_{2,s}) \sin \omega_n \tau \end{bmatrix}. \quad (1.11)$$

где τ — период дискретизации, s — момент смены режима движения, r — радиус поворота, $\omega_n = |v_s|/r > 0$ — угловая скорость в момент смены режима

движения, модуль вектора скорости $|v_s| = \sqrt{v_{x_s}^2 + v_{y_s}^2}$, $x_{i,s}$ — i -й элемент вектора состояния дискретной модели в момент времени s .

Доказательство аналогично доказательству Утверждения 1.

Случайные возмущения в модели движения объекта по сложной траектории (1.1) представим дискретным белым шумом $w_k \sim \mathcal{N}(0, Q_p)$, где $Q_p \geq 0$ — матрица ковариации шума w_k . В случае, если шум не является дискретным белым, модель шума должна быть включена в уравнение состояния, тем самым повышая его размерность.

Матрицу усиления шума для модели режима прямолинейного равноускоренного движения объекта запишем в виде

$$G_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T,$$

а для всех остальных моделей режимов движения

$$G_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T.$$

Считаем, что шумовая составляющая может присутствовать во второй и четвертой компонентах вектора состояния x для моделей с постоянной скоростью движения, и в третьей и шестой компонентах для модели равноускоренного движения, то есть проекции скоростей и ускорений движения объекта на координатные оси Ox и Oy могут быть подвержены возмущениям внешней среды.

Далее будем считать, что наблюдения за объектом производятся дискретно во времени с постоянным интервалом $t_{k+1} - t_k \stackrel{\Delta}{=} \tau$.

Соответствующая модель измерений, доступных при наблюдении за объектом, может быть записана следующим образом:

$$z_k = H_p x_k + v_k, \tag{1.12}$$

где v_k — вектор ошибки измерения, $v_k \sim \mathcal{N}(0, R_p)$.

При условии, что измеряются только пространственные координаты объекта, матрица H_p для модели прямолинейного равноускоренного движения может быть записана следующим образом:

$$H_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

а для всех остальных моделей

$$H_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

1.3. Анализ гибридной стохастической модели

Проанализируем такие важные свойства модели (1.1), (1.12), как *наблюдаемость* и *управляемость*. Поскольку построенная гибридная стохастическая модель определена через набор дискретных линейных систем, моделирующих рассмотренные режимы движения объекта, мы будем анализировать их свойства.

Свойства наблюдаемости и управляемости линейных динамических систем являются необходимыми при решении задач фильтрации, идентификации и управления [9, 56, 57, 58].

1.3.1. Наблюдаемость гибридной стохастической модели

Сначала проанализируем свойство полной наблюдаемости модели (1.1), (1.12), рассмотрев все возможные варианты выбора матрицы измерений H :

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, H_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, H_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, H_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
H_7 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, H_8 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, H_9 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \\
H_{10} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, H_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, H_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
H_{13} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, H_{14} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, H_{15} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Проведем анализ полной наблюдаемости гибридной стохастической модели (1.1) при различных вариантах измерительной схемы (1.12). Воспользуемся определением матрицы наблюдаемости и критерием полной наблюдаемости дискретной линейной динамической системы [9, 59].

Определение 1. [59, Определение 2.11] Система называется наблюдаемой в момент времени t_0 , если для некоторого момента времени $t_1 > t_0$ по реализациям $u(t)$ и $z(t)$ можно определить состояние $x(t_0) = x_0$.

Определение 2. [59, Определение 2.12] Система называется полностью наблюдаемой, если она наблюдаема в любой момент времени.

Определение 3. [59, Определение 2.16] Матрицей наблюдаемости линейной инвариантной во времени дискретной системы называется матрица M_{DTI} следующего вида:

$$M_{DTI} = \begin{bmatrix} H^T & (H\Phi)^T & (H\Phi^2)^T & \dots & (H\Phi^{n-1})^T \end{bmatrix}^T,$$

где n — размер вектора состояния системы.

Критерий полной наблюдаемости дается следующей теоремой.

Теорема 2. [59, Теорема 2.11] Чтобы линейная инвариантная во времени дискретная система была полностью наблюдаемой, необходимо и достаточно выполнения условия $\text{rank } M_{DTI} = n$.

Проверим критерий полной наблюдаемости для модели (1.1), (1.12) при различных вариантах модели измерительной схемы. Результаты анализа свойства полной наблюдаемости приведены в таблице 1.1. Вычисления проводились в системе Maple [60].

Таблица 1.1. Результаты вычислений ранга матрицы наблюдаемости для различных вариантов матрицы измерений H_p

H_p	rank M_{DTI} для модели 1	rank M_{DTI} для модели 2	rank M_{DTI} для модели 3	rank M_{DTI} для моделей 4 и 5
H_1	4	4	6	4
H_2	3	4	6	4
H_3	3	3	6	4
H_4	3	4	6	4
H_5	3	3	6	4
H_6	2	2	3	2
H_7	2	4	6	4
H_8	2	3	6	4
H_9	2	3	5	4
H_{10}	2	2	5	4
H_{11}	2	2	3	2
H_{12}	1	2	3	2
H_{13}	1	1	2	2
H_{14}	1	2	1	2
H_{15}	1	1	3	2

По результатам вычислений видно, что полностью наблюдаемой являются только система с матрицей измерений H_1 . Но если не учитывать режим остановки (модель 1), то полностью наблюдаемой является система с матрицами измерений H_2 , H_4 и H_7 , причем минимальным количеством измеряемых элементов вектора состояния, достаточных для выполнения критерия полной наблюдаемости, обладает система с матрицей измерений H_7 .

Утверждение 3. *Измерения координат, описывающих положение объекта (x_1 и x_3), являются обязательными для выполнения критерия полной наблюдаемости гибридной стохастической модели (1.1)–(1.12), в то время как измерение проекций скоростей (x_2 и x_4) избыточны для сохранения моделью свойства полной*

наблюдаемости.

1.3.2. Управляемость гибридной стохастической модели

Проанализируем свойство полной управляемости модели (1.1)–(1.12).

Определение 4. [59, Определение 2.5] Система называется управляемой, если для произвольного момента времени t_0 и начального состояния $x(t_0) = x_0$ найдется такое кусочно-непрерывное управление $u(t)$, и момент $t > t_0$, что единственное решение $x(t)$ при данных начальных условиях $x(t_0) = x_0$ пройдет через заданную точку $x(t_1) = x_1$.

Определение 5. [59, Определение 2.6] Система называется полностью управляемой, если она управляема в любые моменты времени и при любых начальных условиях.

Определение 6. [59, Определение 2.10] Матрицей управляемости линейной инвариантной во времени дискретной системы называется матрица W_{DTI} следующего вида:

$$W_{DTI} = \begin{bmatrix} B & \Phi B & (\Phi)^2 B & \dots & (\Phi)^{n-1} B \end{bmatrix}^T,$$

где n — размер вектора состояния системы.

Критерий полной управляемости дается следующей теоремой.

Теорема 3. [59, Теорема 2.7] Для того, чтобы дискретная линейная инвариантная во времени система была полностью управляемой, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы управляемости W_{DTI} был равен n — числу строк в матрице Φ .

В таблице 1.2 приведены результаты анализа свойства полной управляемости гибридной модели. Решение также получено в системе символьных вычислений Maple.

Для моделей режимов остановки, прямолинейного равномерного и равноускоренного движения матрица управления $B = \mathbf{0}$. Следовательно, $rank W_{DTI} = 0$, и модель (1.1)–(1.12) не является полностью управляемой.

Таблица 1.2. Ранг матрицы управляемости гибридной стохастической модели

rank W_{DTI} для модели 4	rank W_{DTI} для модели 5
2	2

Для моделей движения по окружности при повороте влево и вправо ранг матрицы управляемости W_{DTI} равен 2, поскольку в этом случае $n = 4$, для этих моделей также не выполняется критерий полной управляемости.

Утверждение 4. *Гибридная стохастическая модель (1.1)–(1.12) не является полностью управляемой.*

1.4. Алгоритм моделирования траектории движения объекта

Разработаем алгоритм математического моделирования траектории движущегося объекта, состоящей из отрезков, определяемых рассматриваемыми режимами движения.

Примем следующее правило “переключения” с одного режима на другой: при переключении режимов (маневрировании объекта) последнее вычисленное значение вектора состояния объекта считаем начальным значением для нового режима движения. В начале моделирования начальное значение вектора состояния известно.

1.4.1. Формулировка алгоритма

Введем обозначения: РО – режим остановки, ПРД – режим прямолинейного равномерного движения, РУД – режим равноускоренного движения, КРД-Л – режим кругового равномерного движения при повороте налево, КРД-П – режим кругового равномерного движения при повороте направо.

Алгоритм 1.1. позволяет моделировать движение объекта по сложной траектории, представленной гибридной стохастической моделью (1.1)–(1.12).

Блок-схема алгоритма 1.1 представлена на рис. 1.1.

Алгоритм 1.1. Моделирование движения объекта по сложной траектории

Вход: $k = 0$ (дискретное время), x_k , τ , Q , R , план траектории из K отрезков, соответствующих различным режимам движения, для p -го отрезка кругового движения задать радиус поворота r_p .

Выход: x — смоделированный вектора состояния модели движения объекта.

```

1  for  $p = 1, 2, \dots, K$  do
    // определить тип  $p$ -го отрезка траектории  $type$  и его длину  $length$ ;
2    if  $type = \text{РО}$  или  $type = \text{ПРД}$  или  $type = \text{РУД}$  then
3      for  $j = k + 1, \dots, k + length$  do
4        вычислить  $x_j$  согласно (1.1) и соответствующим модели режима
        матрицам
5      end for
6    else
7      определить значение радиуса поворота  $r_p$ ;
8      вычислить значение  $\omega_n = \sqrt{x_k(2)^2 + x_k(4)^2}/r_p$  и матрицу  $\Phi_p(\omega_n, \tau)$ 
        согласно (1.8);
9      if  $t = \text{КРД-Л}$  then
10         вычислить матрицу  $B_p(\omega_n, x_k)$  согласно (1.9)
11      else
12         вычислить матрицу  $B_p$  согласно (1.11)
13      end if
14      for  $j = k + 1, \dots, k + length$  do
15         вычислить  $x_j$  согласно (1.1) и соответствующим модели режима
        матрицам
16      end for
17    end if
18    присвоить  $k = j$ 
19 end for

```

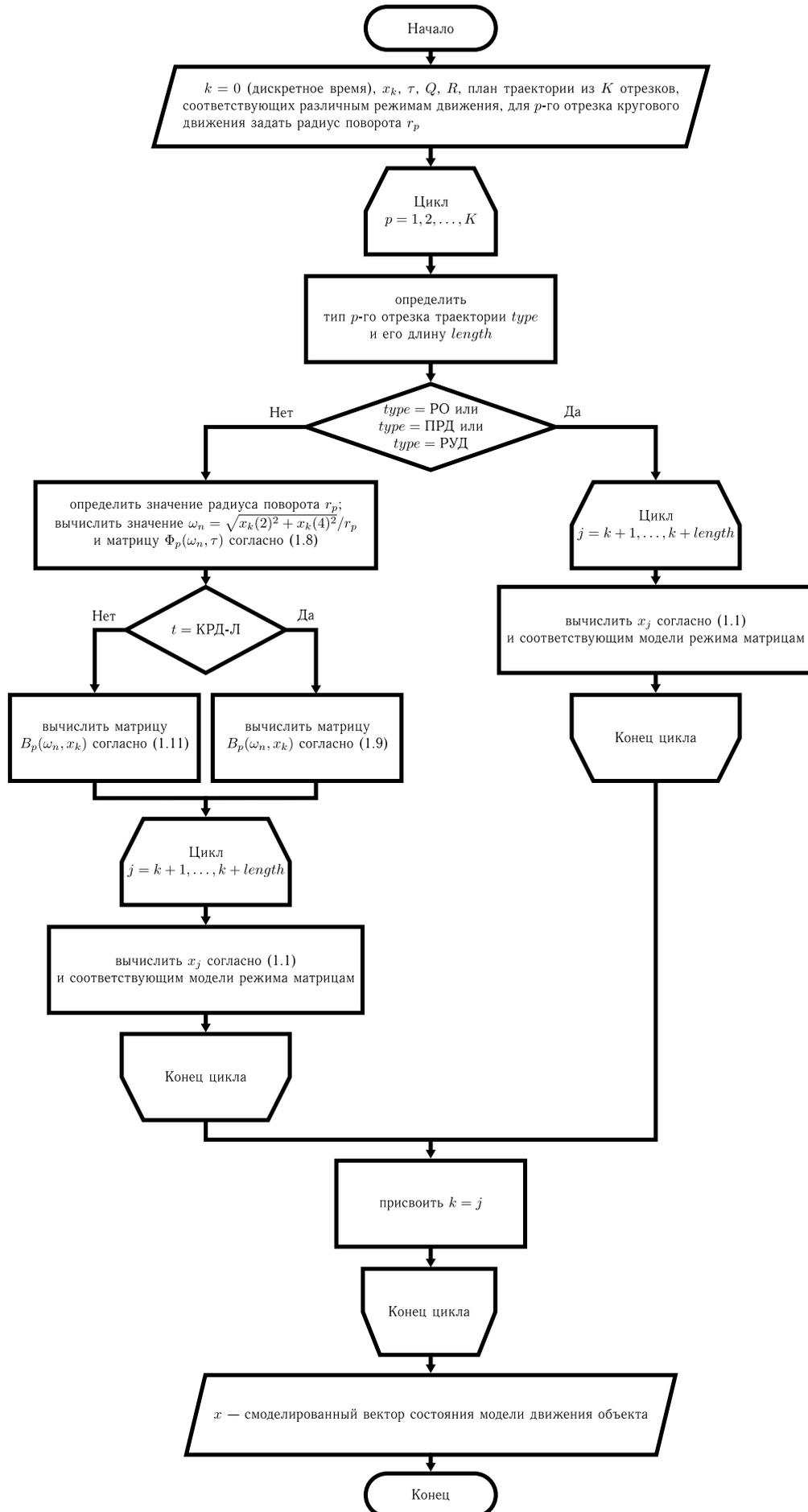


Рис. 1.1. Блок-схема алгоритма 1.1

1.4.2. Алгоритмы линейной фильтрации Калмана

Поскольку в дискретной модели измерений (1.12) присутствуют случайные погрешности, значения вектора состояния x_k в дискретные моменты времени t_k недоступны для прямого наблюдения. Для того, чтобы иметь возможность оценивать x_k , применим алгоритмы оптимальной дискретной фильтрации. Для дискретных линейных систем с гауссовыми шумами оптимальным алгоритмом линейного оценивания является фильтр Калмана [57]. Следует отметить, что при решении практических задач целесообразно применять современные численно эффективные реализации дискретного фильтра Калмана (ФК) — квадратно-корневые и UD реализации. Особенность таких алгоритмов (в отличие от стандартной схемы Калмана) заключается в том, что они обладают свойством численной устойчивости по отношению к ошибкам машинного округления, препятствуя таким образом расходимости оценок, вычисляемых в алгоритме фильтрации. Недавние обзоры современных численно устойчивых реализации дискретного ФК содержится в [7, 61].

Рассмотрим три варианта алгоритма оптимальной дискретной фильтрации:

- стандартный фильтр Калмана (СКФ),
- квадратно-корневой ковариационный фильтр (SRCF) и
- ковариационный UD-фильтр (UD-CF).

Все алгоритмы представлены в одностадийной форме.

В следующем алгоритме используют разложение Холесского [62] $A = S_A S_A^T$, где $A > 0$ и $A = A^T$, фактор Холесского S_A является нижней треугольной матрицей.

В третьем алгоритме используют модифицированное разложение Холесского [62, 63] $A = U_A D_A U_A^T$, где $A > 0$ и $A = A^T$, пара матриц $\{U_A, D_A\}$ — модифицированные факторы Холесского, в которой U_A — верхняя треугольная матрица с единицами на диагонали, $D_A > 0$ — диагональная матрица.

Алгоритм 1.2. СКФ – Conventional KF

Вход: $\hat{x}_0 = \bar{x}_0$ и $P_0 = \Pi_0$, $\Pi_0 > 0$.

Выход: \hat{x}_k – оценка вектора состояния модели движения объекта, P_k – ковариационная матрица ошибки оценивания.

1 **for** $k = 0, 1, \dots, N - 1$ **do**

2 Рекуррентно обновлять величины

 коэффициент обр. связи: $K_{p,k} = \Phi_p P_k H_p^\top R_{e,k}^{-1}$, $R_{e,k} = R_p + H_p P_k H_p^\top$;

 ковариация ошибки: $P_{k+1} = \Phi_p P_k \Phi_p^\top + G_p Q_p G_p^\top - K_{p,k} R_{e,k} K_{p,k}^\top$;

 оценка: $\hat{x}_{k+1} = \Phi_p \hat{x}_k + B_p + K_{p,k} (z_k - H_p \hat{x}_k)$.

3 **end for**

1.4.3. Условия применения алгоритмов

Считаем, что дискретные моменты времени j_s , $j_s = 1, \dots, K$, изменения с одного режима движения на другой известны. Тогда в момент переключения j_s на новый режим движения начальные значения для работы алгоритма фильтрации принимаем следующие: $\hat{x}_0 = \hat{x}_{j_s-1}$, $\Pi_0 = P_{j_s-1}$, т.е. за начальные условия берем значения оценки вектора состояния и ковариационной матрицы ошибки оценивания, полученные на предыдущем шаге обработки измерений. Затем при заданном типе кругового движения (влево или вправо) и радиусе r_j кругового движения вычисляем сначала $\hat{\omega}_n = \sqrt{\hat{x}_0(2)^2 + \hat{x}_0(4)^2}/r_j$, а затем пересчитываем матрицы-параметры алгоритма фильтрации: $\Phi_p \triangleq \Phi_p(\hat{\omega}_n, \hat{x}_0)$, $B_p \triangleq B_p^{L/R}(\hat{\omega}_n, \hat{x}_0)$. Далее вычисляем оценки вектора состояния \hat{x}_k и ковариационные матрицы ошибки оценивания P_k согласно выбранному алгоритму фильтрации до тех пор, пока не произойдет переключение на очередной режим движения.

Алгоритм 1.3. SRCF – Square-Root Covariance Filter

Вход: $\hat{x}_0 = \bar{x}_0$, $P_0 = \Pi_0 > 0$, $R_p > 0$, $Q_p \geq 0$.

1 Вычислить нижние треугольные факторы Холецкого: S_{Π_0} , S_{R_p} , S_{Q_p} .

Выход: \hat{x}_k – оценка вектора состояния модели движения объекта, S_{P_k} – квадратный корень (фактор Холецкого) ковариационной матрицы ошибки оценивания.

2 Рекуррентно обновлять

3 **for** $k = 0, 1, \dots, N - 1$ **do**

4 По найденным S_{P_k} , S_{R_p} , S_{Q_p} сформировать блочную матрицу

$$\mathcal{A}_k = \begin{bmatrix} S_{R_p}^\top & 0 \\ S_{P_k}^\top H_p^\top & S_{P_k}^\top \Phi_p^\top \\ 0 & S_{Q_p}^\top G_p^\top \end{bmatrix};$$

5 Для блочной матрицы \mathcal{A}_k выполнить QR-преобразование и получить в результате блочную матрицу

$$\mathcal{R}_k = \begin{bmatrix} S_{R_{e,k}}^\top & \bar{K}_{p,k}^\top \\ 0 & S_{P_{k+1}}^\top \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

где $\mathcal{A}_k \in \mathbb{R}^{(m+n+q) \times (m+n)}$, $\mathcal{Q}_k \in \mathbb{R}^{(n+m+q) \times (n+m+q)}$ – матрица QR-преобразования $\mathcal{Q}_k \mathcal{A}_k = \mathcal{R}_k$, приводящего к верхней треугольной блочной матрице $\mathcal{R}_k \in \mathbb{R}^{(m+n+q) \times (m+n)}$;

6 Вычислить оценку вектора состояния:

$$\hat{x}_{k+1} = \Phi_p \hat{x}_k + B_p + \bar{K}_{p,k} \bar{e}_k^{SR}, \text{ где } \bar{e}_k^{SR} = S_{R_{e,k}}^{-1} (z_k - H_p \hat{x}_k).$$

7 **end for**

Алгоритм 1.4. UD-CF – UD Covariance Filter

Вход: $\hat{x}_0 = \bar{x}_0$ и $P_0 = \Pi_0 > 0$.

1 Вычислить UD-факторы Холецкого: $\{U_{\Pi_0}, D_{\Pi_0}\}$, $\{U_{R_p}, D_{R_p}\}$, $\{U_{Q_p}, D_{Q_p}\}$.

Выход: \hat{x}_k – оценка вектора состояния модели движения объекта, $\{U_{P_k}, D_{P_k}\}$ – UD-факторы Холецкого ковариационной матрицы ошибки оценивания.

2 Рекуррентно обновлять

3 **for** $k = 0, 1, \dots, N - 1$ **do**

4 Для пар $\{U_{P_k}, D_{P_k}\}$, $\{U_{R_p}, D_{R_p}\}$, $\{U_{Q_p}, D_{Q_p}\}$ сформировать блочные матрицы

$$\mathcal{D}_k = \text{Diag}\{D_{Q_p}, D_{P_k}, D_{R_p}\}, \quad \mathcal{A}_k^\top = \begin{bmatrix} G_p U_{Q_p} & \Phi_p U_{P_k} & 0 \\ 0 & H_p U_{P_k} & U_{R_p} \end{bmatrix};$$

5 Для пары блочных матриц $\{\mathcal{A}_k, \mathcal{D}_k\}$ выполнить модифицированную взвешенную Грама-Шмидта ортогонализацию (MWGS) столбцов матрицы \mathcal{A}_k относительно весовой матрицы \mathcal{D}_k и получить в результате пару блочных матриц $\{\mathcal{A}_k^\dagger, \mathcal{D}_k^\dagger\}$:

$$\mathcal{D}_k^\dagger = \text{Diag}\{D_{P_{k+1}}, D_{R_{e,k}}\}, \quad \mathcal{A}_k^\dagger = \begin{bmatrix} U_{P_{k+1}} & K_{p,k} U_{R_{e,k}} \\ 0 & U_{R_{e,k}} \end{bmatrix}$$

таких, что $\mathcal{A}_k^\top = \mathcal{A}_k^\dagger \mathcal{B}_k^\top$ и $\mathcal{A}_k^\top \mathcal{D}_k \mathcal{A}_k = \mathcal{A}_k^\dagger \mathcal{D}_k^\dagger (\mathcal{A}_k^\dagger)^\top$, где $\mathcal{D}_k \in \mathbb{R}^{(q+n+m) \times (q+n+m)}$, $\mathcal{A}_k \in \mathbb{R}^{(q+n+m) \times (n+m)}$, $\mathcal{B}_k \in \mathbb{R}^{(q+n+m) \times (n+m)}$ – матрица MWGS-преобразования к верхней треугольной блочной матрице $\mathcal{A}_k^\dagger \in \mathbb{R}^{(n+m) \times (n+m)}$ и диагональной матрице $\mathcal{D}_k^\dagger \in \mathbb{R}^{(n+m) \times (n+m)}$.

6 Вычислить оценку вектора состояния

$$\hat{x}_{k+1} = \Phi_p \hat{x}_k + B_p + K_{p,k} \bar{e}_k^{UD}, \quad \text{где } \bar{e}_k^{UD} = U_{R_{e,k}}^{-1} (z_k - H_p \hat{x}_k).$$

7 **end for**

1.5. Результаты компьютерного моделирования

Компьютерное моделирование проводилось с помощью разработанного специализированного программного комплекса «Моделирование и оценивание траектории подвижного объекта v1.1» [51], подробное описание которого содержит Глава 4. В программном комплексе реализованы режимы построения детерминированной или стохастической траектории, а также моделирование измерений в присутствии аддитивной гауссовой помехи с возможностью оценивания вектора состояния модели движения объекта с помощью алгоритмов оптимальной дискретной фильтрации: CKF, SRCF и UD-CF. Результаты моделирования доступны пользователю в виде временных графиков элементов вектора состояния, оценок элементов вектора состояния и графика траектории движения объекта и ее оценки на фазовой плоскости. В программе предусмотрена возможность сохранения числовых результатов в текстовом файле.

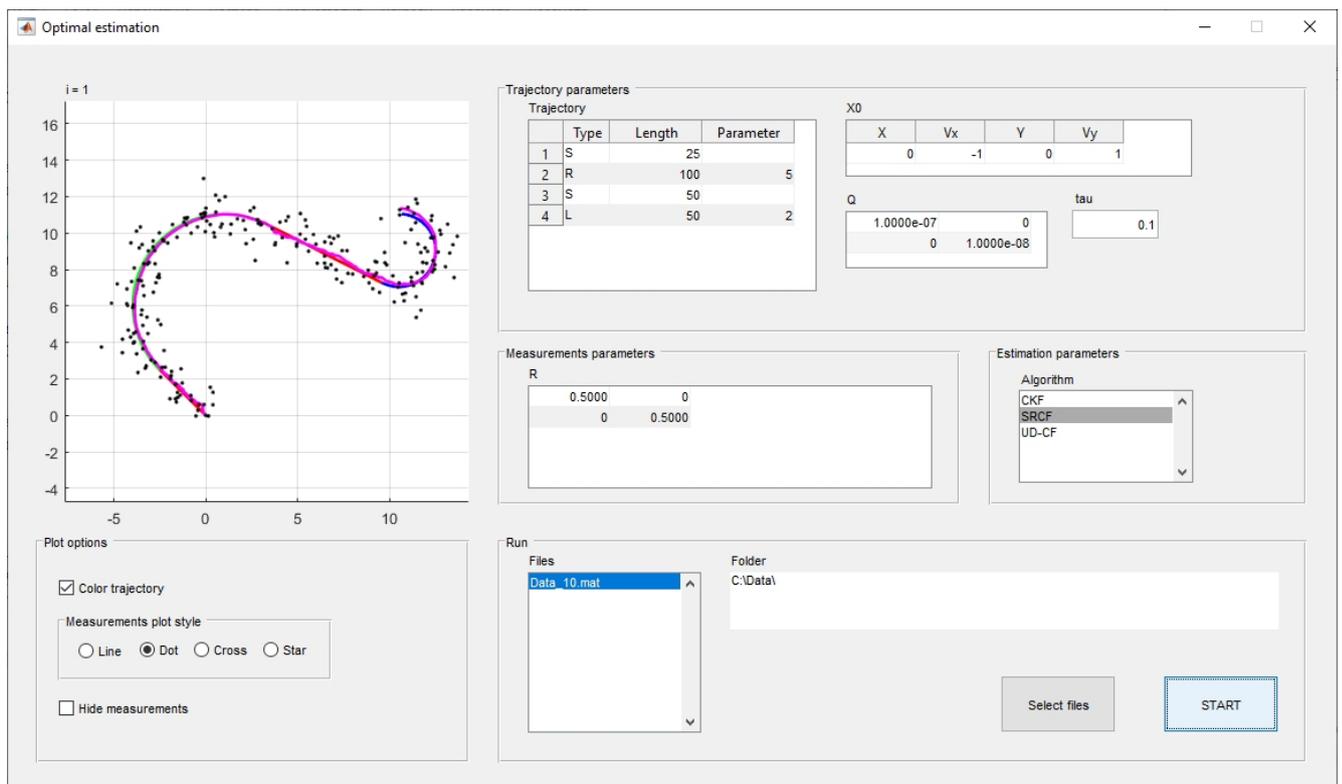


Рис. 1.2. Главное окно программы

На рис. 1.2 представлены результаты компьютерного моделирования в режиме оценивания зашумленной траектории движущегося объекта. Для вычис-

ления оценок вектора состояния выбран алгоритм SRCF. Перед началом моделирования был установлен следующий план траектории: движение начинается из точки с координатами $(0, 0)$; 25 тактов дискретного времени объект двигался в режиме равномерного прямолинейного движения, затем в течение 100 тактов дискретного времени объект совершал круговое движение вправо с радиусом $r = 5$, затем 50 тактов дискретного времени объект двигался равномерно прямолинейно и 50 тактов дискретного времени объект совершал круговое движение влево с радиусом $r = 2$.

В левом верхнем окне изображен график траектории движения на плоскости Oxy . Цветной линией обозначена траектория движения объекта, черными точками — данные зашумленных измерений z_k , а пурпурной линией обозначены вычисленные оценки координат объекта.

Таким образом, на данном практическом примере подтверждена работоспособность предложенного алгоритма моделирования и оценивания траектории движущегося объекта.

1.6. Заключение и выводы к Главе 1

Перечислим результаты, полученные в Главе 1.

1. Построены новые дискретные линейные стохастические модели равномерного кругового движения при повороте влево (против часовой стрелки) и при повороте вправо (по часовой стрелке) с заданным радиусом.

2. Проведен анализ свойств полной наблюдаемости и управляемости гибридной стохастической модели. Результаты проведенного анализа были использованы для решения задачи выбора минимального набора сенсоров, при котором гибридная стохастическая модель сохраняет свойство полной наблюдаемости. Решение задачи основано на проверке критерия полной наблюдаемости дискретной линейной инвариантной во времени системы. Доказано, что измерения координат объекта являются обязательными для выполнения критерия полной наблюдаемости, а измерение проекций скоростей избыточны для сохранения свойства полной наблюдаемости. Анализ свойства управляемости гибрид-

ной стохастической модели показал, что гибридная стохастическая модель не является полностью управляемой.

3. Сформулирован и подтвержден на практике новый алгоритм математического моделирования траектории движущегося объекта, состоящей из отрезков прямолинейного, равноускоренного и кругового движения влево либо вправо с заданным радиусом. Такое представление сложной траектории позволяет применять методы оптимальной дискретной линейной фильтрации для ее оценивания в условиях зашумленных неполных измерений.

В следующих главах полученные результаты используются при решении задачи обнаружения и идентификации режимов движения.

Глава 2

Обнаружение изменения и идентификация режима движения объекта в известные моменты времени

2.1. Введение

В данной главе рассматривается подход к математическому моделированию движения объекта по сложной траектории [18, 19], подробно рассмотренный в Главе 1, при котором отдельные участки движения описываются одной из M возможных дискретных линейных стохастических моделей, каждая из которых описывает определенный режим движения. Данный подход неизбежно влечет необходимость решения задачи скорейшего обнаружения момента изменения и характера режима движения (маневрирования) движущегося объекта. Актуальная информация о текущем режиме движения позволяет вычислить оптимальные оценки параметров движения. Такие оценки позволяют в режиме реального времени иметь необходимую информацию о параметрах движения с тем, чтобы осуществлять слежение за движущимся объектом либо вовремя предсказать его дальнейшее перемещение.

Будем считать, что моменты переключения режимов движения известны. Рассмотрим M режимов движения, каждый из которых описывается дискретной линейной стохастической моделью. Поставим задачу скорейшего обнаружения и идентификации режима движения объекта.

Для решения поставленной задачи применим методы скорейшего обнаружения нарушений. Как было указано во Введении данной диссертации, указанный класс методов, развитый в теории обнаружения изменений свойств случайных процессов, обладает наибольшим быстродействием в решении задач обнаружения нарушений.

Другой задачей, которая рассматривается в данной главе, является задача параметрической идентификации моделей, описывающих режимы движения объекта. Она заключается в нахождении оптимальных оценок неизвестных па-

раметров математической модели объекта по отношению к заданному критерию качества идентификации по всем доступным данным. Одним из способов решения задачи параметрической идентификации является численная минимизация критерия качества в области допустимых значений системного параметра.

В настоящее время одним из актуальных подходов к решению задач численной оптимизации является применение различных недетерминированных метаэвристических алгоритмов [64, 65, 66, 67, 68]. Как правило, метаэвристики применяются в тех случаях, когда использование других оптимизационных методов затруднено или требует больших вычислительных ресурсов. В связи с этим, метаэвристические алгоритмы часто называют алгоритмами “последней надежды”. Детерминированные численные методы работают гарантированно при соблюдении условий теорем сходимости [69]. На сходимость численных методов влияют различные факторы, в том числе, хороший выбор начального приближения. Если начальное приближение выбрано неверно, то алгоритм нахождения оценок параметров может расходиться, что означает невозможность решить задачу идентификации. Поэтому применение метаэвристических методов для решения задач параметрической идентификации, включающих как непосредственный поиск оценок параметров, так и поиск хорошего начального приближения с возможностью дальнейшего уточнения найденной оценки одним из численных методов, является актуальным.

В разделе 2.2 исследуется задача обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта по сложной траектории. Сложность задачи заключается в том, что точных данных об объекте нет, доступны лишь зашумленные неполные данные измерений. Решение задачи получено в форме алгоритма, основанного на гибридной стохастической модели, последовательной обработке измерений в фильтре Калмана и проверке последовательного решающего правила.

В разделе 2.3 предложен новый параллельный алгоритм идентификации смены режима движения объекта, траектория которого состоит из участков равномерного прямолинейного и/или кругового движения при повороте вправо/влево с заданным радиусом. Параллельная структура алгоритма позволяет значи-

тельно ускорить обработку данных в режиме реального времени.

В разделе 2.4 рассмотрена задача параметрического оценивания математической модели движения объекта по сложной траектории, состоящей из отдельных участков, на которых объект может двигаться в соответствии с одним из M возможных режимов движения. Алгоритм представлен в общей форме, не зависящей от конкретных возможных режимов.

В разделе 2.5 показана практическая применимость известных метаэвристических алгоритмов для решения задачи параметрической идентификации математической модели кругового движения объекта при повороте влево/вправо. В качестве неизвестного параметра модели рассматривался радиус кругового движения.

Результаты данной главы представлены в работах автора [70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77].

2.2. Обнаружение изменения и идентификация режима движения объекта на основе гибридной стохастической модели

2.2.1. Постановка задачи

Решение задачи обнаружения и идентификации режима движения, предлагаемое в настоящем разделе, основано на представлении процесса движения гибридной стохастической моделью (1.1), (1.12), представленной в Главе 1.

Предположим, что момент переключения режима движения априорно известен. Рассмотрим M возможных режимов движения. Разработаем новый алгоритм обнаружения и идентификации режима движения объекта, траектория которого состоит из участков равномерного прямолинейного, равноускоренного и/или кругового движения при повороте вправо/влево с заданным радиусом. Для вычисления оценок вектора состояния гибридной стохастической модели вместо стандартной схемы дискретной калмановской фильтрации будем использовать численно эффективный последовательный алгоритм скалярной обработки

измерений, свободный от операции матричного обращения [62, 78].

Программную реализацию алгоритма идентификации режима движения объекта выполним на языке MATLAB. Проверку работоспособности предложенного алгоритма проведем с помощью компьютерного моделирования на примере решения задачи обнаружения и идентификации режима движения при его изменении с равномерного прямолинейного на круговое равномерное движение при повороте вправо с одним из возможных радиусов поворота.

2.2.2. Решение задачи обнаружения и идентификации режима движения объекта

Решение задачи обнаружения и идентификации режима движения объекта, движущегося по сложной траектории, построим с помощью метода скорейшего обнаружения нарушения на основе последовательного критерия Вальда [79, 80].

Для реализации решающего правила будем использовать банк дискретных фильтров Калмана $\{F_p\}$, $p = 0, 1, \dots, M-1$, представленных одним из алгоритмов разд. 1.4. В банке фильтров каждый фильтр оптимален для соответствующего режима движения. Каждый из фильтров позволяет вычислить величины ν_{pk} и Σ_{pk} , где $\nu_{pk} = z_k - H_p \hat{x}_{pk}$ — невязка измерений и $\Sigma_{pk} = H_p P_{pk} H_p^T + R_p$ — ковариационная матрица невязки [20]. Затем эти величины используются для вычисления логарифмической функции отношений правдоподобия [80]:

$$\lambda_{pk} = \lambda_{p(k-1)} + \frac{1}{2} \left(\ln|\Sigma_{0k}| - \ln|\Sigma_{pk}| + \nu_{0k}^T \Sigma_{0k}^{-1} \nu_{0k} - \nu_{pk}^T \Sigma_{pk}^{-1} \nu_{pk} \right), \quad p = 1, \dots, M-1. \quad (2.1)$$

При вычислениях по выражению (2.1) требуется обращать матрицы Σ_{pk} . Известно, что операция матричного обращения с учетом машинной арифметики может приводить к появлению ошибок машинного округления [81]. В предположении, что ковариационная матрица R_p погрешностей измерений — диагональная, для вычисления оценок вектора состояния \hat{x}_{pk} и величин λ_{pk} этап обработки измерений стандартного фильтра Калмана заменим на численно эффективный последовательный алгоритм, ранее предложенный в [78, Теорема 1].

Пусть $h_{pk}^{(j)}$ — j -я строка матрицы H_p и $z_k^{(j)} = h_{pk}^{(j)} x_k + v_k$ — j -й элемент век-

тора z_k в модели измерений (1.12), $j = 1, \dots, m$, $R_p = \text{diag}\{\rho_1^2, \dots, \rho_m^2\}$, $m = 2$. Тогда величины $\nu_{pk}^T \Sigma_{pk}^{-1} \nu_{pk}$ и $\ln|\Sigma_{pk}|$ в (2.1) можно вычислить с помощью последовательного алгоритма в каждом фильтре F_p , $p = 0, 1, \dots, M - 1$, входящем в банк фильтров Калмана (для удобства изложения в алгоритме опускаем номер режима p).

Алгоритм 2.1. Скалярная обработка измерений в фильтре Калмана

Вход: $\hat{x}_k^0 = \hat{x}_k^-$, $P_k^0 = P_k^-$, $\delta_k^0 = 0$, $\Delta_k^0 = 0$.

Выход: $\ln|\Sigma_k| = \delta_k^{(m)}$, $\nu_k^T \Sigma_k^{-1} \nu_k = \Delta_k^{(m)}$, $P_k = P_k^{(m)}$, $\hat{x}_k = \hat{x}_k^{(m)}$.

- 1 **for** $j = 1, \dots, m$ **do**
 - 2 Рекуррентно обновлять величины
 - 3 $\alpha_j = h_k^{(j)} P_k^{(j-1)} \left(h_k^{(j)} \right)^T + \rho_j^2$,
 - 4 $K_k^{(j)} = \frac{P_k^{(j-1)} \left(h_k^{(j)} \right)^T}{\alpha_j}$,
 - 5 $P_k^{(j)} = P_k^{(j-1)} - K_k^{(j)} h_k^{(j)} P_k^{(j-1)}$,
 - 6 $\nu_k^{(j)} = z_k^{(j)} - h_k^{(j)} \hat{x}_k^{(j-1)}$,
 - 7 $\hat{x}_k^{(j)} = \hat{x}_k^{(j-1)} + K_k^{(j)} \nu_k^{(j)}$,
 - 8 $\delta_k^{(j)} = \delta_k^{(j-1)} + \ln \alpha_j$,
 - 9 $\Delta_k^{(j)} = \Delta_k^{(j-1)} + \frac{\left(\nu_k^{(j)} \right)^2}{\alpha_j}$.
 - 10 **end for**
-

Замечание 1. В алгоритме 2.1 \hat{x}_k^- и P_k^- – оценка вектора состояния и ковариационная матрица ошибки оценивания, полученная на этапе экстраполяции в фильтре Калмана.

Далее, пусть α и β – вероятности ошибок первого и второго рода. Тогда верхний и нижний порог последовательного решающего правила будем вычислять по выражениям [80]

$$A = \ln \frac{1 - \beta}{\alpha} \quad \text{и} \quad B = \ln \frac{\beta}{1 - \alpha}. \quad (2.2)$$

Определим I_{AB} как множество номеров режимов движения, соответствующих множеству активных фильтров, находящихся в банке на текущей итерации

алгоритма. Запишем решающее правило $DR(M, I_{AB}, q_A)$ алгоритма обнаружения и идентификации режима движения объекта:

1. Если $\forall j \in I_{AB} \quad B < \lambda_{jk} < A$, переходят к следующей итерации алгоритма.
2. Если $\exists j \in I_{AB} : \lambda_{jk} < B$, то соответствующий номер режима j исключают из множества I_{AB} , а соответствующий фильтр F_j удаляют из банка активных фильтров.
3. Если $\exists q_A \in I_{AB} : \lambda_{q_A k} > A$ и $(\forall j \in I_{AB}) \& (j \neq q_A) \quad \lambda_{jk} < B$, завершают алгоритм с выбором номера режима движения q_A и соответствующего фильтра F_{q_A} .
4. Если на текущей итерации сразу несколько $\lambda_{jk} > A \quad (j \in I_{AB})$, то алгоритм завершают с выбором номера режима q_A , где $\lambda_{q_A} = \max_j \lambda_{jk}$.

Сформулируем алгоритм обнаружения и идентификации режима движения.

Алгоритм 2.2. Обнаружение и идентификация режима движения объекта

Вход: α, β, M .

Выход: номер режима q_A .

- 1 Инициализировать фильтр F_0 .
 - 2 **for** $t = 1, 2, \dots, faultMoment - 1$ **do**
 - 3 Обновить фильтр F_0 .
 - 4 **end for**
 - 5 $t := faultMoment$
 - 6 Инициализировать фильтры F_1, F_2, \dots, F_{M-1} .
 - 7 **while** Не обнаружено изменение режима движения **do**
 - 8 Обновить фильтры $F_{p_1}, F_{p_2}, \dots, F_{p_j}$.
 - 9 Вычислить $\lambda_{p_1}, \lambda_{p_2}, \dots, \lambda_{p_j}$.
 - 10 Определить q_A согласно решающему правилу $DR(M, I_{AB}, q_A)$.
 - 11 **end while**
 - 12 Инициализировать фильтр F_{q_A} .
-

Блок-схема алгоритма 2.2 представлена на рис. 2.1.

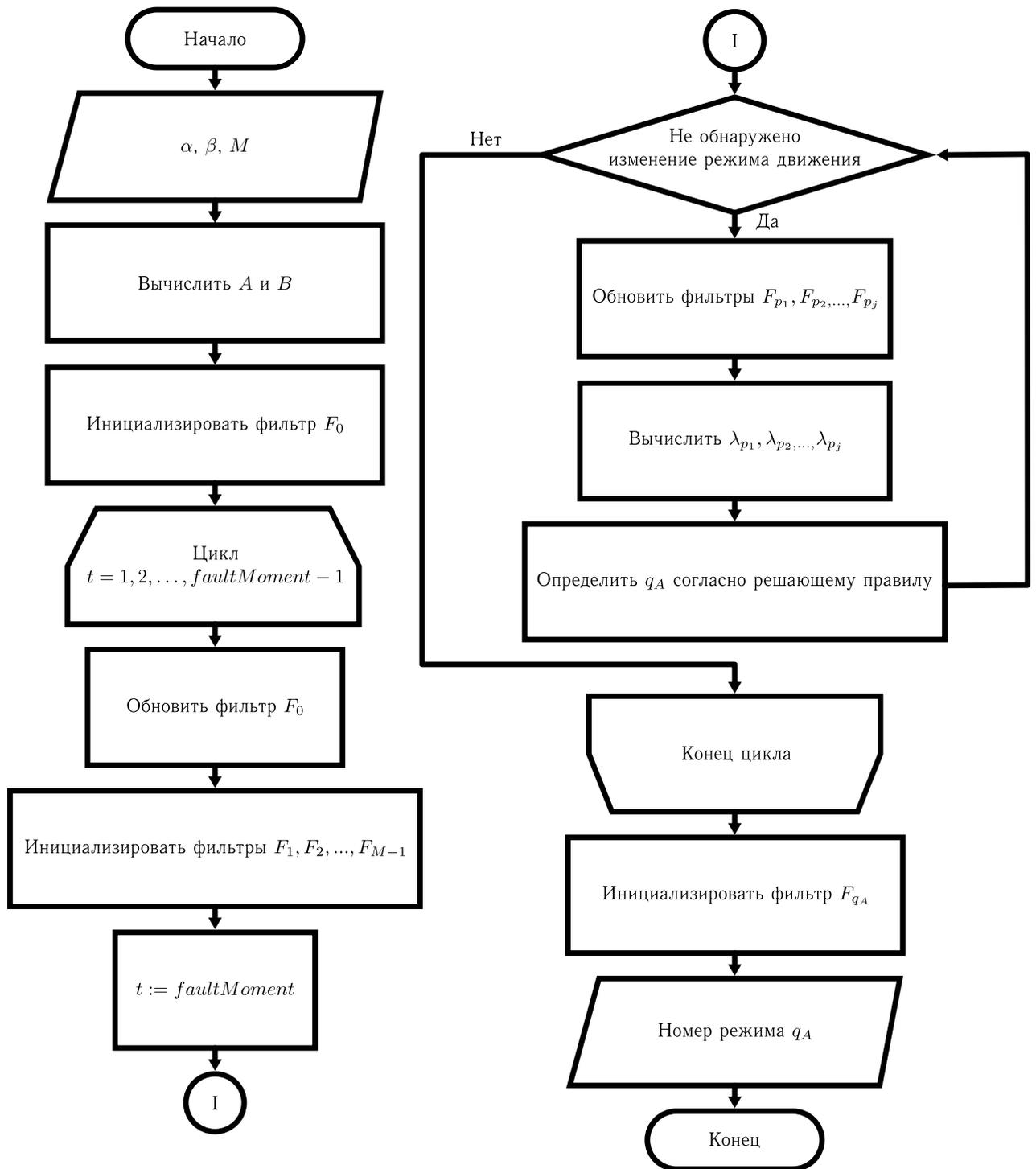


Рис. 2.1. Блок-схема алгоритма 2.2

До момента смены режима движения оценивание вектора состояния гибридной стохастической модели движения выполняется по текущим измерительным данным с помощью дискретного фильтра Калмана F_0 . В дискретный момент времени, соответствующий изменению режима движения, происходит инициализация банка фильтров Калмана F_p , $p = 1, \dots, M - 1$, каждый из которых оптимален для соответствующего режима движения.

На текущей итерации алгоритма выполняется обработка данных в каждом фильтре Калмана F_{p_j} ($p_j \in I_{AB}$), содержащемся в банке активных фильтров. Затем вычисляют значения $\lambda_{p_j k}$ для тех режимов движения, которые соответствуют активным фильтрам на текущей итерации алгоритма. Далее происходит проверка решающего правила. Если решение не принято, выполняется следующая итерация алгоритма до тех пор, пока некоторое λ_{q_A} не пересечет верхнюю границу в решающем правиле с максимальным значением. После этого фильтр F_0 заменяется выбранным фильтром F_{q_A} и далее оценивание вектора состояния гибридной стохастической модели движения объекта выполняется с помощью этого фильтра. Таким образом, получен следующий результат.

Утверждение 5. *Предположим, что движение объекта по сложной траектории можно представить гибридной стохастической моделью (1.1), (1.12) с M режимами движения. Пусть моменты изменения режима движения априорно известны. Тогда решение задачи обнаружения и идентификации режима движения может быть получено по алгоритму 2.2 с учетом (2.1), (2.2), решающего правила $DR(M, I_{AB}, q_A)$ и скалярной обработки измерений, выполняемой по алгоритму 2.1.*

2.3. Параллельный алгоритм идентификации режима движения объекта

Снова рассмотрим задачу из раздела 2.2. Недостаток предложенного алгоритма 2.2 заключается в том, что все вычисления производятся последовательно, и при большом M время вычислений может быть слишком большим для

эффективной работы алгоритма в режиме реального времени. Чтобы устранить указанный недостаток и повысить скорость вычислений, разработаем новый параллельный алгоритм идентификации изменения режима движения объекта.

Параллельная структура алгоритма позволяет значительно ускорить обработку данных в режиме реального времени. Программную реализацию параллельного алгоритма выполним на языке C++ с применением библиотеки Armadillo [82] и технологии параллельного программирования OpenMP. Проверку работоспособности параллельного алгоритма выполним с помощью компьютерного моделирования на примере решения задачи обнаружения изменения режима движения с равномерного прямолинейного на круговое равномерное движение при повороте влево с одним из n возможных радиусов поворота.

2.3.1. Построение параллельного алгоритма

Рассмотрим M возможных режимов движения. Модель движения объекта по сложной траектории описывается уравнениями (1.1)–(1.12), каждый режим определяется своими матрицами-параметрами модели.

Решить задачу обнаружения и идентификации режима движения объекта возможно с помощью построенного ранее алгоритма 2.2. С целью ускорения вычислений модифицируем указанный алгоритм, применив технологию распараллеливания вычислений следующим образом.

До момента смены режима движения оценивание параметров движения выполняется по текущим измерительным данным с помощью дискретного фильтра Калмана \mathbf{F}_0 , оптимального для модели равномерного прямолинейного движения. В момент изменения режима движения происходит инициализация банка фильтров Калмана $\{\mathbf{F}_i\}$, $i = 0, \dots, M$, $M = 2n$, каждый из которых оптимален для соответствующей модели равномерного кругового движения при повороте вправо или влево с одним из возможных значений радиуса поворота.

На каждой итерации алгоритма обработка данных в каждом фильтре Калмана $\{\mathbf{F}_{i_j}\}$ ($i_j \in I_{AB}$), содержащемся в банке активных фильтров на текущей итерации алгоритма, выполняется параллельно. Затем после завершения син-

хронизации, выполняется параллельное вычисление величин $\{\lambda_{i,jk}\}$ для тех режимов движения, которые являются активными на текущей итерации алгоритма. После завершения второй синхронизации происходит проверка решающего правила. Если решение не принято, выполняется следующая итерация алгоритма идентификации до тех пор, пока некоторое λ_{q_A} не пересечет верхнюю границу в решающем правиле с максимальным значением. После этого фильтр F_0 заменяется выбранным фильтром F_{q_A} и далее оценивание параметров движения объекта выполняется с помощью этого фильтра.

Блок-схема параллельного алгоритма обнаружения и идентификации режима движения представлена на рис. 2.2.

2.4. Адаптивное оценивание параметров движения объекта

Рассмотрим задачу адаптивного оценивания траектории движущегося объекта с обнаружением изменения режима движения. Предполагаем, что двигаясь вдоль сложной траектории, объект конечное число раз может изменить режим своего движения. Конечное множество возможных режимов движения известно. Также предположим, что участок траектории, на котором объект сохраняет режим движения неизменным, достаточно длинный. Другими словами, объект движется по сложной траектории в квазистационарном режиме. Такой характер движения присущ, например, мобильным роботам [83] или морским судам [84].

Исследуемая задача относится к классу задач слежения, которые в настоящее время вызывают большой интерес в связи с их важными практическими приложениями.

Оценка положения и скорости маневрирующего объекта описываются в литературе на протяжении многих десятилетий [29, 6]. Популярным подходом к решению этой задачи является метод многомодельного слежения (ММ).

Следуя [29], используем многомодельный подход, предполагая, что режим движения описывается одной моделью из конечного множества рассматриваемых моделей. Известные алгоритмы многомодельного оценивания не требуют принятия решений, то есть они не обнаруживают режим движения, а требуют

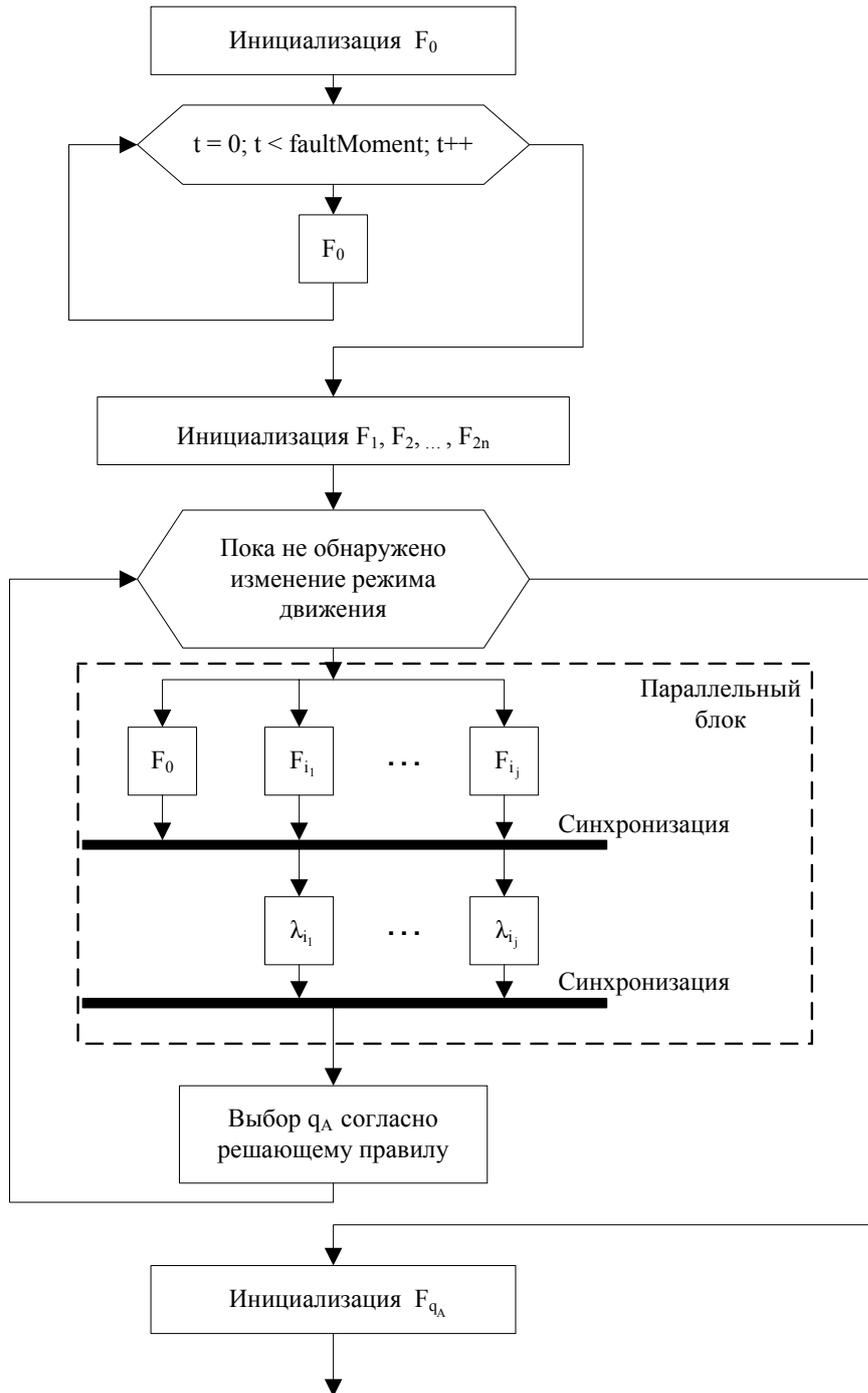


Рис. 2.2. Блок-схема параллельного алгоритма

вычисления всех оценок для каждой возможной модели по всей траектории в каждый момент времени.

Представим сложную траекторию движения объекта гибридной стохастической моделью, для которой можно применить методы оптимальной дискрет-

ной фильтрация Калмана. Но для получения оптимальных оценок состояния объекта, позволяющих отслеживать и прогнозировать движение, необходимо быстро обнаруживать изменения в режиме движения. Цель данного раздела – построить алгоритм, который эффективно решает эту проблему. Отличие предлагаемого решения от указанных выше в том, что на каждом шаге алгоритма оценивания после принятия решения об изменении режима движения нет необходимости вычислять оценки во всех фильтрах, построенных на множестве моделей.

Для моделирования траектории движущегося объекта используем гибридную стохастическую модель (1.1), (1.12) и алгоритм 1.1.

Предположим, что моменты изменения режима движения известны. Основная идея алгоритма заключается в применении в каждый из этих моментов последовательного критерия отношения правдоподобия (SPRT – Sequential Probability Ratio Test) [79] для выбора одного из возможных режимов движения. Алгоритм адаптивно подстраивается под оптимальное вычисление оценки параметров движения объекта в зависимости от результата принятия решения об актуальном режиме движения. Предложенный алгоритм адаптивного оценивания был реализован в MATLAB и доказал свою эффективность на множестве проведенных численных экспериментов.

2.4.1. Последовательное решающее правило на основе банка фильтров Калмана

Введем в рассмотрение конечное множество гипотез о режимах движения объекта:

- 1) \mathcal{H}_0 – объект находится в режиме остановки.
- 2) \mathcal{H}_1 – объект совершает равномерное прямолинейное движение.
- 3) \mathcal{H}_2 – объект совершает прямолинейное равноускоренное движение.
- 4) \mathcal{H}_3 – объект совершает равномерное движение по окружности против часовой стрелки с некоторым радиусом (поворот влево).
- 5) \mathcal{H}_4 – объект совершает равномерное движение по окружности по часо-

вой стрелке с некоторым радиусом (поворот вправо).

Рассмотрим конечное множество конкурирующих фильтров Калмана $\mathbf{F} = \{F_i \mid i = 0, \dots, 4\}$, каждый из которых оптимален для соответствующей гипотезы $\mathcal{H}_0 - \mathcal{H}_4$.

Уравнения i -го фильтра в банке \mathbf{F} запишем в виде [73]:

Экстраполяция:

$$\hat{x}_{k,i}^- = \Phi_k(i)\hat{x}_{k-1,i}^+ + B_k(r_i), \quad P_{k,i}^- = \Phi_k(i)P_{k-1,i}^+\Phi_k^T(i) + GQG^T.$$

Фильтрация:

$$\begin{aligned} K_{k,i} &= P_{k,i}^- H^T \Sigma_{k,i}^{-1}, & P_{k,i}^+ &= P_{k,i}^- - K_{k,i} H P_{k,i}^-, \\ \Sigma_{k,i} &= H P_{k,i}^- H^T + R, & \nu_{k,i} &= z_k - H \hat{x}_{k,i}^-, \\ \hat{x}_{k,i}^+ &= \hat{x}_{k,i}^- + K_{k,i} \nu_{k,i}. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Каждая из невязок измерений, формируемых фильтрами Калмана,

$$N_{k,0} = \{\nu_{10}, \nu_{20}, \dots, \nu_{k0}\}, \quad N_{k,i} = \{\nu_{1i}, \nu_{2i}, \dots, \nu_{ki}\}, \tag{2.4}$$

состоит из взаимно независимых величин $\nu_{q,i} = z_q - H \hat{x}_{q,i}^-$, $q = 1, 2, \dots, k$, при условии, что в текущий момент времени соответствующая гипотеза \mathcal{H}_i ($i = 0, 1, \dots, 4$) является верной.

Последовательное решающее правило SPRT [6] требует на каждом шаге вычисления логарифмической функции отношения правдоподобия ($i \neq j$):

$$\lambda_{k,ij} = \ln p\{N_{k,i} | \mathcal{H}_i\} / p\{N_{k,j} | \mathcal{H}_j\}$$

или, в итеративной форме,

$$\lambda_{k,ij} = \lambda_{k-1,ij} + \mu_{k,ij}, \quad k \geq 1,$$

где

$$2\mu_{k,ij} = \ln \det \Sigma_{k,j} - \ln \det \Sigma_{k,i} + \nu_{k,j}^T \Sigma_{k,j}^{-1} \nu_{k,j} - \nu_{k,i}^T \Sigma_{k,i}^{-1} \nu_{k,i}. \tag{2.5}$$

Невязку $\nu_{k,i}$ и ее ковариационную матрицу $\Sigma_{k,i}$ для банка фильтров Калмана \mathbf{F} вычисляют по уравнениям (2.3).

Затем значения $\lambda_{k,ij}$ сравнивают с верхним A и нижним B ($A > B$) порогами решающего правила:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Если } \lambda_{k,ij} \geq A, \text{ тест завершают с выбором гипотезы } \mathcal{H}_i. \\ \text{Если } \lambda_{k,ij} \leq B, \text{ гипотезу исключают из рассмотрения.} \\ \text{Если все } \lambda_{k,ij} \text{ исключены, тест завершают с выбором гипотезы } \mathcal{H}_j. \\ \text{Если } A > \lambda_{k,ij} > B, \text{ тест продолжают для следующего } k. \end{array} \right. \quad (2.6)$$

Считаем, что все гипотезы равновероятны. Тогда пороги A и B выбирают как

$$A = \ln \frac{1 - \beta}{\alpha} \quad \text{и} \quad B = \ln \frac{\beta}{1 - \alpha},$$

где α и β – ошибки первого и второго рода. Начальные значения отношений правдоподобия при запуске теста $\lambda_{0,ij} = 0$.

SPRT требует вычисления отношений правдоподобия $\lambda_{k,ij}$ ($i \neq j$) в каждый дискретный момент времени поступления измерений k . Для сокращения объема вычислений и повышения их точности могут быть использованы численно эффективные алгоритмы вычисления значений логарифмической функции отношения правдоподобия, основанные на устойчивых последовательных реализациях дискретного фильтра Калмана [78].

2.4.2. Алгоритм адаптивного оценивания параметров движения объекта

Для решения задачи адаптивного оценивания траектории с одновременной идентификацией режима движения построим алгоритм, основанный на гибридной стохастической модели (1.1), (1.12), последовательном решающем правиле (2.6) и концепции банка фильтров Калмана.

Полученное решение в форме псевдокода представлено алгоритмом 2.3.

Блок-схема алгоритма 2.3 представлена на рис. 2.3.

Алгоритм 2.3. Адаптивное оценивание параметров движения объекта

Вход: $x_0, r, \tau, \mathbf{T}, \alpha, \beta$.

Выход: оценки параметров движения по траектории \hat{X} .

```

1   $A := \ln \frac{1-\beta}{\alpha}, B := \ln \frac{\beta}{1-\alpha}$ 
2   $k := 1, \hat{x} := x_0, P := I, q_A := 0, prevMoment := 1$ 
3  for  $i := 1, \dots, \text{size}(\mathbf{T})$  do
4     $nextMoment := k + \mathbf{T}_i$ 
5     $isChanged := false$ 
6     $\mathbf{I}_{AB} := \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 
7     $\mathbf{F} := \text{setFilters}(\hat{x}, P, r, \tau)$ 
8    while  $(k < nextMoment) \ \&\& \ \text{not}(isChanged)$  do
9       $[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{P}, \mathbf{N}, \Sigma] := \text{makeStep}(z_k, \mathbf{F}, \mathbf{I}_{AB})$ 
10      $\hat{x} := \hat{\mathbf{x}}_{q_A}, P := \mathbf{P}_{q_A}$ 
11      $\hat{X}_k = \hat{x}$ 
12      $\Lambda := \text{calculateLambda}(\mathbf{N}, \Sigma, \mathbf{I}_{AB}, q_A)$ 
13      $[isChanged, q_A, \mathbf{I}_{AB}] := \text{makeDecision}(\Lambda, \mathbf{I}_{AB}, q_A)$ 
14      $k := k + 1$ 
15   end while
16   if  $isChanged$  then
17     for  $j := prevMoment, \dots, k - 1$  do
18        $[\hat{x}, P] := \text{makeStep}(z_j, \mathbf{F}, \{q_A\})$ 
19        $\hat{X}_j = \hat{x}$ 
20     end for
21   end if
22   for  $j := k, \dots, nextMoment - 1$  do
23      $[\hat{x}, P] := \text{makeStep}(z_j, \mathbf{F}, \{q_A\})$ 
24      $\hat{X}_j = \hat{x}$ 
25   end for
26    $k := nextMoment$ 
27    $prevMoment := nextMoment$ 
28    $P := I$ 
29 end for

```

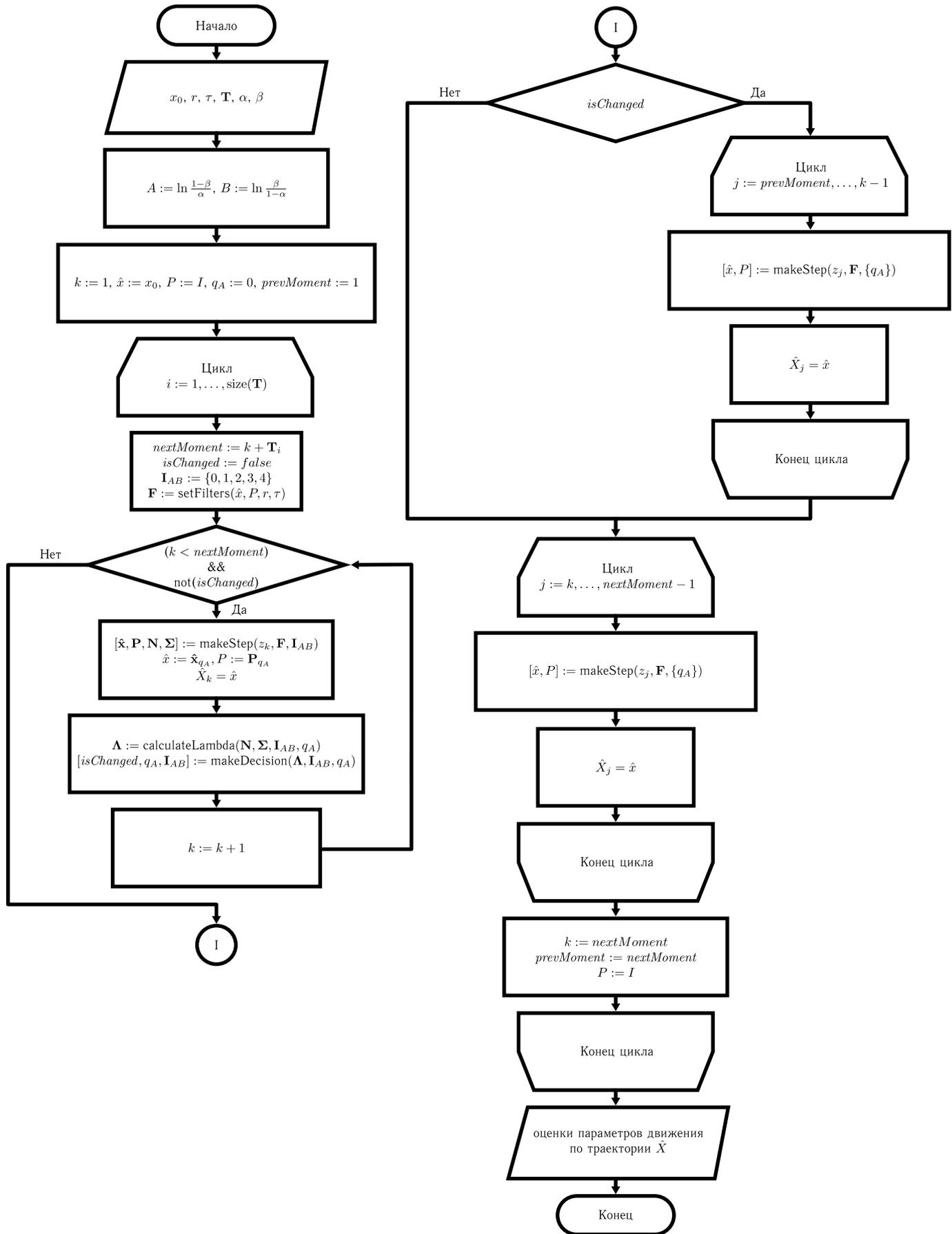


Рис. 2.3. Блок-схема алгоритма 2.2

Входными данными для алгоритма являются: x_0 — начальная оценка вектора состояния, r — радиус поворота, τ — шаг дискретизации, \mathbf{T} — список длин участков траектории, α , β — ошибки первого и второго рода для решающего правила.

Алгоритм начинается с вычисления верхнего и нижнего пороговых значений A и B для решающего правила (строка 1). Затем для текущего шага k инициализируются оценка \hat{x} вектора состояния x , ковариационная матрица P и номер текущего фильтра q_A (строка 2). После этого алгоритм перебирает все участки траектории, пытаясь найти изменения в режиме движения в начале каждой части. Заметим, что $k = 1$ также рассматривается как возможный момент изменения режима движения.

Рассмотрим подробнее каждую итерацию основного цикла программы (строки 3–29). В начале каждой итерации производятся вычисления для следующего момента времени, определяется значение переменной *isChanged* и множество рабочих фильтров I_{AB} . Затем вызывается функция `setFilters()`, которая возвращает банк фильтров Калмана \mathbf{F} , каждый из которых становится активным. Далее выполняется цикл **while** (строки 8–15) до тех пор, пока не будет обнаружено изменение режима движения или не наступит следующий момент потенциального изменения режима движения. На каждой итерации этого цикла вызывается функция `makeStep()` (строка 9), которая выполняет шаг калмановской фильтрации для каждого рабочего фильтра в банке с учетом текущего измерения z_k и возвращает набор оценок \hat{x} , невязок \mathbf{N} , ковариационных матриц ошибок оценивания \mathbf{P} и невязок измерений Σ для всех фильтров в банке. Текущая оценка вектора состояния \hat{x} и его ковариационная матрица P на каждой итерации алгоритма записываются в множество \hat{x}_{q_A} и \mathbf{P}_{q_A} , соответственно. После этого вычисляются значения логарифмической функции отношения правдоподобия и применяется решающее правило (строка 12). Функция `makeDecision()` обновляет набор рабочих фильтров на каждом шаге итерации и возвращает новый индекс q_A текущего фильтра, соответствующего актуальному режиму движения, если было обнаружено изменение режима движения.

Если изменение режима движения обнаружено, алгоритм сначала пересчи-

тывает оценки от начала текущего отрезка траектории до текущего момента времени (строки 16–21), а затем выполняет итерации до конца отрезка траектории текущим фильтром F_{q_A} (строки 22–25), вычисляя оценки \hat{x} и ковариационные матрицы P , в противном случае алгоритм переходит к следующему участку траектории.

Особенность алгоритма заключается в том, что оценки вектора состояния пересчитываются с фильтром, соответствующим выбранной гипотезе (строки 16–21). Это позволяет получить более точные оценки вектора состояния на интервале, когда решение еще не было принято.

Таким образом, получен следующий результат:

Утверждение 6. *Предположим, что движение объекта по сложной траектории можно представить гибридной стохастической моделью (1.1), (1.12) с M различными режимами движения. Пусть моменты изменения режима движения априорно известны. Тогда решение задачи адаптивного оценивания параметров движения объекта может быть получено по алгоритму 2.3 с учетом решающего правила (2.6) и уравнений (2.3).*

2.4.3. Численные эксперименты

Продemonстрируем работоспособность предложенного алгоритма адаптивного оценивания на численном примере.

Пример 1. *Траектория движущегося объекта задается следующей схемой: $(S, 250)$, $(R, 314, 5)$, $(S, 250)$, $(L, 314, 5)$, $(S, 250)$, $(L, 314, 5)$, $(S, 250)$, $(L, 314, 5)$, $(S, 250)$, где $(S, 250)$ означает прямолинейное равномерное движения в течении 250 дискретных моментов времени, а $(R/L, 314, 5)$ означает поворот направо/налево в течении 314 дискретных моментов времени с радиусом 5. Таким образом, вся траектория представляет собой 9 участков. Общее время движения 2506 дискретных моментов времени. Необходимо оценить параметры движения объекта.*

Сначала получим модельные данные измерения координат объекта при его движении по заданной траектории. Смоделируем данные измерений для 100 раз-

личных траекторий с помощью программного комплекса [51]. Положим начальное значение вектора состояния $x_0 = [0, 0, 0, 0.25]^T$, ковариационная матрица шума объекта $Q = 0$.

Рассмотрим три уровня неопределенности:

$$1) R = \text{diag}[0.01, 0.01], \quad 2) R = \text{diag}[0.1, 0.1], \quad 3) R = \text{diag}[1, 1]. \quad (2.7)$$

Проведем следующую серию экспериментов. Гибридную стохастическую модель (1.1)–(1.12) используем для $k = 1, \dots, 2506$ для генерации “точного” состояния, $x_{exact}(t_k)$ и доступных измерений z_k . Затем с помощью предложенного алгоритма 2.3 решаем задачу адаптивного оценивания, т. е. выполняем отслеживание параметров траектории для оценки неизвестного вектора состояния \hat{x}_k . Эксперимент повторяем $K = 100$ раз, а затем считаем RMSE (среднеквадратичная ошибка) в каждом компоненте вектора состояния:

$$\text{RMSE}_{x_i} = \sqrt{\frac{1}{KN} \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^N \left(x_{i,k}^j - \hat{x}_{i,k}^j \right)^2},$$

где $K = 100$, $N = 2506$, $x_{i,k}^j$, $\hat{x}_{i,k}^j$ – i -й элемент “точного” вектора состояния (смоделированного) и его оценка, полученные в j -м эксперименте, соответственно. Помимо RMSE_{x_i} , вычисляется его нормализованное значение RMSE (nRMSE) (т. е. $\|\text{RMSE}_x\|_2$) для каждого уровня неопределенности. Результаты представлены в таблице 2.1.

Уровень	RMSE _{x_i}				nRMSE
	x_1	x_2	x_3	x_4	
1)	0.2273	0.0404	0.2038	0.0377	0.3103
2)	0.2926	0.0449	0.2399	0.0408	0.3832
3)	0.3791	0.0575	0.3440	0.0568	0.5182

Таблица 2.1. Значение RMSE в Примере 1, $K = 100$ запусков алгоритма

На рис. 2.4 показаны полученные результаты моделирования и адаптивного оценивания траектории движущегося объекта, приведенного в примере 1,

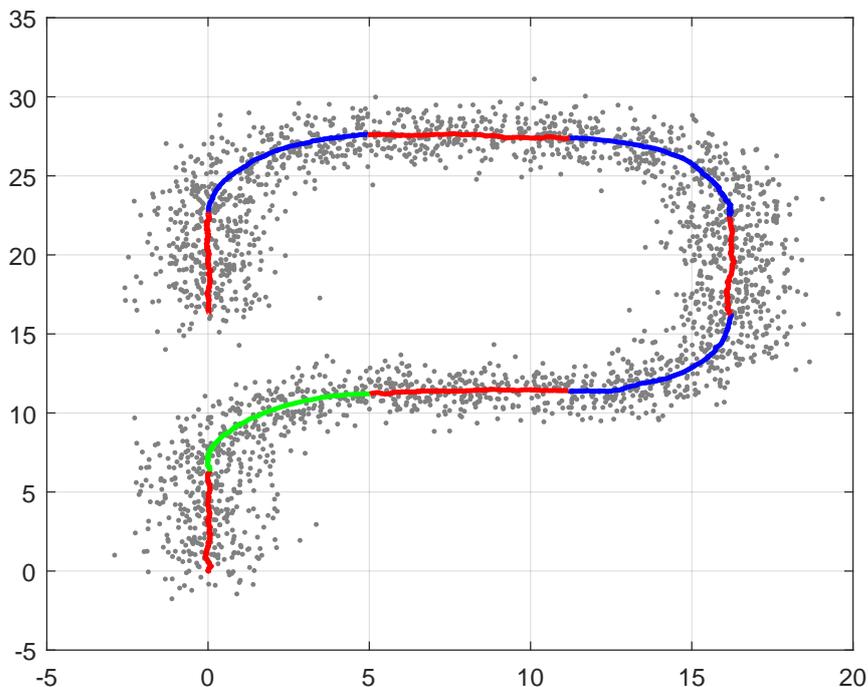


Рис. 2.4. Адаптивная оценка параметров движения объекта

для третьего уровня неопределенности (2.7). Измерения обозначены серыми точками, рассчитанные оценки координат объекта окрашены в соответствии с режимом обнаруженного движения: прямолинейное движение – красным, левый поворот – синим, правый – зеленым.

На рис. 2.5 изображен процесс идентификации режима движения в примере 1 с учетом третьего уровня неопределенности (2.7). Рассчитанные значения $\lambda_{k,ij}$ окрашены в соответствии с режимом движения: режим прямолинейного равномерного движения – красный, режим левого поворота – синий, режим правого поворота – зеленый. Таким образом, легко видеть, какой режим движения был обнаружен и на каком участке траектории.

Проанализировав результаты, приведенные в таблице 2.1 и на рисунках 2.4, 2.5, можем сделать следующие выводы. Во-первых, для каждой компоненты вектора состояния x качество вычисленных оценок хорошее ($RMSE_{x_i}$, $i = 1, \dots, 4$ весьма мало). Во-вторых, во всех трех рассмотренных случаях режимы движения детектировались корректно, даже при достаточно высоком уровне шума измерений.

Таким образом, построенный новый алгоритм 2.3 адаптивного оценива-

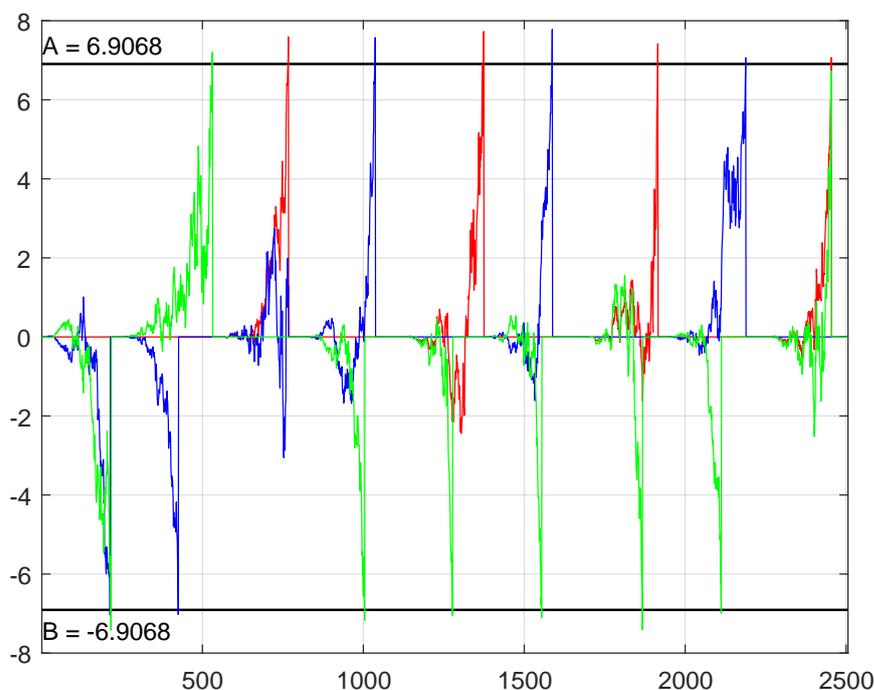


Рис. 2.5. Процесс обнаружения изменения режима и идентификация движения

ния траектории движущегося объекта позволяет корректно определять режим движения и одновременно рассчитывать оптимальные линейные оценки вектора состояния x .

2.5. Метаэвристические алгоритмы в задаче идентификации параметров математической модели движущегося объекта

Рассмотрим дискретные модели режимов равномерного кругового движения (1.8)–(1.9) и (1.10)–(1.11) при повороте влево либо вправо с заданным радиусом. Такие модели находят применение при решении задач судовождения, поскольку описывают одно из характерных движений морского подвижного объекта, называемого циркуляцией [18]. Задачи оценивания параметров траектории подвижного объекта и обнаружения момента начала его маневрирования являются крайне важными в силу опасности непредвиденного изменения режима движения морским подвижным объектом [85].

Другой актуальной областью приложения подобных математических моделей является робототехника. Траектория движения мобильного робота име-

ет характер прямолинейного и/или кругового движения. Методы построения и оценивания параметров траектории движения робота с помощью дискретных линейных стохастических моделей могут применяться для решения задач слежения за движущимися объектами.

Хотя круговое движение ассоциируется, как правило, с нелинейной моделью, в разделе 1.2 построены новые дискретные модели для описания такого движения в терминах линейной динамической стохастической системы, что делает применение теории фильтрации Калмана точным. Однако, если параметры модели, например, радиус поворота, априорно неизвестны, то возникает задача параметрической идентификации.

С учетом вышесказанного, целью данного раздела является определение точностных характеристик решения задачи параметрической идентификации (1.8)–(1.9) и (1.10)–(1.11) (назовем их МКРД-Л/П) в случае применения неклассических, но популярных алгоритмов численной оптимизации, а также экспериментальное подтверждение применимости программных реализаций выбранных неклассических алгоритмов.

2.5.1. Моделирование траектории движущегося объекта

Рассмотрим дискретные модели МКРД-Л/П. Они неявно параметризованы по скалярному параметру $r > 0$. В уравнения моделей включена стохастическая составляющая, моделирующая случайные помехи в движении объекта, в виде дискретного белого шума w_k с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $Q \geq 0$. Предположим, что для наблюдения доступны координаты движения объекта. Тогда уравнение наблюдения в дискретном времени имеет вид (1.12).

На рисунке 2.6 представлены результаты компьютерного моделирования траектории движущегося объекта, включающей участки равномерного прямолинейного движения, поворот вправо с радиусом $r = 5$ и влево с радиусом $r = 2$. Вычислительные эксперименты проведены с помощью разработанного программного комплекса “Моделирование и оценивание траектории подвижно-

го объекта v1.1” [51], представленного в Главе 4.

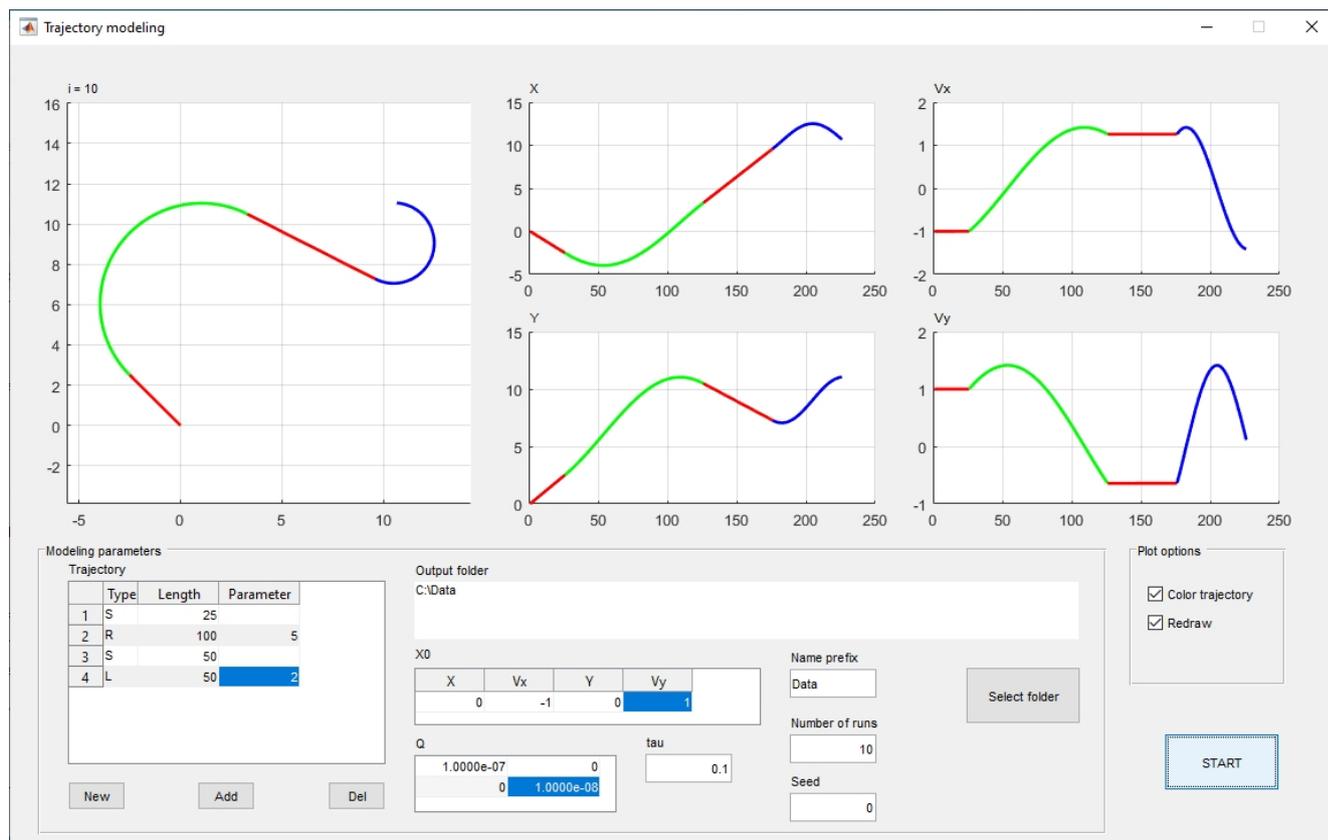


Рис. 2.6. Моделирование траектории движения объекта

В левом верхнем окне показана траектория движения объекта (красные участки соответствуют равномерному прямолинейному движению, зеленый — повороту вправо, синий — повороту влево), а в четырех окнах справа показаны временные графики компонент вектора состояния модели.

2.5.2. Метаэвристические алгоритмы параметрической идентификации

Поставим задачу параметрической идентификации модели Д-МРКД-Л/Р по неполным зашумленным данным измерений с целью оценивания параметра r — радиуса поворота при круговом движении объекта влево либо вправо.

Задача параметрической идентификации заключается в нахождении неизвестного параметра θ по известным входным сигналам U_0^{N-1} и выходным данным наблюдений Z_1^N в соответствии с выбранным критерием качества идентификации $\mathcal{J}(\theta; Z_1^N, U_0^{N-1})$. В этом случае задача оценивания неизвестного си-

стемного параметра θ требует решения задачи нелинейного программирования с ограничениями [86]

$$\hat{\theta}_{min} = \operatorname{argmin} \mathcal{J}(\theta; Z_1^N, U_0^{N-1}), \quad (2.8)$$

где $\theta \in \mathcal{D}(\theta)$ — область определения параметра θ .

Поскольку известные методы численной оптимизации сильно зависят от начального приближения оценки [69], для решения этой задачи будем использовать метаэвристические алгоритмы. *Метаэвристика* – это высокоуровневая стратегия поиска приближенного решения, применимая к широкому кругу оптимизационных задач, опирающаяся на одну или несколько эвристик – необоснованных строго правил получения решения. Метаэвристики обладают следующими свойствами:

- в их основе лежат достаточно простые идеи, например, имитирующие биологические или физические процессы;
- они являются проблемно-независимыми;
- практически все они являются недетерминированными.

Большинство метаэвристических алгоритмов оптимизации по способу получения решения можно разделить на две большие группы: траекторные (процесс поиска решения можно рассматривать, как перемещение между отдельными решениями задачи) и популяционные (в процессе поиска решения изменяется целая группа решений).

Одним из наиболее популярных траекторных алгоритмов, применяемых при решении задач глобальной оптимизации, является *метод имитации отжига* (SA – Simulated Annealing), который относится к большой группе алгоритмов локального поиска. Ключевой особенностью метода является использование управляющего параметра – температуры, позволяющего управлять недетерминированным процессом поиска решения. Как правило, температура убывает на протяжении работы алгоритма по определенному закону, начиная с некоторого начального значения.

На каждой итерации алгоритма случайно сгенерированное новое решение из окрестности текущего решения принимается с вероятностью 1, если оно

улучшает его, и с вероятностью меньше 1, если ухудшает, причем вероятность принятия худшего решения убывает с уменьшением температуры. Возможность ухудшения текущего решения в процессе работы алгоритма позволяет отчасти решить проблему “сваливания” в локальные оптимумы, характерную для градиентных методов и их недетерминированных аналогов. Качество решений оценивается с помощью функции стоимости (целочисленной или вещественной).

Алгоритм 2.4. Метод имитации отжига (SA) [70]

```

1 Solution = InitialSolution()
2 BestSolution = Solution
3 BestCost = Cost(Solution)
4 T = InitialTemperature()
5 n = 0
6 while not StopCondition() do
7   NewSolution = ChooseRandomOf(Neighborhood(Solution))
8   NewCost = Cost(NewSolution)
9   if NewCost < BestCost then
10     BestSolution = NewSolution
11     BestCost = NewCost
12   end if
13   Solution = AcceptWithProbability(Solution, NewSolution, T)
14   n = n + 1
15   T = UpdateTemperature(T, n)
16 end while

```

Выход: *BestSolution*

Генетический алгоритм (GA – Genetic Algorithm) является популярной разновидностью так называемых эволюционных алгоритмов оптимизации, основанных на имитации процессов естественного отбора. В эволюционных алгоритмах отдельные решения в популяции часто называются особями, хромосомами и т. п., качество решений оценивается с помощью функции приспособленности, а основная идея алгоритмов состоит в том, что в процессе эволюции «выжива-

ют» решения с лучшими значениями данной функции. В генетическом алгоритме на каждой итерации эволюционного процесса новая популяция получается из текущей с помощью последовательного применения одного или нескольких генетических операторов. Наиболее распространенными генетическими операторами являются кроссовер (скрещивание) – получение из решений-родителей решений-потомков и мутация – случайное изменение решения.

Алгоритм 2.5. Генетический алгоритм (GA) [70]

```

1 Population = InitialPopulation()
2 for all  $p_i \in Population$  do
3   EvaluateFitness( $p_i$ )
4 end for
5 while not StopCondition() do
6   Parents = SelectParents(Population)
7   Offspring = Crossover(Parents)
8   Offspring = Mutation(Offspring)
9   for all  $p_i \in Offspring$  do
10    EvaluateFitness( $p_i$ )
11  end for
12  Population = UpdatePopulation(Population  $\cup$  Offspring)
13 end while
14 Solution = ChooseBestOf(Population)

```

Выход: *Solution*

Поскольку предложенная модель является дискретной линейной стохастической моделью с гауссовыми шумами, то в качестве функции стоимости/пригодности для реализации метаэвристических алгоритмов целесообразно выбрать критерий идентификации (2.8) в форме отрицательной логарифмической функции правдоподобия

$$\mathcal{J}_{MLF}(\theta; Z_1^N, U_0^{N-1}) = -\frac{Nm}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \{ \ln(\det(\Sigma_k)) + \nu_k^T \Sigma_k \nu_k \}, \quad (2.9)$$

где вектор невязки измерений ν_k и его ковариационная матрица Σ_k при заданном значении параметра θ вычисляются по известным уравнениям дискретного фильтра Калмана [9, 87], представленным алгоритмом 1.2. В настоящее время при решении практических задач с применением ЭВМ предпочтительнее вместо стандартной формы алгоритма Калмана использовать его численно устойчивые к ошибкам машинного округления квадратно-корневые и UD-реализации [7], два возможных варианта представлены алгоритмами 1.3 и 1.4.

Метод максимального правдоподобия заключается в оптимизации критерия (2.9) по системному параметру θ . Его наиболее часто применяют на практике для решения задач параметрической идентификации дискретных линейных стохастических систем [88, 89]. Сформулируем следующее

Утверждение 7. *Предположим, что дискретная модель Д-МРКД-Л/Р неявно зависит от неизвестного параметра r . Тогда решение задачи идентификации параметра модели по неполным зашумленным измерениям z_k может быть получено путем численной оптимизации критерия (2.9) с помощью метаэвристического алгоритма 2.4 или 2.5.*

2.5.3. Численные эксперименты

Существуют многочисленные программные реализации рассмотренных в предыдущем разделе алгоритмов, в том числе в популярных системах компьютерной математики. В данной статье для проведения численных экспериментов используем функции `simulannealbnd()` и `ga()` из пакета Global Optimization Toolbox системы MATLAB. Программно-аппаратная платформа: Intel Core 2 Quad Q6600 @ 2.40 GHz, 4 Gb RAM, Microsoft Windows 10 Pro x64, MATLAB R2010a.

Настройки алгоритмов приведены в Таблице 2.2. Для каждого из алгоритмов были написаны соответствующие функции стоимости/приспособленности, а для получения и сохранения информации о каждой итерации алгоритмов были написаны функции вывода `sa_out()` и `ga_out()`. В качестве критерия остановки работы алгоритмов примем отсутствие изменения решения в течение заданного количества итераций (`StallIterLimit` для SA и `StallGenLimit` для GA). Поиск

решений будем проводить на отрезке [0.001; 20].

Таблица 2.2. Настройки алгоритмов оптимизации [70]

SA	
TimeLimit	Inf
InitialTemperature	200
ReannealInterval	100
MaxIter	Inf
StallIterLimit	50
MaxFunEvals	Inf
Display	off
DisplayInterval	1
DisplayInterval	@sa_out
GA	
TimeLimit	Inf
PopulationSize	50
Generations	Inf
StallGenLimit	10
PopInitRange	0.001..20
Display	off
MutationFcn	@mutationadaptfeasible
OutputFcn	@ga_out

Исследуем влияние уровня шумов на точность и время идентификации параметра r – радиуса поворота. Для этого проведем серию из 5 экспериментов, состоящих из двух последовательных этапов:

- 1) моделирование 100 различных траекторий движения объекта с заданными параметрами;
- 2) идентификация неизвестного параметра для каждой траектории с помощью метаэвристических алгоритмов SA-LF и GA-LF (SA и GA с функцией стоимости/приспособленности (2.9)).

В каждой серии задаем значения элементов матриц Q и R , остальные параметры эксперимента оставляем неизменными: точное значение радиуса $r^* = 5$, интервал дискретизации $\tau = 0.1$, начальный вектор состояния $x_0 = [0, 0, 0, 2]^T$, количество наблюдений $N = 50$ и режим поворота ‘R’ (вправо).

Результаты идентификации неизвестного параметра r методами SA-LF и GA-LF представлены в таблицах 2.3 и 2.4, в которых

$$\hat{r}_{mean} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{r}_i, \quad \delta_{mean} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_i, \quad t_{mean} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i,$$

где \hat{r}_{mean} – среднее значение найденных оценок, δ_{mean} – средняя относительная погрешность найденных оценок, $\delta = (|r^* - \hat{r}|/r^*) \cdot 100\%$, t_{mean} – среднее время вычисления по алгоритмам идентификации.

Таблица 2.3. Результаты вычислительных экспериментов для метода SA-LF

Эксперимент	Q	R	\hat{r}_{mean}	$\delta_{mean}, \%$	$t_{mean}, \text{с}$
1	diag(0.001, 0,001)	diag(0.01, 0.01)	5.0207	4.18	0.3577
2	diag(0.001, 0.001)	diag(100, 100)	5.2140	38.36	0.3918
3	diag(0.01, 0.01)	diag(0.01, 0.01)	4.9882	8.19	0.4243
4	diag(0.001,0.001)	diag(0.0001, 0.0001)	5.0155	4.03	0.3415
5	diag(0.1, 0.1)	diag(0.001, 0.001)	6.0327	36.55	0.4049

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы. При выбранных настройках алгоритмов:

1. Средняя относительная погрешность полученных оценок параметра меньше при применении метода GA-LF по сравнению с методом SA-LF.

Таблица 2.4. Результаты вычислительных экспериментов для метода GA-LF

Эксперимент	Q	R	\hat{r}_{mean}	$\delta_{mean}, \%$	t_{mean}, c
1	diag(0.001, 0,001)	diag(0.01, 0.01)	5.0162	2.75	2.5234
2	diag(0.001, 0.001)	diag(100, 100)	5.2727	37.23	2.0859
3	diag(0.01, 0.01)	diag(0.01, 0.01)	4.9892	7.43	2.2411
4	diag(0.001,0.001)	diag(0.0001, 0.0001)	5.0098	2.62	2.3198
5	diag(0.1, 0.1)	diag(0.001, 0.001)	5.9998	36.52	2.0879

2. При большой погрешности наблюдений (Эксперимент 2) средняя погрешность оценки параметра не превысила 39%.

3. При достаточно точных наблюдениях (Эксперимент 4) средняя погрешность оценки, полученной с помощью алгоритмов SA-LF и GA-LF, меньше 4% и 3%, соответственно.

4. При достаточно больших помехах в уравнении движения (Эксперимент 5), когда траектория практически не соответствует круговому движению (см. рис. 2.7), средняя погрешность оценки параметра составила $\approx 37\%$, и в 74 запусках алгоритмов идентификации из 100 удалось вычислить оценку параметра с погрешностью менее 30% (см. рис. 2.8).

5. Во всех экспериментах удалось определить радиус поворота при круговом движении объекта вправо по данным из 50 наблюдений, при этом максимальная средняя погрешность оценивания не превысила 40%, а максимальное среднее время идентификации не больше 2.6 сек.

2.6. Заключение и выводы к Главе 2

Подведем итоги Главы 2.

1. Предложен новый алгоритм обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта на основе гибридной стохастической модели. Для вычисления множества значений логарифмической функции отношения правдоподобия, участвующих в реализации решающего правила, использован численно эффективный последовательный алгоритм обработки изме-

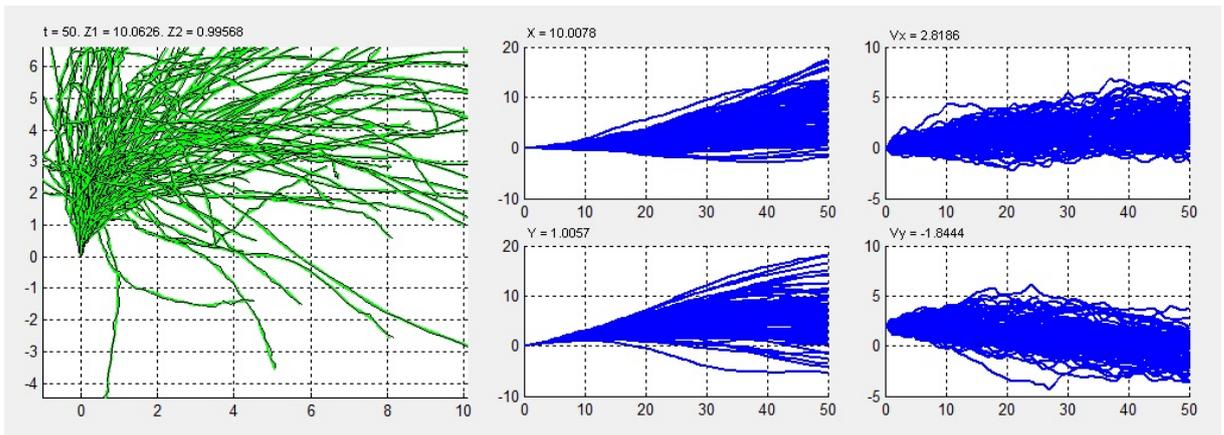


Рис. 2.7. Множество траекторий движения объекта при заданных матрицах шумов Q и R , соответствующих данным Эксперимента 5, см. Табл. 2.3 и 2.4

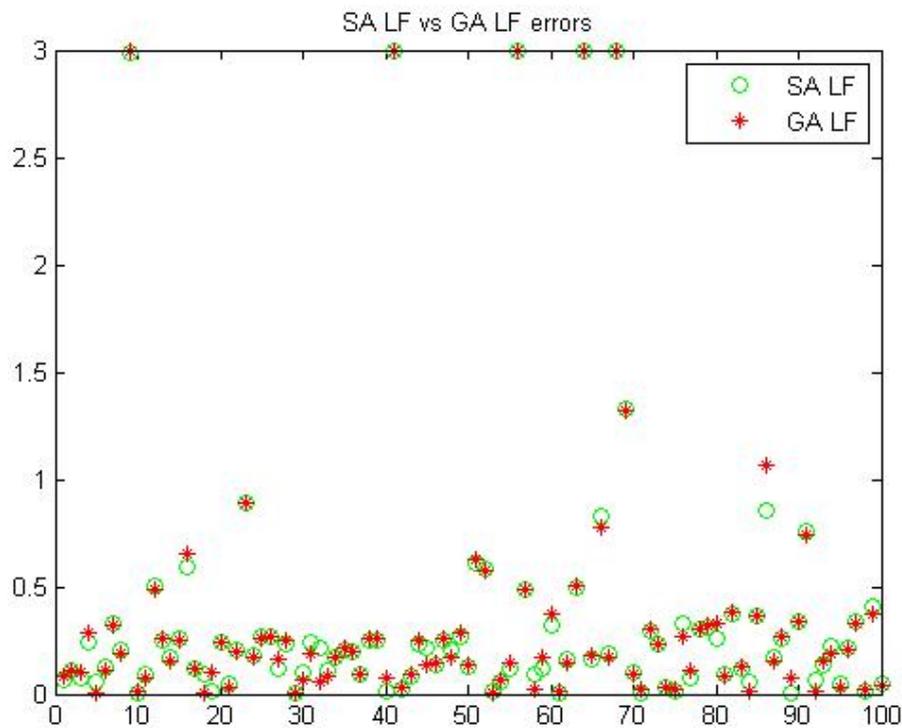


Рис. 2.8. Относительные погрешности δ_i оценок параметра r , вычисленные по алгоритмам SA-LF и GA-LF, после 100 запусков вычислительного эксперимента при заданных матрицах шумов Q и R , соответствующих данным Эксперимента 5, см. Табл. 2.3 и 2.4

рений в фильтре Калмана, свободный от операции матричного обращения и позволяющий одновременно с оценкой вектора состояния найти величины, необходимые для вычисления значений λ .

Рассмотрен случай M возможных режимов движения в предположении, что изменение режима движения происходит в известный момент времени. Работоспособность предложенного алгоритма подтверждена вычислительными экспериментами. Программная реализация алгоритма режима движения объекта выполнена в системе MATLAB. Результаты численных экспериментов подтвердили работоспособность предложенного алгоритма на примере решения задачи обнаружения и идентификации режима движения при повороте влево либо вправо с одним из n возможных радиусов поворота. Результаты могут быть использованы при решении практических задач слежения за подвижными объектами.

2. Разработан новый параллельный алгоритм идентификации режима движения объекта в условиях неполных зашумленных измерений. Рассмотрен случай M возможных режимов движения. Предполагалось, что смена режима движения происходит в известный момент времени. Работоспособность предложенного алгоритма подтверждена компьютерным моделированием. Программная реализация решения задачи оценивания параметров движения объекта в условиях изменения режима движения, включая параллельный алгоритм идентификации режима движения, выполнена на языках MATLAB и C++ с применением библиотеки Armadillo и технологии параллельного программирования OpenMP.

Полученные результаты компьютерного моделирования подтвердили работоспособность предложенного алгоритма на примере решения задачи идентификации изменения режима движения с равномерного прямолинейного на круговое равномерное движение при повороте влево с одним из n возможных радиусов поворота. Показано, что с увеличением числа параллельных потоков при обновлении данных в банке фильтров Калмана и при вычислении множества значений логарифмической функции отношения правдоподобия, участвующих в реализации решающего правила, время одной итерации алгоритма идентификации уменьшается.

3. Рассмотрена задача адаптивного оценивания параметров движения объек-

та по сложной траектории, состоящей из отдельных участков, на которых объект может двигаться в соответствии с одним из M возможных режимов движения. Разработан новый алгоритм решения данной задачи. Алгоритм основан на применении гибридной стохастической модели, фильтрации Калмана и последовательном решающем правиле проверки гипотез. Особенность алгоритма заключается в том, что оценки вектора состояния пересчитываются с фильтром, соответствующим выбранной гипотезе. Это позволяет получить более точные оценки вектора состояния на интервале, когда решение еще не было принято. Предполагается, что в известные моменты дискретного времени объект может изменить свое движение на один из $M = 5$ возможных режимов. Алгоритм представлен в общей форме, не зависящей от конкретных возможных режимов.

Полученное решение может быть использовано, например, для отслеживания наземных и морских объектов. Предложенный алгоритм был реализован в MATLAB, его эффективность была подтверждена результатами численных экспериментов.

4. Показана практическая применимость известных метаэвристических алгоритмов для решения задачи параметрической идентификации математической модели кругового движения объекта при повороте влево/вправо. В качестве неизвестного параметра модели рассматривался радиус кругового движения. Решение задачи получено с помощью метода максимального правдоподобия, в котором для численной минимизации отрицательной логарифмической функции правдоподобия использованы метод имитации отжига и генетический алгоритм. Вычислительные эксперименты проведены на языке MATLAB. Модельные данные траектории движения объекта получены с помощью специализированного программного комплекса. Результаты вычислительных экспериментов позволяют сделать вывод о том, что применение метаэвристических алгоритмов целесообразно, поскольку позволяет получить приемлемые оценки параметра при разных уровнях помех в моделях объекта и измерителя. Результаты работы могут найти

применение при решении практических задач судовождения, робототехники, обработки сигналов со сканирующих дальномеров, где требуется постоянное слежение за подвижными объектами.

В следующей главе рассмотрим более общую задачу обнаружения и идентификации режима движения объекта в предположениях об априорной неопределенности моментов изменения режима движения на один из M возможных режимов.

Глава 3

Обнаружение изменения и идентификация режима движения объекта в неизвестные моменты времени

3.1. Введение

Целью данной главы является решение задачи обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта по сложной траектории в предположении, что моменты изменения режима движения *априорно неизвестны*. Для описания сложной траектории применяется гибридная стохастическая модель (1.1), (1.12). Задача заключается в скорейшем обнаружении изменения режима движения на каждом таком участке траектории с целью вычисления оптимальных оценок параметров движения объекта в режиме реального времени. Поставим задачу разработки численно эффективных алгоритмов обнаружения изменения и идентификации изменения режима движения объекта.

В данной главе получено два решения поставленной задачи:

1) первое основано на последовательном решающем правиле о выборе гипотезы об изменении режима движения на один из M возможных, с ограниченным объемом банка конкурирующих фильтров Калмана;

2) второе решение основано на представлении момента изменения режима движения случайной величиной с равномерным распределением на заданном отрезке времени и получено на ограниченном наборе значений функции отношения правдоподобия.

В разделе 3.2 представлено решение задачи обнаружение изменения и режима движения в неизвестные моменты времени с ограниченным объемом банка фильтров Калмана. Приведены результаты численных экспериментов.

В разделе 3.3 построена априорная оценка среднего объема банка фильтров Калмана в алгоритме обнаружения изменения режима движения. На основе полученного теоретического результата разработан численный метод для вычисления среднего объема банка.

В разделе 3.4 получено решение задачи обнаружения изменения и идентификации режима движения в неизвестные моменты времени с ограниченным объемом банка фильтров Калмана. Разработан численный метод для вычисления среднего объема банка фильтров Калмана в случае M возможных режимов движения. Приведены результаты вычислительных экспериментов.

В разделе 3.5 представлено решение задачи обнаружения изменения и идентификации режима движения на ограниченном множестве отношений правдоподобия. Движение объекта описывается гибридной стохастической моделью. Для решения задачи применяется критерий отношения вероятностей. Отличительной особенностью предложенного алгоритма является способность принимать решения на ограниченном наборе значений функции отношения правдоподобия. Получены новые выражения для вычисления отношений правдоподобия, основанные на численно эффективных (устойчивых к ошибкам машинного округления) квадратно-корневой и UD- модификациях фильтра Калмана. Приведены результаты компьютерного моделирования.

Основные результаты данной главы опубликованы представлены в работах автора [90, 91, 92, 93, 94, 95, 96].

3.2. Обнаружение изменения режима движения объекта в неизвестные моменты времени

3.2.1. Задача обнаружения изменения режима движения

В Главе 2 рассмотрена задача обнаружения и идентификации режима движения при условии, что моменты возможного изменения режима движения априорно известны. В более общей задаче, когда момент изменения режима движения неизвестен, каждый дискретный момент времени на интервале наблюдения за объектом будем рассматривать как момент возможного изменения режима движения.

Предлагаемый метод решения задачи обнаружения изменения режима движения также основан на применении последовательного критерия отношения

вероятностей Вальда. Для обнаружения изменения режима движения необходимо в каждый дискретный момент времени добавлять в банк фильтров Калмана новый фильтр, соответствующий гипотезе об изменении режима движения. Таким образом, количество фильтров Калмана в банке неограниченно возрастает с увеличением интервала наблюдения за объектом.

Изменение режима движения считается обнаруженным и идентифицированным после пересечения соответствующим значением отношения правдоподобия порогового значения решающего правила.

Определим *банк фильтров Калмана* $\mathbf{F} = \{F_j \mid j = 1, \dots, N\}$ как множество фильтров Калмана, каждый из которых соответствует гипотезе о том, что изменение режима движения произошло в текущий момент времени t_j [97].

Поскольку количество фильтров в банке постоянно растет с увеличением длины N интервала наблюдения за объектом, возникает необходимость в отыскании оценки объема банка фильтров Калмана, необходимого для решения задачи обнаружения в условиях ограниченных вычислительных ресурсов.

В недавней работе [90] сформулирован алгоритм вычисления оценки размера банка фильтров Калмана на основе идеи, предложенной в [98]. В диссертационной работе получено строгое математическое обоснование алгоритма вычисления априорной оценки среднего объема банка фильтров Калмана \mathbf{F} (см. раздел 3.3).

В [98] авторы предложили искать требуемый объем банка конкурирующих фильтров Калмана как теоретическую оценку среднего объема выборки, необходимого для принятия решения о выборе из двух гипотез в соответствии с последовательным критерием Вальда [79, 97, 99]. Под выборкой мы понимаем измерения, полученные с момента начала теста до момента принятия решения об изменении режима движения. Поскольку с каждым новым измерением в банк добавляется новый фильтр, соответствующий гипотезе о возможном изменении режима движения на текущем шаге, средний объем банка будет равен среднему объему выборки для принятия решения.

Таким образом, следует организовать банк в виде очереди, в которой находятся только те фильтры, для которых период принятия решения еще не завер-

шен. Размер такой очереди предлагается ограничить найденной оценкой.

Решение задачи с применением последовательного критерия Вальда заключается в следующем. Рассмотрим две гипотезы: основная \mathcal{H}_0 и альтернативная \mathcal{H}_1 , соответствующие двум различным режимам движения. Требуется по данным измерений определить, была ли смена режима движения на заданном интервале наблюдения. Последовательный критерий Вальда заключается в вычислении логарифмической функции отношения правдоподобия λ_k и сравнении ее значений с верхним $A = \ln((1 - \beta)/\alpha)$ и нижним $B = \ln(\beta/(1 - \alpha))$ порогами решающего правила, где α и β – вероятности ошибок первого и второго рода. Последовательное решающее правило для различения двух гипотез запишем в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Если } \lambda_k \geq A, \text{ тест завершают с выбором гипотезы } \mathcal{H}_1. \\ \text{Если } \lambda_k \leq B, \text{ тест завершают с выбором гипотезы } \mathcal{H}_0. \\ \text{Если } A > \lambda_k > B, \text{ наблюдения продолжают.} \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Последовательный критерий отношения правдоподобия требует вычисления отношения правдоподобия λ_k в каждый дискретный момент времени t_k .

3.2.2. Решение задачи обнаружения изменения режима движения с применением банка фильтров Калмана

Рассмотрим возможность изменения режима движения на интервале $t_i \in [t_0, t_N]$, вычисление отношения правдоподобия начинается в момент $t = t_0$, момент изменения режима движения t_j неизвестен.

Кроме основной гипотезы \mathcal{H}_0 , соответствующей отсутствию изменения режима движения, рассмотрим $N - 1$ альтернативных гипотез \mathcal{H}_j , таким образом, в каждый момент времени t_j , предполагаем, что может произойти изменение режима движения на альтернативный, соответствующий гипотезе \mathcal{H}_j . Тогда выражение для логарифмической функции отношения правдоподобия примет следующий вид [98]:

$$\lambda_{j0}(t_k) = \ln \frac{P \left\{ \nu_{j1}^j, \dots, \nu_{t1}^j \mid \mathcal{H}_j \right\}}{P \left\{ \nu_{j0}, \dots, \nu_{t0} \mid \mathcal{H}_0 \right\}} = \lambda_{j0}(t_{k-1}) + \mu_{j0}(t_k), \quad t \geq 1. \quad (3.2)$$

Таким образом, в банке фильтров в каждый момент находится $j + 1$ фильтров Калмана, для каждого из которых вычисляется отношение правдоподобия по формуле (3.2). Следовательно, размер банка \mathbf{F} непрерывно и неограниченно растет. Решающее правило запишем в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Если } \forall t_k : \lambda_{j0}(t_k) \leq B, \text{ наблюдения останавливают с выбором гипотезы } \mathcal{H}_0 \\ \text{(на интервале } [t_0, t_j] \text{ изменения движения не произошло)}. \\ \text{Если } \exists! j : \lambda_{j0}(t_k) \geq A, \text{ наблюдения останавливают с выбором гипотезы } \mathcal{H}_j \\ \text{(изменение режима движения произошло в момент времени } t_j \text{)}. \\ \text{Если } \forall j : B < \lambda_{j0}(t_k) \leq A, \text{ наблюдения продолжают для } t_{k+1}. \\ \text{Если } \exists i \neq j : \lambda_{j0}(t_k) \geq A \text{ и } \lambda_{i0}(t_k) \geq A, \text{ наблюдения останавливают с выбором} \\ \text{гипотезы с максимальным значением отношения правдоподобия } \lambda_{i0}(t_k). \\ \text{Если } \forall i, j : \lambda_{j0}(t_k) \leq B \text{ и } B < \lambda_{i0}(t_k) < A, \text{ гипотезу } \mathcal{H}_j \text{ исключают} \\ \text{из банка фильтров } \mathbf{F}, \text{ и наблюдения продолжают для } t_{k+1}. \end{array} \right. \quad (3.3)$$

Алгоритм решения задачи следующий: наблюдения проводят на интервале $[t_0, t_N]$, с начала наблюдения в каждый момент времени t_j , фильтр Калмана F_j , соответствующий гипотезе \mathcal{H}_j , добавляется в банк фильтров \mathbf{F} . Таким образом, после получения N измерений, в банке находится $N + 1$ фильтр, которые в каждый момент времени t_k участвуют в вычислении величин $\lambda_{j0}(t_k)$.

Если все гипотезы \mathcal{H}_j равновероятные, начальное значение отношений правдоподобия $\lambda_{j0}(t_k) = 0$. Значение $\lambda_{j0}(t_k)$ начинает меняться на шаге t_j , после добавления в банк \mathbf{F} фильтра F_j . Для всех $t_k < t_j$, $\lambda_{j0}(t_k) = 0$.

Согласно рассмотренному решению, число конкурирующих фильтров Калмана в банке фильтров растет с каждым шагом наблюдения за объектом. Это, в свою очередь, ведет к постоянному росту объема вычислений. Следовательно, практическая реализация такого алгоритма на достаточно длинном интервале наблюдения потребует больших вычислительных затрат. Более того, при $N \rightarrow \infty$ такое точное решение невозможно реализовать на практике.

Построим эффективное в вычислительном плане решение задачи обнаружения изменения режима движения объекта с ограниченным объемом банка фильтров Калмана. Для этого построим априорную оценку среднего объема

банка \mathbf{F} , в котором будут находиться “рабочие” фильтры, то есть те, которые участвуют в вычислении $\lambda_{j0}(t_k)$.

3.3. Априорная оценка среднего объема банка фильтров

Калмана

3.3.1. Ограничение размера банка конкурирующих фильтров

Снова рассмотрим две гипотезы \mathcal{H}_0 и \mathcal{H}_1 , соответствующие двум альтернативным режимам движения. Для того, чтобы построить оценку среднего объема банка фильтров Калмана, необходимо сначала оценить средний объем выборки, требуемый для принятия решения о выборе из двух гипотез. Другими словами, необходимо оценить среднюю величину изменения функции отношения правдоподобия $\lambda(t_k)$ после каждого шага теста. Запишем рекуррентное выражение для вычисления логарифмической функции отношения правдоподобия:

$$\lambda(t_k) = \lambda(t_{k-1}) + \mu_p(t_k), \quad p = 0, 1, \quad (3.4)$$

где $\mu_0(t_k)$ и $\mu_1(t_k)$ – приращения отношения правдоподобия $\lambda(t_k)$ при условии выполнения гипотезы \mathcal{H}_0 или \mathcal{H}_1 .

Для решения поставленной задачи необходимо сначала оценить приращения $\mu_0(t_k)$ и $\mu_1(t_k)$. Применим подход, рассмотренный в [98]. Запишем

$$\begin{aligned} \mu_0(t_k) = & \mathbb{E} \left\{ \ln |\Sigma_0(t_k)|^{\frac{1}{2}} - \ln |\Sigma_1(t_k)|^{\frac{1}{2}} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} [\nu_0^T(t_k) \Sigma_0^{-1}(t_k) \nu_0(t_k) - \nu_1^T(t_k) \Sigma_1^{-1}(t_k) \nu_1(t_k)] \mid \mathcal{H}_0 \right\}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \mu_1(t_k) = & \mathbb{E} \left\{ \ln |\Sigma_0(t_k)|^{\frac{1}{2}} - \ln |\Sigma_1(t_k)|^{\frac{1}{2}} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} [\nu_0^T(t_k) \Sigma_0^{-1}(t_k) \nu_0(t_k) - \nu_1^T(t_k) \Sigma_1^{-1}(t_k) \nu_1(t_k)] \mid \mathcal{H}_1 \right\}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

где $\nu_p(t_k) = z(t_k) - H_p \hat{x}(t_k)$ – невязка измерений, вычисляемая в фильтре Калмана F_p , соответствующего гипотезе \mathcal{H}_p ; $\Sigma_p(t_k)$ – ковариационная матрица невязки измерения $\nu_p(t_k)$.

Предположим, что в уравнениях фильтра используются значения параметров Φ_1, G_1, Q_1, R_1 , соответствующие гипотезе \mathcal{H}_1 (альтернативный режим), вместо истинных значений параметров Φ_0, G_0, Q_0, R_0 , соответствующих гипотезе \mathcal{H}_0 (номинальный режим движения).

Для того, чтобы оценить значения $\mu_0(t_k)$ и $\mu_1(t_k)$, необходимо уметь вычислять фактическую корреляционную матрицу невязок измерений в фильтре Калмана $\bar{\Sigma}_0(t_k) = \mathbb{E} \{ \bar{\nu}_0(t_k) \bar{\nu}_0^T(t_k) | \mathcal{H}_1 \}$.

Запишем $\bar{\Sigma}_0(t_k)$ в виде

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}_0(t_k) &= \mathbb{E} \{ \bar{\nu}_0(t_k) \bar{\nu}_0^T(t_k) | \mathcal{H}_1 \} \\ &= \mathbb{E} \left\{ (H_0 x(t_k) - H_1 \hat{x}(t_k^-)) (H_0 x(t_k) - H_1 \hat{x}(t_k^-))^T \right\} + R_1, \end{aligned}$$

где $\hat{x}(t_k^-)$ – оценки, вычисленные фильтром F_1 .

Раскрыв скобки, получим выражение для вычисления фактической корреляционной матрицы невязок измерений:

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}_0(t_k) &= H_0 \mathbb{E} \{ x(t_k) x^T(t_k) \} H_0^T - H_0 \mathbb{E} \{ x(t_k) \hat{x}^T(t_k^-) \} H_1^T \\ &\quad + H_1 \mathbb{E} \{ \hat{x}(t_k^-) \hat{x}^T(t_k^-) \} H_1^T - H_1 \mathbb{E} \{ \hat{x}(t_k^-) x^T(t_k^-) \} H_0^T + R_1. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Для вычисления $\bar{\Sigma}_0(t_k)$ по выражению (3.7) необходимо решить систему матричных разностных уравнений [98] относительно величин

$$\mathbb{E} \{ x(t_k) x^T(t_k) \}, \quad \mathbb{E} \{ x(t_k) \hat{x}^T(t_k^-) \}, \quad \mathbb{E} \{ \hat{x}(t_k^-) x^T(t_k^-) \}.$$

Аналогично, в случае изменения режима движения объекта параметры модели движения соответствуют гипотезе \mathcal{H}_1 , а параметры фильтра соответствуют гипотезе \mathcal{H}_0 , в этом случае мы вычисляем фактическую корреляционную матрицу невязок измерений $\bar{\Sigma}_1(t_k)$ согласно уравнению:

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}_1(t_k) &= H_1 \mathbb{E} \{ x(t_k) x^T(t_k) \} H_1^T - H_1 \mathbb{E} \{ x(t_k) \hat{x}^T(t_k^-) \} H_0^T \\ &\quad + H_0 \mathbb{E} \{ \hat{x}(t_k^-) \hat{x}^T(t_k^-) \} H_0^T - H_0 \mathbb{E} \{ \hat{x}(t_k^-) x^T(t_k^-) \} H_1^T + R_0, \end{aligned} \quad (3.8)$$

где $\hat{x}(t_k^-)$ – оценки, вычисленные фильтром F_0 .

Рассмотрим выражения (3.5) и (3.6). Как известно, отсчеты невязок измерений в оптимальном фильтре Калмана независимы и распределены по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $\Sigma(t_k)$. При выполнении гипотезы \mathcal{H}_p

$$\Sigma_p(t_k) = H_p P_p(t_k^-) H_p^T + R_p \quad (p = 0, 1), \quad (3.9)$$

где $P_p(t_k^-)$ – значение матрицы ковариации ошибки оценки на этапе экстраполяции, вычисляемой по уравнениям фильтра Калмана.

Поскольку модели, соответствующие движения объекта, являются стационарными (т. е. матрицы-параметры моделей не зависят от времени t_k), то при выполнении условий стационарности и детектируемости, а также при условии $R_p > 0$, матрицы $P_p(t_k^-)$ в разностном уравнении Риккати имеют предел, т. е. $\lim_{t_k \rightarrow \infty} P_p(t_k^-) = P_p$.

Если последовательность $P_p(t_k^-)$ сходится, тогда сходится и $\Sigma_p(t_k)$, т. е. $\lim_{t_k \rightarrow \infty} \Sigma_p(t_k) = \Sigma_p$, $p = 0, 1$ (см. в [56] теорему 3.2.4, с. 185).

Следовательно, установившиеся значения ковариационных матриц невязок измерений Σ_0 и Σ_1 можно вычислить через решение матричного алгебраического уравнения Риккати:

$$P_p = \Phi_p \left[P_p - P_p H_p^T (H_p P_p H_p^T + R_p)^{-1} H_p P_p \right] \Phi_p^T + G_p Q_p G_p^T, \quad i = 0, 1.$$

Поскольку $R_p > 0$, матрицы Σ_p являются квадратными и невырожденными ($m \times m$)-матрицами. Следовательно, существуют обратные матрицы Σ_p^{-1} , ($p = 0, 1$). Более того, матрицы Σ_p и Σ_p^{-1} являются симметрическими.

Введем обозначения $\Sigma_0 = [\sigma_{ij}^0]_{i,j=\overline{1,m}}$; $\Sigma_1 = [\sigma_{ij}^1]_{i,j=\overline{1,m}}$; $\Sigma_0^{-1} = [\tilde{\sigma}_{ij}^0]_{i,j=\overline{1,m}}$; $\Sigma_1^{-1} = [\tilde{\sigma}_{ij}^1]_{i,j=\overline{1,m}}$. Из указанных выше условий стационарности, стабилизируемости и детектируемости моделей, соответствующих гипотезам \mathcal{H}_0 и \mathcal{H}_1 , существует $\lim_{t_k \rightarrow \infty} \bar{\Sigma}_p(t_k) = \bar{\Sigma}_p$ ($p = 0, 1$).

Обозначим $\bar{\Sigma}_0 = [\bar{\sigma}_{ij}^0]_{i,j=\overline{1,m}}$ и $\bar{\Sigma}_1 = [\bar{\sigma}_{ij}^1]_{i,j=\overline{1,m}}$. Пусть $\nu_p(t_k)$ – последовательность невязок измерений в оптимальном фильтре F_p , а $\bar{\nu}_p(t_k)$ – последовательность невязок измерений в неоптимальном фильтре, т. е. когда модель движения объекта соответствует гипотезе \mathcal{H}_j , а фильтр гипотезе \mathcal{H}_p , $p \neq j$.

Покажем сначала, что $\lim_{t_k \rightarrow \infty} \mathbb{E} \{ \bar{\nu}_0^T(t_k) \Sigma_0^{-1} \bar{\nu}_0(t_k) | \mathcal{H}_1 \} = \sum_{i,j=1}^m (\tilde{\sigma}_{ij}^0 \bar{\sigma}_{ij}^0)$.

Действительно,

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E} \{ \bar{\nu}_0^T(t_k) \Sigma_0^{-1} \bar{\nu}_0(t_k) | H_1 \} = \\
& = \mathbb{E} \left\{ [\bar{\nu}_{0,1}(t_k), \dots, \bar{\nu}_{0,m}(t_k)] \begin{bmatrix} \tilde{\sigma}_{11}^0(t_k) & \cdots & \tilde{\sigma}_{m1}^0(t_k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\sigma}_{m1}^0(t_k) & \cdots & \tilde{\sigma}_{mm}^0(t_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\nu}_{0,1}(t_k) \\ \vdots \\ \bar{\nu}_{0,m}(t_k) \end{bmatrix} \middle| \mathcal{H}_1 \right\} \\
& = E \{ (\sum_{i=1}^m \tilde{\sigma}_{i1}^0(t_k) \bar{\nu}_{0,i}(t_k)) \bar{\nu}_{0,1}(t_k) + \dots + (\sum_{i=1}^m \tilde{\sigma}_{im}^0(t_k) \bar{\nu}_{0,i}(t_k)) \bar{\nu}_{0,m}(t_k) | \mathcal{H}_1 \} \\
& = \sum_{i=1}^m E \{ \tilde{\sigma}_{i1}^0(t_k) \bar{\nu}_{0,i}(t_k) \bar{\nu}_{0,1}(t_k) + \dots + \tilde{\sigma}_{im}^0(t_k) \bar{\nu}_{0,i}(t_k) \bar{\nu}_{0,m}(t_k) | \mathcal{H}_1 \} \\
& = \sum_{i=1}^m [\tilde{\sigma}_{i1}^0(t_k) E \{ \bar{\nu}_{0,i}(t_k) \bar{\nu}_{0,1}(t_k) | \mathcal{H}_1 \} + \dots + \tilde{\sigma}_{im}^0(t_k) E \{ \bar{\nu}_{0,i}(t_k) \bar{\nu}_{0,m}(t_k) | \mathcal{H}_1 \}] \\
& = \sum_{i=1}^m \tilde{\sigma}_{i1}^0(t_k) \bar{\sigma}_{i1}^0(t_k) + \dots + \tilde{\sigma}_{im}^0(t_k) \bar{\sigma}_{im}^0(t_k) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \tilde{\sigma}_{ij}^0(t_k) \bar{\sigma}_{ij}^0(t_k) \\
& = \sum_{i,j=1}^m \tilde{\sigma}_{ij}^0(t_k) \bar{\sigma}_{ij}^0(t_k).
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Следовательно,

$$\lim_{t_k \rightarrow \infty} \mathbb{E} \{ \bar{\nu}_0^T(t_k) \Sigma_0^{-1} \bar{\nu}_0(t_k) | H_1 \} = \lim_{t_k \rightarrow \infty} \sum_{i,j=1}^m \tilde{\sigma}_{ij}^0(t_k) \bar{\sigma}_{ij}^0(t_k) = \sum_{i,j=1}^m (\tilde{\sigma}_{ij}^0 \bar{\sigma}_{ij}^0).$$

Поскольку матрицы Σ_0 и Σ_0^{-1} симметрические и взаимно обратные, то из соотношения $\Sigma_0 \Sigma_0^{-1} = I$ выполняется равенство $\sum_{i=1}^m \sigma_{ij}^0 \tilde{\sigma}_{ij}^0 = 1$, ($j = 1, \dots, m$).

Откуда $\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m \sigma_{ij}^0 \tilde{\sigma}_{ij}^0 = \sum_{i=1}^m 1 = m$.

Таким образом, значения $\mu_1(t_k)$ и $\mu_0(t_k)$ можно вычислить как

$$\mu_1(t_k) = \ln |\Sigma_0(t_k)|^{1/2} - \ln |\Sigma_1(t_k)|^{1/2} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i,j=1}^m (\tilde{\sigma}_{ij}^0(t_k) \bar{\sigma}_{ij}^0(t_k)) - m \right\}, \tag{3.11}$$

$$\mu_0(t_k) = \ln |\Sigma_0(t_k)|^{1/2} - \ln |\Sigma_1(t_k)|^{1/2} + \frac{1}{2} \left\{ m - \sum_{i,j=1}^m (\tilde{\sigma}_{ij}^1(t_k) \bar{\sigma}_{ij}^1(t_k)) \right\}, \tag{3.12}$$

Сформулируем полученный результат.

Утверждение 8. Приращения $\mu_1(t_k)$ и $\mu_0(t_k)$ логарифмической функции отношения правдоподобия λ_k (3.4) при условии выполнения гипотезы \mathcal{H}_0 или \mathcal{H}_1 в задаче обнаружения изменения режима движения объекта определяются выражениями (3.11) и (3.12).

Обозначим $\mu_1 = \lim_{t_k \rightarrow \infty} \mu_1(t_k)$ и $\mu_0 = \lim_{t_k \rightarrow \infty} \mu_0(t_k)$. Тогда

$$\mu_1 = \ln |\Sigma_0|^{1/2} - \ln |\Sigma_1|^{1/2} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i,j=1}^m (\tilde{\sigma}_{ij}^0 \bar{\sigma}_{ij}^0) - m \right\} \quad (3.13)$$

и

$$\mu_0 = \ln |\Sigma_0|^{1/2} - \ln |\Sigma_1|^{1/2} + \frac{1}{2} \left\{ m - \sum_{i,j=1}^m (\tilde{\sigma}_{ij}^1 \bar{\sigma}_{ij}^1) \right\}. \quad (3.14)$$

Используем полученный результат для построения численного метода вычисления априорной оценки среднего объема банка фильтров Калмана.

3.3.2. Вычисление априорной оценки среднего объема банка фильтров Калмана

Разработанный численный метод представлен алгоритмом 3.1.

Алгоритм 3.1. Априорная оценка среднего объема банка фильтров Калмана в случае двух альтернативных режимов движения объекта

Вход: α, β , набор матриц $\{\Phi_p, G_p, Q_p, H_p, R_p\}$, $p = 0, 1$.

Выход: \mathcal{M} — априорная оценка среднего объема банка фильтров.

- 1 Вычислить $A = \ln((1 - \beta)/\alpha)$ и $B = \ln(\beta/(1 - \alpha))$.
 - 2 Найти установившиеся решения ковариационных матриц невязок измерений Σ_0 и Σ_1 по выражению (3.9) и уравнениям дискретного фильтра Калмана.
 - 3 Вычислить установившиеся значения фактических корреляционных матриц $\bar{\Sigma}_0$ и $\bar{\Sigma}_1$ по выражениям (3.7) и (3.8).
 - 4 Найти μ_1 и μ_0 по выражениям (3.13) и (3.14).
 - 5 Найти величины $N_0 = (\alpha A + (1 - \alpha)B)/\mu_0$ и $N_1 = ((1 - \beta)A + \beta B)/\mu_1$.
 - 6 Найти оценку объема банка фильтров $\mathcal{M} = \max(N_0, N_1)$.
-

Блок-схема алгоритма 3.1 представлена на рис. 3.1.

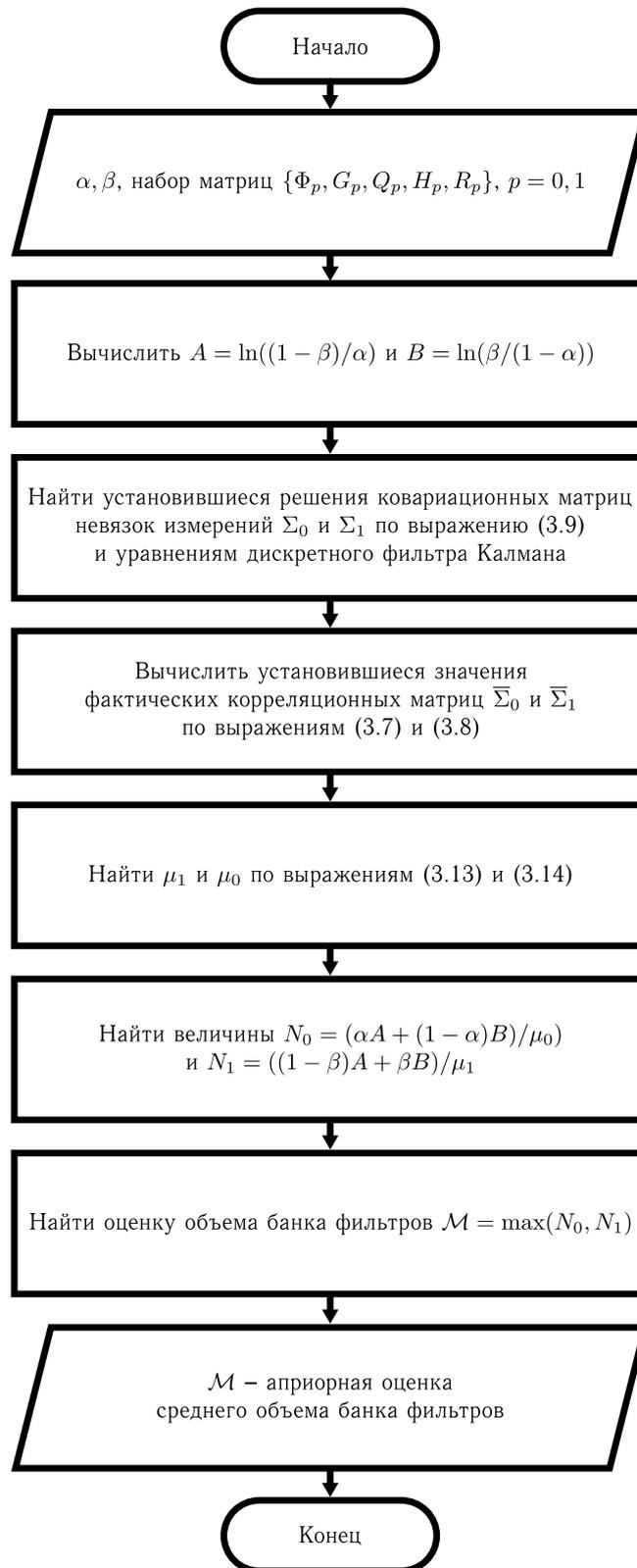


Рис. 3.1. Блок-схема алгоритма 3.1

Пусть α и β заданы. Предположим, что гипотезе \mathcal{H}_0 соответствует режим движения, представленный моделью M_0 , а гипотезе \mathcal{H}_1 – режим движения, представленный моделью M_1 . Соответствующие пороговые значения решающего правила: верхний $A = \ln((1 - \beta)/\alpha)$ и нижний $B = \ln(\beta/(1 - \alpha))$.

Необходимо найти решения Σ_0 и Σ_1 , соответствующие гипотезам \mathcal{H}_0 и \mathcal{H}_1 по уравнениям фильтра Калмана и вычислить установившиеся значения фактических корреляционных матриц $\bar{\Sigma}_0$ и $\bar{\Sigma}_1$ по выражениям (3.7) и (3.8).

Далее необходимо найти оценки $\mu_0(t_k)$ и $\mu_1(t_k)$ – средние значения величин изменения значений логарифмической функции отношения правдоподобия $\lambda(t_k)$ после очередного шага теста, соответствующие гипотезам \mathcal{H}_0 и \mathcal{H}_1 . Значения $\mu_0(t_k)$ и $\mu_1(t_k)$ вычисляют по уравнениям чувствительности фильтра Калмана [98] в предположении, что модель режима движения объекта соответствует основной гипотезе, а фильтра Калмана – альтернативной гипотезе, и наоборот. Вычислив величины N_0 и N_1 – средние объемы выборки, необходимые для принятия решения при выполнении гипотез \mathcal{H}_0 и \mathcal{H}_1 [99], согласно выражениям $N_0 = (\alpha A + (1 - \alpha)B)/\mu_0$ и $N_1 = ((1 - \beta)A + \beta B)/\mu_1$ и выбрав максимальное значение $M = \max(N_0, N_1)$, получим априорную оценку среднего объема банка фильтров F .

Таким образом, *общая схема решения задачи следующая*: пусть со времени начала наблюдения за объектом прошло k шагов. Банк фильтров F представляет собой очередь, в которой каждый фильтр находится в банке только конечное число шагов теста, равных M . На t_{k+1} шаге испытания фильтр F_{k-M+1} , который находился в банке фильтров и не принял решения об изменении режима движения, исключается из банка. Вместо него в банк добавляется текущий фильтр F_{k+1} , соответствующий гипотезе \mathcal{H}_{k+1} о том, что изменение режима движения произошло на t_{k+1} шаге наблюдений.

Данный метод позволяет решать задачу обнаружения изменения режима движения меньшими вычислительными затратами. Недостаток предложенного метода решения задачи заключается в том, что если оценка M будет найдена неверно, и окажется меньше, чем реальное количество шагов теста, необходимое для принятия решения, то решение может быть не найдено либо найдено

неверно.

3.3.3. Программная реализация алгоритма

Разработанный алгоритм 3.1 был реализован на языке MATLAB. Входными данными являются матрицы-параметры гибридной стохастической модели, соответствующие основной \mathcal{H}_0 и альтернативной \mathcal{H}_1 гипотезам, начальное значение вектора состояния x , вероятности ошибок первого и второго рода. Выходные данные — априорная оценка M среднего объема банка фильтров Калмана F . Рассмотрены возможные режимы движения: прямолинейное равномерное движение и равномерное круговое движение.

На рисунке 3.2 показаны результаты работы алгоритма в виде графиков зависимости $M = KF Bsize$ от величины радиуса поворота r . Значения входных данных для тестового примера следующие: $x_{start} = [1, 0.5, 1, 0.5]^T$, $r \in [1, 20]$, матрица ковариаций порождающего шума в модели объекта $Q = diag[0.001, 0.001]$, матрица ковариаций шума измерений $R = diag[0.1, 0.1]$, $\alpha = \beta = 0.001$. По рисунку 3.2 видно, что при увеличении радиуса поворота средний объем выборки (и, соответственно, объем банка фильтров), необходимый для принятия решения, возрастает, что связано с ухудшающейся различимостью гипотез. Поворот с большим радиусом r трудно отличить от прямолинейного равномерного движения.

По результатам проведенного вычислительного эксперимента можно сделать вывод о том, что при изменении радиуса поворота в пределах от 1 до 20 решение задачи обнаружения изменения режима движения потребует в среднем 25 фильтров Калмана. Таким образом, если длина интервала наблюдения $N \gg 25$, то предложенное решение задачи будет эффективным в плане необходимого объема вычислений.

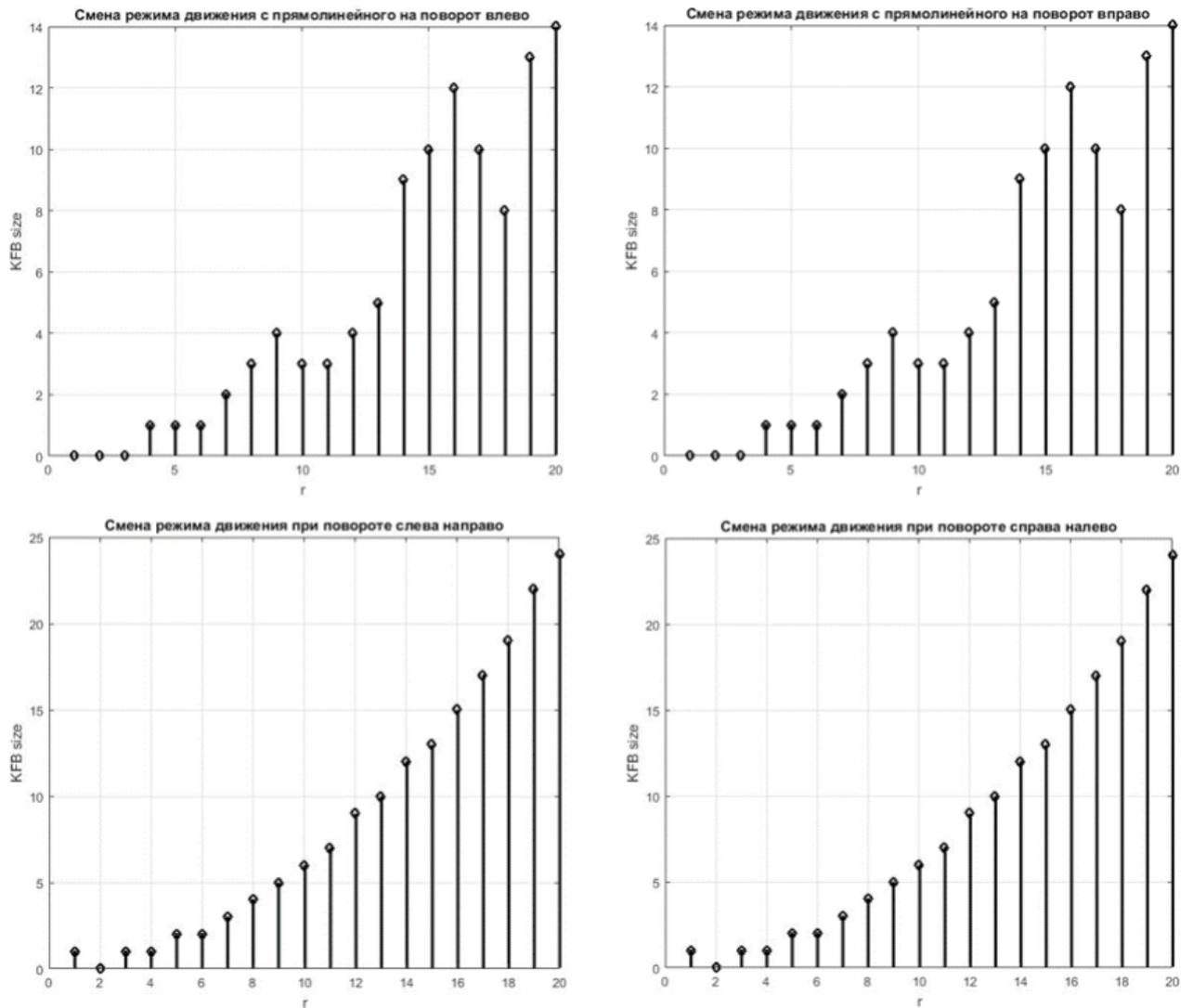


Рис. 3.2. Результаты работы алгоритма

3.4. Обнаружение и идентификация режима движения объекта с ограниченным объемом банка фильтров Калмана

Поставим задачу разработать численно эффективный алгоритм для обнаружения момента изменения и идентификации режима движения в заранее неизвестные моменты времени на ограниченном множестве фильтров Калмана. Обобщим построенный в предыдущем разделе алгоритм для вычисления среднего объема банка фильтров Калмана в случае M возможных режимов движения. В этом случае также каждый дискретный момент времени на интервале наблюдения за объектом необходимо рассматривать как момент возможного из-

менения режима движения.

Предположим, что начальному режиму движения объекта соответствует номер $i = 0$. Необходимо по результатам измерений на заданном интервале наблюдения определить дискретный момент перехода системы на один из альтернативных режимов движения с номером $q \in [1, 2, \dots, M - 1]$.

Решение данной задачи, как и в предыдущем случае, будем строить при помощи последовательного критерия отношения вероятностей Вальда [79, 97], решающее правило которого основано на вычислении множества отношений правдоподобия в каждый дискретный момент времени t_k на интервале наблюдения за объектом, т. е. $t_k \in [t_1, t_N]$. Считаем, что момент изменения режима движения t_j неизвестен. Обозначим через \mathcal{H}_0 гипотезу, соответствующую отсутствию изменения режима движения объекта на интервале $[t_1, t_N]$. Рассмотрим $N(M - 1)$ альтернативных гипотез \mathcal{H}_{qj} , соответствующих изменению основного с номером i на один из альтернативных режимов движения с номером q в дискретный момент времени t_j .

Тогда выражение для логарифмической функции отношения правдоподобия запишем в виде [91]:

$$\lambda_{qj0}(t_k) = \ln \frac{P \{ \nu_{jq}^j, \dots, \nu_{kq}^j | \mathcal{H}_{qj} \}}{P \{ \nu_{j0}, \dots, \nu_{k0} | \mathcal{H}_0 \}} = \lambda_{qj0}(t_{k-1}) + \mu_{qj0}(t_k), \quad k \geq 1. \quad (3.15)$$

Решающее правило в данном случае будет иметь вид:

- Если $(\forall j) : \lambda_{qj0}(t_k) \leq B$, тест останавливают с выбором гипотезы \mathcal{H}_0 (на интервале $[t_1, t_j]$ изменения режима движения не произошло).
- Если $(\exists! j) : \lambda_{qj0}(t_k) \geq A$, тест останавливают с выбором гипотезы \mathcal{H}_{qj} (изменение режима движения на режим q произошло в момент времени t_j).
- Если $(\forall j) : B < \lambda_{qj0}(t_k) \leq A$, тест продолжают для t_{k+1} .
- Если $(\exists! i \neq j) : \lambda_{qj0}(t_k) \geq A$ и $\lambda_{qi0}(t_k) \geq A$ тест останавливают с выбором гипотезы с максимальным значением λ .
- Если $(\exists j) : \lambda_{qj0}(t_k) \leq B$, гипотеза \mathcal{H}_{qj} исключается из рассмотрения, и тест продолжают для t_{k+1} .

Здесь A и B — верхний и нижний пороги решающего правила.

Для вычисления значений (3.15) необходимо формировать банк фильтров Калмана, в котором каждый фильтр соответствует определенной гипотезе. Таким образом, в банке фильтров в каждый момент t_j находится максимум $1 + j(M - 1)$ конкурирующих фильтров Калмана, каждый из которых используется для вычисления (3.15). Следовательно, с ростом интервала наблюдения размер банка, определяемый количеством одновременно находящихся в нем фильтров, непрерывно и неограниченно растет, что, в свою очередь, увеличивается объем необходимых вычислений и объем памяти для обработки данных. Проблема заключается в том, что для решения практических задач требование к неограниченному росту вычислительных ресурсов является неприемлемым.

Для решения указанной проблемы применим подход, основанный на ограничении размера банка фильтров Калмана. Поставим задачу уменьшить необходимый размер банка, т. е. количество фильтров Калмана, которые могут находиться в нем одновременно в текущий момент времени, пока решение об изменении режима движения объекта еще не было принято. В разделе 3.3 получено строгое математическое обоснование алгоритма вычисления среднего размера банка при выборе из двух гипотез. Обобщим полученный результат на случай M возможных режимов движения.

3.4.1. Вычисление априорной оценки среднего размера банка фильтров Калмана

Рассмотрим M гипотез $\mathcal{H}_0, \dots, \mathcal{H}_{M-1}$, при этом гипотеза \mathcal{H}_0 соответствует номинальному (основному) режиму движения, а $M - 1$ гипотез \mathcal{H}_q , соответствуют возможным альтернативным режимам движения. Чтобы оценить средний объем выборки, требуемый для принятия решения о выборе из $M - 1$ гипотез, необходимо сначала знать среднюю величину изменения логарифмической функции отношения правдоподобия $\lambda_{qj0}(t_k)$ после каждого шага теста для каждого фильтра из банка:

$$\lambda_{qj0}(t_k) = \lambda_{qj0}(t_{k-1}) + \mu_{qj0}(t_k),$$

т. е. для решения задачи необходимо вычислить приращения $\mu_{qj_0}(t_k)$ функции отношения правдоподобия при условии выполнения гипотезы \mathcal{H}_0 или гипотезы \mathcal{H}_q .

Далее рассмотрим случай, когда в некоторый фиксированный момент времени t_j произошло изменение режима движения с основного (соответствующего гипотезе \mathcal{H}_0) на один из альтернативных режимов (соответствующий гипотезе \mathcal{H}_q , $q = 1, \dots, M - 1$). Без потери общности, индекс j в дальнейшем опускаем. Найдем

$$\begin{aligned} \mu_q(t_k) = & \mathbb{E} \left\{ \ln |\Sigma_0(t_k)|^{\frac{1}{2}} - \ln |\Sigma_q(t_k)|^{\frac{1}{2}} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} [\nu_0^T(t_k) \Sigma_0^{-1}(t_k) \nu_0(t_k) - \nu_q^T(t_k) \Sigma_q^{-1}(t_k) \nu_q(t_k)] \mid \mathcal{H}_q \right\}, \end{aligned}$$

где $\nu_q(t_k) = z(t_k) - H_q \hat{x}(t_k)$ – невязка измерений, вычисляемая в фильтре Калмана F_q , соответствующем гипотезе \mathcal{H}_q ; $\Sigma_q(t_k)$ – ковариационная матрица невязки измерения $\nu_q(t_k)$.

Проведя аналогичные п. 3.3.1 рассуждения, приходим к следующему результату.

Утверждение 9. *Предположим, что в уравнениях фильтра используются значения параметров $\Phi_q, G_q, Q_q, H_q, R_q$, соответствующие одной из альтернативных гипотез \mathcal{H}_q , вместо значений параметров $\Phi_0, G_0, Q_0, H_0, R_0$, соответствующих гипотезе \mathcal{H}_0 . Тогда приращения $\mu_{0q}(t_k)$ и $\mu_{q0}(t_k)$ отношений правдоподобия $\lambda_{q0}(t_k)$ ($q = 1, \dots, M$) при условии выполнения гипотез \mathcal{H}_0 или \mathcal{H}_q в задаче обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта определяются выражениями*

$$\mu_{0q}(t_k) = \ln |\Sigma_0(t_k)|^{1/2} - \ln |\Sigma_q(t_k)|^{1/2} + \frac{1}{2} \left\{ m - \sum_{u,v=1}^m (\tilde{\sigma}_{uv}^q(t_k) \bar{\sigma}_{uv}^{q0}(t_k)) \right\}$$

и

$$\mu_{q0}(t_k) = \ln |\Sigma_0(t_k)|^{1/2} - \ln |\Sigma_q(t_k)|^{1/2} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{u,v=1}^m (\tilde{\sigma}_{uv}^0(t_k) \bar{\sigma}_{uv}^{0q}(t_k)) - m \right\}.$$

Алгоритм 3.2. Априорная оценка среднего объема банка фильтров Калмана в случае M возможных режимов движения объекта

Вход: α, β , набор матриц $\{\Phi_q, G_q, Q_q, H_q, R_q\}$, $q = 0, \dots, M - 1$.

Выход: \mathcal{M}_q – априорная оценка среднего объема банка фильтров.

- 1 Вычислить $A = \ln((1 - \beta)/\alpha)$ и $B = \ln(\beta/(1 - \alpha))$.
- 2 Найти установившееся решение ковариационной матрицы невязок измерений Σ_0 , соответствующей основной гипотезе \mathcal{H}_0 , и установившиеся решения ковариационных матриц невязок измерений Σ_q , соответствующих альтернативным гипотезам \mathcal{H}_q , $q = 1, \dots, M - 1$, по уравнениям дискретного фильтра Калмана.
- 3 Вычислить значения фактических корреляционных матриц $\bar{\Sigma}_{0q}$, по следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}_{0q}(t_k) = & H_0 \mathbb{E} \{x(t_k)x^T(t_k)\} H_0^T - H_0 \mathbb{E} \{x(t_k)\hat{x}^T(t_k^-)\} H_q^T \\ & + H_q \mathbb{E} \{\hat{x}(t_k^-)\hat{x}^T(t_k^-)\} H_q^T - H_q \mathbb{E} \{\hat{x}(t_k^-)x^T(t_k)\} H_0^T + R_q, \end{aligned} \quad (3.16)$$

где $\hat{x}(t_k^-)$ – оценки, вычисленные с помощью фильтра F_q , соответствующего гипотезе \mathcal{H}_q .

- 4 Вычислить значения фактических корреляционных матриц невязок измерений $\bar{\Sigma}_{q0}(t_k)$ согласно уравнению:

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}_{q0}(t_k) = & H_q \mathbb{E} \{x(t_k)x^T(t_k)\} H_q^T - H_q \mathbb{E} \{x(t_k)\hat{x}^T(t_k^-)\} H_0^T \\ & + H_0 \mathbb{E} \{\hat{x}(t_k^-)\hat{x}^T(t_k^-)\} H_0^T - H_0 \mathbb{E} \{\hat{x}(t_k^-)x^T(t_k)\} H_q^T + R_0, \end{aligned} \quad (3.17)$$

где $\hat{x}(t_k^-)$ – оценки, вычисленные с помощью фильтра F_0 , соответствующего гипотезе \mathcal{H}_0 .

- 5 Найти величины μ_{0q} и μ_{q0} для каждой гипотезы \mathcal{H}_q , $q = 1, \dots, M - 1$, согласно выражениям:

$$\mu_{0q} = \ln |\Sigma_0|^{1/2} - \ln |\Sigma_q|^{1/2} + \frac{1}{2} \left\{ m - \sum_{u,v=1}^m (\tilde{\sigma}_{uv}^q \bar{\sigma}_{uv}^{q0}) \right\} \quad (3.18)$$

и

$$\mu_{q0} = \ln |\Sigma_0|^{1/2} - \ln |\Sigma_q|^{1/2} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{u,v=1}^m (\tilde{\sigma}_{uv}^0 \bar{\sigma}_{uv}^{0q}) - m \right\}, \quad (3.19)$$

где матрицы $\Sigma_0^{-1} = [\tilde{\sigma}_{uv}^0]_{u,v=1,\overline{m}}$ и $\Sigma_q^{-1} = [\tilde{\sigma}_{uv}^q]_{u,v=1,\overline{m}}$; $\bar{\Sigma}_{0q} = [\bar{\sigma}_{uv}^{0q}]_{u,v=1,\overline{m}}$ и $\bar{\Sigma}_{q0} = [\bar{\sigma}_{uv}^{q0}]_{u,v=1,\overline{m}}$; $\bar{\Sigma}_{0q} = \lim_{t_k \rightarrow \infty} \bar{\Sigma}_{0q}(t_k)$ и $\bar{\Sigma}_{q0} = \lim_{t_k \rightarrow \infty} \bar{\Sigma}_{q0}(t_k)$ ($q = 1, \dots, M - 1$).

- 6 Найти величины $N_{0q} = (\alpha A + (1 - \alpha)B)/\mu_{0q}$ и $N_{q0} = ((1 - \beta)A + \beta B)/\mu_{q0}$, где N_{0q} и N_{q0} – средние объемы выборок, необходимых для принятия решения при выборе из двух гипотез \mathcal{H}_0 и \mathcal{H}_q [99].
 - 7 Для каждой пары основной и альтернативной гипотезы \mathcal{H}_0 и \mathcal{H}_q , $q = 1, \dots, M - 1$, вычислить средний размер банка фильтров Калмана: $\mathcal{M}_q = \max(\lceil N_{0q} \rceil, \lceil N_{q0} \rceil)$.
 - 8 Найти оценку среднего размера банка фильтров как максимальное значение \mathcal{M}_q среди каждой пары гипотез \mathcal{H}_0 и \mathcal{H}_q , $q = 1, \dots, M - 1$.
-

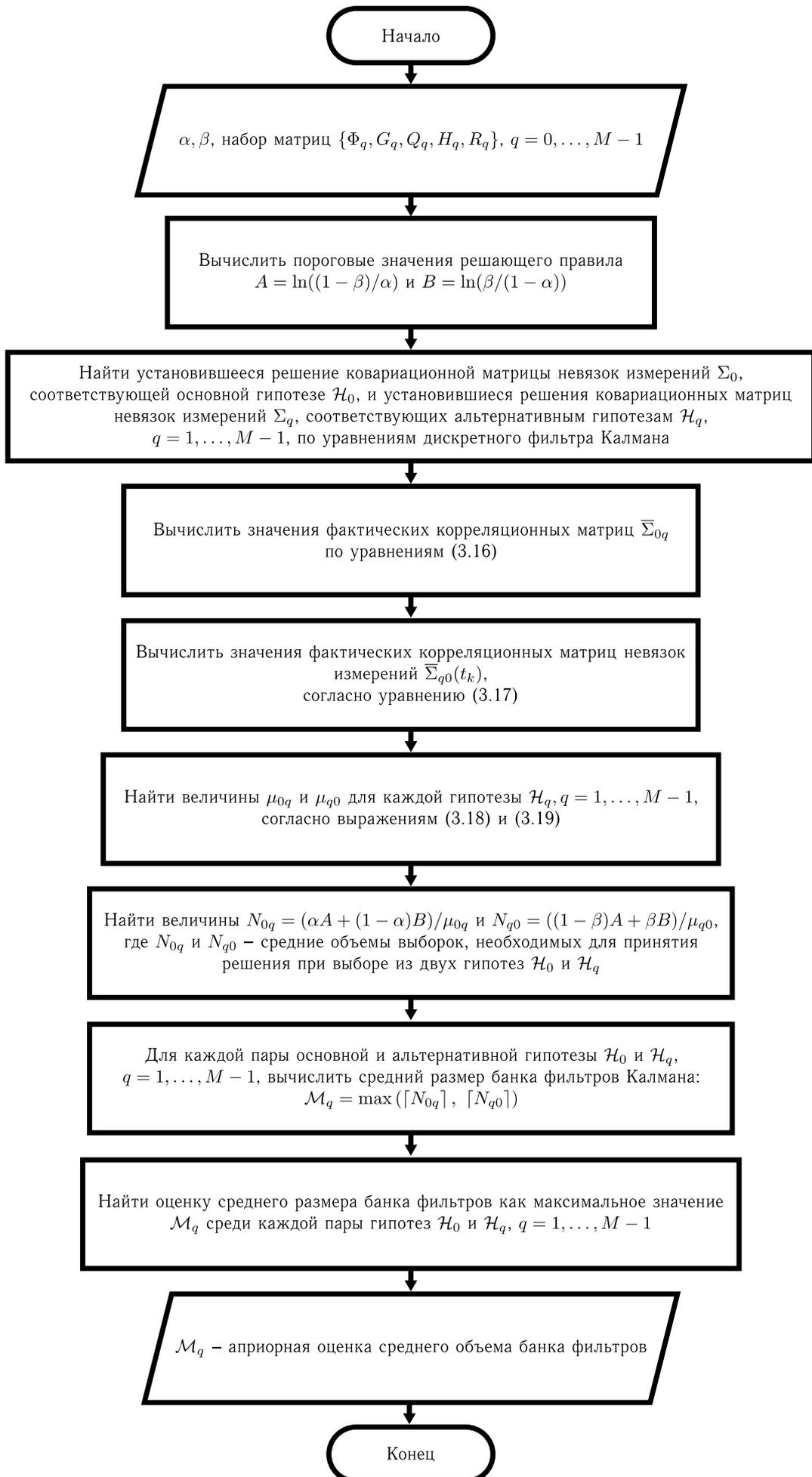


Рис. 3.3. Блок-схема алгоритма 3.2

Обобщая алгоритм, разработанный в разделе 3.3, сформулируем новый численный метод для вычисления априорной средней оценки среднего объема банка фильтров Калмана. Разработанный численный метод представлен алгоритмом 3.2.

Блок-схема алгоритма 3.2 представлена на рис. 3.3.

3.4.2. Численный эксперимент

Проведем компьютерное моделирование на языке MATLAB с целью проверки работоспособности построенного алгоритма 3.2. Результатом работы алгоритма является количественная оценка среднего объема банка фильтров Калмана.

Рассмотрим следующую задачу. Предположим, что в некоторый дискретный момент времени t_j может произойти смена режима движения объекта с основного на альтернативный. В качестве основного и альтернативного режимов движения будем рассматривать любой из возможных четырех режимов при условии, что они различны. Требуется оценить средний объем банка фильтров Калмана при решении задачи обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта. Для решения задачи запрограммируем алгоритм 3.2 на языке MATLAB и проведем вычислительные эксперименты для различных пар \mathcal{H}_0 и \mathcal{H}_q .

Экспериментальные условия приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1. Параметры численного эксперимента

Начальное значение вектора состояния	$x_{start} = [1, 0.5, 1, 0.5]^T$
Радиус поворота налево/направо	$r = 15$
Матрица ковариации шума в модели объекта	$Q = \text{diag}[0.001, 0.001]$
Матрица ковариации погрешности измерений	$R = \text{diag}[0.1, 0.1]$
Значения ошибок первого и второго рода	$\alpha = \beta = 0.001$

В листингах 3.1–3.2 приведены фрагменты программного кода на языке MATLAB для вычисления величин Σ_0 и Σ_q . Здесь N — количество итераций для

вычисления установившегося решения.

Листинг 3.1. Вычисление Σ_0

```

1   n=size(Phi_0,1);
2   P0=eye(n,n);
3   for i = 1:N
4   P0=(Phi_0)*P0*(Phi_0)'+(G_0)*Q_0*(G_0)';
5   Sigma_0=H_0*P0*H_0'+R_0;
6   K0=P0*H_0'/Sigma_0;
7   P0=P0-K0*H_0*P0;
8   end

```

Листинг 3.2. Вычисление Σ_q

```

1   n=size(Phi_q,1);
2   Pq=eye(n,n);
3   for i = 1:N
4   Pq=(Phi_q)*Pq*(Phi_q)'+(G_q)*Q_q*(G_q)';
5   Sigma_q=H_q*Pq*H_q'+R_q;
6   Kq=Pq*H_q'/Sigma_q;
7   Pq=Pq-Kq*H_q*Pq;
8   end

```

Листинг 3.3 содержит фрагмент программного кода на языке MATLAB для вычисления величин $\bar{\Sigma}_{0q}$.

Листинг 3.3. Вычисление $\bar{\Sigma}_{0q}$

```

1   % нач. значения
2   n=size(oPhi_0,1);
3   m=size(oH_0,1);
4   Pq=eye(n,n);
5   P0=eye(n,n);
6   Mx0=xs;
7   Mhatxq=xs;
8   Mx0x0=P0+xs*xs';
9   Mx0hatxq=Mx0x0;
10  Mhatxqhatxq=Mx0x0;
11
12  for i = 1:N
13  Pq=(Phi_q)*Pq*(Phi_q)'+(G_q)*Q_q*(G_q)';
14  Sigma_q=H_q*Pq*H_q'+R_q;
15  Kq=Pq*H_q'/Sigma_q;

```

```

16   Pq=Pq -Kq*H_q*Pq;
17
18   Mx0=Phi_0*Mx0+B_0*u;
19   Mhatxq=Phi_q*Mhatxq+B_q*u;
20   Mhatxq=(eye(n,n)-Kq*H_q)*Mhatxq+Kq*H_0*Mx0;
21   Mhatxqhatxq=(eye(n,n)-Kq*H_q)*...
22   Mhatxqhatxq*(eye(n,n)-Kq*H_q)'+...
23   (eye(n,n)-Kq*H_q)*Mx0hatxq'*H_0'*Kq'+...
24   Kq*H_0*Mx0hatxq*(eye(n,n)-Kq*H_q)'+...
25   Kq*H_0*Mx0x0*H_0'*Kq'+Kq*R_0*Kq';
26   Mhatxqhatxq=Phi_q*Mhatxqhatxq*Phi_q'+...
27   Phi_q*Mhatxq*u'*B_q'+B_q*u*Mhatxq'*Phi_q'+...
28   B_q*u*u'*B_q';
29   Mx0hatxq=Mx0hatxq*(eye(n,n)-Kq*H_q)'+...
30   Mx0x0*H_0'*Kq';
31   Mx0hatxq=Phi_0*Mx0hatxq*Phi_q'+...
32   Phi_0*Mx0*u'*B_q'+B_0*u*Mhatxq'*Phi_q'+...
33   B_0*u*u'*B_0';
34   Mx0x0=Phi_0*Mx0x0*Phi_0'+(G_0)*Q_0*(G_0)'+...
35   B_0*u*Mx0'*Phi_0'+...
36   Phi_0*Mx0*u'*B_0'+B_0*u*u'*B_0';
37   end
38
39   dSigma_0q=H_0*Mx0x0*H_0'-H_0*Mx0hatx1*H_q'+...
40   H_q*Mhatx1hatx1*H_q'-H_q*Mx0hatx1'*H_0'+R_q;

```

В таблице 3.2 показаны результаты работы алгоритма для каждой пары основной и альтернативной гипотезы в виде максимального значения $\mathcal{M}_q = KFBsize$. По строкам указана основная гипотеза, по столбцам – альтернативные гипотезы. По данным таблицы 3.2 вычислим средний размер банка фильтров Калмана как максимальное значение среди всех пар основной и альтернативных гипотез $KFBsize = \max_j \mathcal{M}_j, j = 1, \dots, M$.

Результаты компьютерного моделирования показали, что решение задачи обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта при заданных условиях вычислительного эксперимента потребует в среднем не более 30 фильтров Калмана ($KFBsize \leq 30$). Таким образом, если длина интервала наблюдения $N \gg 30$, то предложенное решение задачи будет эффективным в плане объема вычислений и требуемого объема памяти для хранения текущих данных

банка фильтров Калмана.

Таблица 3.2. Результаты работы алгоритма вычисления среднего объема банка фильтров Калмана

Режим движения ($\mathcal{H}_0/\mathcal{H}_q, q = 1, 2, 3, 4$)	Прямолинейное равномерное	Круговое при повороте налево	Круговое при повороте направо	Остановка
Прямолинейное равномерное	–	$N_{20} = 10.0837$ $N_{02} = 0.0029$ $\mathcal{M}_2 = 11$	$N_{30} = 10.0837$ $N_{03} = 0.0029$ $\mathcal{M}_3 = 11$	$N_{40} = 29.1042$ $N_{04} = 1.1898 \cdot 10^{-6}$ $\mathcal{M}_4 = 30$
Круговое при повороте налево	$N_{10} = 0.0029$ $N_{01} = 10.0837$ $\mathcal{M}_1 = 11$	–	$N_{30} = 13.4720$ $N_{03} = 13.4720$ $\mathcal{M}_3 = 14$	$N_{40} = 18.3927$ $N_{04} = 0.0012$ $\mathcal{M}_4 = 19$
Круговое при повороте направо	$N_{10} = 0.0029$ $N_{01} = 10.0837$ $\mathcal{M}_1 = 11$	$N_2 = 13.4720$ $N_0 = 13.4720$ $\mathcal{M}_2 = 14$	–	$N_{40} = 18.3927$ $N_{04} = 0.0012$ $\mathcal{M}_4 = 19$
Остановка	$N_{10} = 1.1898 \cdot 10^{-6}$ $N_{01} = 29.1042$ $\mathcal{M}_1 = 30$	$N_{20} = 0.0012$ $N_{02} = 18.3927$ $\mathcal{M}_2 = 19$	$N_{30} = 0.0012$ $N_{03} = 18.3927$ $\mathcal{M}_3 = 19$	–

3.5. Обнаружение изменения и идентификация режима движения на ограниченном множестве отношений правдоподобия

Рассмотрим гибридную стохастическую модель (1.1), описывающую процесс движения объекта по сложной траектории. При условии, что измеряются только пространственные координаты объекта, соответствующая модель измерений может быть записана как (1.12).

3.5.1. Обнаружение факта изменения режима движения

Предположим, что момент возможного перехода системы из одного заданного режима в другой априорно неизвестен.

Рассмотрим два режима функционирования ($p = 0, 1$). Предположим, что

начальное состояние системы соответствует номинальному режиму функционирования с номером 0. Необходимо по результатам измерений

$$Z(i) = [z(1), \dots, z(i)]^T, \quad i = 1, \dots, N,$$

подтвердить или опровергнуть факт перехода системы на режим функционирования с номером 1.

Решение этой задачи можно получить с помощью последовательного критерия отношения вероятностей Вальда. Выбор из двух гипотез определяется решающим правилом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Если } \lambda_k \geq A, \text{ тест завершают с выбором гипотезы } \mathcal{H}_1. \\ \text{Если } \lambda_k \leq B, \text{ тест завершают с выбором гипотезы } \mathcal{H}_0. \\ \text{Если } A > \lambda_k > B, \text{ тест продолжают для следующего } k. \end{array} \right. \quad (3.20)$$

Здесь

$$\lambda_k = \frac{f_{N(1,i)|\mathcal{H}_1}(x(1), \dots, x(i))}{f_{N(1,i)|\mathcal{H}_0}(x(1), \dots, x(i))}$$

является отношением правдоподобия, $A = (1 - \beta)/\alpha$ и $B = \beta/(1 - \alpha)$ — верхний и нижний пороги принятия решения, в которых α и β — вероятности ошибок первого и второго рода, \mathcal{H}_0 и \mathcal{H}_1 — гипотезы, соответствующие режиму движения с номером 0 и 1, соответственно; $N(1, i)|\mathcal{H}_p = [\nu^p(1), \nu^p(2), \dots, \nu^p(i)]^T$ — последовательность отсчетов процесса обновления, формируемого фильтрами Калмана [87], построенными в соответствии с имеющимися гипотезами (p — номер гипотезы):

I. Экстраполяция:

$$\hat{x}_{k,p}^- = \Phi^p \hat{x}_{k-1,p}^+ + B^p, \quad P_{k,p}^- = \Phi^p P_{k-1,p}^+ (\Phi^p)^T + G Q G^T.$$

II. Фильтрация:

$$\begin{aligned} K_{k,p} &= P_{k,p}^- H^T (H P_{k,p}^- H^T + R)^{-1}, \quad P_{k,p}^+ = P_{k,p}^- - K_{k,p} H P_{k,p}^-, \\ \hat{x}_{k,p}^+ &= \hat{x}_{k,p}^- + K_{k,p} (z_k - H \hat{x}_{k,p}^-). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Невязку измерений и ковариационную матрицу запишем в следующем виде:

$$\Sigma^p(k) = H^T P_{k,p}^- H + R, \quad \nu^p(k) = z_k - H \hat{x}_{k,p}^-. \quad (3.22)$$

Ввиду того, что момент возможного возникновения нарушения априорно неизвестен, вместо одной альтернативной гипотезы \mathcal{H}_1 рассмотрим множество гипотез $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \dots, \mathcal{H}_i$, предполагающих возможное изменение режима движения в каждый конкретный момент времени с начала наблюдения.

Для решения задачи на ограниченном множестве значений функции отношения правдоподобия воспользуемся следующим результатом [100]:

Теорема 4. [100] Пусть момент появления возможного нарушения в линейной динамической системе представляет собой дискретную случайную величину θ , равномерно распределенную на отрезке $[0, i]$. Тогда отношение функций правдоподобия в решающем правиле (3.20) вычисляется по выражениям:

$$\lambda_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \psi_j^1(k), \quad (3.23)$$

$$\text{где } \psi_j^1(k) = \prod_{i=j}^k \frac{f_{\nu_j(i)|\mathcal{H}_1}(x(i))}{f_{\nu_1(i)|\mathcal{H}_0}(x(i))}.$$

Учитывая тот факт, что в оптимальном фильтре каждый случайный вектор невязок $\nu_j(i)|\mathcal{H}_p \triangleq \nu_j^p(i)$ нормально распределен с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $\Sigma_j(i)|\mathcal{H}_p \triangleq \Sigma_j^p(i)$, вычисляемой по уравнениям (3.22) (нижний индекс j означает дискретный момент времени, в который фильтр F_j начинает работать), можно переписать выражение для $\psi_j^1(k)$ в виде:

$$\psi_j^1(k) = \begin{cases} 1, & k < j, \\ \psi_j^1(k-1) \sqrt{\frac{|\Sigma_j^1(k)|}{|\Sigma_1^0(k)|}} \\ \times \exp \left[\frac{(\nu_1^0(k))^T (\Sigma_1^0(k))^{-1} \nu_1^0(k) - (\nu_j^1(k))^T (\Sigma_j^1(k))^{-1} \nu_j^1(k)}{2} \right], & k \geq j. \end{cases} \quad (3.24)$$

Алгоритм обнаружения факта изменения режима движения запишем в следующем виде:

Блок-схема алгоритма 3.3 представлена на рис. 3.4.

Алгоритм 3.3. Обнаружения факта изменения режима движения

Вход: Вероятности ошибок первого и второго рода α и β

Выход: Подтверждение факта об обнаружении изменения режима движения

- 1 Вычислить пороговые значения решающего правила $A = (1 - \beta)/\alpha$ и $B = \beta/(1 - \alpha)$.
 - 2 **for** $k = 1, \dots, N$ **do**
 - 3 В каждый момент времени t_j подключить новый фильтр F_j , соответствующий гипотезе \mathcal{H}_j о том, что в текущий момент времени произошло изменение режима движения.
 - 4 **for** $j = 1, \dots, k$ **do**
 - 5 Вычислить $\psi_j^1(k)$ по выражению (3.24) и уравнениям фильтра (3.21)–(3.22).
 - 6 **end for**
 - 7 Вычислить λ_k по выражению (3.23).
 - 8 Проверить критерий (3.20).
 - 9 **end for**
-

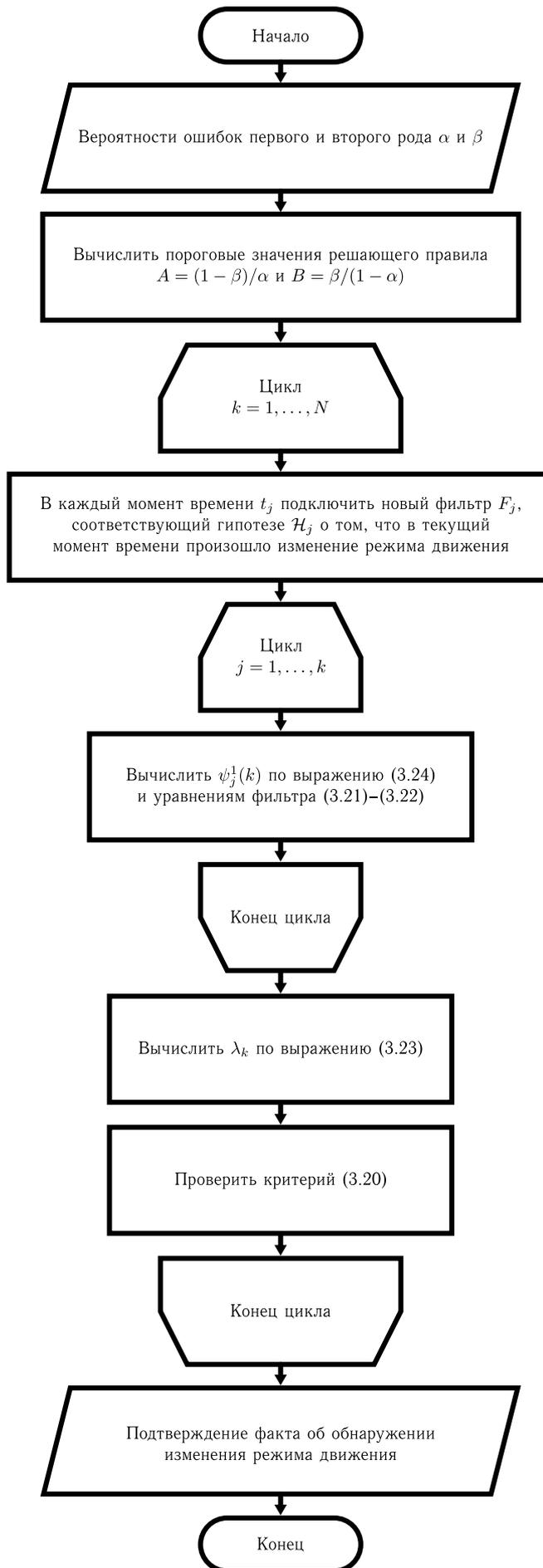


Рис. 3.4. Блок-схема алгоритма 3.3

3.5.2. Обнаружение изменения и идентификация режима движения

Предположим, что момент возможного изменения режима движения и номер режима движения априорно неизвестны.

Рассмотрим M возможных режимов движения ($q = 0, \dots, M - 1$). Предположим, что начальное состояние системы соответствует номинальному режиму движения с номером 0. Необходимо по результатам измерений подтвердить или опровергнуть факт изменения режима движения объекта и идентифицировать его номер.

Решение поставленной задачи также может быть получено с помощью последовательного критерия отношения вероятностей Вальда. Решающее правило, определяющее выбор одной из M гипотез, будет иметь вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Если } \forall q \quad \lambda_{qk} \leq B, \text{ тест завершают с выбором гипотезы } \mathcal{H}_0 \\ \text{(изменение режима движения не обнаружено).} \\ \text{Если } \exists! i : \lambda_{ik} \geq A, \text{ тест завершают с выбором гипотезы } \mathcal{H}_i \\ \text{(обнаружено изменение режима движения на режим с номером } i \text{).} \\ \text{Если } \forall q \quad A > \lambda_{qk} > B, \text{ тест продолжают для следующего } k. \\ \text{Если } \exists i, n : \lambda_{nk} \geq A \text{ и } \lambda_{ik} \geq A, \text{ тест завершают с выбором гипотезы } \mathcal{H}_q, \\ \text{где } q = \max(i, n). \text{ (обнаружено изменение режима движения} \\ \text{на режим с номером } q \text{).} \end{array} \right. \quad (3.25)$$

Здесь

$$\lambda_{qk} = \frac{f_{N(1,k)|\mathcal{H}_q}(\eta(1), \dots, \eta(k))}{f_{N(1,k)|\mathcal{H}_0}(\eta(1), \dots, \eta(k))} \quad (q = 1, \dots, M - 1) \quad (3.26)$$

есть отношения правдоподобия, $A = (1 - \beta)/\alpha$ и $B = \beta/(1 - \alpha)$ — верхний и нижний пороги принятия решения, в которых α и β — вероятности ошибок первого и второго рода, $\mathcal{H}_0 \dots \mathcal{H}_q$ — гипотезы, соответствующие различным режимам движения; $N(1, k)|\mathcal{H}_q = [\nu^q(1), \nu^q(2), \dots, \nu^q(k)]^T$ — последовательность невязок измерений, формируемых фильтрами Калмана, соответствующими рассматриваемым гипотезам \mathcal{H}_q .

Отметим, что выбор гипотезы \mathcal{H}_q в решающем правиле (3.25) соответствует критерию максимального правдоподобия и не требует дополнительного обоснования.

Момент возможного возникновения нарушения априорно неизвестен, поэтому необходимо дополнительно рассматривать гипотезы \mathcal{H}_{qj} , соответствующие ситуации, что произошло изменение режима движения на режим с номером q в дискретный момент времени t_j .

Дополняя результаты, полученные ранее в работах Ю.В. Цыгановой [101, 100], докажем следующую

Теорема 5. *Предположим, что момент возможного изменения режима движения с номинального (с номером 0) на альтернативный (с номером q , $q = 1, \dots, M - 1$) представляет собой дискретную случайную величину θ , равномерно распределенную на отрезке $[1, k]$. Тогда отношение функций правдоподобия в решающем правиле (3.25) определяется выражением*

$$\lambda_{qk} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \psi_j^q(k), \quad (3.27)$$

где

$$\psi_j^q(k) = \begin{cases} 1, & k < j, \\ \psi_j^q(k-1) \sqrt{\frac{|\Sigma_j^q(k)|}{|\Sigma_1^0(k)|}} \times \\ \times \exp \left[\frac{(\nu_1^0(k))^T (\Sigma_1^0(k))^{-1} \nu_1^0(k) - (\nu_j^q(k))^T (\Sigma_j^q(k))^{-1} \nu_j^q(k)}{2} \right], & k \geq j. \end{cases} \quad (3.28)$$

Доказательство. Рассмотрим функцию в числителе выражения (3.26). Используя правило умножения вероятностей и согласованность функций плотности распределения, для $q = 1, \dots, M - 1$ запишем:

$$\begin{aligned} f_{N(1,k)|\mathcal{H}_q}(\eta(1), \dots, \eta(k)) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_{N(1,k),\theta|\mathcal{H}_q}(\eta(1), \dots, \eta(k), y) dy \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_{N(1,k)|\mathcal{H}_q,\theta}(\eta(1), \dots, \eta(k)) f_{\theta|\mathcal{H}_q}(y) dy \end{aligned} \quad (3.29)$$

где

$$f_{\theta|\mathcal{H}_q}(y) = f_{\theta}(y) = \begin{cases} \frac{1}{k}, & 0 < y < k; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

$f_{N(1,k),\theta|\mathcal{H}_q}(\eta(1), \dots, \eta(k), y)$ — условная плотность распределения обобщенного вектора невязок $N(1, k) = [\nu^q(1), \nu^q(2), \dots, \nu^q(k)]^T$, снимаемых с фильтров Калмана, отвечающих гипотезе $\mathcal{H}_{q\theta}$ — изменение режима движения произошло в момент времени θ . В отношении каждого из альтернативных фильтров Калмана F_j это означает, что он должен активизироваться в соответствующий параметру θ момент времени.

Поскольку в нашем случае θ — дискретная случайная величина, интеграл в выражении (3.29) можно заменить суммой, а вместо непрерывной функции плотности распределения θ ввести соответствующие вероятности:

$$\begin{aligned} f_{N(1,k)|\mathcal{H}_q}(\eta(1), \dots, \eta(k)) &= \sum_{i=1}^k f_{N(i,k)|\mathcal{H}_q}(\eta(i), \dots, \eta(k))p(\theta = i) \\ &= \sum_{i=1}^k f_{N(i,k)|\mathcal{H}_q}(\eta(i), \dots, \eta(k))\frac{1}{k}. \end{aligned}$$

Следовательно, отношение функций правдоподобия (3.26) преобразуется к виду:

$$\lambda_{qk} = \frac{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k f_{N(i,k)|\mathcal{H}_q}(\eta(i), \dots, \eta(k)) f_{N(1,i-1)|\mathcal{H}_0}(\eta(1), \dots, \eta(i-1))}{f_{N(1,k)|\mathcal{H}_0}(\eta(1), \dots, \eta(k))}. \quad (3.30)$$

Учитывая независимость элементов последовательности невязок измерений $N(1, k)$, перепишем (3.30) в виде:

$$\lambda_{qk} = \frac{\frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \prod_{i=j}^k f_{\nu_j(i)|\mathcal{H}_q}(\eta(i)) \prod_{i=1}^{j-1} f_{\nu_j(i)|\mathcal{H}_0}(\eta(i))}{\prod_{i=1}^k \sum_{j=1}^k f_{\nu_1(i)|\mathcal{H}_0}(\eta(i))} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \left(\frac{\prod_{i=j}^k f_{\nu_j(i)|\mathcal{H}_q}(\eta(i))}{\prod_{i=j}^k f_{\nu_1(i)|\mathcal{H}_0}(\eta(i))} \right).$$

Каждая последовательность невязок $\{\nu_j^q(i) \triangleq (\nu_j(i)|\mathcal{H}_q)\}$ формируется отдельным фильтром Калмана F_{qj} , настроенным в соответствии с гипотезой \mathcal{H}_q и подключенным в t_j -й момент времени.

В предположении, что в оптимальном фильтре каждый случайный вектор невязок $\nu_j^q(i)$ нормально распределен с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $\Sigma_j(i)|\mathcal{H}_q \triangleq \Sigma_j^q(i)$ (нижний индекс j означает дискретный момент времени, в который фильтр F_{qj} начинает работать), запишем:

$$f_{\nu_j(i)|\mathcal{H}_q}(\eta(i)) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2}|\Sigma_j^q(i)|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\nu_j^q(i))^T(\Sigma_j^q(i))^{-1}\nu_j^q(i)\right],$$

где m — размер вектора измерений $z(t_i)$; $|\Sigma_j(i)|$ — детерминант ковариационной матрицы невязок измерений в j -й момент времени.

Обозначим

$$K_q = \frac{1}{(2\pi)^{m/2}|\Sigma_j^q(i)|^{1/2}}, \quad q = 1, \dots, M-1.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \lambda_{qk} &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \left(\frac{\prod_{i=j}^k K_q \exp\left[-\frac{1}{2}(\nu_j^q(i))^T(\Sigma_j^q(i))^{-1}\nu_j^q(i)\right]}{\prod_{i=j}^k K_0 \exp\left[-\frac{1}{2}(\nu_1^0(i))^T(\Sigma_1^0(i))^{-1}\nu_1^0(i)\right]} \right) \quad (3.31) \\ &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \prod_{i=j}^k \frac{K_q}{K_0} \exp\left[\frac{1}{2}\left((\nu_1^0(i))^T(\Sigma_1^0(i))^{-1}\nu_1^0(i) - (\nu_j^q(i))^T(\Sigma_j^q(i))^{-1}\nu_j^q(i)\right)\right] \\ &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \left(\frac{K_q}{K_0}\right)^{k-j} \exp\left[\sum_{i=j}^k \frac{1}{2}\left((\nu_1^0(i))^T(\Sigma_1^0(i))^{-1}\nu_1^0(i) - (\nu_j^q(i))^T(\Sigma_j^q(i))^{-1}\nu_j^q(i)\right)\right]. \end{aligned}$$

Построив последовательность

$$\psi_j^q(k) = \begin{cases} 1, & k < j, \\ \psi_j^q(k-1) \sqrt{\frac{|\Sigma_j^q(k)|}{|\Sigma_1^0(k)|}} \times \\ \times \exp\left[\frac{(\nu_1^0(k))^T(\Sigma_1^0(k))^{-1}\nu_1^0(k) - (\nu_j^q(k))^T(\Sigma_j^q(k))^{-1}\nu_j^q(k)}{2}\right], & k \geq j, \end{cases}$$

приходим к (3.28) и (3.27). □

Алгоритм обнаружения изменения режима движения и его идентификации запишем в следующем виде:

Блок-схема алгоритма 3.4 представлена на рис. 3.5.

Алгоритм 3.4. Обнаружения изменения и идентификация режима движения

Вход: Вероятности ошибок первого и второго рода α и β
Выход: Подтверждение факта об обнаружении изменения режима движения

- 1 Вычислить пороговые значения решающего правила $A = (1 - \beta)/\alpha$ и $B = \beta/(1 - \alpha)$.
 - 2 **for** $k = 1, \dots, N$ **do**
 - 3 В каждый момент времени t_j подключить $M - 1$ новых фильтров F_{qj} , ($q = 1, 2, \dots, M - 1$), соответствующих гипотезам \mathcal{H}_{qj} о том, что в текущий момент времени произошло изменение режима движения на режим с номером q .
 - 4 **for** $j = 1, \dots, k$ **do**
 - 5 **for** $q = 1, \dots, M - 1$ **do**
 - 6 Вычислить $\psi_j^q(k)$ согласно (3.28).
 - 7 **end for**
 - 8 **end for**
 - 9 **for** $q = 1, \dots, M - 1$ **do**
 - 10 Вычислить λ_{qk} согласно (3.27).
 - 11 **end for**
 - 12 Проверить критерий (3.25).
 - 13 **end for**
-

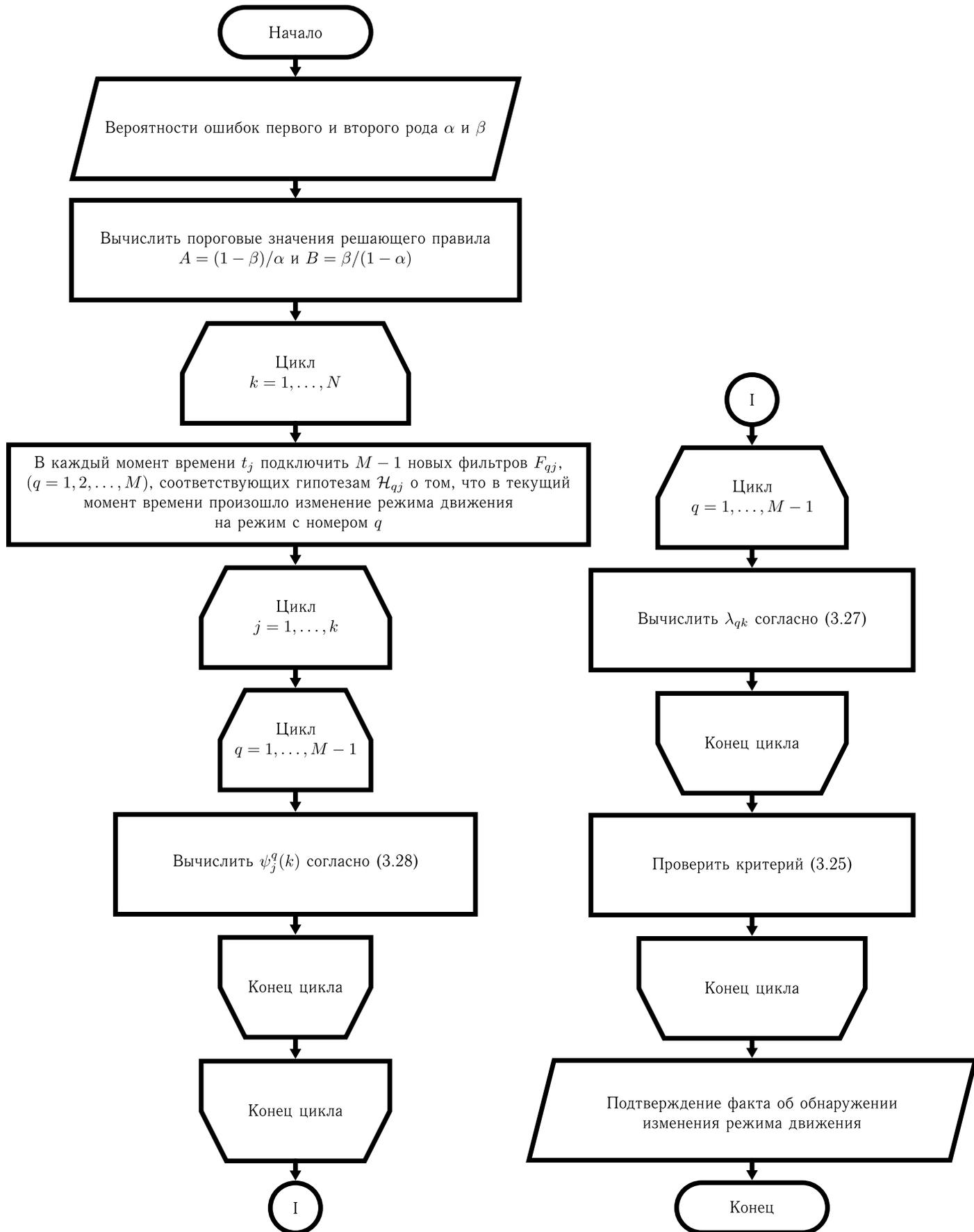


Рис. 3.5. Блок-схема алгоритма 3.4

С целью повышения качества работы алгоритма 3.4 получим новые выражения для вычисления величин (3.28), основанные на применении численно устойчивых модификаций фильтра Калмана, рассмотренных в п. 1.4.2 Главы 1.

Сформулируем следующие результаты.

Предложение 1. Пусть $\mathbf{SR} = \{F_{01}, F_{qj} | q = 1, \dots, M-1, j = 1, \dots, k\}$ – банк квадратно-корневых фильтров Калмана, необходимый для вычисления значений отношений правдоподобия (3.27). Тогда выражение для величин (3.28) имеет вид:

$$\psi_j^q(k) = \begin{cases} 1, & k < j, \\ \psi_j^q(k-1) \times \frac{|(S_{R_{e,k}})_j^q|}{|(S_{R_{e,k}})_1^0|} \exp \left[\frac{\|(\bar{e}_k^{SR})_1^0\|^2 - \|(\bar{e}_k^{SR})_j^q\|^2}{2} \right], & k \geq j, \end{cases} \quad (3.32)$$

в котором невязки и квадратный корень ковариационной матрицы невязок получены по алгоритму 1.3.

Доказательство. Рассмотрим сначала часть выражения (3.27) из теоремы 5:

$$\sqrt{\frac{|\Sigma_j^q(k)|}{|\Sigma_1^0(k)|}}. \quad (3.33)$$

В квадратно-корневом фильтре (алгоритм 1.3) ковариационная матрица невязки измерений $\Sigma(k) = S_{R_{e,k}} S_{R_{e,k}}^T$, поэтому (3.33) можно переписать в виде

$$\sqrt{\frac{|\Sigma_j^q(k)|}{|\Sigma_1^0(k)|}} = \sqrt{\frac{|(S_{R_{e,k}})_j^q ((S_{R_{e,k}})_j^q)^T|}{|(S_{R_{e,k}})_1^0 ((S_{R_{e,k}})_1^0)^T|}}.$$

Поскольку матрицы $(S_{R_{e,k}})_j^q$ и $(S_{R_{e,k}})_1^0$ – нижние треугольные, получим

$$\sqrt{\frac{|(S_{R_{e,k}})_j^q ((S_{R_{e,k}})_j^q)^T|}{|(S_{R_{e,k}})_1^0 ((S_{R_{e,k}})_1^0)^T|}} = \sqrt{\frac{|(S_{R_{e,k}})_j^q|^2}{|(S_{R_{e,k}})_1^0|^2}} = \frac{|(S_{R_{e,k}})_j^q|}{|(S_{R_{e,k}})_1^0|}.$$

Далее, рассмотрим другую часть выражения (3.27) из теоремы 5:

$$(\nu_1^0(k))^T (\Sigma_1^0(k))^{-1} \nu_1^0(k) - (\nu_j^q(k))^T (\Sigma_j^q(k))^{-1} \nu_j^q(k). \quad (3.34)$$

Поскольку в квадратно-корневом фильтре (алгоритм 1.3) невязка измерений $\nu(k)$ и ковариационная матрица невязки измерений $\Sigma(k)$ имеют вид

$$\nu(k) = z_k - H_q \hat{x}_k = S_{R_{e,k}} \bar{e}_k^{SR}, \quad \Sigma(k) = S_{R_{e,k}} S_{R_{e,k}}^T,$$

выражение (3.34) перепишем в эквивалентной форме:

$$\begin{aligned}
& (\nu_1^0(k))^T (\Sigma_1^0(k))^{-1} \nu_1^0(k) - (\nu_j^q(k))^T (\Sigma_j^q(k))^{-1} \nu_j^q(k) \\
&= ((S_{R_{e,k}})_1^0 (\bar{e}_k^{SR})_1^0)^T ((S_{R_{e,k}})_1^0 ((S_{R_{e,k}})_1^0)^T)^{-1} (S_{R_{e,k}})_1^0 (\bar{e}_k^{SR})_1^0 \\
&\quad - ((S_{R_{e,k}})_j^q (\bar{e}_k^{SR})_j^q)^T ((S_{R_{e,k}})_j^q ((S_{R_{e,k}})_j^q)^T)^{-1} (S_{R_{e,k}})_j^q (\bar{e}_k^{SR})_j^q \\
&= ((\bar{e}_k^{SR})_1^0)^T ((S_{R_{e,k}})_1^0)^T ((S_{R_{e,k}})_1^0)^{-T} ((S_{R_{e,k}})_1^0)^{-1} (S_{R_{e,k}})_1^0 (\bar{e}_k^{SR})_1^0 \\
&\quad - ((\bar{e}_k^{SR})_j^q)^T ((S_{R_{e,k}})_j^q)^T ((S_{R_{e,k}})_j^q)^{-T} ((S_{R_{e,k}})_j^q)^{-1} (S_{R_{e,k}})_j^q (\bar{e}_k^{SR})_j^q \\
&= ((\bar{e}_k^{SR})_1^0)^T (\bar{e}_k^{SR})_1^0 - ((\bar{e}_k^{SR})_j^q)^T (\bar{e}_k^{SR})_j^q = \|(\bar{e}_k^{SR})_1^0\|^2 - \|(\bar{e}_k^{SR})_j^q\|^2. \quad (3.35)
\end{aligned}$$

Таким образом, приходим к (3.32). \square

Предложение 2. Пусть $\mathbf{UD} = \{F_{01}, F_{qj} | q = 1, \dots, M-1, j = 1, \dots, k\}$ – банк UD-фильтров Калмана, необходимый для вычисления значений отношений правдоподобия (3.27). Тогда выражение для величин (3.28) имеет вид:

$$\psi_j^q(k) = \begin{cases} 1, & k < j, \\ \psi_j^q(k-1) \times \sqrt{\frac{|(D_{R_{e,k}})_j^q|}{|(D_{R_{e,k}})_1^0|}} \\ \times \exp \left[\frac{((\bar{e}_k^{UD})_1^0)^T (D_{R_{e,k}}^{-1})_1^0 (\bar{e}_k^{UD})_1^0 - ((\bar{e}_k^{UD})_j^q)^T (D_{R_{e,k}}^{-1})_j^q (\bar{e}_k^{UD})_j^q}{2}} \right], & k \geq j, \end{cases} \quad (3.36)$$

в котором невязки и квадратный корень ковариационной матрицы невязок получены по алгоритму 1.4.

Доказательство. Рассмотрим сначала часть выражения (3.27) из теоремы 5:

$$\sqrt{\frac{|\Sigma_j^q(k)|}{|\Sigma_1^0(k)|}}. \quad (3.37)$$

В UD-фильтре (алгоритм 1.4) ковариационная матрица невязки измерений $\Sigma(k) = U_{R_{e,k}} D_{R_{e,k}} U_{R_{e,k}}^T$, поэтому (3.37) можно переписать в виде

$$\sqrt{\frac{|\Sigma_j^q(k)|}{|\Sigma_1^0(k)|}} = \sqrt{\frac{|(U_{R_{e,k}})_j^q (D_{R_{e,k}})_j^q ((U_{R_{e,k}})_j^q)^T|}{|(U_{R_{e,k}})_1^0 (D_{R_{e,k}})_1^0 ((U_{R_{e,k}})_1^0)^T|}}.$$

Поскольку матрицы $(U_{R_{e,k}})_j^q$ и $(U_{R_{e,k}})_1^0$ – нижние треугольные с единицами на диагонали, получим

$$\sqrt{\frac{|(U_{R_{e,k}})_j^q (D_{R_{e,k}})_j^q ((U_{R_{e,k}})_j^q)^T|}{|(U_{R_{e,k}})_1^0 (D_{R_{e,k}})_1^0 ((U_{R_{e,k}})_1^0)^T|}} = \sqrt{\frac{|(D_{R_{e,k}})_j^q|}{|(D_{R_{e,k}})_1^0|}},$$

поскольку $|U_{R_{e,k}}| = |U_{R_{e,k}}^T| = 1$.

Далее, рассмотрим другую часть выражения (3.27) из теоремы 5:

$$(\nu_1^0(k))^T (\Sigma_1^0(k))^{-1} \nu_1^0(k) - (\nu_j^q(k))^T (\Sigma_j^q(k))^{-1} \nu_j^q(k). \quad (3.38)$$

Поскольку в UD-фильтре (алгоритм 1.4) невязка измерений $\nu(k)$ и ковариационная матрица невязки измерений $\Sigma(k)$ имеют вид

$$\nu(k) = z_k - H_q \hat{x}_k = U_{R_{e,k}} \bar{e}_k^{UD}, \quad \Sigma(k) = U_{R_{e,k}} D_{R_{e,k}} U_{R_{e,k}}^T,$$

выражение (3.38) перепишем в эквивалентной форме:

$$\begin{aligned} & (\nu_1^0(k))^T (\Sigma_1^0(k))^{-1} \nu_1^0(k) - (\nu_j^q(k))^T (\Sigma_j^q(k))^{-1} \nu_j^q(k) \\ &= ((U_{R_{e,k}})_1^0 (\bar{e}_k^{UD})_1^0)^T ((U_{R_{e,k}})_1^0 (D_{R_{e,k}})_1^0 ((U_{R_{e,k}})_1^0)^T)^{-1} (U_{R_{e,k}})_1^0 (\bar{e}_k^{UD})_1^0 \\ & - ((U_{R_{e,k}})_j^q (\bar{e}_k^{UD})_j^q)^T ((U_{R_{e,k}})_j^q (D_{R_{e,k}})_j^q ((U_{R_{e,k}})_j^q)^T)^{-1} (U_{R_{e,k}})_j^q (\bar{e}_k^{UD})_j^q \\ &= ((\bar{e}_k^{UD})_1^0)^T ((U_{R_{e,k}})_1^0)^T ((U_{R_{e,k}})_1^0)^{-T} (D_{R_{e,k}}^{-1})_1^0 ((U_{R_{e,k}})_1^0)^{-1} (U_{R_{e,k}})_1^0 (\bar{e}_k^{UD})_1^0 \\ & - ((\bar{e}_k^{UD})_j^q)^T ((U_{R_{e,k}})_j^q)^T ((U_{R_{e,k}})_j^q)^{-T} (D_{R_{e,k}}^{-1})_j^q ((U_{R_{e,k}})_j^q)^{-1} (U_{R_{e,k}})_j^q (\bar{e}_k^{UD})_j^q \\ &= ((\bar{e}_k^{UD})_1^0)^T (D_{R_{e,k}}^{-1})_1^0 (\bar{e}_k^{UD})_1^0 - ((\bar{e}_k^{UD})_j^q)^T (D_{R_{e,k}}^{-1})_j^q (\bar{e}_k^{UD})_j^q. \quad (3.39) \end{aligned}$$

Таким образом, приходим к (3.36). □

3.5.3. Численные эксперименты

Проведем компьютерное моделирование для проверки работоспособности и эффективности предложенного алгоритма 3.3. Сначала необходимо получить модельные данные измерений координат объекта при его движении по некоторой траектории. Смоделируем данные траекторных измерений со следующей схемой движения: первые 20 тактов объект движется прямолинейно и равномерно, затем следующие 20 тактов объект совершает равномерное движение

по окружности при повороте вправо с заданным радиусом поворота $r_2 = 5$ м. Начальные параметры движения объекта $x = [0, 0, 0, 2]^T$, ковариации гауссовских шумов в уравнении объекта и измерителя равны $Q = \text{diag}(0.001, 0.001)$ и $R = \text{diag}(0.1, 0.1)$, соответственно.

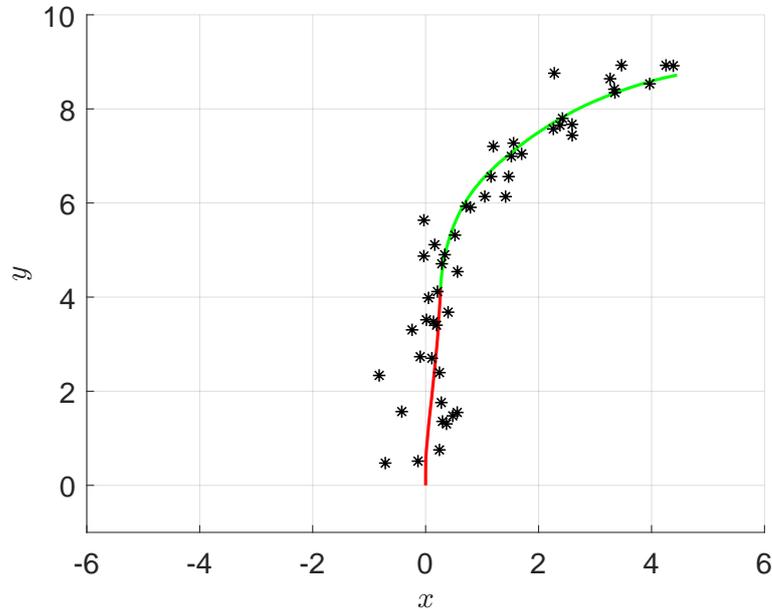


Рис. 3.6. График траектории движения объекта и измерений

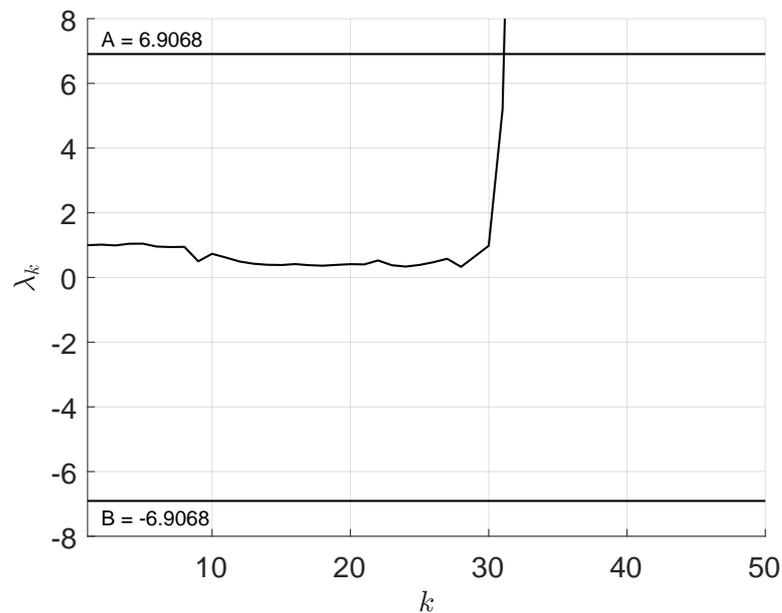


Рис. 3.7. График отношения правдоподобия λ_k

Компьютерное моделирование проведено в системе Matlab. Полученные результаты представлены на рисунках 3.6 и 3.7. Видно, что отношение прав-

доподобия λ_k пересекает верхний порог A , что означает принятие гипотезы об изменении режима движения. Время принятия решения составило 12 тактов дискретного времени.

Теперь проведем компьютерное моделирование с целью подтверждения работоспособности алгоритма 3.4 обнаружения и идентификации изменения режима движения объекта.

Сначала смоделируем данные измерений координат объекта при его движении по некоторой траектории. Моделирование данных траекторных измерений было проведено со следующей схемой движения: первые 20 тактов объект движется прямолинейно и равномерно, затем следующие 30 тактов объект совершает равномерное движение по окружности при повороте вправо с заданным радиусом поворота $r_2 = 5$ м.

Начальные параметры движения объекта $x(0) = [0, 0, 0, 2]^T$, ковариации гауссовских шумов в уравнении объекта и измерителя равны $Q = \text{diag}(0.01, 0.01)$ и $R = \text{diag}(0.01, 0.01)$, соответственно.

Компьютерное моделирование проведено в системе Matlab. Полученные результаты представлены на рисунках 3.8 и 3.9. Видно, что отношение правдоподобия λ_k пересекает верхний порог A , что означает принятие гипотезы об изменении режима движения. Время принятия решения составило 10 тактов дискретного времени. Альтернативная гипотеза о повороте влево не пересекла пороги решающего правила.

Таким образом, проведенные численные эксперименты демонстрируют работоспособность предложенных алгоритмов.

3.6. Заключение и выводы к Главе 3

Подведем итоги Главы 3.

1. Предложено решение задачи определения режима движения объекта по сложной траектории. Для описания сложной траектории применяется гибридная стохастическая модель. Решение задачи основано на последовательном решающем правиле о выборе текущего режима движения в неизвестный момент

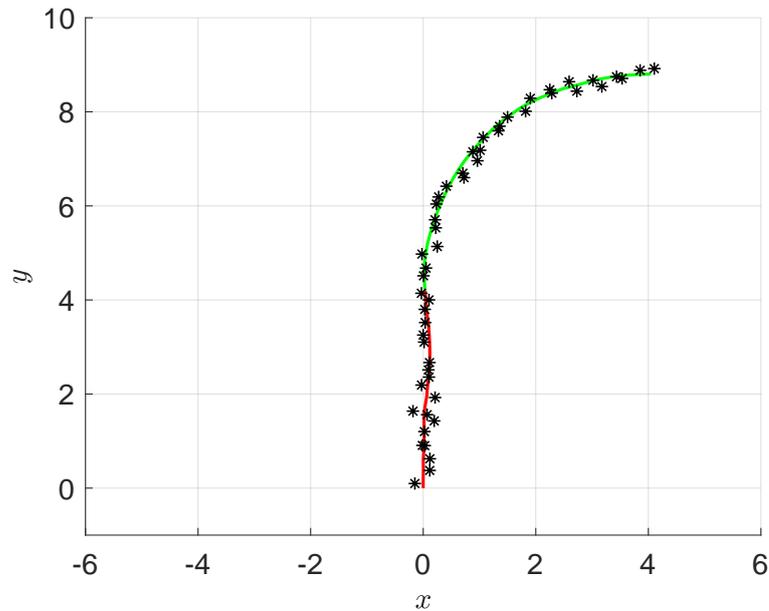


Рис. 3.8. Графики траектории движения объекта и измерений

времени, с ограниченным объемом банка фильтров Калмана.

2. Построен новый численный метод для получения априорной оценки среднего объема банка фильтров Калмана. Априорная оценка среднего объема банка вычисляется как оценка среднего объема выборки, необходимого для принятия решения о выборе из двух гипотез в соответствии с последовательным критерием Вальда. Получено строгое математическое обоснование полученной оценки.

3. Разработан алгоритм вычисления априорной оценки среднего объема банка фильтров Калмана. Полученная априорная оценка рассматривается как необходимый конечный объем банка конкурирующих фильтров, при котором последовательное решающее правило позволяет обнаружить момент изменения режима движения.

4. Предложено решение задачи обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта по сложной траектории в неизвестный момент времени. Решение задачи основано на применении последовательного решающего правила о выборе в неизвестный момент времени гипотезы о текущем режиме движения объекта, с ограниченным размером банка конкурирующих фильтров Калмана. Разработан алгоритм вычисления априорной оценки среднего объема

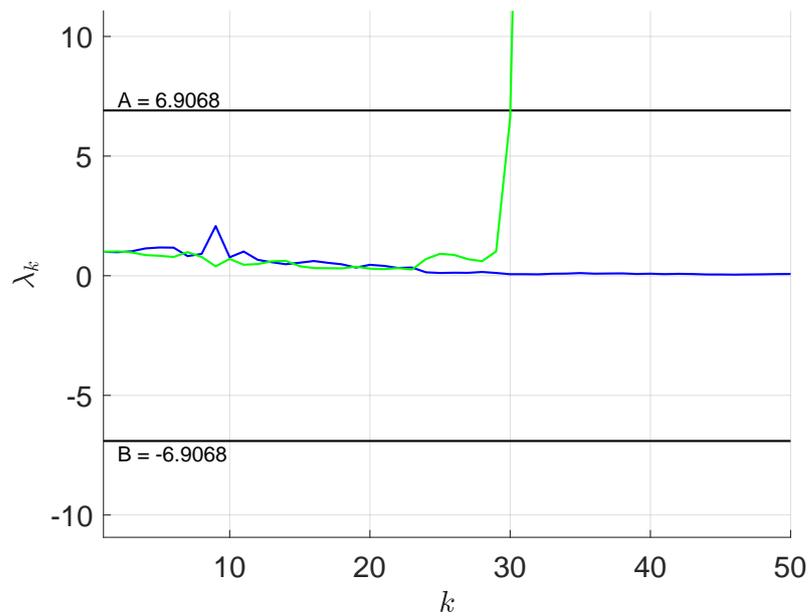


Рис. 3.9. Графики отношений правдоподобия λ_{qk}

банка для общего случая M возможных режимов движения.

Алгоритм вычисления среднего объема банка фильтров Калмана построен в общем виде, и, следовательно, его можно использовать не только для пяти типов моделей движения объекта, рассмотренных в данной диссертации, но и для любых линейных дискретных моделей с гауссовскими шумами, заданных уравнениями в пространстве состояний.

5. Получены новые выражения для вычисления отношения правдоподобия на основе квадратно-корневого фильтра и UD-фильтра. Таким образом показано, как можно встроить численно эффективные модификации фильтра Калмана в решение задачи обнаружения и идентификации режима движения.

6. Разработан эффективный в вычислительном плане и гарантированный по вероятностям ошибок первого и второго рода алгоритм обнаружения факта изменения режима движения объекта в процессе фильтрации измерительных данных. Предполагается, что момент изменения режима движения неизвестен. Решение основано на представлении траектории движения объекта гибридной стохастической моделью, применении последовательного критерия Вальда и численно эффективных алгоритмов калмановской фильтрации. Преимущество метода заключается в том, что решение принимается на ограниченном множе-

стве значений функции отношения правдоподобия.

Результаты работы могут найти применение при решении практических задач судовождения, робототехники, обработки сигналов, в том числе при решении задачи оценивания тактических характеристик радиолокационных станций [102].

Глава 4

Комплекс программ для моделирования и оценивания движения объекта по сложной траектории

Для численной проверки теоретических результатов, полученных в ходе выполнения диссертационной работы, были разработаны:

1. Программный комплекс «Моделирование и оценивание траектории подвижного объекта v1.1» [51] (предыдущая версия v1.0 [103], [104]).
2. Программа для реализации параллельного алгоритма оценивания параметров движения объекта v1.0 [105].

Описание программного комплекса и его возможностей приведено в разделе 4.1. В разделе 4.2 описана программа для реализации параллельного алгоритма оценивания параметров движения объекта.

4.1. Программный комплекс «Моделирование и оценивание траектории подвижного объекта»

Программный комплекс состоит из набора функций и скриптов на языке программирования MATLAB, реализующих основные алгоритмы и методы, а также форм, выполненных в среде визуального программирования GUIDE, реализующих графический интерфейс пользователя.

Основные возможности программного комплекса:

- построение детерминированной или стохастической траектории движения объекта на основе гибридной модели,
- моделирование измерений в присутствии аддитивной гауссовой помехи,
- оценивание вектора состояния модели движения объекта с помощью алгоритмов оптимальной дискретной фильтрации,

- оценивание вектора состояния гибридной стохастической модели движения объекта с помощью алгоритма дискретной фильтрации с диагностикой режима движения в известные моменты времени,
- визуализация и статистическая обработка результатов.

К основным особенностям программного комплекса относятся:

- графический интерфейс пользователя,
- сохранение результатов в *.mat файлах с возможностью их последующей статистической обработки и построения графиков,
- возможность работы в пакетном режиме, обеспечивающая автоматизацию проведения экспериментов.

Графический интерфейс пользователя состоит из пяти диалоговых окон (рисунки 4.1–4.5):

1. Главное окно

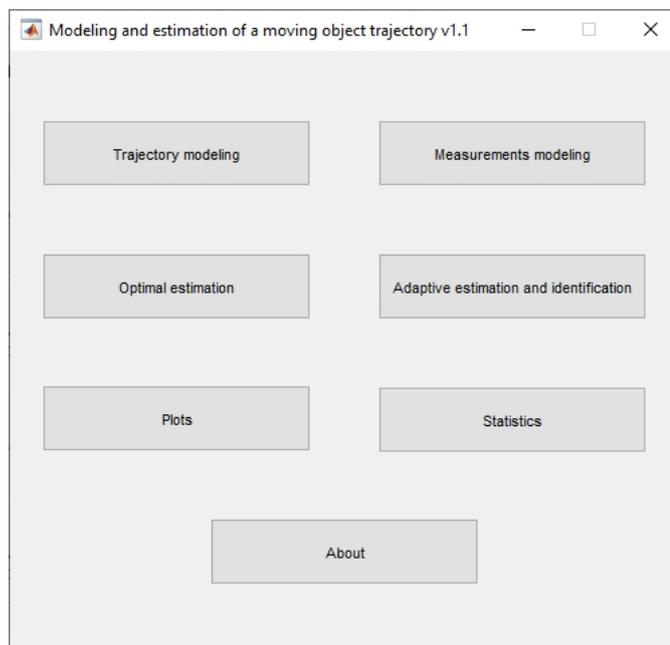


Рис. 4.1. Главное окно

На главном окне расположены кнопки, обеспечивающие доступ ко всем основным возможностям программного комплекса.

2. Окно моделирования траектории

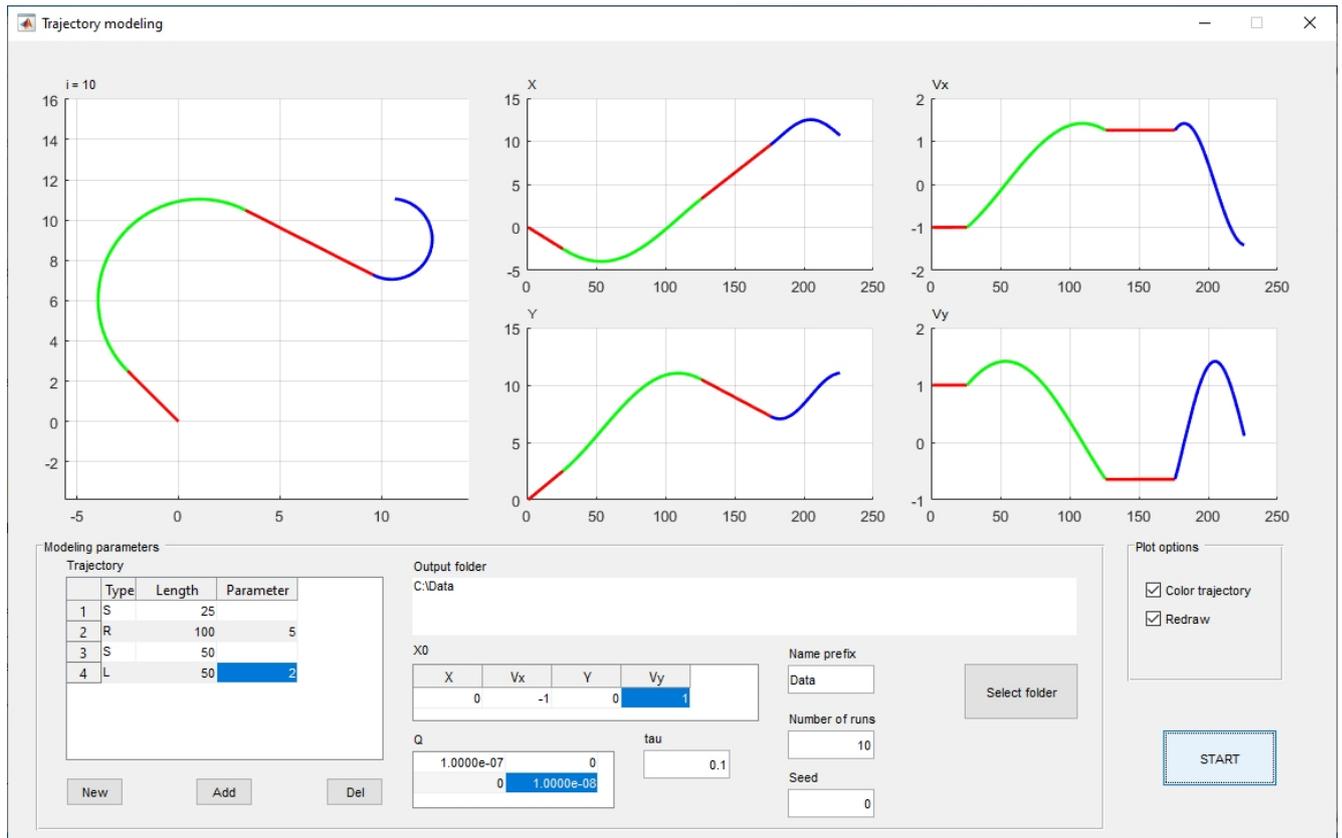


Рис. 4.2. Окно моделирования траектории

Данное окно предназначено для моделирования траектории движения объекта на основе гибридной стохастической модели (1.1), (1.12). В верхней части окна расположены графики, отображающие траекторию движения объекта на плоскости и изменение его координат. Параметры моделирования задаются элементами управления в группе Modeling parameters в нижней части окна.

Схема движения объекта описывается в таблице Trajectory. Режим движения и его продолжительность задаются в столбцах Type и Length, соответственно. В качестве режимов движения могут использоваться:

- прямолинейное равномерное движение (S),
- круговое равномерное движение при повороте влево с заданным радиусом (L),
- круговое равномерное движение при повороте вправо с заданным радиусом (R).

Для описания кругового равномерного движения используются линейные модели МКРД-Л и МКРД-П, описанные в разделе 1.2, радиус поворота задается в столбце *Parameter*. Редактирование таблицы *Trajectory* выполняется при помощи кнопок *New*, *Add* и *Del*.

В таблицах *X0* и *Q* задаются соответственно начальное состояние x_0 и ковариация шума Q в объекте, а в поле *tau* — шаг дискретизации τ . По умолчанию $Q = 0$, что соответствует детерминированной траектории.

Начальное значение для генератора случайных чисел задается в поле *Seed*.

Поле *Number of runs* позволяет задать количество генерируемых траекторий. Траектории сохраняются в файлах с именами вида *Префикс_номер.mat*, где префикс задается в поле *Name prefix*.

Кнопка *Select folder* позволяет выбрать папку для сохранения файлов, имя папки отображается в поле *Output folder*.

Группа переключателей *Plot options* позволяет управлять процессом построения и отображения графиков:

- при включенном параметре *Color trajectory*, каждый участок траектории отображается цветом, соответствующим режиму движения (S — красный, R — зеленый, L — синий);
- при включенном параметре *Redraw*, для каждой новой траектории графики перерисовываются.

Кнопка *START* запускает процесс моделирования.

3. Окно моделирования зашумленных измерений

В данном окне для предварительно смоделированных траекторий могут быть смоделированы зашумленные измерения. Перед запуском процесса моделирования необходимо в группе параметров *Run* с помощью кнопки *Select files* выбрать *mat*-файлы с предварительно смоделированными траекториями. Список выбранных файлов отображается в списке *Files*, а выбранная папка — в поле *Folder*.

Параметры измерений задаются в группе *Measurements parameters*. В списке *Observable variables* необходимо указать измеряемые переменные и задать со-

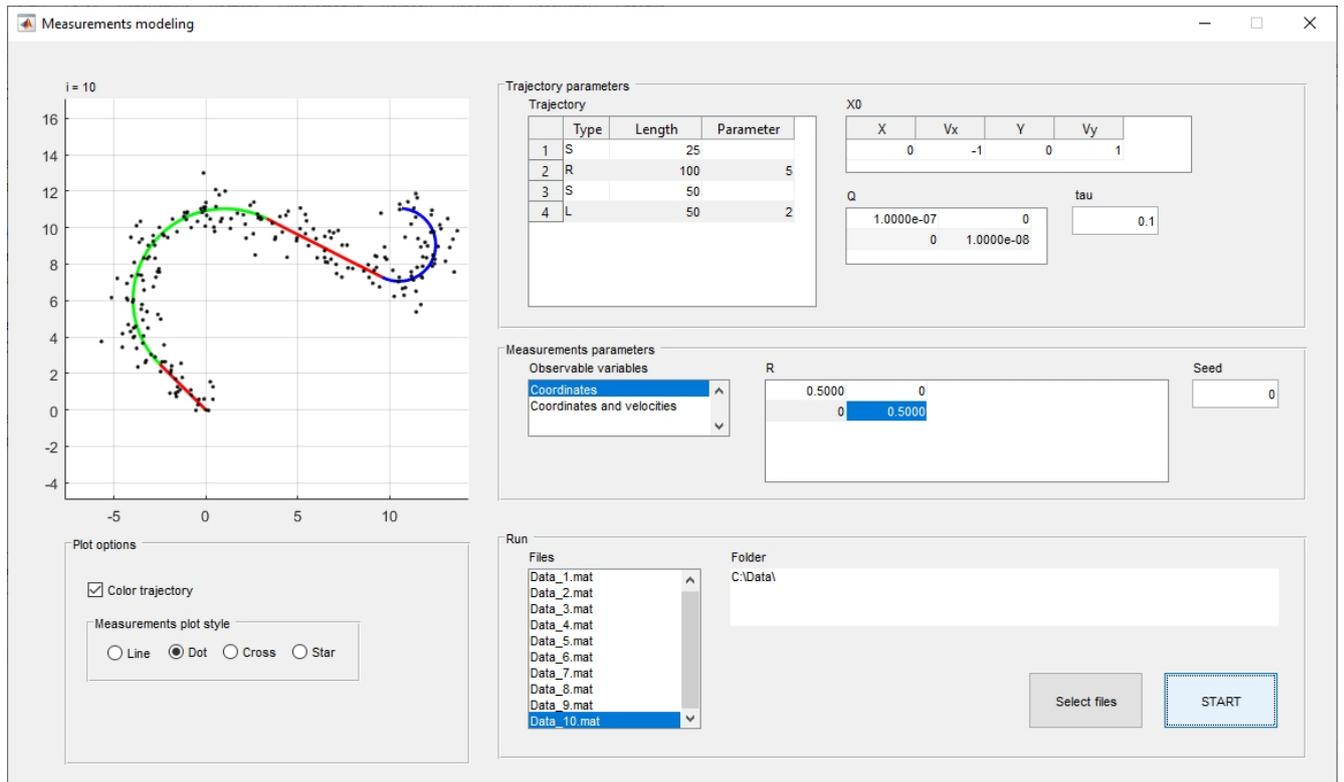


Рис. 4.3. Окно моделирования зашумленных измерений

ответствующую матрицу R ковариации шума в измерителе (таблица R).

Доступны следующие варианты измерений:

- Coordinates — только координаты,
- Coordinates and velocities — координаты и скорости.

Начальное значение для генератора случайных чисел задается в поле Seed.

Группа переключателей Plot options позволяет управлять процессом отображения траектории и измерений.

Кнопка START запускает процесс моделирования измерений. Для каждой траектории ее параметры отображаются в группе элементов Trajectory parameters в верхней части окна.

4. Окно оптимального оценивания траектории

В данном окне к предварительно смоделированным траекториям и зашумленным измерениям могут быть применены алгоритмы оптимального оценивания траектории движущегося объекта. Файлы с данными выбираются и отображаются в группе параметров Run, а параметры траекторий и измерений отобра-

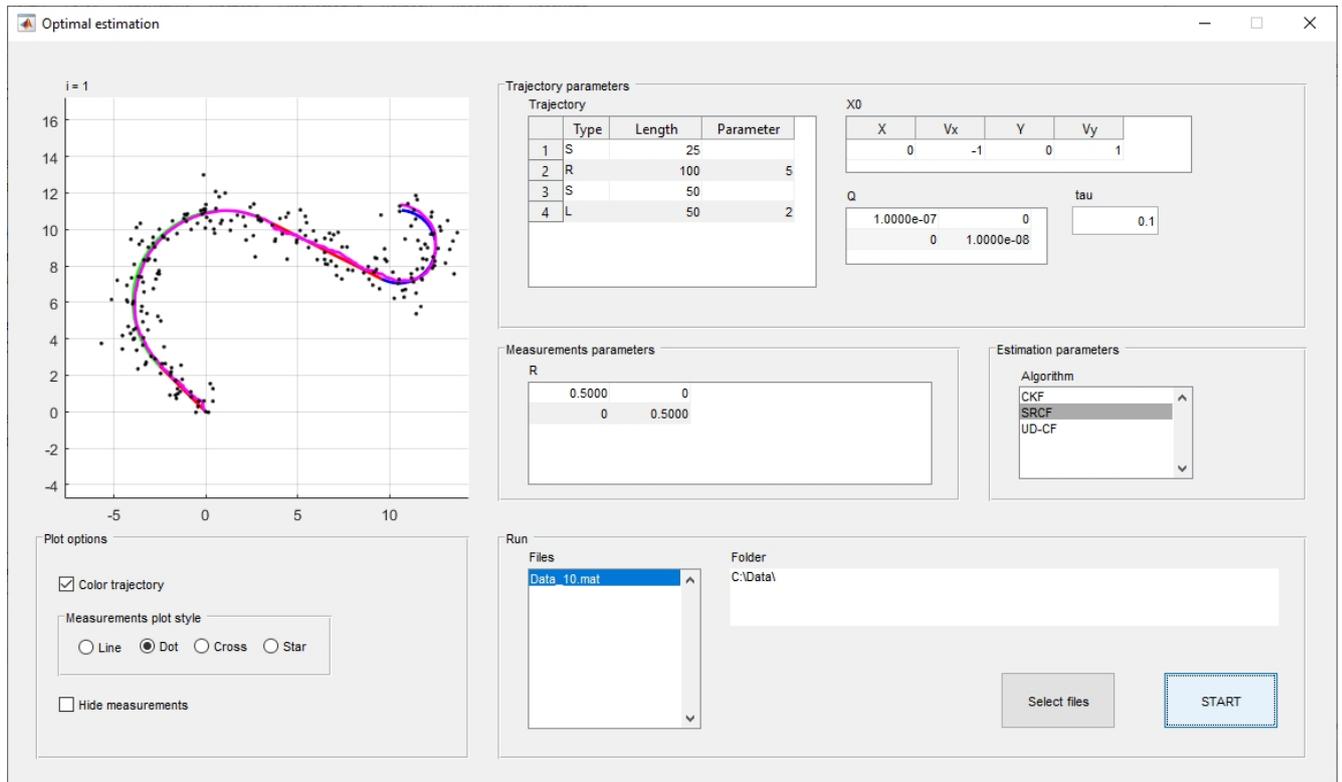


Рис. 4.4. Окно оптимального оценивания траектории

жаются в группах Trajectory parameters и Measurements parameters.

Нужный алгоритм оптимального оценивания выбирается из списка Algorithm в группе Estimation parameters. Доступны следующие алгоритмы оптимальной дискретной фильтрации:

- CKF — стандартный ковариационный фильтр Калмана,
- SRCF — квадратно-корневой ковариационный фильтр,
- UD-CF — ковариационный UD-фильтр.

Группа переключателей Plot options позволяет управлять процессом отображения траектории и измерений. Переключатель Hide measurementst позволяет скрыть/показать на графике результаты измерений.

5. Окно оценивания траектории с идентификацией режима движения в известные моменты времени

В данном окне к предварительно смоделированным траекториям и зашумленным измерениям может быть применен алгоритм дискретной фильтрации с идентификацией режима движения в известные моменты времени.

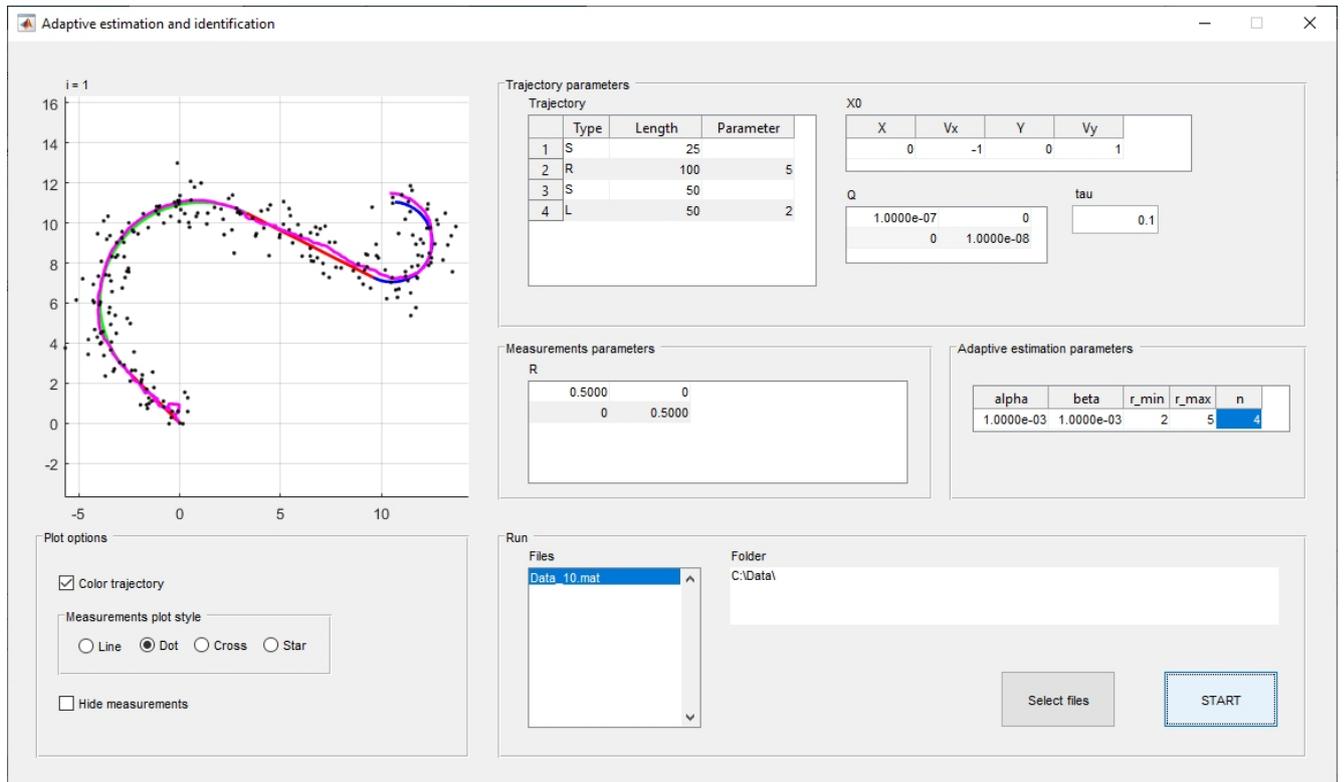


Рис. 4.5. Окно адаптивного оценивания траектории

Основные элементы управления аналогичны элементам окна оптимального оценивания траектории, но вместо группы параметров Estimation parameters имеется группа параметров Adaptive estimation parameters:

- α , β — вероятность ошибки первого второго рода соответственно,
- r_{\min} , r_{\max} , n — минимальный радиус, максимальный радиус и количество альтернативных гипотез (фильтров) для левого и правого поворотов.

Продemonстрируем работу с программным комплексом на следующем примере.

Пример 4.1. Рассмотрим следующую схему движения объекта: первые 50 тактов объект движется прямолинейно и равномерно, затем следующие 50 тактов объект совершает равномерное движение по окружности вправо с заданным радиусом поворота $r = 5$ м. Начальные параметры движения объекта $x_0 = [0, 0, 0, 2]^T$, ковариации гауссовских помех в уравнении объекта и измерителя равны $Q = \text{diag}[0.001, 0.001]$ и $R = \text{diag}[0.1, 0.1]$, соответственно, $\tau = 0.1$ с. Проведем моделирование 10 траекторий и данных траекторных измерений, а

также идентификацию режимов движения объекта для каждой траектории.

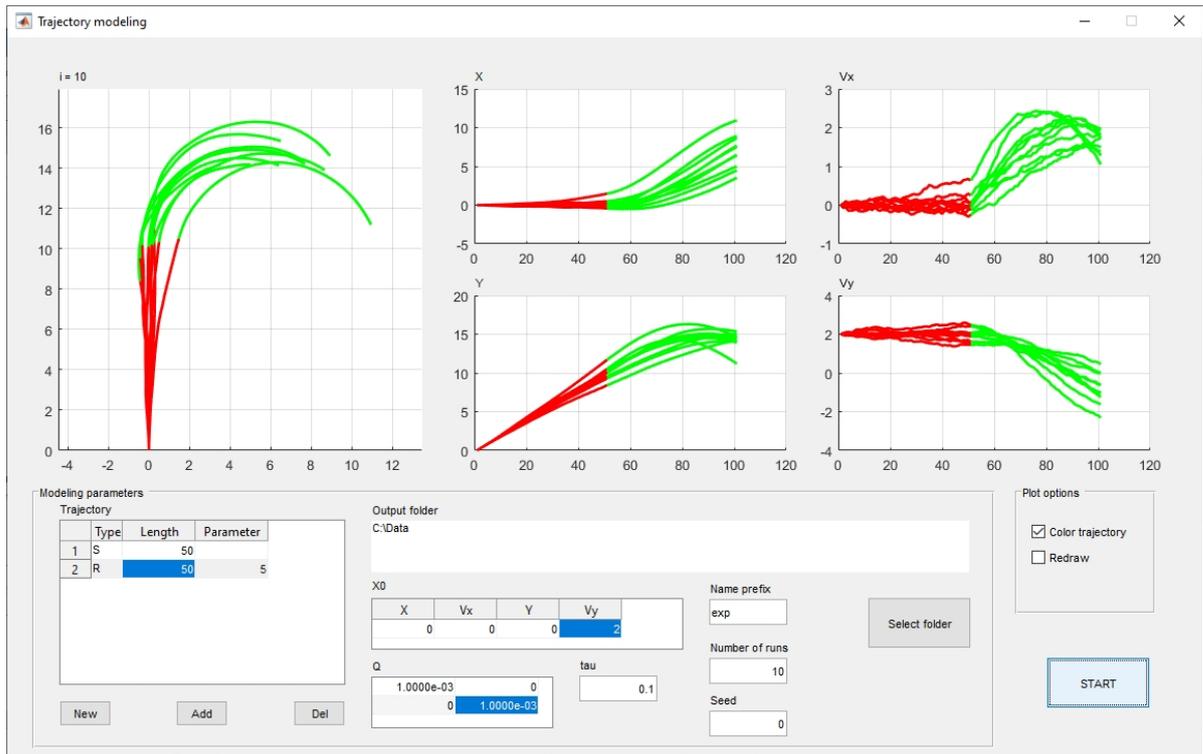


Рис. 4.6. Моделирование траекторий

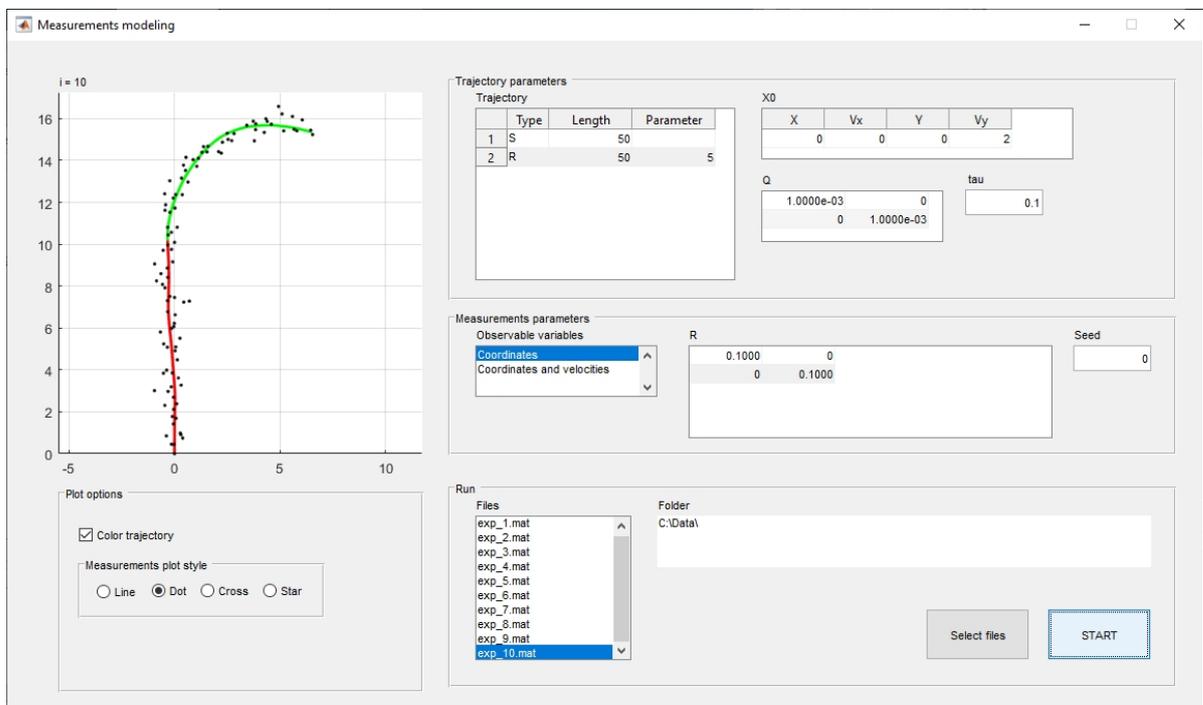


Рис. 4.7. Моделирование измерений

Результаты моделирования траекторий представлены на рисунке 4.6. На рисунке 4.7 представлен процесс моделирования траекторных измерений.

Теперь проведем компьютерное моделирование работы алгоритма обнаружения и идентификации режима движения. Для каждого из десяти полученных данных измерений проведем идентификацию режима из $2n$ возможных режимов движения: круговое равномерное движение вправо с одним из n возможных радиусов и круговое равномерное движение влево с одним из n возможных радиусов поворота.

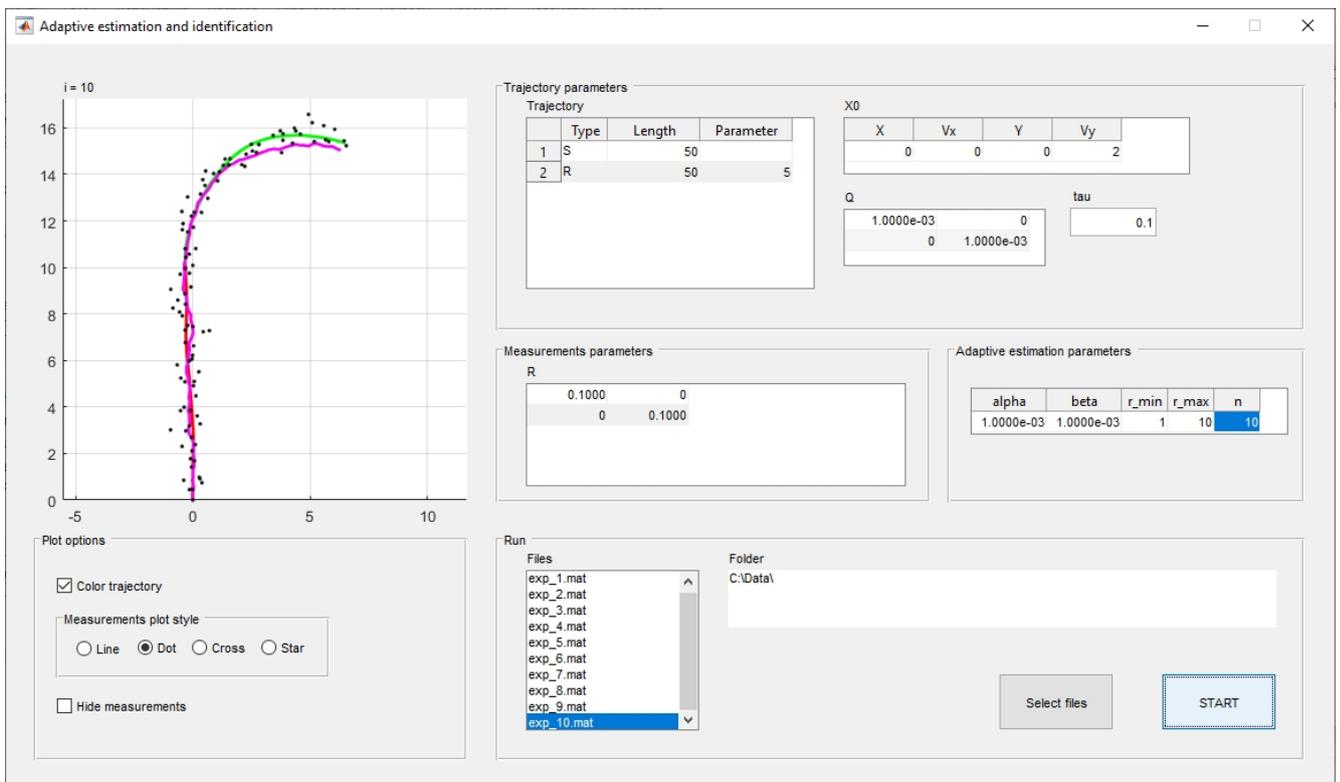


Рис. 4.8. Результат оценивания траектории

Пусть $\alpha = 0.001$ и $\beta = 0.001$. Сначала предположим, что радиус поворота может изменяться на отрезке $[1, 10]$ с шагом 1. Таким образом, $n = 10$, то есть в заданный момент времени режим движения объекта может измениться с равномерного прямолинейного на круговое равномерное движение при повороте вправо или влево с радиусом поворота от 1 м до 10 м. Результат оценивания траектории показан на рисунке 4.8.

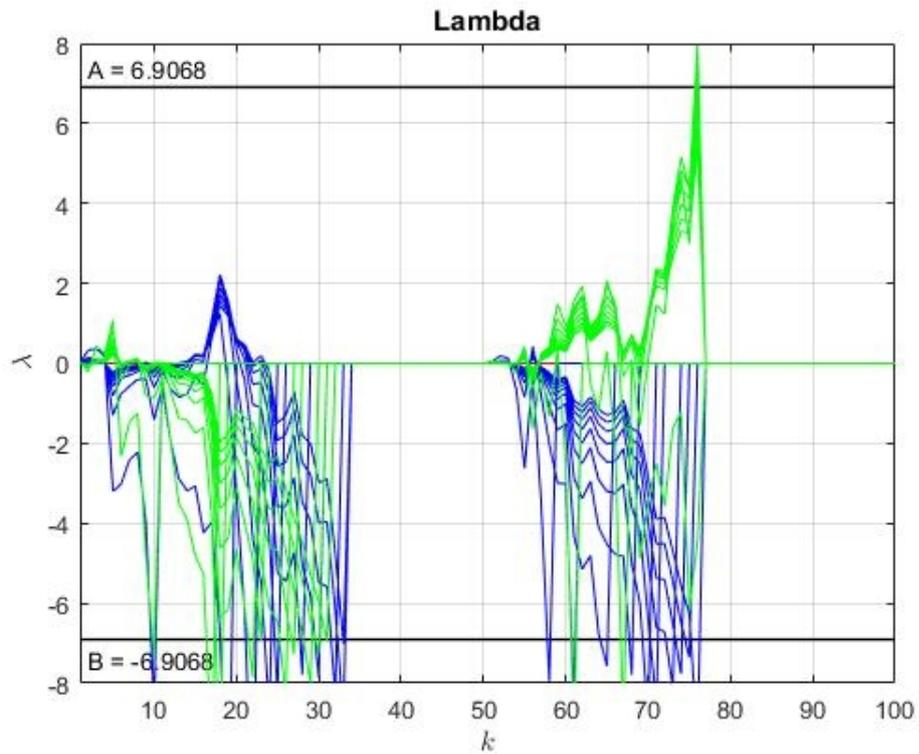


Рис. 4.9. Результаты идентификации режима движения

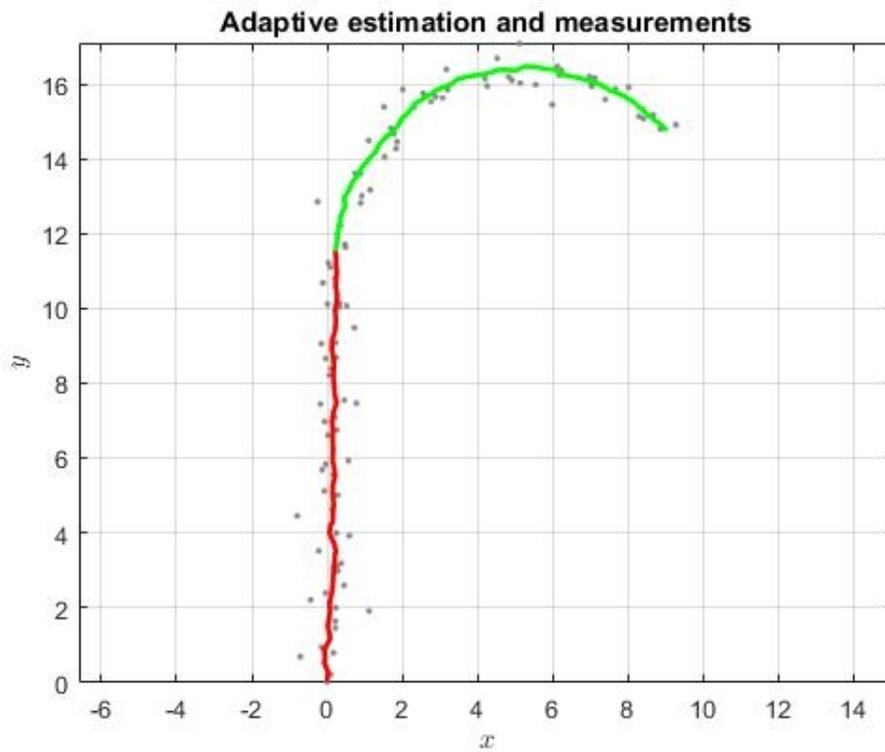


Рис. 4.10. Результаты оценивания траектории с идентификацией режима движения

На рисунках 4.9 и 4.10 представлены результаты идентификации режима движения и полученные оценки для первой траектории (для построения графиков необходимо нажать кнопку Plots в главном окне и выбрать нужный mat-файла).

Теперь оценим эффективность реализации предложенного алгоритма. Предположим, что радиус поворота может изменяться на отрезке $[1, 10]$ с шагом 0.1. Таким образом, $n = 91$. При работе алгоритма максимальный размер банка фильтров Калмана равен 183. Проведем серию вычислительных экспериментов при помощи программной реализации алгоритма в системе MATLAB. Результаты экспериментов приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1. Результаты экспериментов (КРД-П — круговое равномерное движение вправо)

№ эксперимента	Идентифицированный режим движения	Время идентификации
1	КРД-П, $r = 5.0$ м	27
2	КРД-П, $r = 3.7$ м	29
3	КРД-П, $r = 5.1$ м	29
4	КРД-П, $r = 4.7$ м	29
5	КРД-П, $r = 6.5$ м	40
6	КРД-П, $r = 4.7$ м	30
7	КРД-П, $r = 5.0$ м	27
8	КРД-П, $r = 6.5$ м	37
9	КРД-П, $r = 5.2$ м	31
10	КРД-П, $r = 4.1$ м	25
	Средний радиус: 5.05 м	Мин. время: 25 Макс время: 40 Сред. время: 31
$RMSE_x = (0.0946, 0.1206, 0.1218, 0.1714)$, $nRMSE_x = 0.2602$		

Величины $RMSE_x$ (root-mean-square error — среднеквадратичная ошибка) и $nRMSE_x$ (normalized root-mean-square error — нормализованная среднеквадра-

точная ошибка) вычисляются по выражениям:

$$\text{RMSE}_{x_i} = \sqrt{\frac{1}{KN} \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^N (x_{i,exact}^j(k) - \hat{x}_i^j(k))^2},$$

$$\text{nRMSE}_x = \|\text{RMSE}_x\|,$$

где K — количество экспериментов, N — длина траектории, $x_{i,exact}^j(k)$ — точное значение вектора состояния гибридной стохастической модели движения (по результатам моделирования), $\hat{x}_i^j(k)$ — оценка вектора состояния, вычисленная в результате работы алгоритма 2.2.

По данным таблицы 4.1 видно, что во всех 10 экспериментах режим движения был обнаружен верно, средняя задержка в принятии решения составила 31 такт дискретного времени. Погрешность в определении радиуса поворота обусловлена значительной зашумленностью модели измерений (ковариационная матрица шума $R = \text{diag}[0.1, 0.1]$).

4.2. Программа для реализации параллельного алгоритма оценивания параметров движения объекта

В программе реализован параллельный алгоритм адаптивного оценивания параметров движения объекта на основе гибридной стохастической модели, представляющей собой набор дискретных линейных стохастических моделей, отвечающих за различные участки траектории движения объекта:

- прямолинейное равномерное движение,
- круговое равномерное движение влево с заданным радиусом,
- круговое равномерное движение вправо с заданным радиусом.

Программа написана на языке программирования C++ с использованием технологии параллельного программирования OpenMP. Алгоритм оценивания параметров движения объекта идентичен алгоритму, реализованному в программном комплексе из предыдущего раздела, но реализован с использованием библиотеки Armadillo [82], упрощающей портирование программ из MATLAB в

C++.

Входные данные и настройки программы считываются из текстовых файлов. Результатом работы программы является отчет об идентифицированных режимах движения объекта на всех участках траектории. Все файлы, необходимые для работы программы, могут быть подготовлены в программном комплексе, описанном в предыдущем разделе.

Для демонстрации возможностей программы рассмотрим следующий пример.

Пример 4.2. *Рассмотрим следующую схему движения объекта: первые 50 тактов объект движется прямолинейно и равномерно, затем следующие 100 тактов объект совершает равномерное движение по окружности при повороте влево с заданным радиусом поворота $r = 5$ м. Начальные параметры движения объекта $x_0 = [0, 0, 0, 2]^T$, ковариации гауссовских помех в уравнении объекта и измерителя равны $Q = \text{diag}[0.001, 0.001]$ и $R = \text{diag}[0.1, 0.1]$, соответственно. Проведем идентификацию режимов движения объекта для каждой траектории.*

Оценим эффективность по времени параллельной реализации предложенного алгоритма. Предположим, что радиус поворота может изменяться в интервале $[0.1, 10]$ с шагом 0.01. Таким образом, $n = 991$. При работе алгоритма максимальный размер банка фильтров Калмана равен 1983. Проведем серию вычислительных экспериментов на следующей программно-аппаратной платформе:

- Processors: 2 x Intel Xeon CPU E5-2670 @ 2.60 GHz (8 cores),
- RAM: 128 GB,
- OS: Windows Server 2008 HPC Edition,
- Armadillo 7.600.2 Library,
- MS Visual Studio 2012.

Для каждой из десяти траекторий идентификация режима движения выполнялась с числом потоков 1, 2, 4, 8. По результатам каждого эксперимента фиксировались максимальное время выполнения одной итерации и идентифицированный режим движения. Результаты вычислительных экспериментов при-

Таблица 4.2. Результаты численных экспериментов

№ эксперимента	Максимальное время обработки данных на одной итерации, с				Идентифицированный режим движения
	1	2	4	8	
1	0.009377	0.003985	0.002397	0.001607	КРД-Л, $r = 5.44$ м
2	0.004315	0.002896	0.001510	0.001738	КРД-Л, $r = 4.96$ м
3	0.005606	0.002614	0.003092	0.001940	КРД-Л, $r = 4.99$ м
4	0.005124	0.002865	0.001748	0.001870	КРД-Л, $r = 5.44$ м
5	0.005666	0.002638	0.001606	0.001616	КРД-Л, $r = 5.48$ м
6	0.006303	0.003411	0.002132	0.001605	КРД-Л, $r = 6.65$ м
7	0.004979	0.002619	0.001597	0.001317	КРД-Л, $r = 4.13$ м
8	0.004874	0.002402	0.002381	0.002087	КРД-Л, $r = 4.38$ м
9	0.004324	0.002460	0.001681	0.001550	КРД-Л, $r = 4.05$ м
10	0.005969	0.002675	0.001535	0.001318	КРД-Л, $r = 5.16$ м
Макс. время и средний радиус по серии экспериментов	0.009377	0.003985	0.003092	0.002087	5.07 м

ведены в табл. 4.2 (КРД-Л — круговое равномерное движение влево).

Видно, что с увеличением числа потоков время обработки данных на одной итерации алгоритма уменьшается. Максимальное время для 8 потоков составило примерно 0.002 сек. Во всех десяти случаях тип движения (КРД-Л) был определен верно, а среднее значение радиуса поворота для серии измерений равно 5.07 м.

Таким образом, вычислительные эксперименты подтверждают работоспособность и эффективность предложенного алгоритма.

4.3. Заключение и выводы к Главе 4

Для численной проверки теоретических результатов диссертационного исследования был разработан комплекс программ «Моделирование и оценивание траектории подвижного объекта v1.1», состоящий из набора функций и скриптов, реализующих основные алгоритмы и методы. Комплекс разработан на языке программирования MATLAB и имеет графическую оболочку, выполненную в среде проектирования пользовательского интерфейса GUIDE.

Программный комплекс решает следующие задачи:

- построение детерминированной или стохастической траектории движения объекта на основе гибридной модели,
- моделирование измерений в присутствии аддитивной гауссовой помехи,
- оценивание вектора состояния модели движения объекта с помощью алгоритмов оптимальной дискретной фильтрации,
- оценивание вектора состояния гибридной стохастической модели движения объекта с помощью алгоритма адаптивной фильтрации с диагностикой режима движения в известные моменты времени,
- визуализация и статистическая обработка результатов.

Получено свидетельство [51] о регистрации программы для ЭВМ (Приложение А).

Кроме того, алгоритм оценивания параметров движения с идентификацией режима движения был реализован в виде параллельной программы на языке программирования C++ с использованием библиотеки Armadillo и технологии параллельного программирования OpenMP [105] (Приложение А). Была проведена серия вычислительных экспериментов на рабочей станции вычислительного кластера УлГПУ им. И. Н. Ульянова.

Результаты проведенных вычислительных экспериментов подтвердили эффективность предложенных алгоритмов.

Заключение

В диссертации разработаны новые методы моделирования движения объекта по сложной траектории с возможностью обнаружения изменения и идентификации режимов движения.

В работе получены новые научные **результаты**:

1. Построены новые дискретные линейные стохастические модели равномерного кругового движения при повороте влево либо вправо с заданным радиусом, представленные в пространстве состояний.

2. Проведен анализ свойств полной наблюдаемости и управляемости гибридной (многорежимной) стохастической модели. Результаты проведенного анализа были использованы для решения задачи выбора минимального набора измеряемых параметров модели, при котором гибридная стохастическая модель сохраняет свойство полной наблюдаемости.

3. Сформулирован и подтвержден на практике новый алгоритм математического моделирования траектории движущегося объекта, состоящей из отрезков прямолинейного, равноускоренного и кругового движения влево либо вправо с заданным радиусом. Такое представление сложной траектории позволяет применять методы оптимальной дискретной линейной фильтрации для ее оценивания в условиях зашумленных неполных измерений.

4. Предложен новый алгоритм диагностики режима движения объекта на основе гибридной стохастической модели. Для вычисления множества отношений правдоподобия, участвующих в реализации решающего правила, использован численно эффективный последовательный алгоритм обработки измерений в фильтре Калмана, свободный от операции матричного обращения и позволяющий одновременно с оценкой вектора состояния найти величины, необходимые для вычисления отношения правдоподобия.

Результаты численных экспериментов подтвердили работоспособность предложенного алгоритма на примере решения задачи обнаружения и идентификации режима движения при повороте влево либо вправо с одним из n возможных радиусов поворота.

5. Разработан новый параллельный алгоритм идентификации режима движения объекта в условиях неполных зашумленных измерений. Работоспособность предложенного алгоритма подтверждена компьютерным моделированием.

6. Разработан новый алгоритм решения задачи адаптивного оценивания параметров движения объекта по сложной траектории, состоящей из отдельных участков, на которых объект может двигаться в соответствии с одним из M возможных режимов движения. Алгоритм основан на применении гибридной стохастической модели, фильтрации Калмана и последовательном решающем правиле проверки гипотез. Алгоритм представлен в общей форме, не зависящей от количества возможных режимов.

7. Показана практическая применимость известных метаэвристических алгоритмов для решения задачи параметрической идентификации математической модели кругового движения объекта при повороте влево/вправо.

8. Предложено решение задачи скорейшего обнаружения изменения и идентификации режима движения объекта по сложной траектории. Для описания сложной траектории применяется гибридная стохастическая модель. Решение задачи основано на последовательном решающем правиле о выборе текущего режима движения в неизвестный момент времени, с ограниченным объемом банка фильтров Калмана.

9. Разработан численный метод вычисления априорной оценки среднего объема банка фильтров Калмана. Полученная априорная оценка рассматривается как необходимый конечный объем банка конкурирующих фильтров, при котором последовательное решающее правило позволяет обнаружить момент изменения режима движения. Получено строгое математическое обоснование полученной оценки.

10. Получены новые выражения для вычисления отношения правдоподобия на основе квадратно-корневого фильтра и UD-фильтра. Таким образом показано, как можно встроить численно эффективные модификации фильтра Калмана в решение задачи обнаружения и идентификации режима движения.

11. Разработан эффективный в вычислительном плане и гарантированный по вероятностям ошибок первого и второго рода алгоритм обнаружения фак-

та изменения режима движения объекта в процессе фильтрации измерительных данных. Предполагается, что момент изменения режима движения неизвестен. Решение основано на представлении траектории движения объекта гибридной стохастической моделью, применении последовательного критерия Вальда и численно эффективных алгоритмов калмановской фильтрации. Преимущество метода заключается в том, что решение принимается на ограниченном множестве значений функции отношения правдоподобия.

12. Разработан комплекс программ для моделирования движения объектов по сложной траектории с обнаружением изменения и идентификацией режима движения.

Выводы из полученных в диссертации результатов заключаются в следующем:

1. Полученные результаты компьютерного моделирования подтвердили работоспособность предложенных алгоритмов. Для параллельного алгоритма показано, что с увеличением числа параллельных потоков при обновлении данных в банке фильтров Калмана и при вычислении множества отношений правдоподобия, участвующих в реализации решающего правила, время одной итерации алгоритма идентификации уменьшается. Результаты применимы для решения практических задач слежения за подвижными объектами.

2. Особенность предложенного в п. 2.4.2 алгоритма заключается в том, что оценки вектора состояния пересчитываются с фильтром, соответствующим выбранной гипотезе. Это позволяет получить более точные оценки вектора состояния на интервале, когда решение еще не было принято.

3. Алгоритм вычисления среднего объема банка фильтров Калмана построен в общем виде и, следовательно, его можно использовать не только для пяти типов моделей движения объекта, рассмотренных в данной диссертации, но и для любых линейных дискретных моделей с гауссовскими шумами, заданных уравнениями в пространстве состояний.

4. Новые выражения для вычисления значений отношения правдоподобия, полученные на основе численно эффективных модификаций алгоритмов калмановской фильтрации — квадратно-корневого фильтра и UD-фильтра — позволили

получить решение задачи обнаружения и идентификации режима движения объекта по сложной траектории в терминах этих фильтров. Следовательно, предлагаемое решение задачи обладает улучшенными вычислительными свойствами, характерными для квадратно-корневого и UD-алгоритма, а именно, устойчивость по отношению к ошибкам машинного округления, гарантированное сохранение свойств симметричности ковариационной матрицы ошибки оценивания и матрицы невязки измерений, отсутствие операции обращения полных матриц, удобная форма для распараллеливания вычислений.

Диссертационное исследование может получить свое дальнейшее развитие в следующих направлениях:

1. Результаты работы смогут найти применение при решении практических задач судовождения, робототехники, обработки сигналов со сканирующих дальномеров, где требуется постоянное слежение за подвижными объектами в условиях ограниченных вычислительных ресурсов.

2. Полученные результаты можно применить для решения задач адаптивного оценивания параметров движения объектов по данным мультисенсоров. Задел для этого направления исследований получен в [76, 77].

3. Разработанные алгоритмы, методы и подходы могут быть применены и к другим классам задач, связанных с обнаружением и диагностикой изменений в функционировании динамических систем.

Список литературы

1. Семушин, И. В. Устойчивые алгоритмы фильтрации – обзор и новые результаты для систем судовождения и управления судном / И. В. Семушин, Ю. В. Цыганова, К. В. Захаров // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2013. – № 4. – С. 90–112.
2. Lu, J. Robot indoor location modeling and simulation based on Kalman filtering / J. Lu, X. Li // J. Wireless Com. Network. – 2019. – no. 140.
3. Васильев, К. К. Анализ эффективности алгоритмов траекторной фильтрации при сопровождении маневрирующих целей / К. К. Васильев, А. В. Маттис, О. В. Саверкин // Цифровая обработка сигналов и ее применение. DSPA – 2020 : Доклады на 22-ой Международной конференции, Москва, 14–15 апреля 2020 года. – Москва : Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, 2020. – С. 352–358.
4. Система позиционирования и идентификации мобильной робототехнической платформы в ограниченном и открытом пространстве / Т. С. Евдокимова, А. А. Синодкин, Л. О. Федосова, М. И. Тюриков // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. – Нижний Новгород : НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2018. – С. 16–25.
5. Адаптивное управление с прогнозирующими моделями при переменной структуре пространства состояний / О. Н. Граничин, Н. О. Амелина, А. Л. Проскурников А. В., Фрадков [и др.]. – ООО "Издательство ВВМ"(Санкт-Петербург), 2018. – С. 5–28.
6. Коновалов, А. А. Основы траекторной обработки радиолокационной информации / А. А. Коновалов. – СПб. : Изд-во СПбГУ ЛЭТИ, 2013. – 164 с.
7. Семушин, И. В. Устойчивые алгоритмы фильтрации для систем судовождения и управления судном / И. В. Семушин, Ю. В. Цыганова, К. В. Захаров // Автоматизация процессов управления. – 2012. – № 1(27). – С. 37–46.
8. Min-Soo, K. Robot Visual Servo through Trajectory Estimation of a Moving Object using Kalman Filter / Kim Min-Soo, Koh Ji-Hoon, Quoc

- Phuong Nguyen Ho // Proceedings of the 5th International Conference on Intelligent Computing ICIC 2009 (Ulsan, South Korea). — 2009. — P. 6162–6167.
9. Maybeck, P. S. Stochastic models, estimation and control / P. S. Maybeck. — New Jersey : Academic Press, Inc., 1982. — Vol. 3. — 291 p.
 10. Липцер, Р. Статистика случайных процессов (нелинейная фильтрация и смежные вопросы) / Р.Ш. Липцер, А.Н. Ширяев. — М. : Наука, 1974.
 11. Васильев, К. К. Траекторная обработка на основе нелинейной фильтрации / К. К. Васильев, Лучков Н. В. // Автоматизация процессов управления. — 2017. — № 1(47). — С. 4–9.
 12. Точилин, П. А. Задачи достижимости и синтеза управлений для гибридных систем / П. А. Точилин, А. Б. Куржанский. — МГУ, 2008.
 13. Точилин, П. А. Задачи достижимости и синтеза управлений для гибридных систем : Автореферат; канд. физ.-мат. наук: 01.01.02 / П. А. Точилин ; Место защиты: Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова. — 2008. — 17 с.
 14. Игонина, Е. В. О подходе к построению математической модели гибридной управляемой системы в условиях неопределенности / Е. В. Игонина // Continuum. Математика. Информатика. Образование. — 2016. — № 3. — С. 34–41.
 15. Тимофеева, Г. Гибридная математическая модель транспортного потока / Г.А. Тимофеева, Ахмадинуров М.М. // Фундаментальные исследования. — 2011. — № 12. — С. 389–392.
 16. Гибридные нейро-стохастические модели обработки первичной информации в системах железнодорожной автоматики / А. И. Долгий, И. Д. Долгий, В. С. Ковалев, С. М. Ковалев // Известия ВолгГТУ. — 2011. — № 11 9(82). — С. 58–63.
 17. Степанов, О. Алгоритм планирования информативного маршрута в задаче навигации с использованием карты / О.А. Степанов, А.С. Носов // XXVIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам : сборник материалов, 31 мая – 02 2021 года. — Санкт-Петербург : "Концерн "Центральный научно-исследовательский институт "Электроприбор 2021. — С. 83–87.

18. Семушин, И. В. Ориентированная на фильтрацию Калмана математическая модель установившейся циркуляции для анализа траектории / И. В. Семушин, Ю. М. Кроливецкая, Е. С. Петрова // Автоматизация процессов управления. — 2013. — № 4 (34). — С. 14–20.
19. Моделирование и оценивание траектории движущегося объекта / И. В. Семушин, А. В. Цыганов, Ю. В. Цыганова [и др.] // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: «Математическое моделирование и программирование». — 2017. — Т. 10, № 3. — С. 108–119. — DOI: 10.14529/mmp170309
20. Grewal, M. S. Kalman filtering: Theory and Practice Using MATLAB / M. S. Grewal, A. P. Andrews. — 4th edition. — John Wiley & Sons, Inc., 2015. — ISBN: 978-1-118-85121-0.
21. Захаров, К. В. Динамическая настройка обнаружения маневра морской цели / К. В. Захаров // Автоматизация процессов управления. — 2011. — № 4(26). — С. 23–30.
22. Эхеа-Рока, Д. Обзор теории скорейшего обнаружения и ее применение для выявления угроз ГНСС / Д. Эхеа-Рока, Г. Секо-Гранадос, Х. А. Лопес-Салседо // Гироскопия и навигация. — 2016. — no. 4(95). — P. 76–97.
23. Detection of abrupt changes in autonomous system fault analysis using spatial adaptive estimation of nonparametric regression / A. Kalmuk, O. Granichin, O. Granichina, M. Ding // Proceedings of the American Control Conference (ACC). — Boston Marriott Copley Place, Boston, MA, USA, 2016. — P. 6839–6844.
24. Page, E. S. Continuous inspection schemes / E. S. Page // Biometrika. — 1954. — no. 2. — P. 100–114.
25. Ширяев, А. Н. Статистический последовательный анализ / А. Н. Ширяев. — М.: Наука, 1976.
26. Бассвиль, М. Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем / под. ред. М. Бассвиль, А. Банвениста ; пер. с англ. И. Б. Вильховченко и др. / М. Бассвиль. — Москва : М. : Мир, 1989. — 278 с.

27. Patton, R. Fault Diagnosis in Dynamic Systems. Theory and Applications / R. Patton. — NJ : Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, 1989.
28. Lai, T. L. Sequential Analysis: Some Classical Problems and New Challenges / T. L. Lai // *Statistica Sinica*. — 2001. — no. 11. — P. 303–408.
29. Bar-Shalom, Y. Estimation with Applications to Tracking and Navigation : Theory, Algorithms and Software / Y. Bar-Shalom, X. R. Li, T. Kirubarajan. — New Jersey : John Wiley & Sons, Inc., 2002.
30. Li, X. R. A survey of maneuvering target tracking. part IV: Decision-based methods / X. R. Li, V. P. Jilkov // *SPIE*. — 2002. — no. 4728. — P. 511–534.
31. Two-stage Kalman estimator for tracking maneuvering targets / A.T. Alouani, P. Xia, T.R. Rice, W.D. Blair // *Conference Proceedings 1991 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*. — Vol. 2. — 1991. — P. 761–766.
32. Blackman, S. Design and analysis of modern tracking systems / S. Blackman, R. Popoli. — Boston : Artech House, 1999.
33. Chan, Y. T. A Kalman filter based tracking schemes with input estimation / Y. T. Chan, A. G. C. Hu, Plant J. B. // *IEEE Trans. on AES*. — 1979. — Vol. 2. — P. 237–244.
34. Bogler, P. Tracking a maneuvering target using input estimation / P.L. Bogler // *IEEE Trans. on AES*. — 1987. — Vol. 3. — P. 298–310.
35. Bar-Shalom, Y. Variable dimension filter for maneuvering target tracking / Y. Bar-Shalom, K. Birniwal // *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. — 1982. — Vol. AES-18, no. 5. — P. 621–629. — DOI: 10.1109/TAES.1982.309274
36. Бакулев, П. Сопровождение маневрирующей цели с помощью интерактивного многомодельного алгоритма / П.А. Бакулев, М.И. Сычев, Нгуен Чонг Лыу // *Радиотехника*. — 2001. — no. 1. — P. 45–50.
37. Цифровая обработка радиолокационной информации при сопровождении целей / А.М. Бочкарев, А.Н. Юрьев, М.Н. Долгов, А.В. Щербинин // *Зарубежная радиоэлектроника*. — 1991. — № 3. — С. 3–22.
38. Li, X. Chapter 10 Engineer's guide to variable-structure multiple-model estimation for tracking / X.R. Li // *Multitarget/Multisensor Tracking: Applications and*

- Advances – Volume III. – Boston : Artech House, 2000. – P. 499–567.
39. Семушин, И. В. Обнаружение нарушений в моделях стохастических систем / И. В. Семушин, Л. В. Калинин // Измерительная техника. – 1996. – № 3. – С. 9–11.
 40. Семушин, И. В. Обнаружение нарушений на основе уравнений чувствительности фильтра Калмана / И. В. Семушин, А. Г. Сквовиков, Л. В. Калинин // Измерительная техника. – 1997. – № 9. – С. 19–21.
 41. Сквовиков, А. Г. Обнаружение нарушений в моделях линейных стохастических систем в процессе фильтрации : Диссертация; кандидат техн. наук: 05.13.16 / А. Г. Сквовиков ; Место защиты: Самарском государственном аэрокосмическом университете им. академика С.П. Королева, Самара. – 1996. – 147 с.
 42. Калинин, Л. В. Последовательное обнаружение и диагностика нарушений в гауссовской марковской модели движения : Диссертация; кандидат техн. наук: 05.13.16 / Л. В. Калинин ; Место защиты: Ульяновский государственный технический университет, Ульяновск. – 1996. – 147 с.
 43. Цыганова, Ю. В. Метод обнаружения факта нарушения и его диагностики в линейных стохастических системах в процессе фильтрации / Ю. В. Цыганова // Вестник СГАУ. – 2009. – № 2(18). – С. 163–170.
 44. Захаров, К. В. Динамическая настройка алгоритма обнаружения маневра морской цели / К. В. Захаров // Автоматизация процессов управления. – 2011. – № 4. – С. 23–30.
 45. Sensor selection under unknown but bounded disturbances in multi-target tracking problem / V. Erofeeva, O. Granichin, O. Granichina [et al.] // 2019 27th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED). – 2019. – P. 215–220.
 46. Ерофеева, В. А. Распределение целей слежения в сенсорной сети при неизвестных но ограниченных помехах в измерениях / В. А. Ерофеева, О. Н. Граничин, Леонова А. В. // Сборник трудов XIII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2019. – Москва, 2019. – jun. – P. 669–673.

47. Децентрализованное групповое управление роём автономных роботов без маршрутизации данных / К. С. Амелин, Н. О. Амелина, О. Н. Граничин, Сергеев С. Ф. // Робототехника и техническая кибернетика. — 2021. — Т. 9, № 1. — С. 42–48.
48. Consensus-based distributed algorithm for multisensor-multitarget tracking under unknown-but-bounded disturbances / N. Amelina, V. Erofeeva, O. Granichin [et al.] // IFAC-PapersOnLine. — 2020. — Vol. 53, no. 2. — P. 3589–3595. — 21st IFAC World Congress.
49. Distributed tracking via simultaneous perturbation stochastic approximation-based consensus algorithm / V. Erofeeva, O. Granichin, N. Amelina [et al.] // 2019 IEEE 58th Conference on Decision and Control (CDC). — Nice : Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2019. — dec. — P. 6050–6055.
50. Simultaneous perturbation stochastic approximation-based consensus for tracking under unknown-but-bounded disturbances / Oleg Granichin, Victoria Erofeeva, Yury Ivanskiy, Yuming Jiang // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2021. — Vol. 66, no. 8. — P. 3710–3717. — DOI: 10.1109/TAC.2020.3024169
51. Цыганов, А. В. Программный комплекс «Моделирование и оценивание траектории подвижного объекта v1.1» / А. В. Цыганов, Ю. В. Цыганова, А. В. Голубков // РОСПАТЕНТ. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018665161 от 03.12.2018 г.
52. Голубков, А. В. Анализ наблюдаемости гибридной стохастической модели движения объекта по сложной траектории / А. В. Голубков // Информационные технологии в моделировании и управлении: подходы, методы, решения: Сборник научных статей II Всероссийской научной конференции с международным участием: 22–24 апреля 2019 г. В двух частях. Ч. 1. — Тольятти : Издатель Качалин Александр Васильевич, 2019. — С. 107–112.
53. Голубков, А. В. Анализ гибридной стохастической модели движения объекта по сложной траектории / А. В. Голубков, И. В. Столярова // Ученые записки УлГУ. Сер. Математика и информационные технологии. УлГУ. Электрон. журн. — 2019. — № 2. — С. 24–29.

54. Maybeck, P. S. Stochastic models, estimation and control / P. S. Maybeck. — New Jersey : Academic Press, Inc., 2012. — Vol. 1. — 444 p.
55. Соломенцев, Е. Д. Функции комплексного переменного и их применения. Учебное пособие для студентов вузов / Е. Д. Соломенцев. — М.: Высшая школа, 1988.
56. Фомин, В. Н. Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация / В. Н. Фомин. — М.: Наука, 1984. — 288 с.
57. Grewal, M. S. Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB, Second Edition / M. S. Grewal, A. P. Andrews. — John Wiley and Sons, Inc., 2001.
58. Льюнг, Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Л. Льюнг. — М.: Наука, 1991. — 432 с.
59. Семушин, И. В. Детерминистские модели динамических систем. Методическое пособие / И. В. Семушин, Ю. В. Цыганова. — Ульяновск : УлГТУ, 2007. — 75 с.
60. Дьяконов, В. П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах / В. П. Дьяконов. — М. : ДМК Пресс, 2018. — 800 с.
61. Цыганова, Ю. О современных ортогонализированных алгоритмах оптимальной дискретной фильтрации / Ю.В. Цыганова, М.В. Куликова // Вестник ЮУрГУ. Серия “Математическое моделирование и программирование”. — 2018. — Т. 11, № 4. — С. 5–30.
62. Адаптивные системы фильтрации, управления и обнаружения: коллективная монография / И. В. Семушин, Ю. В. Цыганова, М. В. Куликова [и др.]. — Ульяновск : УлГУ, 2011. — 298 с. ISBN 978-5-88866-399-8.
63. Bierman, G. J. Factorization Methods For Discrete Sequential Estimation / G. J. Bierman. — New York : Academic Press, 1977. — 256 p.
64. Пантелеев, А. Методы глобальной оптимизации: Метаэвристические стратегии и алгоритмы / А.В. Пантелеев, Д.В. Метлицкая, Е.А. Алешина. — Вузовская книга, 2013.
65. Цыганов, А. В. Параллельные гибридные алгоритмы для задачи параметрической идентификации в стохастических линейных системах / А. В. Цыганов, О. И. Булычев, Ю. В. Цыганова // Вектор науки Тольяттинского го-

- сударственного университета. — 2011. — № 3(17). — С. 45–49. (ВАК)
66. Цыганов, А. В. Программа для идентификации параметров в стохастических линейных системах ISLSP v.1.1 / А. В. Цыганов, Ю. В. Цыганова // РОСПАТЕНТ. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013612686 от 11.03.2013 г.
67. Theofilatos, K. Combining evolutionary and stochastic gradient techniques for system identification / K. Theofilatos, G. Beligiannis, S. Likothanassis // Journal of Computational and Applied Mathematics. — 2009. — May. — Vol. 227, no. 1. — P. 147–160. — DOI: 10.1016/j.cam.2008.07.014
68. Цыганова, Ю. В. Имитационная нормализация в задаче идентификации параметров стохастической линейной системы / Ю. В. Цыганова, А. В. Цыганов // Стохастическая оптимизация в информатике. — 2010. — Т. 6, № 1. — С. 147–159.
69. Васильев, В. П. Численные методы решения экстремальных задач / В. П. Васильев. — Москва : Мир, 1982. — 372 с.
70. Метаэвристические алгоритмы в задаче идентификации параметров математической модели движущегося объекта / А. В. Цыганов, И. В. Семушин, Ю. В. Цыганова [и др.] // Автоматизация процессов управления. — 2017. — № 1 (47). — С. 16–23.
71. Параллельный алгоритм идентификации движения объекта по сложной траектории / А. В. Голубков, И. О. Петрищев, А. В. Цыганов, Ю. В. Цыганова // Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики : сборник трудов Международной научно-технической конференции, Воронеж, 18–20 декабря 2017 г. — Воронеж : Научно-исследовательские публикации, 2017. — С. 340–347.
72. Диагностика режима движения объекта на основе гибридной модели / А. В. Голубков, И. О. Петрищев, А. В. Цыганов, Ю. В. Цыганова // Вестник НГИЭИ. — 2017. — № 12 (79). — С. 22–31.
73. Голубков, А. В. Адаптивное оценивание параметров движения объекта на основе гибридной стохастической модели / А. В. Голубков, А. В. Цыганов, Ю. В. Цыганова // Сборник трудов IV международной конференции

- и молодежной школы «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2018), Самара, Россия, 24–27 апреля, 2018. — Самара : Новая техника, 2018. — С. 2064–2074.
74. Golubkov, A. V. Adaptive estimation of an object motion parameters based on the hybrid stochastic model / A. V. Golubkov, A. V. Tsyganov, Yu. V. Tsyganova // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2018. — Vol. 1096, no. 1. — P. 012166. — DOI: 10.1088/1742-6596/1096/1/012166
75. Adaptive estimation of a moving object trajectory using sequential hypothesis testing / A. V. Tsyganov, Yu. V. Tsyganova, A. V. Golubkov, I. O. Petrishchev // *Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: «Математическое моделирование и программирование»*. — 2019. — Т. 12, № 1. — С. 156–162. — DOI: 10.14529/mmp190115
76. Децентрализованное мультисенсорное оценивание параметров движения объекта по сложной траектории / А. В. Голубков, А. В. Цыганов, Ю. В. Цыганова, И. О. Петрищев // *Сборник трудов V международной конференции и молодежной школы «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2019)*, Самара, Россия, 21–24 мая, 2019. — Т. 3. — Самара : Новая техника, 2019. — С. 178–188.
77. Decentralized multisensor estimation of motion parameters of an object moving along a complex trajectory / A. V. Golubkov, A. V. Tsyganov, Yu. V. Tsyganova, I. O. Petrishchev // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2019. — Vol. 1368. — P. 042041. — DOI: 10.1088/1742-6596/1368/4/042041
78. Semoushin, I. V. An Efficient Way to Evaluate Likelihood Functions in Terms of Kalman Filter Variables / I. V. Semoushin, J. V. Tsyganova // *Adaptive, Cooperative and Competitive Processes in Systems Modelling, Design and Analysis* / Ed. by Alexandru Murgu, George E. Lasker. — University of Windsor, Windsor, Ontario, Canada, 2001. — P. 67–74. — URL: http://www.iias.edu/pdf_general/Booklisting.pdf.
79. Вальд, А. Последовательный анализ / А. Вальд. — М.: Физматгиз, 1960.
80. Семушин, И. В. О вычислении функции правдоподобия для гауссовских марковских последовательностей / И. В. Семушин, Ю. В. Цыганова,

- М. В. Куликова // Ученые записки УлГУ / Под ред. проф. А. С. Андреева. — Ульяновск: УлГУ, 2000. — Фундаментальные проблемы математики и механики № 2(9). — С. 74–81.
81. Horn, R. A. Matrix analysis / R. A. Horn, Ch. R. Johnson. — Cambridge : Cambridge University Press, 1985. — 561 p.
82. Sanderson, C. Armadillo: a template-based C++ library for linear algebra / C. Sanderson, R. Curtin // Journal of Open Source Software. — 2016. — no. 1. — P. 26.
83. Kim, S. Implementation of tracking and capturing a moving object using a mobile robot / S Kim, J Park, J Lee // International Journal of Control, Automation, and Systems. — 2005. — no. 3(3). — P. 444–452.
84. Hassani, V. A novel methodology for adaptive wave filtering of marine vessels: theory and experiments / V. Hassani, A. M. Pascoal, Sorensen A. J. // Proceedings of the 52nd Annual Conference on Decision and Control (Florence, Italy). — 2013. — P. 6162–6167.
85. Захаров, К. В. Обнаружение манёвров надводных судов с учётом косвенных признаков : Диссертация; кандидат техн. наук: 05.13.18 / К. В. Захаров ; Место защиты: Ульяновский государственный технический университет, Ульяновск. — 2014. — 167 с.
86. Цыганова, Ю. В. Ортогонализированные блочные методы для параметрической идентификации дискретных линейных стохастических систем : Диссертация; доктор физ.-мат. наук: 05.13.18 / Ю. В. Цыганова ; Место защиты: УлГУ, Ульяновск. — 2017. — 400 с.
87. Grewal, M. S. Kalman filtering: Theory and Practice MATLAB / M. S. Grewal, A. P. Andrews. — New Jersey : Prentice Hall, 2001.
88. Åström, K.-J. Maximum Likelihood and Prediction Error Methods / Åström, K.-J. // Automatica. — 1980. — Vol. 16, no. 5. — P. 551–574. — DOI: 10.1016/0005-1098(80)90078-3
89. Gibbs, B. P. Advanced Kalman filtering, least-squares and modeling: a practical handbook / B. P. Gibbs. — Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons, Inc., 2011. — 632 p.

90. Голубков, А. В. Об оценке объема банка конкурирующих фильтров Калмана в задаче диагностики режима движения объекта на основе гибридной стохастической модели / А. В. Голубков // Навигация и управление движением. Материалы XXI конференции молодых ученых «Навигация и управление движением» с международным участием / Науч. редактор д. т. н. проф. О. А. Степанов / Под общ. ред. академика РАН В. Г. Пешехонова. — СПб. : ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2019. — С. 302–304.
91. Голубков, А. В. Решение задачи обнаружения изменения режима движения объекта с ограниченным объемом банка фильтров Калмана / А. В. Голубков // Автоматизация процессов управления. — 2020. — № 1 (59). — С. 14–23. — DOI: 10.35752/1991-2927-2020-1-5-14-23
92. Голубков, А. В. Обнаружение изменения режима движения объекта по сложной траектории / А. В. Голубков, А. В. Цыганов, И. О. Петрищев // Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2020). Сборник трудов по материалам VI Международной конференции и молодежной школы (г. Самара, 26–29 мая): в 4 т. / Самар. нац.-исслед. ун-т им. С. П. Королева (Самар. ун-т), Ин-т систем. обраб. изобр. РАН-фил. ФНИЦ "Кристаллография и фотоника"РАН; [под ред. В. А. Соболева]. — Т. 3. Математическое моделирование физико-технических процессов и систем. — Самара : Изд-во Самар. ун-та, 2020. — С. 858–864.
93. Golubkov, A. V. Algorithm for detecting a change in the motion mode of an object moving along a complex trajectory / A. V. Golubkov, A. V. Tsyganov, I. O. Petrishchev // Journal of Physics: Conference Series. — 2021. — Vol. 1745, no. 1. — P. 012115. — DOI: 10.1088/1742-6596/1745/1/012115
94. Голубков, А. В. Об оценке среднего времени принятия решения об изменении режима движения объекта [Электронный ресурс] / А. В. Голубков // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2021» / Отв. ред. И. А. Алешковский, А. В. Андриянов, Е. А. Антипов, Е. И. Зимакова. — М. : МАКС Пресс, 2021. — URL: https://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2021/data/22523/128402_uid567323_report.pdf.
95. Голубков, А. В. Об алгоритме обнаружения изменения режима движения

- объекта / А. В. Голубков // Автоматизация процессов управления. — 2021. — № 3 (65). — С. 49–55. — DOI: 10.35752/1991-2927-2021-3-65-48-55
96. Голубков, А. В. Обнаружение и идентификация режима движения объекта по сложной траектории / А. В. Голубков // Дифференциальные уравнения, математическое моделирование и вычислительные алгоритмы : сборник материалов международной конференции, Белгород, 25–29 октября 2021 г. / под ред. В. Б. Васильева, И. С. Ломова. — Белгород : ИД «БелГУ» НИУ «БелГУ», 2021. — С. 87–89.
97. Hanlon, P. D. Equivalent Kalman Filter Bank Structure for Multiple Model Adaptive Estimation (MMAE) and Generalized Likelihood Ratio (GLR) Failure Detection / P. D. Hanlon, P. S. Maybeck // Proc. of the 36th Conference on Decision & Control. — Vol. 5. — San Diego, California, USA : Новая техника, 1997. — P. 4312–4317.
98. Semoushin, I. Fault Point Detection with the Bank of Competitive Kalman Filters / I.V. Semoushin, J.V. Tsyganova, M.V. Kulikova // Computational Science – ICCS2003 / Ed. by P.M.A. Sloot et al. — Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003. — International Conference, Melbourne, Australia and St.Petersburg, Russia, (June 2-4 2003) no. 2658. — P. 417–426.
99. Фукунага, К. Введение в статистическую теорию распознавания образов / К. Фукунага. — М.: Наука, 1979.
100. Цыганова, Ю. Метод обнаружения факта нарушения и его диагностики в линейных стохастических системах в процессе фильтрации / Ю.В. Цыганова // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета Серия : Управление, вычислительная техника и информатика. — 2009. — № 2(18). — С. 163–171.
101. Цыганова, Ю. В. Алгоритмы адаптации и контроля активного типа в линейных стохастических системах управления : Диссертация; кандидат физ.-мат. наук: 01.01.09 / Ю. В. Цыганова ; Место защиты: Ульяновский государственный университет, Ульяновск. — 2000. — 150 с.
102. Калабин, А. Л. Компьютерное моделирование эксперимента по имитации наличия целей для радиолокационной станции / А. Л. Калабин, А. К. Мо-

- розов // Программные продукты и системы. — 2021. — Т. 34, № 2. — С. 269–280.
103. Программный комплекс «Моделирование и оценивание траектории подвижного объекта v1.0» / А. В. Цыганов, Ю. В. Цыганова, С. Д. Винокуров, А. В. Голубков // РОСПАТЕНТ. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016660550 от 16.09.2016 г.
104. Голубков, А. В. Программный комплекс для моделирования, оценивания и параметрической идентификации траектории движущегося объекта / А. В. Голубков, С. Д. Винокуров // Физико-математическое образование: школа – ВУЗ: Материалы VI Региональной научно-практической конференции (22 апреля 2016). — Ульяновск : Изд-во УлГПУ, 2016. — С. 16–19.
105. Голубков, А. В. Программа для реализации параллельного алгоритма адаптивного оценивания параметров движения объекта v1.0 / А. В. Голубков, А. В. Цыганов // РОСПАТЕНТ. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019616674 от 28.05.2019 г.

Список иллюстративного материала

1.1	Блок-схема алгоритма 1.1	35
1.2	Главное окно программы	40
2.1	Блок-схема алгоритма 2.2	49
2.2	Блок-схема параллельного алгоритма	53
2.3	Блок-схема алгоритма 2.2	58
2.4	Адаптивная оценка параметров движения объекта	62
2.5	Процесс обнаружения изменения режима и идентификация движения	63
2.6	Моделирование траектории движения объекта	65
2.7	Множество траекторий движения объекта при заданных матрицах шумов Q и R , соответствующих данным Эксперимента 5, см. Табл. 2.3 и 2.4	73
2.8	Относительные погрешности δ_i оценок параметра r , вычисленные по алгоритмам SA-LF и GA-LF, после 100 запусков вычислительного эксперимента при заданных матрицах шумов Q и R , соответствующих данным Эксперимента 5, см. Табл. 2.3 и 2.4	73
3.1	Блок-схема алгоритма 3.1	87
3.2	Результаты работы алгоритма	90
3.3	Блок-схема алгоритма 3.2	95
3.4	Блок-схема алгоритма 3.3	103
3.5	Блок-схема алгоритма 3.4	109
3.6	График траектории движения объекта и измерений	113
3.7	График отношения правдоподобия λ_k	113
3.8	Графики траектории движения объекта и измерений	115
3.9	Графики отношений правдоподобия λ_{qk}	116
4.1	Главное окно	119
4.2	Окно моделирования траектории	120
4.3	Окно моделирования зашумленных измерений	122
4.4	Окно оптимального оценивания траектории	123
4.5	Окно адаптивного оценивания траектории	124
4.6	Моделирование траекторий	125
4.7	Моделирование измерений	125
4.8	Результат оценивания траектории	126
4.9	Результаты идентификации режима движения	127
4.10	Результаты оценивания траектории с идентификацией режима движения	127

Список таблиц

1.1	Результаты вычислений ранга матрицы наблюдаемости для различных вариантов матрицы измерений H_p	31
1.2	Ранг матрицы управляемости гибридной стохастической модели	33
2.1	Значение RMSE в Примере 1, $K = 100$ запусков алгоритма	61
2.2	Настройки алгоритмов оптимизации [70]	70
2.3	Результаты вычислительных экспериментов для метода SA-LF	71
2.4	Результаты вычислительных экспериментов для метода GA-LF	72
3.1	Параметры численного эксперимента	96
3.2	Результаты работы алгоритма вычисления среднего объема банка фильтров Калмана	99
4.1	Результаты экспериментов (КРД-П — круговое равномерное движение вправо)	128
4.2	Результаты численных экспериментов	131

Список алгоритмов

1.1	Моделирование движения объекта по сложной траектории	34
1.2	CKF – Conventional KF	37
1.3	SRKF – Square-Root Covariance Filter	38
1.4	UD-CF – UD Covariance Filter	39
2.1	Скалярная обработка измерений в фильтре Калмана	47
2.2	Обнаружение и идентификация режима движения объекта	48
2.3	Адаптивное оценивание параметров движения объекта	57
2.4	Метод имитации отжига (SA) [70]	67
2.5	Генетический алгоритм (GA) [70]	68
3.1	Априорная оценка среднего объема банка фильтров Калмана в случае двух альтернативных режимов движения объекта	86
3.2	Априорная оценка среднего объема банка фильтров Калмана в случае M возможных режимов движения объекта	94
3.3	Обнаружения факта изменения режима движения	102
3.4	Обнаружения изменения и идентификация режима движения	108

Приложение А

Свидетельства о регистрации программы для ЭВМ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО
о государственной регистрации программы для ЭВМ
№ 2018665161

Программный комплекс «Моделирование и оценивание траектории подвижного объекта v 1.1»

Правообладатель: **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова» (RU)**

Авторы: **Цыганов Андрей Владимирович (RU), Цыганова Юлия Владимировна (RU), Голубков Алексей Владимирович (RU)**

Заявка № **2018662220**
Дата поступления **01 ноября 2018 г.**
Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ **03 декабря 2018 г.**

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности



 Г.П. Ивлиев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2019616674

«Программа для реализации параллельного алгоритма
адаптивного оценивания параметров движения объекта
v1.0.»

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования «Ульяновский
государственный педагогический университет имени И.Н.
Ульянова» (RU)*

Авторы: *Голубков Алексей Владимирович (RU),
Цыганов Андрей Владимирович (RU)*

Заявка № 2019612805

Дата поступления 19 марта 2019 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 28 мая 2019 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

 Г.П. Ивлиев

