Волков Игорь Александрович

Нелинейное преобразование ультракоротких импульсов в оптических волокнах на кварцевой основе

1.3.6. Оптика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Ульяновск, 2022 г

Работа выполнена в Институте физики и химии федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва»

Научный руководитель: Нищев Константин Николаевич, кандидат физико-математических наук, доцент

Официальные оппоненты: Трухин Валерий Николаевич - доктор физико-математических наук ФГБУН «Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН», лаборатория нелинейных оптических и фотоэлектрических явлений в полупроводниках, ведущий научный сотрудник.

Золотовский Игорь Олегович - кандидат физико-математических наук ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет», НИТИ им. С.П. Капицы, ведущий научный сотрудник.

Ведущая организация: ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева».

Защита состоится 16 декабря 2022 года в «13» час. «00» мин. на заседании диссертационного совета 24.2.422.01, созданного на базе ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет», по адресу: г. Ульяновск, Набережная реки Свияги, д. 106, корпус 1, ауд. 703.

С диссертацией и авторефератом можно ознакомиться в научной библиотеке Ульяновского государственного университета и на сайте вуза https://www.ulsu.ru, с авторефератом – на сайте Высшей аттестационной комиссии при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации https://vak.minobrnauki.gov.ru.

Отзывы на автореферат просим высылать по адресу: 432017, г. Ульяновск, ул. Л. Толстого, д. 42, УлГУ, отдел подготовки кадров высшей квалификации.

Автореферат разослан _____ 2022 г.

Ученый секретарь диссертационного совета

Вострецова Любовь Николаевна

Общая характеристика работы

Диссертация посвящена исследованию импульсных режимов волоконных лазеров с пассивной синхронизацией мод и генерации широкополосного излучения при накачке шумоподобными импульсами с гауссовой формой в оптических волокнах на кварцевой основе.

Важным направлением в развитии современной нелинейной оптики, как экспериментальной, так и теоретической физики, является спектральное преобразование ультракоротких (фс- и суб-пс длительности) оптических импульсов. К этому вопросу относится не только получение предельно коротких оптических импульсов и генерация суперконтинуума, но и получение новых широкополосных источников излучения нетепловой природы. Актуальность данного круга задач обусловлена большим количеством приложений в науке, технике и технологии.

Управление спектральными параметрами широкополосных волновых пакетов и их последующее спектральное преобразование в различных нелинейных средах (кристаллах, жидкостях, оптических волокнах) неизменно вызывают большой интерес исследователей. Волноводное распространение импульсов по оптическому волокну позволяет значительно увеличить вероятность наблюдения нелинейных эффектов. Несмотря на малые значения нелинейного коэффициента ($\gamma \approx 2 \text{ Br}^{-1*} \text{ км}^{-1}$) оптических волокон на кварцевой основе, большие трассы взаимодействия света с веществом и чрезвычайно низкие потери в спектральной области 1,0-1,6 мкм приводят к нелинейным эффектам, прежде всего к фазовой самомодуляции.

При распространении в среде с керровской нелинейностью импульсов с достаточно высокой энергией появляется коэффициент, зависящий от интенсивности электромагнитного поля, приводящий к значительной модуляции фазы электромагнитного поля – фазовой самомодуляции, которая отвечает за генерацию новых частотных компонент в спектре. Изменение временной структуры импульса при распространении в среде осуществляется за счет эффектов дисперсии, которые определяются характеристиками материала среды, из которого изготовлено волокно, и волноводной составляющей. В оптических волокнах возникновение нелинейных эффектов связано с зависимостью показателя преломления материала от интенсивности или неупругого рассеяния.

До недавнего времени твердотельные лазеры являлись основными лазерными системами для генерации ультракоротких импульсов (УКИ). Однако существенный прогресс волоконнооптических технологий, позволил волоконным лазерам стать эффективными источниками УКИ для решения задач нелинейной оптики. Интерес, прежде всего, связан с преимуществами волоконных лазеров по сравнению с другими типами лазерных систем: компактность, устойчивость к вибрациям и электромагнитным излучениям, простота в изготовлении, богатая элементная база. Наибольшее распространение получили лазеры и усилители на основе волокон,

легированных ионами редкоземельных элементов. С развитием и улучшением технологий появились новые волоконные компоненты, которые позволили упростить архитектуру волоконных резонаторов, что привело к реализации схем с полностью волоконным исполнением, в том числе и генераторов суперконтинуума. Генераторы (или источники) суперконтинуума (СК) представляют собой широкополосные источники нетепловой природы, выходное излучение которых инициировано лазерными импульсами. При этом ширина генерируемого спектра может многократно превышать ширину используемых лазерных источников накачки.

Генераторы суперконтинуума используются в различных областях: биомедицина, нелинейная спектроскопия, экологический мониторинг, космических исследованиях, навигационных спутниковых системах, оптической метрологии. Важно отметить, что генераторы УКИ используются для исследования сверхбыстрых процессов, генерации и детектирования терагерцового излучения, генерации высоких порядков гармоник, формирования суб-фемто- и атто-секундых импульсов, генерации гамма-излучения.

В дополнение к существующим источникам УКИ в последние годы все больше внимания привлекают солитонные и солитоноподобные режимы генерации лазерных источников. Так солитонные пульсации и взрывы являются хорошим примером нарушения устойчивой последовательности импульсов, повторяющихся на основной частоте резонатора. При распространении нескольких импульсов в резонаторе широкий спектр коллективных состояний и динамику определяют множество сложных механизмов взаимодействия с участием непрерывных или дисперсионных волн [1], динамики усиления [2] и даже акустических волн [3]. В качестве альтернативы лазер с пассивной синхронизацией мод может работать в особом режиме, в котором генерируются сложные всплески излучения, известные как шумоподобные импульсы [4]. Широкий и гладкий оптический спектр, а также большая энергия шумоподобного импульса делают его привлекательным для приложений, таких как генерация суперконтинуума, нелинейное преобразование частоты, микрообработка И медицинская визуализация. Шумоподобные импульсы также вызывают растущий интерес в связи с их возможной связью с «блуждающими волнами» (или «волнами-убийцами») [5, 6].

Из выше указанного следует, что лазерные источники с заданными временными характеристиками и формой спектра, излучающие в широком спектральном диапазоне, могут найти применение во многих областях. В настоящей диссертационной работе исследованы особенности шумоподобных импульсов, генерируемых в волоконных лазерах с пассивной синхронизацией мод, а также показаны их преимущества для решения технологических задач, в том числе для генерации суперконтинуума.

Целью диссертационной работы является исследование генерации суперконтинуума в оптических волокнах на кварцевой основе, инициированной ультракороткими импульсами, а

также разработка полностью волоконных генераторов суперконтинуума среднего ИК-диапазона шириной более одной октавы.

Для выполнения поставленных целей необходимо было решить следующие задачи:

1. Разработка полностью волоконного генератора ультракоротких импульсов на основе нелинейного вращения плоскости поляризации (НВПП) с возможностью генерации шумоподобных импульсов с большой пиковой мощностью.

2. Исследование спектрально-временных и энергетических характеристик шумоподобных импульсов до и после усиления.

3. Разработка полностью волоконного генератора суперконтинуума, инициированного различными импульсами накачки (дисперсионно-управляемый солитон и шумоподобный импульс), и анализ полученных результатов.

4. Анализ влияния изменения длины волны нулевой дисперсии волокна на однородность оптического спектра суперконтинуума.

Методы исследования

При проведении экспериментов применялся ряд современных экспериментальных методов, в том числе автокорреляционный метод для определения длительности импульсного сигнала, метод оптического стробирования с разрешением по частоте (FROG), методы спектрального анализа и др. Для теоретического анализа генерации излучения в волоконно-кольцевом лазере использовались известные численные методы, в том числе стандартный метод быстрого преобразования фурье (БПФ). Разумный баланс экспериментальных и теоретических исследований позволил не только удостовериться в правильности предложенных численных моделей, но и экспериментально подтвердить выносимые на защиту положения.

Научная новизна

Научная новизна результатов, полученных в диссертации, заключается в следующем:

1. Продемонстрирована возможность управления режимами импульсной генерации за счет варьирования мощностью накачки и положениями контроллеров волоконно-кольцевого лазера с пассивной синхронизацией.

2. Впервые экспериментально установлено наличие частотной линейной модуляции (чирпа) у шумоподобных импульсов с гауссовой формой профиля временной огибающей.

3. Продемонстрирована работа полностью волоконного генератора суперконтинуума при накачке шумоподобными импульсами с гауссовой формой с линейной частотной модуляцией.

 Впервые продемонстрирована возможность управления оптическим спектром суперконтинуума путем вариации длины волны нулевой дисперсии при накачке шумоподобными импульсами.

Практическая значимость

Результаты диссертационного исследования могут найти применения как в научных, так и в прикладных областях. Так были реализованы волоконные источники суперконтинуума ближнего и среднего инфракрасного диапазона в спектральной области 0,9-2,4 мкм. Такие источники могут быть использованы в технологиях связи, сенсорных системах, комплексах оптической томографии и системах оптической локации. Кроме того, генераторы шумоподобных импульсов могут найти применение в лазерных системах большой мощности (мегаваттной и выше), предназначенных для обработки и модификации материалов, а также для создания на их основе компактных ускорителей заряженных частиц. Отдельно следует отметить, что исследования шумоподобных волновых пакетов представляют значительный фундаментальный интерес, с точки зрения изучения механизмов генерации в импульсных лазерах. Прежде всего, лазеров, реализующих генерацию в режиме пассивной синхронизации мод.

По результатам диссертационной работы был получен патент на изобретение РФ № 2773109 (приоритет изобретения 03.06.2021) «Многофункциональный волоконный лазерный источник шумоподобных импульсов.

Основные положения, выносимые на защиту

- 1. В волоконном лазере с пассивной синхронизацией мод возможна генерация стабильных последовательностей шумоподобных импульсов с высокой пиковой мощностью.
- 2. Обнаружено наличие линейной частотной модуляции у шумоподобных импульсов с гауссовой формой профиля временной огибающей.
- Использование шумоподобных импульсов в качестве импульсов накачки позволяет реализовать полностью волоконные генераторы суперконтинуума с более однородным оптическим спектром по сравнению со случаем накачки дисперсионно-управляемыми солитонами.
- 4. Согласование длины волны нулевой дисперсии высоконелинейного волокна на кварцевой основе и длины волны импульса накачки в случае шумоподобного импульса позволяет управлять эффективностью коротковолновой (относительно длины волны накачки) генерации суперконтинуума.

Достоверность полученных результатов и их обоснование обеспечены применением современных методов и методик исследований, использованием современного и сертифицированного оборудования, воспроизводимостью экспериментальных результатов. Представленные результаты исследований докладывались и обсуждались на международных и российских конференциях и семинарах, а также опубликованы в реферируемых российских и зарубежных журналах.

Апробация работы

По результатам диссертации опубликованы 12 научных работ: из них 4 статьи в изданиях, которые входят в перечень ведущих рецензируемых научных журналов, включенных Высшей аттестационной комиссией при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации в список изданий, рекомендуемых для опубликования основных научных результатов диссертации на соискание ученой степени кандидата и доктора наук (2 из которых опубликованы в изданиях, включенных в международную реферативную базу Scopus); 1 патент на изобретение.

Результаты исследований, вошедших в настоящую диссертационную работу, были представлены в виде докладов и обсуждались на следующих конференциях: на 15-й и 16-й Международной научной конференции-школе «Материалы нано-, микро-, оптоэлектроники и волоконной оптики: физические свойства и применение» (г. Саранск), Молодежном научнообразовательном воркшопе «Фотоника и силовая электроника» (2018, г. Саранск), Workshop and summer school «Nonlinear Photonics» (2018, г. Новосибирск), 7-ойи 8-ой Всероссийской конференции по волоконной оптике (2019, 2021 (г. Пермь)), 9-ом Международном семинаре по волоконным лазерам (2020, г. Новосибирск), 19-th International Conference Laser Optics (2020, г. Санкт-Петербург).

Личный вклад

Основные результаты, представленные в настоящей диссертационной работе, были получены автором лично, либо при непосредственном его участии. Автором лично выполнен анализ имеющихся в настоящее время литературных данных по теме диссертационной работы, изготовлены волоконно-кольцевые эрбиевые лазеры с пассивной синхронизацией мод на основе нелинейного вращения плоскости поляризации при одно- и много-модовой накачке и волоконные усилители, исследованы спектральные, временные и энергетические характеристики импульсных режимов генерации лазеров, получена при накачке стационарными и нестационарными импульсами генерация суперконтинуума, проведен сравнительный анализ полученных спектров, а также обработка всех полученных экспериментальных данных. Численное моделирование волоконно-кольцевого лазера было осуществлено совместно с к.фм.н. Д.А. Коробко (УлГУ, г. Ульяновск).

Определение цели и постановка задач диссертационного исследования, интерпретация полученных результатов и формулировка выводов осуществлена совместно с научным руководителем.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка цитируемой литературы. Общий объем диссертации составляет 134 страниц машинописного текста, включая 60 рисунков, 7 таблиц и библиографию, содержащую 151 наименование.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность исследований, выполненных в рамках представленной диссертационной работы, сформулирована цель, определены научная новизна и задачи, приведены положения, выносимые на защиту.

Первая глава посвящена литературному обзору по теме диссертационной работы. Дается описание импульсных режимов в волоконных лазерах с пассивной синхронизацией мод. Описаны основные механизмы генерации широкополосного излучения в оптических волокнах при накачке короткими и длинными импульсами.

Во второй главе представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований импульсных режимов генерации в волоконных лазерах, а также усиление шумоподобного импульса с гауссовой формой. В качестве задающего источника был использован кольцевой волоконный лазер с пассивной синхронизацией мод, основанной на вращении плоскости поляризации. Резонатор лазера представляет собой нелинейном однонаправленное кольцо, которое включало в себя сумматор накачки, активное волокно, изолятор, 2 контролера поляризации, делитель поляризации и бухту одномодового оптического волокна. Режим синхронизации мод за счет нелинейного вращения плоскости поляризации достигался при совместном действии поляризационного делителя и двух контроллеров поляризации. Для одновременного контроля спектрально-временных и энергетических характеристик выход лазера соединяли с помощью оптической розетки с разветвителем 1×3. Тщательно регулируя положение контроллеров поляризации и мощность на диоде накачки, достигались различные режимы импульсной генерации. Было зарегистрировано более 10 режимов импульсной генерации: классический солитон, многоимпульсные солитонные режимы, шумоподобные импульсы, двух волновые импульсы.

При мощности накачки 0,96 Вт и тщательной настройки контроллеров поляризации, был получен режим генерации с широким и гладким оптическим спектром с центральной длиной волны 1568 нм и шириной 15нм на уровне 3дБ, представленном на рис 1. Для данного режима была измерена автокорреляционная функция, которая показала структуру с двойным масштабированием с узким пиком когерентности, проходящим широким гладким пьедесталом. Длительность центрального узкого пика дает значение длительности 300 фс. Такие особенности оптического спектра и автокорреляционной функции являются сигнатурой шумоподобных импульсов. Значение средней мощности составило 21 мВт, а энергию в импульсе можно оценить как 19 нДж.



Рис.1. Шумоподобный импульс с гауссовой формой: а) оптический спектр; б) временной профиль огибающей импульса; в) автокорреляционная функция.



Рис.2. Восстановленные FROG-методом спектральная и временная зависимость шумоподобного импульса с гауссовой формой.

На рис. 2, несмотря на шумовой характер мгновенной частоты, виден четкий отрицательный линейный наклон. Такая зависимость мгновенной частоты говорит о наличии у шумоподобного импульса с гауссовой формой линейного чирпа. В данном случае отрицательный наклон связан с областью аномальной дисперсии групповых скоростей (ДГС) (β₂ < 0), в которой происходит генерация волоконного лазера. Наличие линейного чирпа у шумоподобного импульса подтверждает возможность временного сжатия импульса, а также делает данный тип импульсов привлекательными для использования в качестве инициирующих импульсов в генераторах суперконтинуума.

При увеличении мощности накачки до 1,12 Вт и тщательной регулировке контроллеров поляризации, наблюдались прямоугольные импульсы наносекундных временных масштабов, оптический спектр которых имеет гладкий узкий вид без спектральных боковых полос (рис. 3). Центральная длина волны для данного режима составила 1567 нм при ширине спектра на уровне 3 дБ 5,7 нм. Длительность центрального узкого пика дает значение длительности 1,05 пс. Соотношение между центральной пиковой мощностью и уровнем пьедестала в автокорреляции составляет ~ 3. Такое поведение связано с плотностью суб-импульсов в волновом пакете и со

статистическим распределением их интенсивностей. Значение средней мощности составило 20 мВт, а энергию в импульсе можно оценить как 18нДж.



Рис.3. Шумоподобный импульс с прямоугольной формой: а) оптический спектр; б) временной профиль огибающей импульса; в) автокорреляционная функция.

Лазерная конфигурация, используемая в моделировании, представлена на рис. 35. Предполагалось, что при распространении в отрезке легированного волокна, излучение является линейно-поляризованным с комплексной амплитудой A(z,t), в то время как при распространении в одномодовом волокне (single mode fiber, SMF) оно может обладать эллиптической поляризацией с компонентами $A_j(j=1,2)$. Состояние поляризации с начальным углом в SMF задается при помощи Поляризатора 1 (Polarizer1): $A_1=A\cos\varphi_1$, $A_2=A\sin\varphi_1$. На выходе из SMF излучение проходит контроллер поляризации с характерным углом θ : $A_2=A_2exp(i\theta)$, а после прохождения Поляризатора 2 (Polarizer2) восстанавливает исходное состояние поляризации: $A=A_1cos\varphi_2+A_2sin\varphi_2$. В моделировании полагаем, что двулучепреломление в SMF пренебрежимо мало, а синхронизация мод обеспечивается нелинейным вращением плоскости поляризации в соответствие с моделью, описанной в работе [7].

Распространение сигнала в активном волокне описывается уравнением Гинзбурга-Ландау для комплексной амплитуды:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i \frac{\beta_{2g}}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - i \gamma_g |A|^2 A = \frac{gA}{2} + \frac{\beta_{2f}}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$$
(1)

здесь A(z,τ) – медленно меняющаяся амплитуда поля, z – координата вдоль резонатора, τ – время в бегущей системе координат, β_{2g}, γ_g– значения ДГС и керровской нелинейности волокна.

Распространение сигнала в пассивном волокне описывается двумя связанными нелинейными уравнениями Шредингера (НУШ):

$$\frac{\partial A_j}{\partial z} + i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_j}{\partial t^2} - i \gamma \left(\left| A_j \right|^2 + \frac{2}{3} \left| A_{3-j} \right|^2 \right) A_j - \frac{i}{3} \gamma A_j^* A_{3-j}^2 = 0$$
⁽²⁾

де A_j – комплексные амплитуды 2-х ортогональных мод, β₂ и γ значения ДГС и керровской нелинейности волокна, соответственно.

Уравнения (1) и (2) решались стандартным методом быстрого преобразования Фурье (БПФ) в окне моделирования размером ~ 32 пс, состоящем из 2¹³ точек. Учет потерь производился при помощи функции передачи выходного ответвителя A`=A·B, где B=0,95.

Остальные значения параметров кольцевого резонатора, которые оставались неизменными при численном моделировании.

В качестве начальных условий был задан гауссов шум низкой амплитуды. Фиксируя величину усиления (в модели соответствует фиксации энергии насыщения E_g) и длину одномодового волокна (SMF), показаны особенности синхронизации мод при различных ориентациях углов поляризаторов и контроллера (рис. 4).



Рис.4. Эволюция излучения в резонаторе при различных значениях углов: φ_1 , $\varphi_2 u \theta$. $E_g = 80 n Дж$, $L_{SMF} = 6_M$, a) $\varphi_1 = \pi/10$, $\varphi_2 = \pi/2$, $\theta = 2\pi/3$; b) $\varphi_1 = \pi/2$, $\varphi_2 = \pi/2$, $\theta = 2\pi/3$; c) $\varphi_1 = \pi/10$, $\varphi_2 = \pi/2$, $\theta = 2\pi/3$; c) $\varphi_1 = \pi/10$, $\varphi_2 = \pi/2$, $\theta = \pi/2$, $\theta = \pi/2$.

На рис. 4 (а) показан стационарный режим генерации нескольких импульсов, в который переходит модель после нескольких десятков проходов резонатора. Этот режим характеризуется постоянным уровнем максимальной пиковой мощности импульсов и неизменной по величине энергии резонатора. На рис. 4 (б-г) показаны различные нестационарные режимы генерации импульсов, получаемые при изменении угла ϕ_1 (б), ϕ_2 (в) и θ (г) при неизменных значениях прочих параметров. Как можно видеть, эти режимы характеризуются различным числом импульсов, их максимальными пиковыми мощностями и особенностями взаимодействия. Особенности каждого режима вызваны различиями в пропускании SMF, определяемого как углами контроллера и поляризаторов, так и пиковой мощностью отдельного импульса и длиной SMF. В случае, когда период изменения параметров импульса совпадает с размером резонатора, наблюдается стационарный режим генерации, во всех других случаях возникают отклонения от стационарного режима. Возможными вариантами таких режимов являются удвоение периода, его дальнейшее кратное умножение и переход к режиму хаотического распространения, в котором период изменения параметров импульса не связан с размерами резонатора [7,8].

На рис. 5 показаны зависимости максимальной пиковой мощности отдельного импульса (а) и суммарной энергии в окне моделирования (б). При малых длинах волокна L_{SMF} после ≈ 50

проходов резонатора модель переходит в стационарный режим генерации, характеризующийся неизменными уровнями максимальной пиковой мощности и энергии резонатора. Для длины SMF волокна меньше 2 м генерируется одиночный импульс с энергией около 40 пДж и малой пиковой мощностью. В области длин $L_{SMF} \approx 2$ м можно отметить бифуркацию, связанную с переходом системы в многоимпульсный режим генерации. При этом стационарный режим разрушается – можно видеть изменение пиковой мощности и энергии в зависимости от числа проходов, что соответствует нескольким точкам на диаграмме.



Рис. 5. Зависимость максимальной пиковой мощности импульса (a) и его энергии (б) от длины пассивного волокна.

При дальнейшем увеличении длины волокна наблюдается восстановление стационарного режима, но уже для нескольких импульсов в резонаторе. При повышении длины возрастает как максимальная пиковая мощность отдельного импульса, так и энергия в окне моделирования, связанная с оптимизацией коэффициента пропускания пассивного волокна, определяемого углами поляризаторов и нелинейным вращением плоскости поляризации. При увеличении длины до $L_{SMF} \approx 6,5$ м происходит еще одна бифуркация, связанная с удвоением периода эволюции отдельного импульса, при этом каждому проходу резонатора соответствует одна из двух возможных максимальных пиковых мощностей импульса (или один из двух возможных уровней энергии, запасенной в резонаторе).



Рис. 6. Зависимость максимальной пиковой мощности длины пассивного волокна (a), эволюция импульсных режимов после 250 проходов резонатора при длине пассивного волокна L_{SMF} = 6 м

(б) и
$$L_{SMF} = 9 \ M$$
 (в).

Еще одна область, соответствующая стационарному распространению импульсов с относительно высокой пиковой мощностью и уровнем энергии, наблюдается при длине $L_{SMF} = 7$ -8 м. Как и в предыдущих случаях, стационарность связана с оптимизацией коэффициента пропускания SMF данной длины, обеспечивающего поворот плоскости поляризации импульса на необходимый угол. При дальнейшем увеличении L_{SMF} лазер переходит в режим генерации шумоподобного импульса (рис. 6 (в)). Характеристики импульсов (фиксируемые перед прохождением выходного ответвителя) изменяются хаотически. Значение суммарной энергии также изменяется при каждом проходе резонатора.

Аналогичные результаты получены и при исследовании влияния энергии насыщения Е_g (этот параметр, фактически, можно связать с уровнем накачки) на процесс распространения. Результаты моделирования приведены на рис. 7. Длина SMF при этом была фиксированной L_{SMF} = 6 м, а энергия насыщения Eg менялась в пределах от 1 до 100 пДж. При малых значениях Eg (менее 10 пДж) синхронизации мод и генерации импульсов не происходит, но с увеличением энергии насыщения система переходит в стационарный режим генерации одного (от $E_{g} \approx 10$ до 25 пДж), двух (от $E_g \approx 30$ до 45 пДж), трех (от $E_g \approx 45$ до 60 пДж), четырех (от $E_g \approx 60$ до 85 пДж) и пяти импульсов (от E_g ≈85до 90пДж). Как можно видеть, пиковые мощности импульсов в стационарном режиме ограничены некоторым максимальным значением, характерным для параметры которого определяются дисперсионно-нелинейными отдельного солитона, характеристиками резонатора. Величина полной энергии при этом растет, практически, пропорционально Eg (рис. 7 (б)), что как раз и связано с переходом системы к генерации растущего числа импульсов.



Рис. 7. Зависимость максимальной пиковой мощности импульсов и их суммарной энергии от энергии насыщения E_g при фиксированной длине L_{smf} (6 м (a, б), 180 м (в, г).

Стационарность генерации нарушается при превышении E_g предела ~ 90 пДж. Группа импульсов переходит при этом в описанный выше режим шумоподобного импульса, т.е. каждый из импульсов изменяется со своим периодом, достигает максимального значения пиковой мощности независимо от других. В результате, суммарная энергия также теряет свое стационарное значение и изменяется хаотически. Пояснить этот пороговый эффект можно

следующим образом. При меньших значениях Eg малые отличия импульсов в пиковой мощности не приводили к существенным изменениям нелинейного пропускания SMF, однако, при превышении порогового значения Eg даже небольшие отличия в пиковой мощности приводят к развитию неустойчивости, при которой энергия импульса с мощностью, соответствующей оптимальному пропусканию растет за счет других импульсов. Как можно видеть, в данном режиме резко возрастает максимальная пиковая энергия импульса в пачке и полная энергия всей пачки. Однако и энергия, и максимальная пиковая мощность меняются на каждом проходе резонатора, причем пик мощности на каждом проходе может соответствовать разным импульсам. Далее те же вычисления были проведены для удлиненного резонатора с L_{smf}= 180 м (рис. 7 (в, г)). При сравнении этих результатов с результатами, полученными для более короткого резонатора, можно обратить внимание на то, что стационарный режим лазера с длинным резонатором ограничен крайне низким уровнем накачки E_g < 2 (пДж) и, соответственно, малой общей энергией генерируемого излучения. Пиковая мощность импульса, генерируемого в стационарном режиме, при этом соответствовала значениям, полученным для короткого резонатора при схожем уровне накачки (P < 10 Вт). При повышении накачки лазер через режим "period doubling" переходит в нестационарный режим генерации шумоподобного импульса. Следует отметить два важных момента полученные в моделировании: 1) при увеличении длины резонатора происходит уменьшение необходимой энергии насыщения для получения импульсной генерации, что хорошо согласуется с экспериментальными данными; 2) с увеличением длины резонатора появляется возможность формирования случайных импульсов с большой пиковой мощностью, которые могут быть связаны с «блуждающими» волнами.

Схема для усиления шумоподобных импульсов представлена на рис. 8, которая включает в себя волоконно-кольцевой лазер и волоконный усилитель. Оптический импульс волоконнокольцевого лазера вводится в оптический разветвитель 1x3, что приводит к средней мощности импульса 7 мВт. После разветвителя импульс вводится в волоконный усилитель, состоящего из диода накачки и солегированного Er/Yb волокна. В качестве накачки использовался лазерный диод ДЛМ-30 с максимальной мощностью до 30 Вт и длиной волны 976 нм. Далее излучение вводилось через комбайнер в аналогичное Er^{3+}/Yb^{3+} волокно длиной 15м. Для предотвращения отражения от волоконного усилителя используется оптический изолятор.



Рис. 8. Схема усиления шумоподобного импульса с гауссовой формой.

Проходя через волоконный усилитель, средняя мощность шумоподобных импульсов линейно возрастает с увеличением мощности накачки диода усилителя 9 (в). Максимальная выходная мощность около 305 мВт может быть достигнута при мощности накачки около 3,6 Вт. Оптический спектр усиленных шумоподобных импульсов значительно уширяется, что указывает на то, что шумоподобные импульсы испытывают значительные нелинейные эффекты в процессе усиления. Для демонстрации спектрального уширения, представлена спектральная ширина как функция мощности накачки усилителя на уровне 3 и 20 дБ. Как видно из графика 9 (с) на уровне 3 дБ (черная линия), происходит ступенчатое увеличение спектральной ширины. Спектр уширяется до 43 нм (на уровне 3 дБ) при мощности накачки 3,6 Вт, что приводит к увеличению в 3 раза (на уровне 20 дБ 170 нм). Энергия в импульсе оценивается как ≈ 280 нДж.



Рис. 9. Усиленные шумоподобные импульсы: а) оптические спектры; б) зависимость спектральной ширины на уровнях 3дБ и 20дБ от мощности накачки; в) зависимость выходной мощность от мощности накачки.

В третьей главе представлены результаты экспериментального исследования спектрального преобразования импульсов в оптических волокнах на кварцевой основе. Для проведения исследований по генерации суперконтинуума использовалась одностадийная схема, которая состояла из источника накачки, нелинейной среды и системы регистрации. В качестве импульсов накачки использовались дисперсионно-управляемый солитон и шумоподобный импульс с гауссовой формой. Оптические волокна на кварцевой основе использовалось в качестве нелинейной среды. Регистрация спектров суперконтинуума осуществлялась при помощи оптического анализатора спектра Yokogawa AQ6370C (спектральное разрешение 0,02-2нм) и HP-70950A (0,5-5нм), работающие в диапазоне 600-1700нм, а для анализа спектров свыше 1,7 мкм использовался монохроматор MДР-23.

Источник накачки с дисперсионно-управляемыми солитонами представлял собой коммерчески доступный волоконный эрбиевый лазер PErL, изготовленный ООО «Авеста-Проект» (лазеры и оптические системы) в городе Троицке [9]. Данный лазер имеет следующие оптические характеристики: центральная длина волны $\lambda_c = 1560$ нм, ширина спектра на уровне 3 дБ $\Delta\lambda = 19$ нм, длительность импульса $\tau = 300$ фс, частота повторения импульсов f = 58 МГц,

средняя выходная мощность Р_{вых} = 50 мВт. Для выходной мощности был изготовлен волоконный усилитель на GT-wave волокне. Максимальная выходная мощность после усиления составила около 355 мВт (оцененное значение пиковой мощности составило Р_{пик} ≈ 20 кВт). В качестве нелинейной среды использовалось оптическое волокно легированное оксидом германия (G1). На рис. 10 представлены спектры СК при мощности накачки 315 мВт в волокне G1 длиной 7м (а) и 13м (б), соответственно. Как можно заметить, демонстрируемые спектры СК состоят из набора солитоноподобных пиков, количество которых зависит от мощности вводимых импульсов в нелинейное волокно. Поскольку N > 1, в германо-силикатном волокне происходит сверхуширение спектра, сопровождаемое многосолитонной компрессией с последующим распадом солитонов на фундаментальные в аномальной области дисперсии и дисперсионные волны в нормальной области дисперсии. Максимальная спектральная область, которая была получена при мощности вводимых импульсов 355 мВт, составила от 1,08 до 2 мкм. При последующем увеличении длины волокна G1 до 13 м, спектр СК также состоит из набора полос, связанных с рамановскими солитонами, и максимальная спектральная область составила от 0,95 до 2,3 мкм. Увеличение спектральной области, прежде всего, связано с эффектом рамановского частотного сдвига, который зависит от длины взаимодействия.



Рис. 10. Спектра суперконтинуума на выходе волокна G1: а) 7 м, б) 13 м.

Для волокна G1 длиной 13м было произведено моделирование спектра СК, основанного на НУШ:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + i\gamma \left(1 + \frac{i}{\omega_0}\frac{\partial}{\partial t}\right) \left(A(z,t)\int_0^\infty R(t')|A(z,t-t')|^2 dt'\right)$$
(3)

где A - значение амплитуды поля, z - длина волокна, β_n- n-порядок дисперсии групповой скорости, γ- нелинейный коэффициент Керра, R - функция отклика комбинационного рассеяния. Рисунок 11 (б) иллюстрирует результаты моделирования для тех же значений мощности накачки. Точное совпадение между расчетом и экспериментом не наблюдается. Причина этого расхождения может состоять в трудности учета многомодового распространения и

поляризационных эффектов. Тем не менее, мы можем утверждать, что численное моделирование также показывает дискретные спектры суперконтинуума, где число полос зависит от мощности накачки.



Рис.11. Численное моделирование спектра.

Как отмечалось выше, шумоподобные импульсы обладают рядом интересных свойств, которые делают их привлекательными в качестве импульсов накачки для генераторов суперконтинуума. В качестве импульса накачки использовался шумоподобный импульс с гауссовой формой, который перед вводом в нелинейное волокно был усилен, и максимальная выходная мощность составила 305 мВт. В связи со сложностью нахождения пиковой мощности шумоподобных импульсов необходимой для оценки возможной генерации суперконтинуума в нелинейной среды было исследовано спектральное преобразование в стандартных оптических волокнах длиной 2 м, приведенные на рис. 12.



Рис. 12. Спектр суперконтинуума на выходе стандартного одномодового оптического волокна (черная линия – накачка стационарными импульсами; красная линия – шумоподобными импульсами).

Выходной спектр при накачке стационарными импульсами имеет характерную структуру, содержащую рамановский пик в области 1,7 мкм, а уширение носит только длинноволновый характер. При накачке шумоподобными импульсами происходит похожее длинноволновое

уширение спектра, однако структура спектра значительно отличается. Спектр не содержит рамановского пика и обладает большей однородностью в длинноволной области спектра. Стоит отметить, для получения близких по области спектров суперконтинуума для накачки стационарными импульсами мощность выходных импульсов составила P = 500 мВт, а для шумоподобных – 305 мВт.

Для дальнейшей работы по спектральному преобразованию с накачкой шумоподобными импульсами были использованы коммерчески доступные оптические волокна легированные оксидом германия (НЦВО «ФОТОНИКА», г. Москва), характеристики которых представлены в таблице 1.

Марка волокна	γ, Вт ⁻¹ км ⁻¹	β_2 , $\pi c^2/\kappa M$	Длина волны
		(1,56мкм)	нулевой дисперсии
			λ_{zwd} , MKM
Ge225_HNLF-DS (Ge1)	10,43	-3,6	1,48
Ge137_HNLF-DS (Ge2)	9,27	-0,58	1,55
Ge137_HNLF-DS (Ge3)	9,27	0,21	1,565
Ge304_HNLF (Ge4)	9,93	47,8	2,3

Таблица 1. Основные характеристики оптических волокон.

На рис. 13 представлены спектры суперконтинуума на выходе оптического волокна, легированных GeO₂. Поскольку длина волны нулевой дисперсии для волокна Ge4 составляет 2,3 мкм, то генерация суперконтинуума происходила в сильно положительной ДГС. В волокне Ge 4 наблюдается одностороннее уширение в длинноволновую область вплоть до 1800 нм. Стоит отметить, что при увеличении мощности накачки появляется рамановский пик в области 1,65 мкм.



Рис. 13. Спектры суперконтинуума на выходе оптических волокон легированных GeO₂ при мощности вводимых импульсов 305 мВт

В волоках Ge1-3 (генерация СК в аномальной области) происходило значительное спектральное уширение как в длинноволновую, так и в коротковолновую области даже при минимальной мощности вводимых в волокно импульсов. Следует подчеркнуть, что оптические спектры на выходе волокон более однородны, по сравнению со случаем накачки дисперсионноуправляемыми солитонами. Как видно на рис.13, в оптическом спектре СК на выходе волокна Ge1 в области 1,3-1,5 мкм присутствует провал, связанный с условием фазового синхронизма и генерацией дисперсионной волны. При генерации СК в случае совпадения (или близко расположения) длины накачки и нулевой длины волны дисперсии (волокно Ge 2-3) происходит более эффективная генерация в коротковолновой области, что связано эффективностью четырехволнового смешения вблизи нуля дисперсии. При увеличении мощности вводимых импульсов генерировались более широкие и плоские спектры из-за комбинированных нелинейных эффектов, таких как фазовая самомодуляция, рамановский частотный сдвиг и четырехволновое смешение. Этот результат согласуется с данными, описанными в литературе.

На рис.14 представлена зависимость спектральной ширины СК на уровне 20 дБ от мощности вводимых импульсов без учета (а) и с учетом (б) спектрального уширения импульсов после усилителя. На начальном этапе усиления (до 100мВт) для всех волокон наблюдается увеличение спектральной ширины СК. Однако после начального этапа для волокон с длиной нулевой дисперсии, находящейся далеко от центральной длины волны вводимого импульса, спектральное уширение незначительно. Противоположная картина наблюдается для волокон с близкой длиной нулевой дисперсии к центральной длине вводимого импульса.



Рис. 14. Зависимость спектральной ширина от мощности входных импульсов (a) и плоскостность (б) спектров суперконтиуума на уровне 6,5 дБ от мощности вводимого

импульса.

В волокнах Ge1, Ge2, Ge3 наблюдается непрерывный рост спектральной ширины СК. Стоит также заметить, что при минимальной вводимой мощности импульсов большее уширение достигается в волокне Ge1. При последующем увеличении мощности вводимых импульсов наблюдается значительное уширение в волокна Ge2 и Ge3, что связано с протеканием нелинейных процессов в коротковолной области спектра. Максимальная спектральная ширина на уровне 20 дБ получена в волокне Ge3 и составила 868 нм.

спектров суперконтинуума при нестационарными Для накачке импульсами дополнительно измерялась плоскостность спектров на уровне 6,5 дБ. Такое значение связано с интенсивным пиком в области длин волн 1,56-1,57 мкм (около 3,5 дБ) и прибавлением стандартного значения для определения ширины спектра (3дБ). На рис. 14 (б) показана зависимость плоскостности спектров суперконтинуума для рассматриваемых волокон от мощности вводимого импульса, а также спектров на выходе усилителя. Плоскостность спектров суперконтинуума для низко нелинейных оптических волокон и волокна Ge4 на начальном этапе уширения близка к значению для спектров на усилителе. С увеличением мощности для волокна Ge4 плоскостность начинает заметно увеличиваться, что связано с большим уширением в длинноволновой области. Однако при мощности импульсов в районе 200мВт плоскостность начинает увеличиваться и для низко нелинейных волокон, по сравнению со значениями для усиленных импульсов. На начальном этапе похожая ситуация наблюдается и для волокон Ge1, Ge2, Ge3. Но уже при мощности импульсов более 100 мВт начинается более резкий рост плоскостности для волокон Ge2 и Ge3 прежде всего с равномерным уширением спектров как в коротковолновую область, так и длинноволновую. Особенно сильное увеличение плоскостности наблюдается для волокна Ge2. Однако в после достижения мощности импульсов около 200 мВт происходит «насыщение» и заметно, что плоскостность далее не увеличивается. Другая ситуация в волокне Ge1: в отличие от волокон 2 и 3 до мощности импульсов 200 мВт значение плоскостности слабо увеличивается, однако после происходит резкий скачок. При этом вероятнее всего такое поведение будет сохраняться до наступления «насыщения», когда плоскостность перестанет заметно увеличиваться.

Основные результаты и выводы

В диссертационной работе исследованы импульсные режимы генерации в эрбиевом волоконно-кольцевом лазере с пассивной синхронизацией мод на основе НВПП, процесс усиления шумоподобных импульсов, генерация суперконтинуума в отрезках оптических волокнах на кварцевой основе с использованием как ультракоротких оптических импульсов, так и шумоподобного импульса с гауссовой формой и получены следующие результаты:

1) На основе эрбиевого волокна в архитектуре кольцевого резонатора разработан и изготовлен лазер с пассивной синхронизацией мод, основанной на нелинейном вращении плоскости поляризации. Оптимизация длины резонатора, мощности накачки, положений контроллеров поляризации позволяет добиваться генерации стабильной последовательности импульсов. Было получено более 10 существенно различающихся режимов импульсной генерации волоконно-кольцевого лазера: классический солитон, солитоноподобные режимы,

шумоподобные импульсы с различной формой профилей временной огибающей, двух-волновые импульсы.

2) Исследованы спектрально-временные и энергетические характеристики шумоподобных импульсов с различной формой профилей временной огибающей. Показаны особенности трансформации оптического спектра и профиля временной огибающей шумоподобных импульсов с гауссовой и прямоугольной формой. Исследование шумоподобных импульсов с гауссовой формой методами частотно-разрешенного оптического стробирования (Frequencyresolved optical gating (FROG)) подтвердило наличие частотной модуляции близкой к линейной. Построенная теоретическая модель показала хорошую сходимость с экспериментальными результатами. На основе предложенной предсказана возможность генерации импульсов с высокой пиковой мощностью (в том числе «блуждающие волны»). Установлено, что в усилителе происходит уширение оптического спектра шумоподобных импульсов с гауссовой формой под действием нелинейных эффектов.

3) Продемонстрированы полностью волоконные генераторы суперконтинуума с различными инициирующими импульсами, генерируемыми волоконным лазером с пассивной синхронизацией мод. Оптический спектр суперконтинуума на выходе высоконелинейного волокна при накачке дисперсионно-управляемыми солитонами обладает классической дискретной структурой с пиками и провалами интенсивности. Полученные экспериментальные результаты в данном случае хорошо согласуются с теоретическими расчетами и результатами представленных в других работах. Получена генерация суперконтинуума в высоконелинейном волокне при накачке шумоподобными импульсами гауссовой формы. Полученный оптический спектр суперконтинуума характеризовался более однородной структурой, уменьшением интенсивности ярко выраженного пика остаточной накачки, а также, несмотря на провал интенсивности, уширением в коротковолновую область (относительно длины волны накачки). При этом максимально достигнутая спектральная область (по уровню шумов) генерации суперконтинуума соответствовало диапазону длин волн от 960 до 2300 нм и от 1050 до 2250 нм для растянутых импульсов и шумоподобных импульсов, соответственно.

4) Получена генерация суперконтинуума в высоконелинейном волокне с различными длинами волны нулевой дисперсии. Показано, что совпадение длины волны нулевой дисперсии с длиной волны импульса накачки (или близкое расположение) позволило получить более эффективную генерацию суперконтинуума в коротковолновой области (относительно длины волны накачки). Для высоконелинейных оптических волокон с различной длиной волны нулевой дисперсии определены зависимости ширины и однородности оптического спектра суперконтинуума при накачке шумоподобными импульсами с гауссовой формой. Наибольшая ширина оптического суперконтинуума на уровне 20 дБ получена в оптическом волокне Ge3 и

составила 868 нм. Наибольшая однородность оптического спектра суперконтинуума, определяемая по уровню 6,5 дБ, достигнута в волокие Ge1 (370 нм).

Перечень публикаций по теме диссертационной работы:

1. I.A. Volkov, V.A. Kamynin, P.A. Itrin, S.N. Ushakov, K.N. Nishchev, V.B. Tsvetkov «Control over pulsed operation modes of an erbium-doped fibre laser passively mode-locked via nonlinear polarisation rotation» // Quantum Electronics 50 (2) 153 – 156 (2020) (BAK, Scopus).

2. V.A. Kamynin, **I.A. Volkov**, A.E. Bednyakova, M.P. Fedoruk, , K.N. Nishchev, A.S. Kurkov Supercontinuum generation beyond 2 μ m in GeO2 fiber: comparison of nano- and femtosecond pumping // Laser Physics Letters, Vol. 12, No 6, 2015 (BAK, Scopus).

3. И.А. Волков, С.Н. Ушаков, К.Н. Нищев, В.А. Камынин, В.Б. Цветков, М.Е. Лихачев, М.Ю. Салганский «Генерация суперконтинуума в оптических волокнах с использованием усиленных шумоподобных импульсов» // «ФОТОН-ЭКСПРЕСС-НАУКА», №6, 2019 (ВАК).

4. И.А. Волков, С.Н. Ушаков, К.Н. Нищев, В.А. Камынин, В.Б. Цветков, Д.А. Столяров «Шумоподобные импульсы гауссовой формы с частотной модуляцией» // «ФОТОН-ЭКСПРЕСС-НАУКА», №6, 2021 (ВАК).

5. И.А. Волков, В.А. Камынин, К.Н. Нищев, В.Б. Цветков «Спектральные и временные характеристики пикосекундного эрбиевого волоконного лазера с различными длинами резонатора» // Прикладная фотоника, Т. 3, № 2, 158-165, 2016.

6. И.А. Волков, В.А. Камынин, С.Н. Ушаков, К.Н. Нищев, В.Б. Цветков «Исследование динамической эволюции оптического спектра и временного профиля прямоугольного шумоподобного импульса» // Прикладная фотоника, Т. 6, № 3-4, 139-146, 2019.

7. И.А. Волков, В.А. Камынин, С.Н. Ушаков, К.Н. Нищев, В.Б. Цветков «Формирование волновых пакетов с большой энергией импульсов при генерации случайных импульсов в волоконных лазерах» // 9й Международный семинар по волоконным лазерам, Новосибирск, 2020 – С. 81-82.

8. I.A. Volkov, S.N. Ushakov, K.N. Nishchev, V.A. Kamynin, V.B. Tsvetkov «Investigation of various pulsed regimes of generation of an erbium fiber laser with a resonator length of more than 200 m» // Workshop and summer school «Nonlinear Photonics»,Новосибирск, 2018–С. 25-26.

9. И.А. Волков, В.А. Камынин, К.Н. Нищев, В.Б. Цветков «Спектральные и временные характеристики пикосекундного эрбиевого волоконного лазера с различными длинами резонатора» 15-я Международная научная конференция-школа «Материалы нано-, микро-, оптоэлектроники и волоконной оптики: Физические свойства и применение» (МНКШ-2016), Саранск, 2016 - 68.

10. И.А. Волков, С.Н. Ушаков, В.А. Камынин, К.Н. Нищев, В.Б.Цветков «Цельноволоконный эрбиевый лазер с пассивной самосинхронизацией мод» 16-я Международная научная конференция-школа «Материалы нано-, микро-, оптоэлектроники и волоконной оптики: Физические свойства и применение» (МНКШ-2017), Саранск, 2017 - 66.

11. И.А. Волков, С.Н.Ушаков, В.А. Камынин, К.Н. Нищев, В.Б. Цветков «Исследование импульсных режимов генерации эрбиевого волоконного лазера» Молодежный научнообразовательный воркшоп «Фотоника и силовая электроника», Саранск, 2018 – С. 57 – 62.

12. И.А. Волков, С.Н. Ушаков, К.Н. Нищев, М.Ю. Власов «Многофункциональный волоконный лазерный источник шумоподобных импульсов» // Патент на изобретение РФ № 2773109 (приоритет изобретения 03.06.2021).

Список цитируемой литературы

1. Chouli, S. Soliton rains in a fiber laser: An experimental study / S. Chouli, P. Grelu // Physical Review A. – 2010. – Vol. 81. No. 06. – P. 3829.

Zaviyalov, A. Impact of slow gain dynamics on soliton molecules in mode-locked fiber lasers
 / A. Zaviyalov, P. Grelu, F. Lederer // Optics Letters. – 2012. – Vol. 37. no. 2. – P.175–177.

3. Grudinin, A.B. Passive harmonic mode locking in soliton fiber lasers / A.B. Grudinin, S. Gray // Journal of the Optical Society of America B. – 1997. – Vol. 14, no. 1. – P. 144–154.

4. Horowitz, M. Noiselike pulses with a broadband spectrum generated from an erbium-doped fiber laser / M. Horowitz, Y. Barad, and Y. Silberberg // Optics Letters. – 1997. – Vol. 22. no. 11. – P. 799–801

5. Lecaplain, C. Rogue waves among noiselike-pulse laser emission: An experimental investigation / C. Lecaplain, P. Grelu // Physical Review A. – 2014. – Vol. 90. – P. 013805.

6. Pottiez, O. Statistical characterization of the internal structure of noise-like pulses using a nonlinear optical loop mirror / O. Pottiez, R. Paez-Aguirre, J.L. Cruz, M.V. Andrés, E.A. Kuzin // Optics Communications. – 2016. – Vol. 377. – P. 41–51.

7. Soto-Crespo, J. M. Dissipative rogue waves: extreme pulses generated by passively modelocked lasers / J.M. Soto-Crespo, P. Grelu, N. Akhmediev // Physical Review E. – 2011. – Vol. 84. no. 1. – P. 016604.

8. Soto-Crespo, J. M. Bifurcations and multiple-period soliton pulsations in a passively modelocked fiber laser / M. Grapinet, Ph. Grelu, and N. Akhmediev // Physical Review E. – 2004. – Vol. 70. no. 6. – P. 066612.

9. «Авеста-Проект», www.avesta.ru.