

В диссертационный совет 24.2.422.04
при ФГБОУ ВО «Ульяновский госу-
дарственный университет»

Отзыв официального оппонента

на диссертационную работу Бейбалаева Ветлугина Джабраиловича на тему «Математические модели динамических процессов во фрактальных и пористых средах», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2.«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Актуальность темы работы

Исследование нелокальных динамических процессов, протекающих в системах с фрактальной структурой тесно связано с развитием аналитических и численных методов решения краевых задач для дифференциальных уравнений с производными дробного порядка, поскольку понятие фрактала стало одной из ключевых парадигм современной физики, а математический аппарат дробного исчисления — основой моделирования различных динамических процессов в гидромеханике, геотермии и теории теплообмена в пористых средах.

Диссертация Бейбалаева В. Д. посвящена актуальной цели исследования динамических процессов во фрактальных и пористых средах на основе математического аппарата интегралов и производных дробного порядка и разработке эффективных вычислительных методов для численного исследования процессов переноса в системах с памятью и пространственными корреляциями. Для достижения поставленной автором цели исследования были сформулированы следующие задачи: а) разработка вычислительных методов нахождения приближенного решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений и краевых задач для уравнения теплопроводности с дробными производными и реализация этих методов в вычислительных алгоритмах при исследовании динамических процессов, описываемых дифференциальными уравнениями с производными дробного порядка; б) исследование поведения фазовых траекторий линейных и нелинейных динамических систем, отображаемых системой двух дифференциальных уравнений с дробными производными Капуто при различных значениях параметра дробной производной; в) комплексное исследование фрактальных характеристик микроструктуры газоразрядных каналов и динамики электронов в них с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента; г) комплексное исследование нелокальных процессов теплопроводности, описывающих сверхмедленные процессы в средах с фрактальной структурой с учетом эффектов памяти и пространственных корреляций; д) на основании

проведенных экспериментов по теплопроводности горных пород, развитие новых математических методов исследования температурных и барических зависимостей теплопроводности горных пород с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента.

Содержание диссертационной работы

Диссертационная работа включает в себя введение, 7 глав, заключение, список литературы на 211 наименований и 4 приложения. Полный объем диссертации составляет 271 страницу с 77 рисунками.

В первой главе автором формулируются основные определения и обсуждаются свойства дробных интегралов и производных, а также теоремы, устанавливающие связь дробных производных Римана-Лиувилля и Рисса с обыкновенными производными.

Во второй главе автор предлагает конечно-разностную аппроксимацию дробной производной Римана-Лиувилля и строит на ее основе численные методы решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений с производными Капуто дробного порядка.

В третьей главе автор разрабатывает алгоритмы решения начально-краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными Римана-Лиувилля, Рисса и Капуто дробного порядка и исследует их устойчивость.

В четвертой главе автором анализируются фазовые траектории линейных и нелинейных динамических систем, описываемых дифференциальными уравнениями с производными дробных порядков, и исследуются вопросы их устойчивости в зависимости от параметров системы.

Пятая глава посвящена исследованию нелокальных процессов теплопроводности в фрактальных и пористых средах. Для задачи Стефана автором исследуются процессы промерзания для неравновесных пористых сред с учетом нелокальных временных эффектов (эффектов памяти). Для нелинейного закона Дарси исследуются процессы неизотермической фильтрации с учетом эффектов памяти. Для полуограниченного тела исследуются нелокальные процессы теплопроводности и конвективного теплообмена с внешней средой с учетом эффектов памяти и пространственных корреляций.

В шестой главе автором анализируются зависимости теплопроводности песчаника, мергеля, гранитов и других горных пород от температуры в диапазоне от 273 до 523 К и давления в диапазоне от 0,1 до 400 МПа, которые характерны для условий залегания указанных горных пород в месторождениях Республики Дагестан.

Седьмая глава посвящена описанию комплексов объектно-ориентированных программ, предназначенных: а) для моделирования нелинейных динамиче-

ских систем, описываемых дробными дифференциальными уравнениями; б) для компьютерного моделирования нелокальных процессов теплопереноса в фрактальных средах; в) расчета теплопроводности горных пород (печаников, мергелей, гранитов, аргиллитов) в диапазоне температур от 273 до 523 К и давлений от 0,1 до 400 МПа.

Обоснованность научных положений и выводов

Утверждения и выводы, приведенные автором в конце каждой главы, вытекают из содержания этой главы и являются достаточно обоснованными.

Научная новизна полученных результатов

Научная новизна результатов, сформулированных в диссертационной работе, заключается в следующем:

а) в разработке новых разностных методов приближенного решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений и краевых задач для уравнения теплопроводности с дробными производными; в доказательстве теоремы о сходимости предлагаемых разностных методов и оценке ограничений для шага сетки в зависимости от параметра дробной производной.

б) в качественном исследовании поведения фазовых траекторий динамической системы, описываемой системой двух дифференциальных уравнений с производной дробного порядка Капуто в случае действительных корней характеристического уравнения.

в) в качественных исследованиях динамических систем типа «брюсселятор» и «хищник-жертва», описываемых дробными дифференциальными уравнениями, методом линеаризации; в аналитических решениях линеаризованных систем и численных решениях нелинейных систем.

г) в численном исследовании фрактальных характеристик микроструктуры газоразрядных каналов и динамики электронов в них на основе разработанного математического аппарата интегродифференцирования дробного порядка.

д) в численном исследовании нестационарных процессов промерзания и неизотермической фильтрации в средах с фрактальной структурой с учетом эффектов памяти и пространственных корреляций с помощью производных дробного порядка Капуто и Рисса.

е) в аналитическом решении начально-краевой задачи для нестационарного уравнения теплопроводности с граничными условиями второго рода, на основе которого проведено комплексное исследование нестационарных процессов теплопроводности для полуограниченного тела с учетом эффектов памяти и пространственных корреляций с помощью производных дробного порядка Капуто и Рисса.

ж) в комплексном исследовании нелокальных процессов конвективного теплообмена с внешней средой для полуограниченного тела с учетом эффектов памяти с помощью дробной производной по времени.

з) в статистическом моделировании теплопроводности горных пород в зависимости от температуры и давления, основанной на экспериментальных данных и методах регрессионного анализа.

и) в создании комплекса прикладных программ для численного исследования нелинейных динамических систем, описываемых дробными дифференциальными уравнениями, нелокальных процессов теплопроводности с учетом эффектов памяти и пространственных корреляций, а также теплопроводности горных пород в зависимости от температуры и давления, соответствующих условиям залегания.

Достоверность полученных результатов

Диссертационная работа базируется на теории дифференциальных операторов дробного порядка и методах исследования динамических систем. Результаты диссертационной работы автора можно считать достоверными, поскольку они получены путем корректного применения методов вычислительной математики и математической физики, основаны на результатах вычислительного эксперимента и удовлетворительно согласуются с известными из специальной литературы экспериментальными данными.

Теоретическая и практическая значимость

Теоретическая значимость выполненной работы заключается в разработанных разностных методах решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений дробного порядка и результатах качественного исследования описываемых этими уравнениями линейных и нелинейных динамических систем. Представленные разностные схемы решения начально-краевых задач для дифференциальных уравнений дробного порядка и результаты исследования нестационарных процессов теплопроводности являются математической основой для разработки и численного анализа математических моделей при комплексном исследовании нестационарных процессов теплопроводности в фрактальных и пористых средах.

Практическая значимость выполненной работы состоит в том, что разработанные математические модели и комплексы программ могут быть применены для комплексного исследования нестационарных процессов неизотермической фильтрации и теплопроводности горных пород с учетом эффектов памяти и пространственных корреляций с помощью производных дробного порядка. При этом, разработанные математические модели и комплексы программ были использованы при выполнении научно-исследовательских работ кафедры прикладной математики Дагестанского государственного университета и Института проблем геотермии и возобновляемой энергетики филиала ОИВТ РАН в рамках: а) трех

проектов, поддержанных РФФИ; б) проекта по аналитической ведомственной целевой программе РНПВШ 2.1.1/2669; в) проекта по программе №3 фундаментальных исследований отделения математических наук РАН «Современные вычислительные и информационные технологии решения больших задач».

Публикация основных результатов в печати

Основные результаты диссертационной работы с 2010 по 2023 годы систематически обсуждались на всероссийских и международных научных конференциях и изложены в 68 работах, включающих в себя: 3 монографии, 3 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ, 32 работы в журналах, рекомендованных ВАК РФ, в том числе 20 работ в изданиях, входящих в международные реферативные базы WoS и Scopus.

Замечания по диссертационной работе

1. В четвертой главе на странице 141 в подписи к рис. 4.32, иллюстрирующего статистическую оценку фрактальной размерности автографов искрового разряда на поверхности плоского электрода, более корректно было бы указать, что линии строятся не «интерполяцией», а «аппроксимацией по методу наименьших квадратов». Кроме того, при прочтении раздела складывается впечатление, что рис. 4.32 ошибочно перемещен со страницы 136 на страницу 141.

2. В пятой главе при построении температурных и барических полей, описывающих решения задач теплопроводности и фильтрации во фрактальных и пористых средах, автором на рис. 5.1, 5.2 и далее показаны численные решения при фиксированных значениях показателей дробных производных α и β (например, на рис. 5.1 при $\alpha = 0,7; 0,9; 1,0$). При этом не вполне ясна связь используемых показателей α и β с эффективными параметрами пористых сред (например, с объемной пористостью среды, с эффективным гидравлическим диаметром пор или с коэффициентом извилистости пор), что несколько затрудняет интерпретацию полученных автором выводов.

3. В шестой главе не показана взаимосвязь показательно-степенных функций вида (6.2), используемых для аппроксимации зависимости теплопроводности горных пород от давления и температуры, с результатами исследований, представленными в предыдущих главах.

4. При анализе адекватности аппроксимации зависимости теплопроводности горных пород от давления и температуры было бы полезно указать погрешности экспериментальных данных, используемых в шестой главе для построения статистических моделей.

5. В седьмой главе при описании структуры и функциональных схем комплексов прикладных программ автором не указаны варианты взаимодействия разработанного программного обеспечения с существующими системами компью-

терной математики общего назначения (например, для углубленного анализа результатов вычислительных экспериментов).

6. На странице 16 автореферата диссертационной работы есть ссылки на формулы (3.1), (3.2), (3.5) и (3.6), которые в автореферате или отсутствуют, или имеют иное обозначение.

7. В тексте диссертации и автореферата присутствуют опечатки (например, «иптегро-дифференциальные операторы» в 1 абзаце на странице 6 диссертации, или « S – площадь нагреваем грань области, m^2 » в 1 абзаце на странице 22 автореферата), несколько снижающие общее положительное впечатление от проделанной автором работы.

Общее заключение. Соответствие паспорту специальности

Диссертационная работа Бейбалаева В. Д., представленная к защите на соискание ученой степени доктора физико-математических наук является законченной научно-квалификационной работой, выполненной автором самостоятельно на высоком научном уровне. Все сформулированные в работе задачи были успешно решены автором, а полученные результаты — достоверны. Диссертационная работа соответствует паспорту специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», а ее основные результаты корректно отражены в автореферате и опубликованных работах.

В результате можно сделать вывод, что диссертационная работа на тему «Математические модели динамических процессов во фрактальных и пористых средах» отвечает требованиям ВАК РФ, а ее автор — Бейбалаев Ветлугин Джабраилович заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры прикладной математики
ФГБОУ ВО «Московский государственный
технологический университет «СТАНКИН»,
Павел Валентинович Москалев

Адрес: 127994, ГСП-4, Москва, Вадковский пер., 1
Телефон: +7 (499) 972-94-00
E-mail: moskaleff@mail.ru

Москалев П.В. - доктор физико-математических наук
по научной специальности 05.13.18 – Математическое
моделирование, численные методы и комплексы программ

