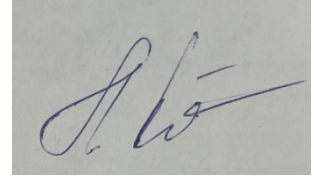


На правах рукописи



Колегова Любовь Владимировна

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ
НЕЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ РОБОТАМИ-МАНИПУЛЯТОРАМИ**

1.2.2. Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Ульяновск – 2024

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Ульяновский государственный университет» на кафедре информационной безопасности и теории управления

- Научный руководитель: Андреев Александр Сергеевич
доктор физико-математических наук, профессор
- Официальные оппоненты: Вельмисов Петр Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный технический университет», кафедра «Высшая математика», профессор кафедры
- Красильников Павел Сергеевич, доктор физико-математических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», кафедра «Мехатроника и теоретическая механика», профессор кафедры
- Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва»

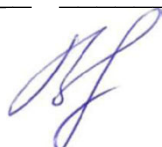
Защита состоится «19» февраля 2025 г. в 11 часов 00 мин. на заседании диссертационного совета 24.2.422.04 при ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет», расположенном по адресу: г. Ульяновск, ул. Набережная реки Свияги, д. 106, корп. 1, ауд. 703.

С диссертацией и авторефератом можно ознакомиться в научной библиотеке Ульяновского государственного университета и на сайте ВУЗа – <https://www.ulsu.ru>, с авторефератом – на сайте Высшей аттестационной комиссии при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации – <https://vak.minobrnauki.gov.ru>.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью организации, просим направлять по адресу: 432017, г. Ульяновск, ул. Л. Толстого, д. 42, УлГУ, Отдел подготовки кадров высшей квалификации.

Автореферат разослан «___» _____ 2024 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Волков Максим Анатольевич

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Одним из важных направлений интенсивного развития роботизированного производства является широкое применение управляемых механических систем, в том числе, многозвенных роботов-манипуляторов. Это развитие сопровождается повышением требований к универсальности, точности, надежности, энергозатратности и другим факторам эффективности структуры управления такими системами. Актуальной является разработка структур управления многозвенными роботами-манипуляторами с учетом неполноты измерений состояния объекта, а также с запаздывающей обратной связью.

Степень разработанности темы исследований. Математические модели многих современных механических систем представляют собой нелинейные системы дифференциальных уравнений высокой размерности.

Один из подходов к построению структуры управления такими системами связан с идеей декомпозиции. Декомпозиция позволяет свести исследование модели сложной системы к исследованию моделей подсистем меньшей размерности или более простой структуры. Основной подход к идее декомпозиции для решения задач управления механическими системами, в том числе, роботов-манипуляторов, широко представлен работами научных школ Е. С. Пятницкого^{1,2,3} и Ф. Л. Черноусько^{4,5,6}. Он состоит в том, что для управляемых механических систем специальный выбор управления может привести возмущенное движение системы в программное движение при режиме полной компенсации динамического взаимовлияния между подсистемами, т. е. при режиме декомпозиции. Решение таких задач достигается при помощи релейных или кусочно-непрерывных управлений. Функционирование декомпозированной системы происходит в скользящем режиме, который характеризуется тем, что движение системы происходит вдоль поверхности переключения управления и сопровождается частыми переключениями управления. Обоснованные по этому принципу кусочно-непрерывные и релейные законы управления обладают рядом преимуществ, таких как простота реализации, возможность достижения цели управления за конечное время и т. д. Но на практике эти законы обнаруживают недостатки, к которым, например, относятся: значительные энергетические потери, обусловленные использованием максимальных по модулю значений управляющих воздействий; а также возможные высокочастотные колебания

¹ Пятницкий Е. С. Синтез иерархических систем управления механическими объектами на принципе декомпозиции // Автоматика и телемеханика. 1989. № 1. С. 87–99, № 2. С. 71–86.

² Матюхин В. И. Управление движением манипулятора: Научное издание. Москва: Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2010. 96 с.

³ Матюхин В. И. Управление механическими системами. Москва, 2009. 320 с.

⁴ Ананьевский И. М., Добрынина И. С., Черноусько Ф. М. Метод декомпозиции в задачах управления механической системой // Известия РАН. Теория и системы управления. 1995. № 2. С. 3–14.

⁵ Ананьевский И. М., Решмин С. А. Метод декомпозиции в задаче об отслеживании траекторий механических систем // Известия РАН. Теория и системы управления. 2002. № 5. С. 25–32.

⁶ Черноусько Ф. Л., Ананьевский И. М., Решмин С. А. Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006. 328 с

компонента вектора состояния системы, которые приводят к нежелательным вибрациям механических элементов систем управления⁷.

Имеются значительные теоретические и практические сложности в разработке непрерывных моделей управления роботами-манипуляторами. Проведенный анализ работ в этом направлении показывает, что целый ряд результатов посвящен задачам об устойчивости и стабилизации установившихся движений роботов-манипуляторов и других управляемых механических систем. При этом, эффективным способом реализации управления являлось построение структуры управляемых сил в соответствии с классической классификацией структуры действующих сил⁸. Во времена интенсивного развития робототехники в начале 1980-х годов в наибольшей степени это направление проявилось в разработках по применению пропорционально-дифференциальных (ПД-) регуляторов. В многочисленных работах были предложены различные типы схем управления для достижения свойства нелокальной асимптотической устойчивости для опорной траектории манипуляторов. К числу недостатков, описанных в этих работах законов управления манипуляторами, можно отнести их зависящую от параметров динамики сложную структуру, что в немалой степени обусловлено использованием широко известных методов теории устойчивости движений систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Применение цилиндрического фазового пространства с построением соответствующих нелинейных регуляторов позволяет улучшить достижимость полуглобальной стабилизации программных движений манипуляторов с цилиндрическими шарнирами в плане использования ограниченного управления и уменьшения энергозатратности на него⁹.

Определенным недостатком применяемых ПД-контролеров является тот факт, что они плохо справляются с устранением малых отклонений состояния процесса от контрольной точки. Они могут обеспечивать малую, но не нулевую погрешность, то есть просто удерживать процесс недалеко от контрольной точки, что связано с принципом работы контроллера¹⁰. Возникла идея добавления в структуру управления интегральной составляющей, с большим успехом впервые примененной в работе¹¹ для стабилизации заданного положения робота-манипулятора с компенсацией действия сил тяжести в его программном положении. Новый тип регуляторов получил название пропорционально-интегро-дифференциальных, (иначе называемых, пропорционально-интегро-дифференцирующих), кратко, ПИД-регуляторов.

⁷ Халил Х. К. Нелинейные системы. М.-Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", Институт компьютерных исследований, 2009. 832 с.

⁸ Карапетян А. В., Румянцев В. В. Устойчивость консервативных и диссипативных систем. Итоги науки и техники. Сер. Общая механика. Т. 6. М.: ВИНТИ, 1983.

⁹ Andreev A.S., Peregodova O.A. On global trajectory tracking control of robot manipulators in cylindrical phase space // International Journal of Control. 2020. Vol. 93, No 12. P. 3003–3015.

¹⁰ URL: https://www.kb-agava.ru/tri_aspekta_pid_regulirovaniya

¹¹ Arimoto S. Control Theory of Non-Linear Mechanical Systems: A Passivity-Based and Circuit-Theoretic Approach. Oxford: Clarendon, 1996.

Пропорционально-интегро-дифференцирующие (ПИД-) регуляторы получили широкое распространение в управлении техническими, в том числе, механическими системами. Такие регуляторы используются во 90–95 % контуров управления¹², их структура компактна и проста, они позволяют достичь цели для большинства манипуляционных роботов.

Однако применение ПИД-регуляторов имеет свои недостатки. Для ряда известных ПИД-регуляторов изменение цели управления или параметров объекта управления, вообще говоря, требует новой настройки коэффициентов регулятора. Появились справочники по применению ПИД-регуляторов из-за недостатков также их автоматизированной настройки¹³. Как отмечено в монографии², многие разработанные законы управления по своей специфике не являются универсальными, а именно предназначены для стабилизации только одного режима движения управляемого объекта. Это связано, в основном, с теми же причинами, указанными выше для ПД-регуляторов.

Поэтому разработка и использование ПИД-регуляторов являются предметом многочисленных исследований уже на протяжении 40 лет. Эти исследования посвящены повышению эффективности ПИД-управления путем различной реализации дифференцирующей части регулятора, а также являются борьбой с насыщением интегральной составляющей. Основные исследования по развитию типов ПИД-регулятора применительно к манипуляторам были направлены на обоснование нелинейных составляющих регулятора с целью достижения полуглобальной и глобальной стабилизации программного положения манипулятора, как управляемой голономной механической системы с ограниченным управлением.

В работе¹⁴ предложены существенные изменения структуры ПИД-регуляторов для применения в управлении движениями механических систем. Изменения состоят в учете динамики объекта, применении нелинейных зависимостей от его координат и новых типов интегральных составляющих. Такие регуляторы могут быть классифицированы как нелинейные регуляторы с интегральной составляющей. Развитие этого направления в моделировании структуры управления роботов-манипуляторов на основе таких регуляторов, в том числе, с учетом запаздывания, представляется актуальной задачей. Одним из преимуществ такого развития является возможность разработки управления, обеспечивающего стабилизацию программного движения манипулятора без измерения скоростей. Важность и актуальность разработок таких моделей управления состоит в отсутствии необходимости применения датчиков скоростей, установка которых является неэффективной из-за зашумленности измеряемых сигналов и значительного повышения стоимости управляемой системы^{15,16}. В работе¹⁷ представлен новый подход в решении задачи о

¹² Zhang J., Guo L. Theory and design of PID controller for nonlinear uncertain systems // IEEE Control Systems Letters. 2019. Vol. 3, No 3. P. 643–648.

¹³ O'dwyer A. Handbook of PI and PID controller tuning rules. World Scientific, 2009.

¹⁴ Andreev A.S., Peregudova O.A. Nonlinear regulators in position stabilization problem of holonomic mechanical system // Mechanics of Solids. 2018. Vol. 3. P. S22–S38.

¹⁵ Berghuis H., Nijmeijer H. Global regulation of robots using only position measurements // Systems Contr. Lett. 1993. Vol. 21, № 4. P. 289–293.

стабилизации установившихся программных движений роботов-манипуляторов с цилиндрическими шарнирами путем обоснования применимости нового типа нелинейных регуляторов. Представляется актуальным развитие этого подхода в моделировании структуры обратной связи управления иных типов многозвенных манипуляторов.

На первых этапах развития робототехники трехзвенный манипулятор был одним из основных промышленных роботов. В настоящее время такой манипулятор имеет достаточно широкое применение в научных лабораториях, для выполнения простых операций в промышленности¹⁸, например, при сварке, резке листового металла, а также в качестве составляющего устройства сложных робототехнических систем. В проблеме математического моделирования и конструирования структуры управления подобного робота-манипулятора актуальными являются задачи моделирования его динамики и обоснования управления: с неполной обратной связью, с неполным измерением фазовых координат, при неизвестных массово-инерционных и других параметрах манипулятора, учете положительного действия гравитационных моментов и иных факторов, разработка компьютерной модели.

Объектом исследований в настоящей работе является математические модели управления роботами-манипуляторами. Предмет исследований состоит в обосновании для многозвенных манипуляторов структуры управления с распределенным запаздыванием.

Целью диссертационной работы является математическое моделирование структуры управления на основе нелинейных регуляторов многозвенными роботами-манипуляторами с учетом их динамики и различных факторов обратной связи.

Задачами диссертационной работы являются:

- разработка новых моделей структуры управления движениями голономных механических систем с учетом их нелинейной динамики на основе регуляторов с существенно нелинейной интегральной составляющей;
- обоснование новых моделей структуры управления с нелинейной обратной запаздывающей связью роботов-манипуляторов с цилиндрическими и призматическими шарнирами;
- разработка численного метода, алгоритмов и программ численного моделирования процессов управления многозвенными роботами-манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами;
- математическое и численное моделирование процессов стабилизации различных типов программных движений трехзвенного промышленного манипулятора;

¹⁶ Loria A. Global tracking control of one degree of freedom Euler-Lagrange systems without velocity measurements // European journal of control. 1996. № 2. P. 144–151.

¹⁷ Andreev A., Peregudova O. On global trajectory tracking control of robot manipulators with a delayed feedback // Cybernetics and Physics. – 2021. – Т. 10. – №. 4. – С. 231-239.

¹⁸ Ivanov S. E., Zudilova T., Voitiuk T., Ivanova L. N. Mathematical modeling of the dynamics of 3-DOF robot-manipulator with software control // Procedia Computer Science. 2020. Vol. 178. P. 311–319. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2020.11.033>

- применение новых моделей регуляторов в управлении шестизвенным манипулятором, сконструированным в научно-исследовательском технологическом институте им. С. П. Капицы Ульяновского государственного университета для эксплуатации в дистанционном режиме в горячей камере реактора.

Методы исследования. Модели динамики и структур управления роботами-манипуляторами разработаны на основе методов теоретической механики, качественной теории обыкновенных и функционально-дифференциальных уравнений, теории управления. Алгоритмы и программы численного моделирования процессов управления роботами составлены на основе методов вычислительной математики, математического моделирования, современных технологий научного программирования. Расчеты по моделированию процессов управления многозвенными манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами проводятся при помощи программного комплекса, написанного на языке C++ с использованием методов объектно-ориентированного и структурного программирования.

Положения, выносимые на защиту.

1. Модель управления лагранжевой механической системы с нестационарными голономными связями на основе нелинейных регуляторов с интегральной составляющей наиболее общего вида.

2. Модели управления без измерения скоростей трехзвенным манипулятором классического типа для приведения его в заданное положение или заданное постоянное вращение вокруг вертикально расположенного базового звена.

3. Математические модели управления на основе различных нелинейных регуляторов многозвенными манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами.

4. Численный метод, алгоритмы и программы для численного моделирования процесса управления многозвенными манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами. Соответствующие результаты по моделированию и анализу процессов стабилизации программных движений трехзвенного манипулятора классического типа.

5. Математические модели динамики трехзвенного индустриального и шестизвенного манипуляторов с результатами математического моделирования процессов управления их программными движениями.

Научная новизна. Все полученные в диссертации результаты являются новыми. Новизна основных результатов заключается в следующем.

1. Впервые в строго нелинейной постановке в задаче о стабилизации положения равновесия лагранжевой механической системы обоснована модель управления с обратной связью, содержащей интегральную составляющую наиболее общего вида. Эффективность модели показана построением управления, обеспечивающего программную ориентацию твердого тела относительно инерциальной и неинерциальной систем координат.

2. На основе нелинейных регуляторов нового типа в нелинейной постановке для многозвенных манипуляторов с цилиндрическими и

призматическими шарнирами обоснованы робастные относительно массоинерционных параметров модели управления, учитывающие цилиндричность фазового пространства, положительное действие внешних сил, неполное измерение фазовых координат, запаздывание в структуре обратной связи.

3. Разработан комплекс проблемно-ориентированных программ для численного анализа процессов управления роботами-манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами на основе применения новых моделей регуляторов в структуре обратной связи.

4. Разработана модель динамики управляемого движения индустриального трехзвенного манипулятора и проведено численное моделирование процесса стабилизации его программных движений с обоснованными моделями управления.

5. Важным фактором управления шестизвенным манипулятором, функционирующим в дистанционном режиме в горячей камере реактора, является наличие запаздывания в структуре обратной связи. В работе на основе интерпретации натуральных экспериментов представлены соответствующие математические модели управления таким манипулятором.

Теоретическая и практическая значимость работы. Математическое и численное моделирование процесса управления многозвенного манипулятора с цилиндрическими и призматическими шарнирами на основе новых типов нелинейных регуляторов показали их высокую эффективность в части универсальности, возможной неполноты измерения фазовых координат, робастности относительно массоинерционных параметров, по меньшей энергозатратности при глобальной стабилизации программных движений, возможности вычисления допустимого запаздывания в структуре обратной связи. Тем самым, результаты работы могут быть рекомендованы для конструирования и перенастройки структуры управления промышленными многозвенными манипуляторами.

В научно-исследовательском технологическом институте им. С.П. Капицы Ульяновского государственного университета сконструирован шестизвенный манипулятор для эксплуатации в дистанционном режиме в горячей камере реактора. На основе анализа результатов проведенных натуральных экспериментов по применению обоснованных моделей управления манипулятором получен соответствующий акт о их внедрении.

Исследования по теме диссертации поддержаны грантом Российского фонда фундаментальных исследований (Аспиранты № 20–31–90120/20), частично Российским научным фондом (проект № 22–71–00062).

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Содержание диссертации соответствует пунктам «1. Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений», «3. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента». «4. Разработка новых математических методов и алгоритмов интерпретации натурального эксперимента на основе его математической модели» паспорта

специальности научной специальности 1.2.2. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» по физико-математическим наукам.

Достоверность и обоснованность результатов обеспечены строгим математическим обоснованием разработанных моделей управления многозвенными роботами-манипуляторами с анализом их эффективности, строгим обоснованием и корректным применением разработанного численного метода, использованием современных методов разработки алгоритмов, сравнением полученных результатов моделирования по применению новых моделей в управлении трехзвенным манипулятором с известными результатами, а также использованием при разработке программного комплекса апробированного лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения. Все теоретические положения подтверждены результатами вычислительных экспериментов.

Апробация результатов работы. Основные положения и выводы диссертации были предметом систематического обсуждения на научных семинарах кафедры информационной безопасности и теории управления УлГУ, на ежегодных научно-практических конференциях студентов.

Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих всероссийских и международных конференциях, школах и семинарах: 1-я Международная конференция по системам управления, математическому моделированию, автоматизации и энергоэффективности, СУММА-2019, Липецк, Россия, 20–22 ноября 2019 г.; XIII Всероссийское совещание по проблемам управления, ВСПУ-2019, Москва, 17–20 июня 2019 года; XV Международная научная конференция "Дифференциальные уравнения и их приложения в математическом моделировании", 15–18 июля 2021 года, Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарёва; Международная научная конференция по механике "IX ПОЛЯХОВСКИЕ ЧТЕНИЯ". Санкт-Петербург, 09–12 марта 2021 года, Санкт-Петербургский государственный университет; Научно-техническая конференция «Интегрированные системы управления», 18–19 мая 2021 г Ульяновск. ФНПЦ АО НПО «Марс»; V научная школа «Динамика сложных сетей и их приложений», 13–15 сентября 2021 г., г. Калининград, Россия; Международная научно-практическая конференция «Цифровые технологии, инновационные идеи и перспективы их применения в сфере производства», 12 июня 2021 года, Андижан, Узбекистан; XVI Международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого), Россия, Москва, ИПУ РАН, 1–3 июня 2022 г.; X Международная научная молодежная школа-семинар «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» имени Е.В. Воскресенского, Россия, Саранск, МГУ им. Н. П. Огарёва, 14–18 июля 2022 года; 9-я Международная конференция по управлению, принятию решений и информационным технологиям (CoDIT), Рим, Италия, 3–6 июля 2023 г.

Личный вклад автора. В работе [1] автору принадлежит подбор параметров управления классического трехзвенного манипулятора и численное моделирование процесса сходимости возмущенного его движения к

программному установившемуся движению. В работах [2, 9] автору принадлежит вывод условий стабилизируемости установившихся движений трехзвенного манипулятора, выбор параметров управления и численное моделирование процессов стабилизации указанных движений управлением без измерения угловых скоростей. В работе [3] автором выполнено численное моделирование процесса управления многозвенным роботом манипулятором с цилиндрическими и призматическим шарнирами. Работа [4] в основном, за исключением учета особенностей моделирования движения лагранжевой механической системы, выполнена автором. В работе [5] автору принадлежит анализ имеющихся работ, моделирование динамики и численное моделирование процесса управления многозвенным манипулятором с учетом запаздывания в структуре обратной связи. В работе [6] автором выполнены исследования по динамике и математическому моделированию процесса управления шестизвенным манипулятором. Работы [7, 11] выполнены автором самостоятельно. В работе [10] автором выполнено численное моделирование процесса управления пятизвенным роботом-манипулятором. Работы [12, 13] в основном, за исключением постановки задачи, выполнены автором. В работе [14] численное моделирование выполнено соискателем. В работе [15] автору принадлежит вывод уравнений управляемого движения индустриального трехзвенного манипулятора с обоснованной структурой управления, разработка численного метода решения этих уравнений с учетом исключительных особенностей вычислительного моделирования. Результаты вычислительных экспериментов по моделированию процессов управления роботами-манипуляторами в работах [1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15] принадлежат автору. Более двух трети выполненных исследований принадлежит соискателю лично.

Публикации. Результаты исследования опубликованы в 14 печатных работах, из них 7 статей опубликованы в изданиях, входящих в перечень ВАК РФ, которые также индексируются в международной системе цитирования Scopus; получено одно свидетельство о регистрации программы для ЭВМ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, разбитых на 13 параграфов, заключения, литературы и приложения. Общий объем диссертации составляет 117 страниц, включая 24 рисунка, 0 таблиц. Основной текст диссертации составляет 105 страниц. Список литературы состоит из 91 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе исследуется проблема разработки новых математических методов моделирования структуры управления роботов-манипуляторов, имеющих цилиндрические шарниры. Моделирование динамики таких роботов более адекватно проводить в цилиндрическом фазовом пространстве. При таком подходе достигается эффект полуглобальной стабилизации движений манипуляторов при уменьшении энергозатратности на управляющие воздействия.

Применение регуляторов с нелинейной интегральной составляющей приводит к необходимости моделирования на основе функционально-дифференциальных уравнений с правой частью, периодической по части зависимых координат. В § 1.1 излагаются использованные в диссертации результаты работы¹⁷ по развитию метода функционалов Ляпунова в исследовании предельных свойств решений указанных уравнений. В последнее время активной областью исследований по разработке структуры управления механических систем является задача о применении в обратной связи управления нелинейных регуляторов с интегральными составляющими. В § 1.2 излагаются результаты применения утверждений § 1.1 для обоснования такой структуры с наиболее общей формой нелинейной интегральной составляющей. В § 1.3 в качестве приложения результатов §§ 1.1, 1.2 обосновывается построение модели такого управления в задаче об ориентации твердого тела относительно инерциальной и неинерциальной систем координат.

В § 1.4 решается задача об обосновании структуры управления, обеспечивающей стабилизацию установившихся движений голономной механической системы с частью угловых координат. Обоснована математическая модель управления без измерения скоростей, обеспечивающего приведение в заданное установившееся программное движение трехзвенного манипулятора с вертикальным базовым звеном (см. рис. 1).

За обобщенные координаты $q_1 = \varphi_1$, $q_2 = \varphi_2$ и $q_3 = \varphi_3$ приняты углы поворотов звеньев вокруг шарниров O_1 , O_2 и O_3 соответственно.

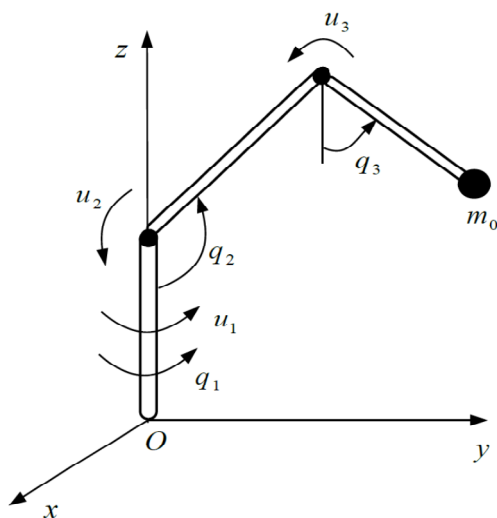


Рис. 1 – Модель трехзвенной руки робота

Принято: l_2 – длина второго звена; m_2 и m_3 обозначают массу второго и третьего звена соответственно; m_0 – масса груза; $\tilde{m}_3 = m_0 + m_3$; I_1 – момент инерции первого звена относительно оси его вращения; l_{20} и l_{30} – расстояния от центров масс второго и третьего звена с подвижным грузом до осей этих звеньев соответственно. В задаче о стабилизации положения робота-манипулятора без скорости полагается, что $q = q^{(0)} = \text{const}$ есть программное положение

манипулятора при программном управлении $u^{(0)}$ вида:

$$(0, g(m_2 l_{20} + \tilde{m}_3 l_{20}) \sin(q_2^{(0)}) \cos(q_2 - q_2^{(0)}), \tilde{m}_3 l_{30} g \sin(q_3^{(0)}) \cos(q_3 - q_3^{(0)}))^T.$$

Задача стабилизации выходного положения состоит в том, чтобы найти управляющий вход u , полуглобально стабилизирующий положение робота без измерения скорости.

Введем отклонения от заданного положения $x = q - q^{(0)}$. Доказывается, что решение поставленной задачи обеспечивается управляющим моментом $u = u^{(1)} + u^{(0)}$,

$$u_j^{(1)} = -k_j \sin \frac{x_j(t)}{2} - \cos \frac{x_j(t)}{4} \int_{t-h(t)}^t p_j^{(0)} e^{s_j^{(0)}(\tau-t)} \left(\sin \frac{x_j(t)}{4} - \sin \frac{x_j(\tau)}{4} \right) d\tau,$$

где $h \in C^1(R^+ \rightarrow [0, h_0])$; $h(0) = 0$; $\dot{h}(t) \leq 1 - \varepsilon$ ($\varepsilon > 0$); $h(t) \geq h_{00} > 0$, $h_0 \geq h_{00} - \text{const} > 0$, $p_j^{(0)} > 0$, $s_j^{(0)} > 0$ и k_j ($j = 1, 2, 3$) – некоторые константы такие, что

$$k_1 > 0, k_2 > 2(m_2 l_{20} + \tilde{m}_3 l_{20})g \left| \cos q_2^{(0)} \right|, k_3 > 2\tilde{m}_3 l_{30}g \left| \cos q_3^{(0)} \right|.$$

Представлены результаты численного моделирования движения манипулятора при построенных законах управления для параметров манипулятора

$$m_2 = 14 \text{ кг}, \quad m_3 = 5 \text{ кг}, \quad m_0 = 3 \text{ кг}, \\ l_2 = 1.6 \text{ м}, \quad l_{20} = 0.71 \text{ м}, \quad l_{30} = 0.47 \text{ м}, \quad I_1 = 0.09 \text{ кгм}^2.$$

с программным его положением

$$q_1^{(0)} = \pi/4 \text{ рад}, \quad q_2^{(0)} = \pi/3 \text{ рад}, \quad q_3^{(0)} = -\pi/4 \text{ рад. \#}$$

Параметры управления выбраны следующими

$$k_1 = 3 \text{ Н}, k_2 = 2 \text{ Н}, k_3 = 3 \text{ Н}, s_1^{(0)} = 1.2 \frac{1}{\text{с}}, s_2^{(0)} = 1.3 \frac{1}{\text{с}}, s_3^{(0)} = 1.3 \frac{1}{\text{с}},$$

$$p_1^{(0)} = 10 \text{ Н/с}, \quad p_2^{(0)} = 10.5 \text{ Н/с}, \quad p_3^{(0)} = 10.4 \text{ Н/с}.$$

Численные результаты проиллюстрированы на рис. 2. Из этих результатов видно, что закон управления $u = u^{(1)} + u^{(0)}$ обеспечивает стабилизацию заданного положения $q = q^{(0)} = \text{const}$ с учетом цилиндричности фазового пространства.

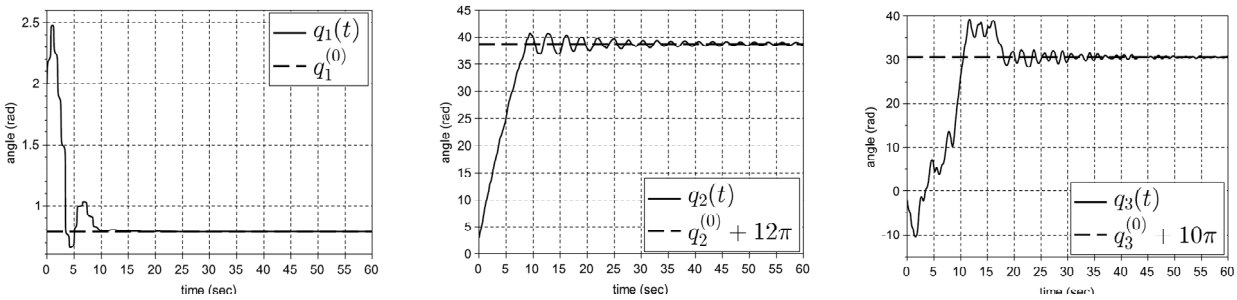


Рис. 2 – Зависимость от времени угловых координат звеньев манипулятора

Во **второй** главе представлены результаты по математическому моделированию процесса управления многозвенными роботами-манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами с использованием нелинейных регуляторов различного типа.

В первом параграфе излагается постановка исследуемой задачи в достаточно общей форме. Рассматривается модель многозвенного

манипулятора с цилиндрическими и призматическими шарнирами, движение которого описывается уравнениями Лагранжа

$$A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + D\dot{q} = u, \quad \#(1)$$

где $q \in \mathbb{R}^n$ – вектор обобщенных угловых координат и линейных перемещений шарниров; $A(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – матрица инерции; $C(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbb{R}^n$ – вектор кориолисовых и центробежных сил инерции, обусловленных выбором координат q ; $g(q) \in \mathbb{R}^n$ – вектор гравитационных сил и их моментов относительно цилиндрических шарниров; $D\dot{q}$ – вектор сил вязкого трения и их моментов, действующих в шарнирах, $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$ ($d_k > 0, k = 1, 2, \dots, n$); $u \in \mathbb{R}^n$ – управление, приложенное в шарнирах.

Пусть $q = q^{(0)}(t)$ ($|q^{(0)}(t)| \leq q_{10}, |\dot{q}^{(0)}(t)| \leq q_{20}, |q|^2 = q_1^2 + q_2^2 + \dots + q_n^2$) – некоторое программное движение манипулятора, осуществляемое под действием программного управления

$$u^{(0)}(t) = A(q^{(0)}(t))\ddot{q}^{(0)}(t) + C(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t))\dot{q}^{(0)}(t) + g(q^{(0)}(t)) + D\dot{q}^{(0)}(t). \#(2)$$

Пусть $x = q - q^{(0)}(t), \dot{x} = \dot{q} - \dot{q}^{(0)}(t)$ – составляющие возмущенного движения. Соответствующие уравнения возмущенного движения могут быть записаны в виде

$$A^{(1)}(t, x)\ddot{x} + C^{(1)}(t, x, \dot{x})\dot{x} + R(t, x) + D\dot{x} = u^{(1)}, \#(3)$$

где $A^{(1)}(t, x) = A(q^{(0)}(t) + x), C^{(1)}(t, x, \dot{x}) = C(q^{(0)}(t) + x, \dot{x}), R(t, x) = (A(q^{(0)}(t) + x) - A(q^{(0)}(t)))\ddot{q}^{(0)}(t) + (C^{(1)}(t, x, \dot{q}^{(0)}(t)) - C^{(1)}(t, 0, \dot{q}^{(0)}(t)))\dot{q}^{(0)}(t) + g(q^{(0)}(t) + x) - g(q^{(0)}(t));$
 $u^{(1)} = u - u^{(0)}(t)$ – управляющее воздействие, задачей которого согласно классической постановке является обеспечение стабилизации заданного программного движения $q^{(0)}(t)$ или асимптотической устойчивости нулевого решения $\dot{x} = x = 0$ системы (3).

Обобщенные координаты, соответствующие цилиндрическим шарнирам, являются угловыми. Соответственно, массоинерционные параметры системы, центробежные, кориолисовы и гравитационные силы и моменты определяются функциями, периодическими по этим координатам, и движение системы (3) можно рассматривать в соответствующем цилиндрическом пространстве, например, без ограничения общности, с периодом 2π .

Составляющая $R(t, x)$ системы (3) может быть разложена в виде зависимости

$$R(t, x) = F(t, x)p(x), \#(4)$$

где $p(x) = (p_1(x_1), p_2(x_2), \dots, p_n(x_n))'$; функции $p_1(x_1), p_2(x_2), \dots, p_m(x_m)$ ($m \leq n$) являются линейными относительно переменных x_1, x_2, \dots, x_m , отвечающих призматическим шарнирам, $p_i = p_i^0 x_i$ ($p_i^0 = \text{const} > 0, i = 1, 2, \dots, m$); функции $p_{m+1}(x_{m+1}), p_{m+2}(x_{m+2}), \dots, p_n(x_n)$ являются

периодическими относительно переменных $x_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_n$, отвечающих цилиндрическим шарнирам, при этом функции $p_i = p_i(x_i) (i = m + 1, m + 2, \dots, n)$ имеют следующие свойства:

а) $|p_j(x_j)|$ является периодической функцией с периодом $2\pi \forall x_j \in \mathbb{R}; p_j(2\pi l) = 0, |p_j(x_j)| > 0 \forall x_j \neq 2\pi l (j = m + 1, m + 2, \dots, n) \forall l \in \mathbb{Z}$;

б) функция $r(x) = (r_1(x_1), r_2(x_2), \dots, r_n(x_n))'$, определяемая по формуле

$$r_j(x_j) = \int_0^{x_j} p_j(x_j) dx_j \quad \forall x_j \in \mathbb{R}, j = m + 1, m + 2, \dots, n, \#(5)$$

является ограниченной и непрерывно дифференцируемой, такой, что $r_j(x_j)$ — периодическая функция с периодом $4\pi \forall x_j \in \mathbb{R}; r_j(4\pi l) = 0, r_j(x_j) > 0 \forall x_j \neq 4\pi l \forall l \in \mathbb{Z}, j = m + 1, m + 2, \dots, n$.

В дальнейшем для удобства разделим вектор $x \in \mathbb{R}^n$ на $x^{(1)} \in \mathbb{R}^m, x^{(1)} = (x_1, x_2, \dots, x_m)'$ с нормой $|x^{(1)}|_m^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_m^2$ и вектор $x^{(2)} \in T^{(n-m)} = \{-\pi \leq x_s \leq \pi, s = m + 1, m + 2, \dots, n\}$, $(\cdot)'$ — операция транспонирования.

Пусть $G_1(H_0) \subset \mathbb{R}^n$ есть область $G_1 = \{(x^{(1)}, x^{(2)}): |x^{(1)}|_m \leq H_0, x^{(2)} \in T^{n-m}, G_2 \subset \mathbb{R}^n$ есть соответствующая область \mathbb{R}^n , такая, что $G_2 = \{p \in \mathbb{R}^n: |p(x)| \leq p_0 \forall (x^{(1)}, x^{(2)}) \in G_2\}$.

Исследуется задача о стабилизации программного движения манипулятора на основе модели управляющего воздействия (нелинейного регулятора) с учетом запаздывания в структуре обратной связи

$$u^{(1)} = -B_1 p(x(t - h_1(t))) - B_2 \dot{x}(t - h_2(t)) - \int_{t-h_3(t)}^t B_3(\tau - t) \dot{x}(\tau) d\tau - \int_{t-h_4(t)}^t B_4(\tau - t) p(x(\tau)) d\tau, \#(6)$$

где $B_1, B_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ (B_1 и B_2 — постоянные матрицы), $B_3, B_4 \in C([-h_0, 0] \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n})$ матрицы усиления; h_j — запаздывания в структуре обратной связи, $h_j \in C^1(\mathbb{R}^+ \rightarrow [0, h_0]); h_j(0) = 0; \dot{h}_j(t) \leq 1 - \varepsilon (\varepsilon > 0) (j = 1, 2, 3, 4); h_0 - const > 0$. Предполагается, что уравнения (3) с воздействием (6) удовлетворяют условиям их предкомпактности согласно работе¹⁷.

Во втором параграфе определяются условия отслеживания траектории при достаточных силах вязкого трения, или когда отсутствует запаздывание в измерениях по скоростям. Соответственно, будем полагать, что управляющее воздействие имеет следующий вид:

$$u^{(1)} = -B_1 p(x(t - h_1(t))) - B_2 \dot{x}(t) - \int_{t-h_4(t)}^t B_4(\tau - t) p(x(\tau)) d\tau, \#(7)$$

где $B_1 = \text{diag}(b_{11}, b_{12}, \dots, b_{1n}), b_{1i} = const, B_2 = \text{diag}(b_{21}, b_{22}, \dots, b_{2n}), b_{2i} = const \geq 0, i = 1, 2, \dots, n, B_4(s) = \text{diag}(b_{41}(s), b_{42}(s), \dots, b_{4n}(s)), b_{4i} \in C([-h_0, 0] \rightarrow \mathbb{R}^+) (h_0 > 0, i = 1, 2, \dots, n)$.

Условия применения управления с регулятором (7) находятся посредством следующих соотношений.

Выберем матрицы B_1 и B_2 управляющего воздействия (7) с величиной запаздывания $h_0 > 0$ из условия отрицательной определенности квадратичной по (\dot{x}, p) формы

$$W_1(t, x, \dot{x}, p) = \dot{x}' \varphi_1(t, x) \dot{x} + \dot{x}' \varphi_2(t, x) p + p' \varphi_3(t, x) p \leq \leq -W_0(\dot{x}, p) = -\alpha_1 |\dot{x}|^2 - \alpha_2 |p|^2, \alpha_1, \alpha_2 = \text{const} > 0, \quad (8)$$

$$\varphi_1(t, x) = C^{(1)}(t, x, Sp(x) - \dot{q}^{(0)}(t)) - (D + B_2) + A^{(1)}(t, x) S \frac{\partial p(x)}{\partial x} + 2\lambda_1 h_0 E,$$

$$\varphi_2(t, x) = S(C^{(1)}(t, x, Sp(x) - \dot{q}^{(0)}(t)) + C^{(1)}(t, x, \dot{q}^{(0)}(t))') + A^{(1)}(t, x) S \frac{\partial p(x)}{\partial x} - F'(t, x) \#$$

$$\varphi_3(t, x) = SC^{(1)}(t, x, \dot{q}^{(0)}(t)) - F'(t, x) S - B_1 S - B_{41}(t) S + B_4(-h_4(t)) S \dot{h}_4(t) + 2\lambda_1 h_0 S^2 E, \quad (9)$$

при значениях $(t, x, \dot{x}, p) \in \mathbb{R}^+ \times G_1 \times \mathbb{R}^n \times G_2$, где

$$\lambda_1 = \max \left(\left\| B_1 \frac{\partial p(x)}{\partial x} \right\|, x \in G_1 \right) + \varepsilon_0 \quad (\varepsilon_0 > 0), \quad \|B\| \quad - \quad \text{норма матрицы, согласованная с векторной нормой } |x|.$$

Определим следующие множества положений равновесия, определяющие одно и тоже положение манипулятора в силу цилиндричности фазового пространства

$$E_1 = \{\dot{x} = 0, x^{(1)} = 0, x^{(2)} = 4\pi k, k = (k_1, k_2, \dots, k_{n-m})', k_j \in \mathbb{Z}, j = \overline{1, (n-m)}\},$$

$$E_2 = \{\dot{x} = 0, x^{(1)} = 0, x^{(2)} = 2\pi k, k = (k_1, k_2, \dots, k_{n-m})', k_j \in \mathbb{Z}, j = \overline{1, (n-m)}\}.$$

Доказан следующий результат.

Утверждение. При выбранных значениях матриц B_1 и B_2 управляющего воздействия (7) с максимальной величиной запаздывания $h_0 > 0$ каждое из положений равновесия $x = x^{(0)} \in E_1$ будет равномерно асимптотически устойчиво. При этом каждое ограниченное решение (3) по $x^{(1)}$ областью $\{x^{(1)} \in \mathbb{R}^m: |x^{(1)}| \leq H_0\}$ будет притягиваться к одному из положений равновесия $x = x^{(0)} \in E_2$. Эти положения равновесия отвечают заданному программному движению $q = q^{(0)}(t)$ (с точностью до кратных 2π поворотов манипулятора вокруг цилиндрических шарниров). Тем самым достигается полуглобальная стабилизация $q = q^{(0)}(t)$ управлением

$$u = u^{(0)}(t) + u^{(1)}(t, \dot{q} - \dot{q}^{(0)}(t), q - q^{(0)}(t)).$$

Наличие запаздывания в измерении фазовых скоростей требует проведения оценки ее возможной максимальной величины. Соответствующие условия функционирования регуляторов определяются в третьем параграфе.

Рассмотрено решение задачи о стабилизации положения $\dot{x} = x = 0$ системы (3) с (4) управляющим воздействием вида (6)

$$\text{где } B_1 = \text{diag}(b_{11}, b_{12}, \dots, b_{1n}), B_2 = \text{diag}(b_{21}, b_{22}, \dots, b_{2n}); b_{1j}, b_{2j} -$$

$$\text{постоянные } (j = 1, 2, \dots, n); B_3, B_4 \in C([-h_0, 0] \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}), B_j(s) =$$

$$\text{diag}(b_{j1}(s), b_{j2}(s), \dots, b_{jn}(s)), b_{ji} \in C([-h_0, 0] \rightarrow \mathbb{R}^+) (h_0 > 0; i = 1, 2, \dots, n; j = 3, 4).$$

Найдено, что поставленная задача сводится к нахождению параметров управляющего воздействия (6) матриц B_1, B_2, B_3, B_4 и максимального значения h_0 из условия определенной отрицательности квадратичной формы

$$W_2(t, x, \dot{x}, p) = W_1(t, x, \dot{x}, p) + h_0(\lambda_2 + 2\lambda_4 h_0)|\dot{x}|^2 + h_0(\lambda_3 + 2\lambda_5 h_0)|Sp(x)|^2.$$

при значениях $(t, x, \dot{x}, p) \in R^+ \times M_1 \times \mathbb{R}^n \times M_2$, где

$$\lambda_2 = \max \left(\left\| B_1 A^{-1}(t, x) (C^{(1)}(t, x, \dot{x}) + D\dot{x}) \frac{\partial p(x)}{\partial x} \right\|, (t, x, \dot{x}) \in R^+ \times G_2 \times \{|\dot{x}| \leq H_0, H_0 = \text{const} > 0\} + \varepsilon \right), \varepsilon > 0,$$

$$\lambda_3 = \max(\|B_2 A^{-1}(t, x)(F(t, x) + B_1)\|, (t, x) \in R^+ \times G_2) + \varepsilon_0,$$

$$\lambda_4 = \max(\|B_2 A^{-1}(t, x) B_3(s)\|, (t, x) \in R^+ \times G_2, s \in [-2h_0, 0]) + \varepsilon_0,$$

$$\lambda_5 = \max(\|B_2 A^{-1}(t, x) B_4(s)\|, (t, x) \in R^+ \times G_2, s \in [-2h_0, 0]) + \varepsilon_0.$$

Эти условия определяются неравенством

$$\begin{aligned} W_1(t, x, \dot{x}, p) &= \dot{x}' \varphi_1(t, x) \dot{x} + \dot{x}' \varphi_2(t, x) p + p' \varphi_3(t, x) p \leq -W_{00}(\dot{x}, p) = \\ &= -(\alpha_1 + h_0(\lambda_2 + 2\lambda_4 h_0))|\dot{x}|^2 - (\alpha_2 + h_0(\lambda_3 + 2\lambda_5 h_0))|p|^2 \leq 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Соответственно, из этого условия находится управляющее воздействие (6), решающее задачу о равномерной асимптотической устойчивости каждого положения равновесия $x = x^{(0)} \in E_1$ системы (3), и управление

$$u = u^{(0)}(t) + u^{(1)}(t, q - q^{(0)}(t), \dot{q} - \dot{q}^{(0)}(t)),$$

решающее задачу о полуглобальной стабилизации программного движения $(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t))$ манипулятора.

В четвертом параграфе рассмотрена задача об обосновании структуры управления, решающего поставленную задачу без учета сил вязкого трения при измерении только угловых координат и перемещений в шарнирах робота. Обосновывается применение специальной формы регулятора для такого случая.

Выбирается управление u в виде

$$\begin{aligned} u = A(q)\ddot{q}^{(0)}(t) + C(q, \dot{q}^{(0)}(t))\dot{q}^{(0)}(t) + g(q) - A(q) \left((p_0 - p_1)(q - q^{(0)}(t)) + p_1(q(t - h) - q^{(0)}(t - h)) \right), \end{aligned} \quad (10)$$

где $p_0 > 0$ и $p_1 > 0$ – постоянные коэффициенты усиления в структуре управления обратной связью с измерением q , $h > 0$ – запаздывание в обратной связи управления.

Доказано существование области значений этих параметров, при которых модель управления (10) обеспечивает полуглобальное отслеживание траектории $q = q^{(0)}(t)$ со свойством равномерной асимптотической устойчивости этого движения. Эта область определяется посредством нескольких неравенств.

Представлено численное моделирование управления для отслеживания траектории робота-манипулятора с тремя степенями свободы (см. рис. 1).

Параметры робота заданы следующими

$$I_1 = 0.1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, m_2 = 3 \text{ кг}, m_3 = 5 \text{ кг}, m_0 = 3 \text{ кг},$$

$$l_2 = 0.5 \text{ м}, l_{20} = 0.2 \text{ м}, l_{30} = 0.5 \text{ м}.$$

Для отслеживания траектории

$$q_1^{(0)}(t) = 0.5\cos(t) \text{ рад}, q_2^{(0)}(t) = 2\cos(0.5t) \text{ рад}, q_3^{(0)}(t) = 2\sin(0.5t) \text{ рад}.$$

значения параметров усиления p_0 и p_1 и величины запаздывания закона управления (10) выбраны равными

$$p_0 = 70 \text{ м/с}^2, p_1 = 70 \text{ м/с}^2, h = 0.1\text{с}.$$

Начальные условия возмущенного движения для робота положены следующими

$$q_1(0) = 3 \text{ рад}, q_2(0) = -2.8 \text{ рад}, q_3(0) = 2.5 \text{ рад}, \\ \dot{q}_1(0) = 15 \text{ рад/с}, \dot{q}_2(0) = -15 \text{ рад/с}, \dot{q}_3(0) = 10 \text{ рад/с}.$$

На рисунках 3—5 показаны графики изменения во времени угловых координат звеньев манипулятора для возмущенного и программного движений. Из этих результатов видно, что закон управления (10) обеспечивает асимптотическую сходимость реального движения робота к заданной траектории.

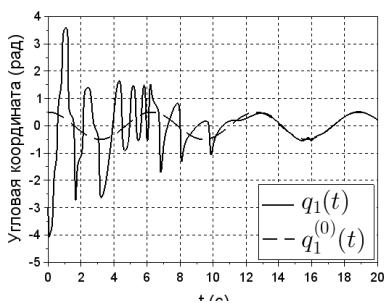


Рис. 3 – Графики зависимости от времени возмущенного и программного вращения первого звена робота-манипулятора при управлении (10)

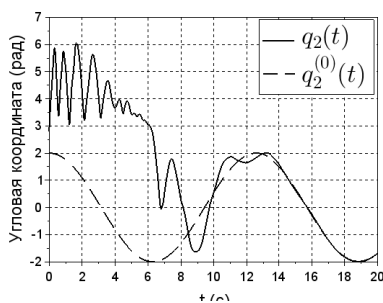


Рис. 4 – Графики зависимости от времени возмущенного и программного вращения второго звена робота-манипулятора при управлении (10)

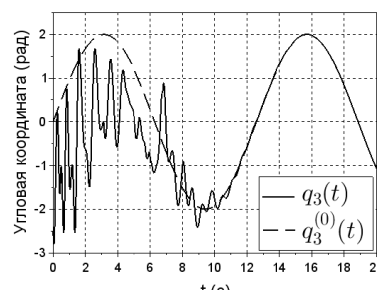


Рис. 5 – Графики зависимости от времени возмущенного и программного вращения третьего звена робота-манипулятора при управлении (10)

В первом параграфе третьей главы излагаются результаты разработки численного метода, алгоритмов и комплекса проблемно-ориентированных программ на языке С++ по моделированию процесса управления с обоснованными моделями (6), (7), (10) в отслеживании программных движений роботов-манипуляторов с цилиндрическими и призматическими шарнирами. Доказывается сходимость и устойчивость разработанного численного метода решения уравнений (3) с представлениями (4) и (5). Для разработки алгоритмов и программ вычисления составляющей $C(q, \dot{q})\dot{q}$ уравнений (1), решений неравенств (8) и (9) используются стандартные программы библиотек С++. В качестве прикладных исследуются задачи управления индустриальным трехзвенным и экспериментальным шестизвенным манипуляторами. В последующих параграфах представлены результаты применения комплекса программ в моделировании процессов управления этими роботами.

Во втором параграфе разработана математическая модель манипулятора, состоящего из вращающейся вокруг своей вертикальной оси колонки и присоединенных к ней последовательно двух звеньев с неравными главными центральными моментами инерции, а также захвата с грузом.

Второе и третье звено соединены последовательно с колонкой и между собой цилиндрическими шарнирами. Звенья моделируются как твердые тела, второе и третье звено вращаются в одной плоскости, третье звено имеет захват, содержащий груз. Схематическая модель представлена на рисунке 6.

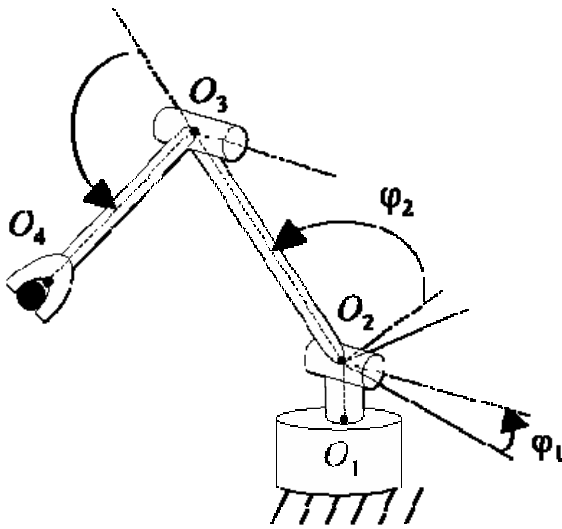


Рис. 6 Схема трехзвенного робота-манипулятора

Через O_1, O_2 и O_3 обозначены точки, соответствующие цилиндрическим шарнирам. Полагается, что центры масс $C_j (j = 1, 2, 3)$ звеньев лежат на продольных осях O_1O_2, O_2O_3 и O_3O_4 соответственно, где O_4 точка закрепления груза, принимаемого за материальную точку. Обозначим длины отрезков: $|O_1O_2| = l_1, |O_2O_3| = l_2, |O_3O_4| = l_3, |O_2C_2| = l_{21}, |O_3C_3| = l_{31}$.

Вводятся системы координат $O_1x_1y_1z_1, C_2x_2y_2z_2, C_3x_3y_3z_3$ так, что оси O_1y_1, C_2y_2, C_3y_3 направлены вдоль продольных осей O_1O_2, O_2O_3, O_3O_4 , при этом C_1y_1, C_2y_2 и C_3y_3

являются центральными осями инерции,

а главные центральные оси инерции C_2x_2 и C_3x_3 перпендикулярны вертикальной плоскости расположения манипулятора. Массы звеньев 2 и 3, захвата полагаются равными m_2, m_3 и m_0 , момент инерции базового звена относительно его оси вращения равен I_1 , главные центральные моменты инерции второго и третьего звена относительно осей $C_2x_2y_2z_2$ и $C_3x_3y_3z_3$ соответственно равны $I_{2x}, I_{2y}, I_{2z}, I_{3x}, I_{3y}$ и I_{3z} . При этом отсутствует симметричность звеньев 2 и 3 в поперечной плоскости, т. е. $I_{2x} \neq I_{2z}, I_{3x} \neq I_{3z}$. Данную модель можно принять за модель руки робота-манипулятора, за модель промышленного робота.

Исследуется задача о построении в нелинейной постановке для пространственного трехзвенного манипулятора структуры ограниченного управления, обеспечивающего стабилизацию его установившихся программных движений без измерения угловых скоростей.

Согласно уравнениям Лагранжа, движение манипулятора под действием управляющих моментов U_1, U_2 и U_3 , приложенных в цилиндрических шарнирах O_1, O_2 и O_3 , моделируется уравнениями в матричном виде

$$A(\varphi)\ddot{\varphi} = C(\varphi, \dot{\varphi})\dot{\varphi} - G(\varphi) + U, \quad (11)$$

$$A(\varphi) = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}, C(\varphi, \dot{\varphi}) = \begin{pmatrix} c_{11}(\varphi, \dot{\varphi}) & c_{12}(\varphi, \dot{\varphi}) & c_{13}(\varphi, \dot{\varphi}) \\ c_{21}(\varphi, \dot{\varphi}) & c_{22}(\varphi, \dot{\varphi}) & c_{23}(\varphi, \dot{\varphi}) \\ c_{31}(\varphi, \dot{\varphi}) & c_{32}(\varphi, \dot{\varphi}) & c_{33}(\varphi, \dot{\varphi}) \end{pmatrix},$$

$$\varphi^T = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3), G^T(\varphi) = (0, g_2(\varphi_2, \varphi_3), g_3(\varphi_2, \varphi_3)), U^T = (U_1, U_2, U_3)$$

$$\begin{aligned} a_{11} = a_{11}(q_2, q_3) &= I_1 + I_{2y} \cos^2 q_2 + I_{2z} \sin^2 q_2 + I_{3y} \cos^2(q_2 + q_3) + \\ &I_{3z} \sin^2(q_2 + q_3) + m_2 l_{21}^2 \sin^2 q_2 + m_3 (l_2 \sin q_2 + l_{31} \sin(q_2 + q_3))^2 + \\ &m_0 (l_2 \sin q_2 + l_3 \sin(q_2 + q_3))^2, \quad a_{22} = a_{22}(q_3) = I_{2x} + I_{3x} + m_2 l_{21}^2 + \\ &m_3 (l_2^2 + l_{31}^2 - 2l_2 l_{31} \cos q_3) + m_0 (l_2^2 + l_3^2 - 2l_2 l_3 \cos q_3), \quad a_{23} = a_{23}(q_3) = I_{3x} + \\ &m_3 (l_{31}^2 - l_2 l_{31} \cos q_3) + m_0 (l_3^2 - l_2 l_3 \cos q_3), \quad a_{33} = I_{3x} + m_3 l_{31}^2 + m_0 l_3^2, \\ (\cdot)^T &\text{ - операция транспонирования.} \end{aligned}$$

Уравнение (11) описывает движение манипулятора в цилиндрическом фазовом пространстве переменных $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

Вначале во втором параграфе рассматривается задача о стабилизации программного положения манипулятора в пространстве

$$\dot{\varphi} = 0, \varphi^{(0)} = (\varphi_1^{(0)}, \varphi_2^{(0)}, \varphi_3^{(0)})^T. \#(12)$$

Требуется определить управляющий момент U , обеспечивающий стабилизацию положения (14) без измерения скоростей. Выводится, что эта задача решается управлением $U = (U_1^0 + U_1^1, U_2^0 + U_2^1, U_3^0 + U_3^1)^T$

$$U_1 = -\alpha_1 \sin \frac{\varphi_1(t) - \varphi_1^{(0)}}{2} + \beta_1 \cos \frac{\varphi_1(t) - \varphi_1^{(0)}}{4} \int_{t-h_1(t)}^t \gamma_1(\tau - t) \sin \frac{\varphi_1(\tau) - \varphi_1^{(0)}}{4} d\tau,$$

$$U_2 = g_2^{(0)} \sin \varphi_2^{(0)} \cos(\varphi_2(t) - \varphi_2^{(0)}) + g_3^{(0)} \sin(\varphi_2^{(0)} + \varphi_3^{(0)}) \cos(\varphi_2(t) + \varphi_3(t) - \varphi_2^{(0)} - \varphi_3^{(0)})$$

$$-\alpha_2 \sin \frac{\varphi_2(t) - \varphi_2^{(0)}}{2} + \beta_2 \cos \frac{\varphi_2(t) - \varphi_2^{(0)}}{4} \int_{t-h_2(t)}^t \gamma_2(\tau - t) \sin \frac{\varphi_2(\tau) - \varphi_2^{(0)}}{4} d\tau -$$

$$-\alpha_4 \sin(\varphi_2(t) + \varphi_3(t) - \varphi_2^{(0)} - \varphi_3^{(0)}),$$

$$U_3 = g_3^{(0)} \sin(\varphi_2^{(0)} + \varphi_3^{(0)}) \cos(\varphi_2(t) + \varphi_3(t) - \varphi_2^{(0)} - \varphi_3^{(0)}) -$$

$$-\alpha_3 \sin \frac{\varphi_3(t) - \varphi_3^{(0)}}{2} + \beta_3 \cos \frac{\varphi_3(t) - \varphi_3^{(0)}}{4} \int_{t-h_3(t)}^t \gamma_3(\tau - t) \sin \frac{\varphi_3(\tau) - \varphi_3^{(0)}}{4} d\tau -$$

$$-\alpha_4 \sin(\varphi_2(t) + \varphi_3(t) - \varphi_2^{(0)} - \varphi_3^{(0)}),$$

$$\gamma_j(t) \geq 0, \dot{\gamma}_j(s) \geq \nu_0 > 0 \forall s \in [h_{00}, h_0] (h_{00} > 0), \int_{-h_{00}}^0 \gamma_j(\tau) d\tau \geq \gamma_0 > 0 (j = 1, 2, 3)$$

$$\alpha_1 - \frac{\beta_1 \gamma_0}{2} = \mu_1 > 0, \alpha_2 - \frac{\beta_2 \gamma_0}{2} + 2g_2^{(0)} \cos \varphi_2^{(0)} = \mu_2 > 0,$$

$$\alpha_3 - \frac{\beta_3 \gamma_0}{2} = \mu_3 > 0, \alpha_4 + g_3^{(0)} \cos(\varphi_2^{(0)} + \varphi_3^{(0)}) = \mu_4 > 0 \quad (13)$$

$$h_j \in C^1(R^+ \rightarrow [h_{00}, h_0]) \quad h_{00}, h_0 - \text{const}, h_0 > h_{00} > 0;$$

$$h_j(0) = 0; \dot{h}_j(t) \leq 1 - \varepsilon \quad (\varepsilon > 0) \quad (j = 1, 2, 3);$$

Результаты численного моделирования. Определим параметры робота в соответствии со значениями индустриального трехзвенного манипулятора

$$m_2 = 15.91 \text{ кг}, m_3 = 6.82 \text{ кг}, m_0 = 2.5 \text{ кг},$$

$$l_2 = 0.5 \text{ м}, l_3 = 0.5 \text{ м}, l_{21} = 0.2 \text{ м}, l_{31} = 0.2 \text{ м},$$

$$I_1 = 0.0267 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_{2x} = 3.7691 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_{2y} = 3.6939 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_{2z} = 0.01 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$I_{3x} = 0.2245 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_{3y} = 0.2842 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, I_{3z} = 0.0904 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Чтобы продемонстрировать свойство глобального притяжения к заданному положению манипулятора, начальные отклонения и начальные скорости выберем достаточно большими:

$$\varphi_1(0) = 2.5 \text{ рад}, \quad \varphi_2(0) = 1.5 \text{ рад}, \quad \varphi_3(0) = 3.1 \text{ рад},$$

$$\dot{\varphi}_1(0) = 45 \text{ с}^{-1}, \quad \dot{\varphi}_2(0) = 2 \text{ с}^{-1}, \quad \dot{\varphi}_3(0) = -25 \text{ с}^{-1}.$$

Результаты численного моделирования положения (12) робота-манипулятора под управлением (13) с подобранными параметрами

$$\alpha_k = 270 \text{ Н}, \quad \beta_k = 21600 \frac{\text{Н}}{\text{с}}, \quad (14)$$

$$\gamma_k(t) = e^{90t}, \quad h_k(t) = 0.2(1 - e^{-4t}) \text{ с.}, \quad k = 1, 2, 3.$$

демонстрируют его стабилизацию, как показано на рисунке 7.

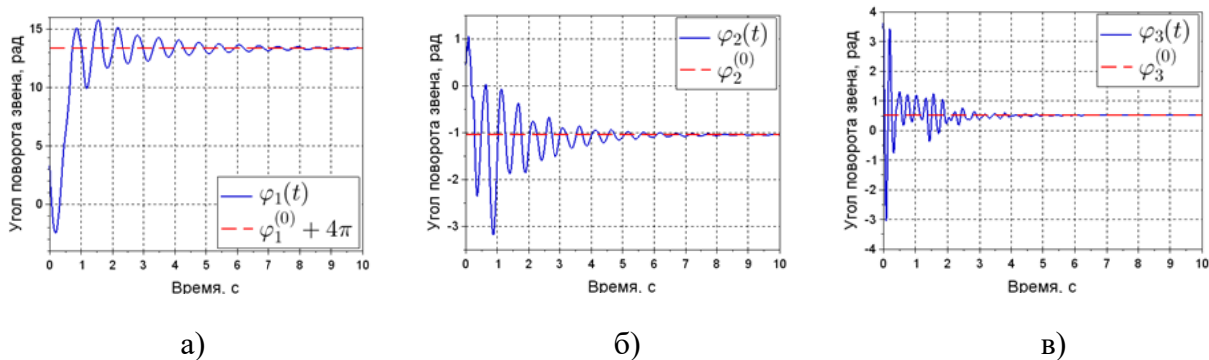


Рис. 7 – Зависимости от времени углов поворотов звеньев манипулятора: а) первое звено (вертикальная колонка); б) второе звено; в) третье звено

В третьем параграфе представлено также моделирование процесса управления, обеспечивающего стабилизации установившегося движения трехзвенного манипулятора, в котором первое звено вращается по заданному закону вокруг вертикальной оси, а два других звена сохраняют постоянные относительные положения во вращающейся плоскости их действия

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1(t) &= \dot{\varphi}_1^{(0)}, \quad \varphi_1^{(0)}(t) = \dot{\varphi}_1^{(0)} t, \quad \dot{\varphi}_2(t) = \dot{\varphi}_3(t) = 0, \\ \varphi_2(t) &= \varphi_2^{(0)} = \text{const}, \quad \varphi_3(t) = \varphi_3^{(0)} = \text{const.} \end{aligned} \quad (15)$$

Манипулятор совершает это движение при условии, что в шарнирах 2 и 3 приложены постоянные моменты, уравновешивающие центробежные моменты, вызванные вращением первого звена, и моменты сил тяжести

$$U_2^{(0)} = \frac{1}{2} c_{11}^{(1)} (\varphi_2^{(0)}, \varphi_3^{(0)}) (\dot{\varphi}_1^{(0)})^2 + g_2^{(0)} \sin \varphi_2^{(0)} + g_3^{(0)} \sin (\varphi_2^{(0)} + \varphi_3^{(0)})$$

$$U_3^{(0)} = \frac{1}{2} c_{11}^{(1)} (\varphi_2^{(0)}, \varphi_3^{(0)}) (\dot{\varphi}_1^{(0)})^2 + g_3^{(0)} \sin (\varphi_2^{(0)} + \varphi_3^{(0)})$$

Как и в случае классического трехзвенного манипулятора выводится, что стабилизация программного движения (14) решается моментами

$$U_1^{(1)} = U_1 - U_1^{(0)} = -\alpha_1 \sin \frac{x_1(t)}{2} + \beta_1 \cos \frac{x_1(t)}{4} \int_{-h_1(t)}^0 \gamma_1(\tau) \sin \frac{x_1(t+\tau)}{4} d\tau,$$

$$U_2^{(1)} = U_2 - U_2^{(0)} = -\alpha_2 \sin \frac{x_2(t)}{2} + \beta_2 \int_{-h_2(t)}^0 \gamma_2(\tau) \sin \frac{x_2(t+\tau)}{2} d\tau,$$

$$U_3^{(1)} = U_3 - U_3^{(0)} = -\alpha_3 \sin \frac{x_3(t)}{2} + \beta_3 \int_{-h_3(t)}^0 \gamma_3(\tau) \sin \frac{x_3(t+\tau)}{2} d\tau, \quad (16)$$

где параметры $\alpha_j > 0, \beta_j > 0$ ($j = 1, 2, 3$) удовлетворяют условиям

$$\gamma_j(\tau) \geq 0, \dot{\gamma}_j(\tau) \geq \nu_0 > 0 \forall \tau \in [-h_j, 0], (h_j > 0), (j = 1, 2, 3),$$

$$\int_{-h_{00}}^0 \gamma_j(\tau) d\tau \leq \gamma_0, \quad \mu_1 = \alpha_1 - \frac{\beta_1 \gamma_0}{2} > 0,$$

$$\mu_2 = \alpha_2 - \beta_2 \gamma_0 - g_2^{(0)} - g_3^{(0)} - |I_{2x} - I_{2z}| - m_2 l_{21}^2 - |I_{3z} - I_{2z}| -$$

$$- m_3 l_{31}^2 - m_0 l_3^2 - 4m_3 l_3 l_{31} - 4m_0 l_2 l_3 > 0,$$

$$\mu_3 = \alpha_3 - \beta_3 \gamma_0 - g_3^{(0)} - |I_{3z} - I_{2z}| - m_3 l_{31}^2 - m_0 l_3^2 - 2l_2(m_3 l_{31} + m_0 l_3) > 0,$$

$$4\mu_2 \mu_3 - (|I_{3z} - I_{3y}| + m_3 l_{31}^2 + m_0 l_3^2 + 2l_2(m_3 l_{31} + m_0 l_3))^2 > 0,$$

$$x_1 = \varphi_1 - \varphi_1^{(0)}(t), x_2 = \varphi_2 - \varphi_2^{(0)}, x_3 = \varphi_3 - \varphi_3^{(0)}.$$

Для программного установившегося вращательного движения манипулятора

$$q_1^{(0)}(t) = 0.2t \text{ рад}, q_2^{(0)} = -\pi/3 \text{ рад}, q_3^{(0)} = \pi/6 \text{ рад}.$$

приняты параметры управляющих моментов (14).

Результаты численного моделирования движения робота-манипулятора под управлением (16) демонстрируют стабилизацию программного движения (15), как это видно из рисунка 8.

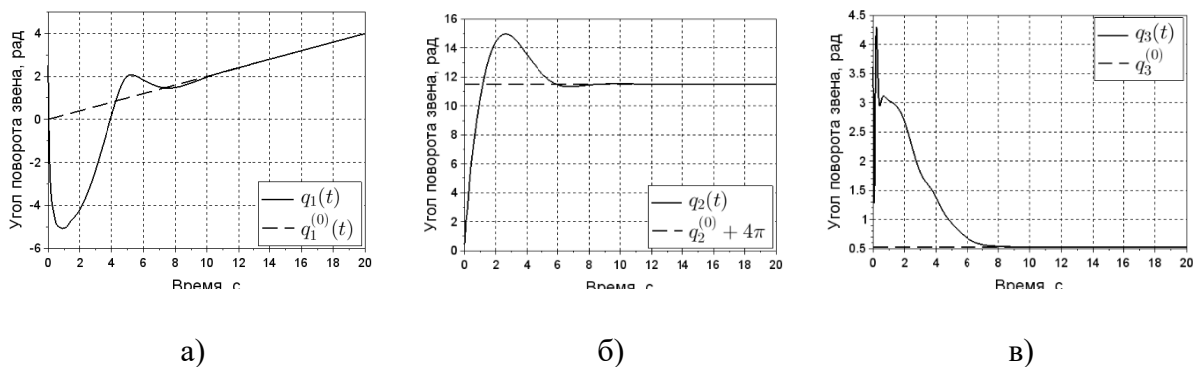


Рис. 8 – Зависимости от времени углов поворотов звеньев манипулятора: а) первое звено (вертикальная колонка); б) второе звено; в) третье звено

Вычислительный эксперимент по отслеживанию траектории проведен на примере программного движения робота

$$q_1^0(t) = 3t + \sin t \text{ рад}, \quad q_2^0(t) = 0.5 \sin t \text{ рад}, \quad q_3^0 = 0.7 \cos t \text{ рад}.$$

Подобраны параметры управления (10), удовлетворяющие Утверждению 1

$$B_j = b_j E, \quad b_1 = 20 \text{ Н}, \quad b_2 = 10 \text{ Н}, \quad b_3 = 0, \quad b_4 = 1 \text{ Н/с}, \quad h = 2(1 - e^{-0.4t}) \text{ с}.$$

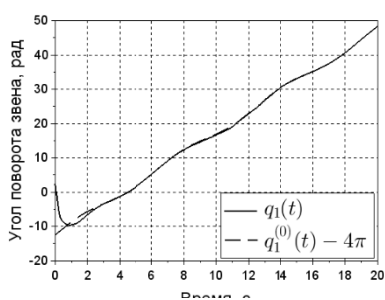


Рис. 9 – Угол поворота первого звена робота-манипулятора в зависимости от времени

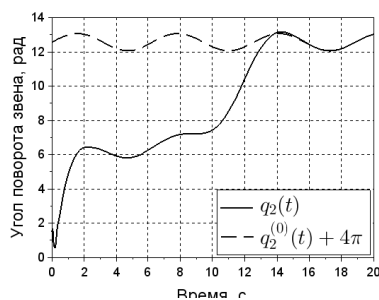


Рис. 10 – Угол поворота второго звена робота-манипулятора в зависимости от времени

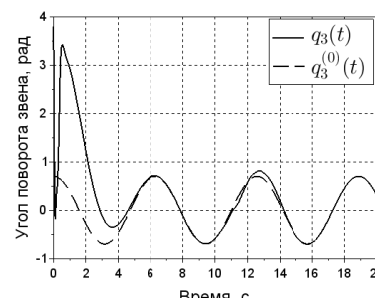


Рис. 11 – Угол поворота третьего звена робота-манипулятора в зависимости от времени

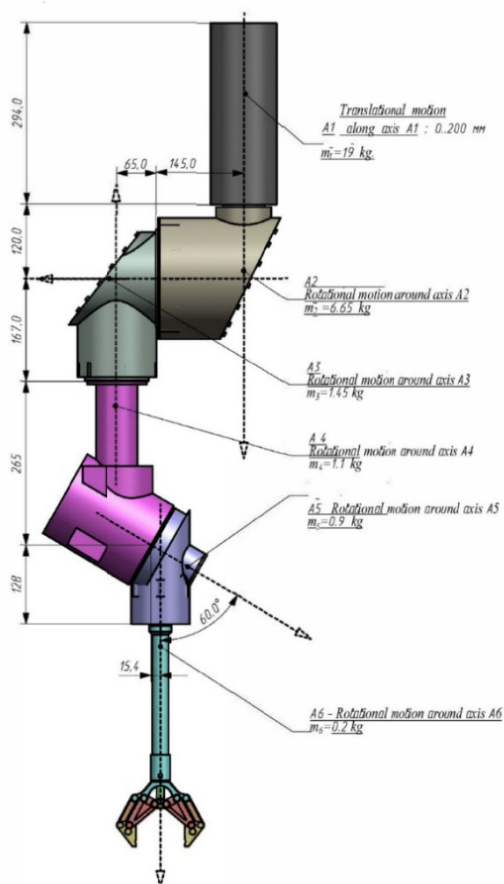
Из рисунков 9–11 видно, что управление (6) оказывается таким, что манипулятор асимптотически приближается к некоторому движению, отличающемуся от желаемого на величину, кратную 2π .

Одновременно исследована валидация и эффективность разработанного комплекса объектно-ориентированных программ по управлению индустриальным трехзвенным манипулятором на основе сравнительного анализа соответствующих результатов проведенных вычислений с результатами вычислительных экспериментов на основе библиотек языка C++.

В пятом параграфе в качестве прикладной рассмотрена задача об управлении робототехнической системой, целью которой является проведение разного рода работ в горячей камере. Горячая камера представляет собой герметичную камеру, изготовленную с применением экранирующих материалов. В камере находится ведомый манипулятор, имеющий шесть разного рода работ в горячей камере. Горячая камера представляет собой герметичную камеру, изготовленную с применением экранирующих

материалов. В камере находится ведомый манипулятор, имеющий шесть степеней свободы (см. Рис. 12) и управляемый на основе ведущего манипулятора^{19,20}. Ведущий манипулятор представляет собой уменьшенную версию ведомого манипулятора. Он имеет приводы во всех шарнирах с датчиками, измеряющих значения их фазовых координат. Манипуляторы соединены между собой сквозной трубой. Труба содержит набор параллельных валов для передачи движения от ведущего манипулятора к ведомому. Сквозные валы имеют на концах муфты с прорезями для зацепления их с валами ведомого манипулятора.

Обобщенные координаты $q_1 = z_1, q_i = \varphi_i, i = 2, 3, 4, 5, 6$ представляют собой поступательное и угловые перемещения призматического и вращательных шарниров O_1, O_2, \dots, O_6 соответственно. Обозначим через l_i длину i -го звена, символом m_i – массу i -го звена, l_{i2} – длина отрезка $O_i C_i$, где C_i – центр масс i -го звена. I_{ix}, I_{iy} и I_{iz} моменты инерции i -го относительно соответствующих осей x, y и z ($i = 1, 2, \dots, 6$).



Значения параметров робота:

$$m_1 = 18 \text{ кг}, m_2 = 6.5 \text{ кг}, m_3 = 1.5 \text{ кг},$$

$$m_4 = 1.2 \text{ кг}, m_5 = 0.8 \text{ кг}, m_6 = 0.3 \text{ кг},$$

$$l_1 = 0.294 \text{ м}, l_2 = 0.12 \text{ м}, l_3 = 0.167 \text{ м},$$

$$l_4 = 0.265 \text{ м}, l_5 = 0.128 \text{ м}, l_6 = 0.45 \text{ м}.$$

Проведена пробный вычислительный эксперимент, в котором программная траектория робота выбрана посредством равенств

$$q_1^{(0)}(t) = 0.1 + 0.1 \cos(t) \text{ м},$$

$$q_2^{(0)}(t) = \cos(2t) \text{ рад},$$

$$q_3^{(0)}(t) = \sin(3t) \text{ рад},$$

$$q_4^{(0)}(t) = 2 \cos(2t) \text{ рад},$$

$$q_5^{(0)}(t) = \sin(2t) \text{ рад},$$

$$q_6^{(0)}(t) = 2 \sin(3t) \text{ рад}$$

Рис. 12 – Схема шестизвенового робота – манипулятора

¹⁹ Prikhodko V.V., Sobolev A.A., Zhukov A.V., Chavkin E.M., Fomin A.N., Levshchanov V.V., Pavlov S.V., Svetukhin V.V. Radiation-resistant robotic manipulator controlled by 6-DoF haptic control device to perform technological tasks in hot cells // Journal of Physics: Conference Series, 2019.

²⁰ Andreev A., Peregodova O., Prikhodko V. Output Feedback Control Structure of a Robot Manipulator in a Hot Cell //2020 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). IEEE, 2020. С. 105–110.

Адекватный закон управления определен формулами (2) и (6), где

$$p(x) = (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6)', p_1 = x_1, p_i = \sin(x_i/2), i = 2, 3, \dots, 6.$$

$$B_j = b_j E, (j = 1, 2, 3, 4) \quad b_1 = 20 \text{ Н}, b_2 = 10 \text{ Н}, b_3 = 1 \text{ Н/с}, b_4 = 1 \text{ Н/с}, h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = 0.2(1 - e^{-4t}) \text{ с}.$$

Начальные положения и скорости звеньев возмущенного движения робота-манипулятора выбраны равными:

$$q_1(0) = 0.1 \text{ м}, q_2(0) = -2.1 \text{ рад}, q_3(0) = 2.2 \text{ рад},$$

$$q_4(0) = 3.0 \text{ рад}, q_5(0) = 2.9 \text{ рад}, q_6(0) = 2.8 \text{ рад},$$

$$\dot{q}_1(0) = -11 \text{ м/с}, \dot{q}_2(0) = -16 \text{ рад/с}, \dot{q}_3(0) = 15 \text{ рад/с}, \#$$

$$\dot{q}_4(0) = 16 \text{ рад/с}, \dot{q}_5(0) = 18 \text{ рад/с}, \dot{q}_6(0) = 19 \text{ рад/с}.$$

На Рис. 13 – Рис. 18 показаны результаты пробного вычислительного эксперимента в виде графиков программного и возмущенного движений для каждого звена робота. Из этих рисунков видно, что закон управления обеспечивает асимптотическую сходимость возмущенной траектории робота к программной.

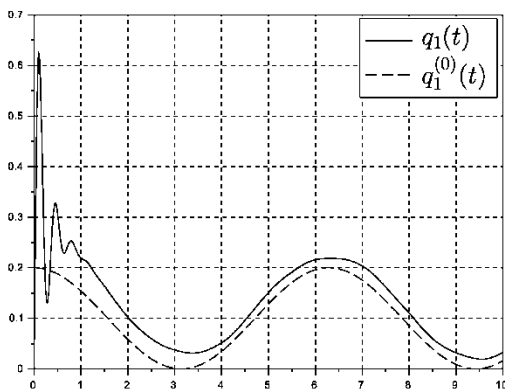


Рис. 13 – Графики зависимости от времени возмущенного и программного движений первого звена манипулятора

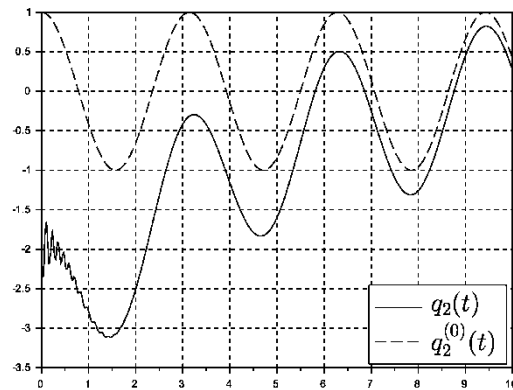


Рис. 14 – Графики зависимости от времени возмущенного и программного движений второго звена манипулятора

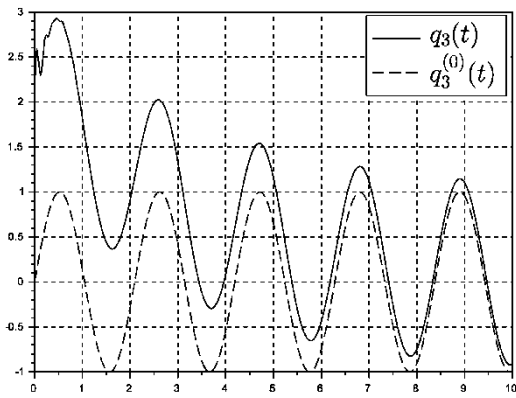


Рис. 15 – Графики зависимости от времени возмущенного и программного движения третьего звена манипулятора

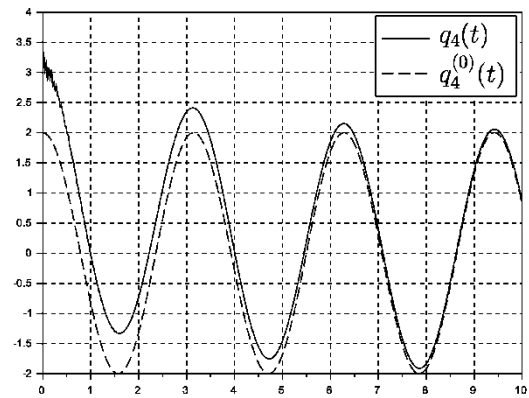


Рис. 16 – Графики зависимости от времени возмущенного и программного движения четвертого звена манипулятора

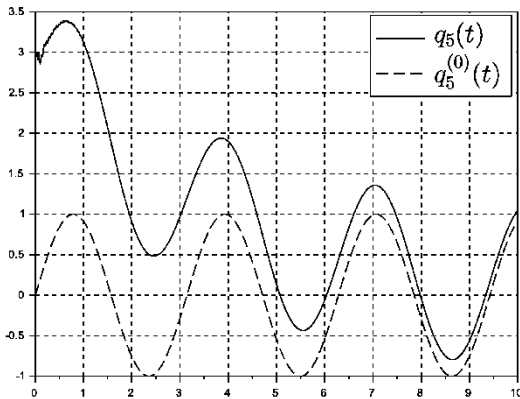


Рис. 17 – Графики зависимости от времени возмущенного и программного движения пятого звена манипулятора

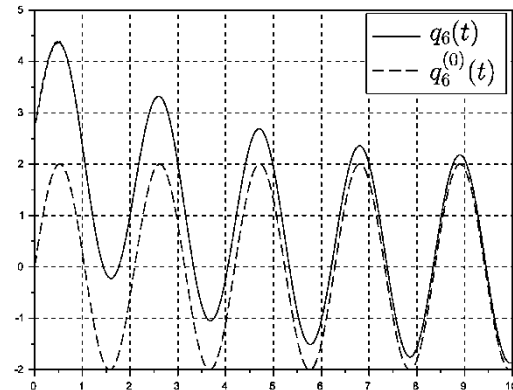


Рис. 18 – Графики зависимости от времени возмущенного и программного движения шестого звена манипулятора

Проведена серия натуральных экспериментов по применению разработанных моделей управления этим манипулятором. Разработаны метод и алгоритмы интерпретации результатов этих экспериментов с целью определения параметров обоснованных в диссертации моделей управления, наиболее адекватно отвечающих этим результатам.

На основе интерпретации результатов проведенных натуральных экспериментов по применению обоснованных моделей управления манипулятором получен соответствующий акт о внедрении моделей управления в практическую деятельность.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Для управления механической системой с нестационарными голономными связями обоснована модель структуры обратной связи с интегральной составляющей общего вида. Показано, что такая модель

управления обеспечивает программную ориентацию твердого тела относительно инерциальной и неинерциальной (вращающейся с произвольной угловой скоростью) систем координат.

2. Разработаны модели управления без измерения угловых скоростей, обеспечивающие стабилизацию установившихся программных движений классического трехзвенного манипулятора. На основе численного моделирования проведен анализ эффективности этих моделей по энергозатратности, сходимости к программному движению и другим факторам.

3. Для управления многозвенными манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами обоснованы модели нелинейных регуляторов, обеспечивающие стабилизацию их программных движений при учете динамики системы со свойством робастности относительно ее массоинерционных параметров. Выводится оценка допустимого запаздывания в структуре обратной связи с этими моделями регуляторов.

4. Разработана модель управления многозвенными роботами-манипуляторами, обеспечивающая отслеживание траектории без измерения скоростей посредством введения в структуру обратной связи составляющих, пропорциональных измеренным значениям координат с определенным запаздыванием. Представлено численное моделирование отслеживания траектории классического трехзвенного манипулятора с этой моделью и проведен анализ численных результатов.

5. Разработан численный метод для численного моделирования процесса управления многозвенными манипуляторами с цилиндрическими и призматическими шарнирами. Эффективность численного метода заключается в учете структуры модельных управлений, описывающих процесс управления робота.

6. Составлены алгоритмы и программы для численного анализа и определения адекватности разработанных моделей управления указанными многозвенными роботами-манипуляторами.

7. Разработана математическая модель нелинейной динамики трехзвенного индустриального манипулятора типа PUMA-560. На основе разработанного комплекса программ проведено математическое моделирование процессов управления таким манипулятором с различными типами регуляторов в обратной связи.

8. Для шестизвенного манипулятора, функционирующего в горячей камере, разработаны математические модели дистанционного управления с обоснованными типами регуляторов, учитывающих запаздывание в структуре обратной связи. На основе разработанного комплекса программ проведено математическое моделирование соответствующих процессов управления. Проведена соответствующая серия натуральных экспериментов с анализом их интерпретации для определения адекватности этих моделей.

*Научные статьи в журналах и изданиях,
рекомендованных ВАК РФ для публикации основных результатов,
которые также индексируются в международной системе цитирования
Scopus:*

- 1 Andreev A., Peregudova O., Tahtenkova L., Kolegova L. On Output Feedback Control Problems of an Industrial Robot Manipulator // 2019 1st International Conference on Control Systems, Mathematical Modelling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). 2019. P. 120–125. Doi: 10.1109/SUMMA48161.2019.8947519.
- 2 Andreev A., Peregudova O., Kolegova L. On the Output Position Feedback Controller of a Serial Robot Manipulator // 2020 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). 2020. P. 117–120. Doi: 10.1109/SUMMA50634.2020.9280650.
- 3 Andreev A., Peregudova O., Kolegova L. On a Delayed Feedback Control for Multi-Link Robotic Manipulators // 2021 5th Scientific School Dynamics of Complex Networks and their Applications (DCNA). 2021. P. 14–18. Doi: 10.1109/DCNA53427.2021.9586877.
- 4 Andreev A., Peregudova O., Kolegova L. Nonlinear Control of Lagrangian Mechanical System // 2021 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). 2021. P. 183–185. Doi: 10.1109/SUMMA53307.2021.9632041.
- 5 Андреев А. С., Колегова Л. В. ПИД-регуляторы с запаздыванием в задаче о стабилизации программных движений роботов-манипуляторов // Журнал Средневолжского математического общества. 2022. Т. 24, № 3. С. 267–279. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.24.202203.267-279>
- 6 Andreev A., Sutyркина K., Kolegova L. PID Controllers in the Trajectory Tracking Control Problem of Robotic Manipulators with Time-Delayed Feedback // 2023 9th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT). IEEE, 2023. P. 173–178. DOI: 10.1109/CoDIT58514.2023.10284474
- 7 Колегова Л. В. О стабилизации движений трехзвенного робота-манипулятора с неполным измерением // Журнал Средневолжского математического общества. 2024. Т. 26, № 1. С. 60–73. DOI: <https://doi.org/10.15507/2079-6900.26.202401.60-73>.

Свидетельство о регистрации программы:

- 8 Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2024617104. Российская Федерация. Стабилизация движений трёхзвенного робота-манипулятора, опубликовано 28.03.2024 / Сутыркина Е. А., Колегова Л. В.; правообладатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ульяновский государственный университет» – Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ.

Публикации в других изданиях:

- 9 Тахтенкова Л. С., Макаров Д. С., Колегова Л. В. О стабилизации установившихся движений трехзвенного манипулятора управлением с неполным измерением // Труды XIII Всероссийского совещания по проблемам

- управления ВСПУ-2019, Москва, 17–20 июня 2019 года. Москва: ИПУ РАН, 2019. С. 812–816.
- 10 Andreev A.S., Peregudova O.A., Kolegova L.V. On the Trajectory Tracking Control for a 5-Dof Robotic Manipulator with Prismatic and Revolute Joints // An International Scientific and Practical Conference on the Topic "Digital Technologies, Innovative Ideas and Prospects for Application in the Field of Production". June 12, 2021, Andijan, Uzbekistan. 2021. P. 7–9.
 - 11 Колегова Л. В. Об управлении трехзвенным манипулятором без измерения скоростей // Интегрированные системы управления: сб. науч. тр. науч.-технич. конф., Ульяновск, 18–19 мая 2021 г. / Отв. за вып. А.Л. Савкин. - Ульяновск: ФНПЦ АО "НПО "Марс", 2021. С. 83–89.
 - 12 Андреев А. С., Л. В. Колегова. Об управлении движением шестизвенного манипулятора // Дифференциальные уравнения и их приложения в математическом моделировании: сборник материалов XV Международной научной конференции, Саранск, 15–18 июля 2021 года. – Саранск: Средневолжское математическое общество, 2021. – С. 18–19.
 - 13 Андреев А. С., Колегова Л. В. ПИД-регуляторы с запаздыванием в задаче о стабилизации программных движений роботов-манипуляторов // X Международная научная молодежная школа-семинар "Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ" имени Е.В. Воскресенского: аннотации и тезисы докладов, Саранск, 14–18 июля 2022 года. – Саранск: Средневолжское математическое общество, 2022. – С. 72–73
 - 14 Андреев А.С., Сутыркина Е.А., Федорова (Колегова) Л.В. Нелинейные регуляторы в задаче о стабилизации программного движения мобильного робота // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления: Материалы XIV Международной научной конференции (30 мая – 1 июня 2018г., Москва) / [Ред. В.Н. Тхай]. М.: ИПУ РАН, 2018. С. 499–502.
 - 15 Колегова Л. В., Сутыркина Е. А. Математическое моделирование движения мобильных роботов под действием ПИ- и ПИД-регуляторов // Ученые записки УлГУ. Серия "Математика и информационные технологии". 2024. №. 1. С. 28–34.