

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Дисциплина:	Теория вероятностей и математическая статистика
Кафедра:	Прикладная математика

Направление: 38.03.01 «Экономика» (степень – бакалавр)

Сведения о разработчиках:

ФИО	Аббревиатура кафедры	Ученая степень, звание
Хрусталеv Сергей Александрович	ПМ	Кандидат физико-математических наук

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины: Дисциплина знакомит студентов с фундаментальными методами теории вероятностей и математической статистики.

Целями изучения дисциплины являются усвоение фундаментальных понятий теории вероятностей и математической статистики, овладение методами статистической обработки экспериментальных данных, методами решения задач теории вероятностей, приобретение навыков использования понятийного аппарата и технических приемов при построении математических моделей экономических закономерностей, учитывающих случайные факторы, а также процессов, описывающих динамику экономических систем и прогнозирование их развития. Достижение этих целей обеспечивает выпускнику получение высшего профессионально профилированного образования и обладание перечисленными ниже общими и предметно-специализированными компетенциями. Они способствуют его социальной мобильности, устойчивости на рынке труда и успешной работе в избранной сфере деятельности.

Задачи освоения дисциплины:

- изучение основных теоретических приложений теории вероятностей и формул для нахождения вероятностей в условиях статистических испытаний;
- изучение способов задания случайных величин различных типов, описание их основных характеристик;
- изучение основных распределений непрерывных и дискретных случайных величин и их основных характеристик;
- знакомство с основами теории случайных процессов;
- изучение методов статистической точечной и интервальной оценки числовых характеристик случайных величин;
- изучение методов статистической оценки гипотез;
- изучение инструментальных методов решения статистических задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» входит в базовую часть учебного плана.

Студент должен до начала ее изучения освоить содержание учебных дисциплин: «Математический анализ» (ОПК-2, ОПК-3), «Линейная алгебра» (ОПК-2, ОПК-3).

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является предшествующей дисциплинам: «Статистика», «Эконометрика», «Макроэкономическое планирование и прогнозирование».

### **3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

- способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач (ОПК-2);
- способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы (ОПК-3);
- способность собрать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов (ПК-1).

В результате освоения дисциплины студент должен:

**Знать:** основы теории вероятностей и математической статистики, необходимые для решения математических и финансово-экономических задач.

**Уметь:** применять теоретические вероятностные и статистические методы для решения задач экономики и финансов.

**Владеть:**

- методами теории вероятностей и математической статистики;
- навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;
- опытом аналитического и численного решения вероятностных и статистических задач;
- навыками использования основных приемов обработки экспериментальных данных, в том числе с использованием стандартного обеспечения, программ общего и специального назначения.

#### 4. ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах (всего) – 6

##### 4.2. по видам учебной работы (в часах)

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения <b>очная</b> )	
	Всего по плану	в т.ч. по семест- рам
		<b>3</b>
Контактная работа обучающихся с преподавателем	126	126
Аудиторные занятия:	90	90
лекции	36	36
практические и семинарские занятия	54	54
Самостоятельная работа	90	90
Всего часов по дисциплине	216	216
Текущий контроль (количество и вид)	контрольные работы	контрольные ра- боты
Виды промежуточной аттестации	экзамен 36	экзамен 36

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения <b>заочная</b> )	
	Всего по плану	в т.ч. по курсам
		2
Контактная работа обучающихся с преподавателем	31	31
Аудиторные занятия:	22	22
лекции	8	8
практические и семинарские занятия	14	14
Самостоятельная работа	185	185
Всего часов по дисциплине	216	216
Текущий контроль (количество и вид)	контрольные работы	контрольные ра- боты
Виды промежуточной аттестации	экзамен 9	экзамен 9

### 4.3. Содержание дисциплины. Распределение часов по темам и видам учебной работы:

Форма обучения: очная

Название темы	Всего	Аудиторные часы		Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа
		лекции	практические занятия		
<b>Раздел 1. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ</b>					
1.1. Введение. Предмет и история теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Понятия случайного эксперимента, пространства элементарных событий (исходов), случайного события. Конечное вероятностное пространство и классический способ подсчета вероятностей. Дискретное вероятностное пространство. Геометрические вероятности.	10	2	3	0	5
1.2. Определение вероятности случайного события и аксиоматика А.Н. Колмогорова. Вероятностное пространство как модель случайного эксперимента.	10	2	3	0	5
1.3. Условные вероятности. Независимые события и правило умножения вероятностей. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	10	2	3	0	5
1.4. Схема повторных независимых испытаний (схема Бернулли). Формула Бернулли. Наиболее вероятное число успехов в схеме Бернулли. Предельные теоремы для схемы Бернулли. Локальная предельная теорема. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона. Приближенные формулы Лапласа и Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от вероятности.	10	2	3	0	5
1.5. Дискретные случайные величины и законы их распределения. Абсолютно непрерывные случайные величины. Свойства функции плотности. Числовые характеристики дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин. Математическое ожидание функции от случайной величины. Ковариация случайных величин. Коэф-	12	2	3	0	7

фициент корреляции.					
1.6. Совместное распределение случайных величин. Случайный вектор. Зависимые и независимые случайные векторы. Функция распределения случайного вектора и ее свойства. Одинаково распределенные случайные векторы. Связь функции распределения случайного вектора с функциями распределения его компонент.	12	2	3	0	5
1.7. Неравенство Чебышева. Правило «трех сигм» в общем случае. Теоремы Чебышева и Бернулли. Последовательности случайных величин. Сходимость по вероятности и закон больших чисел.	12	2	3	0	5
1.8. Центральная предельная теорема (ЦПТ) для независимых одинаково распределенных слагаемых и в общем случае. Применение ЦПТ.	12	2	3	0	5
<b>Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА</b>					
2.1. Понятие выборки. Выборочные распределения и выборочные характеристики. Вариационный ряд. Порядковые статистики и их распределение.	12	2	3	0	5
2.2. Точечные оценки неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочные средние и дисперсия как оценки. Способы сравнения оценок. Среднеквадратический подход. Эффективные оценки.	12	2	3	0	5
2.3. Информация по Фишеру. Связь с информацией, содержащейся в одном наблюдении. Неравенство Рао-Крамера. Теорема о единственности несмещенной эффективной оценки.	13	2	3	0	5
2.4. Метод максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Метод моментов.	13	2	3	0	5
2.5. Распределения вероятностей, связанные с нормальным: гамма-распределение, $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера. Леммы о распределении	10	2	3	0	5

Стьюдента, Фишера.					
2.6. Интервальные оценки неизвестных параметров. Леммы о доверительных пределах. Основная теорема интервального оценивания. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал в случае асимптотически нормальных оценок. Определение необходимого объема выборки.	10	2	3	0	5
2.7. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Ошибки 1,2 рода. Мощность критерия. Статистика критерия. Критическая область. Параметрические гипотезы. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий в случае известной дисперсии. Проверка гипотез о равенстве дисперсии.	12	2	4	0	6
2.8. Критерии согласия. Критерий Пирсона. Теорема Пирсона. Критерий Колмогорова. Распространенные ошибки при использовании критериев согласия. Способы сравнения критериев. Наиболее мощные критерии. Лемма Неймана – Пирсона.	11	2	4	0	5
2.9. Понятие о регрессионном анализе. Метод наименьших квадратов. Основная теорема регрессионного анализа. Выбор уравнения линейной регрессии. Ошибка прогноза. Свойства оптимального прогноза. Корреляционное отношение. Множественная линейная регрессия. Ошибка прогноза.	15	4	4	0	7
ИТОГО:	180	36	54	0	90

Форма обучения: *заочная*

Название темы	Всего	Аудиторные часы		Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа
		лекции	практические занятия		
<b>Раздел 1. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ</b>					
1.1. Введение. Предмет и история теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Понятия случайного эксперимента, пространства элементарных событий (исходов), случайного события. Конечное вероятностное пространство и классический способ подсчета вероятностей. Дискретное вероятностное пространство. Геометрические вероятности.	10.8	0.3	0.5		10
1.2. Определение вероятности случайного события и аксиоматика А.Н. Колмогорова. Вероятностное пространство как модель случайного эксперимента.	10.7	0.2	0.5		10
1.3. Условные вероятности. Независимые события и правило умножения вероятностей. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	12	0.5	0.5		11
1.4. Схема повторных независимых испытаний (схема Бернулли). Формула Бернулли. Наиболее вероятное число успехов в схеме Бернулли. Предельные теоремы для схемы Бернулли. Локальная предельная теорема. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона. Приближенные формулы Лапласа и Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от вероятности.	12	0.5	0.5		11
1.5. Дискретные случайные величины и законы их распределения. Абсолютно непрерывные случайные величины. Свойства функции плотности. Числовые характеристики дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин. Математическое ожидание функции от случайной величины. Ковариация случайных величин. Коэффициент корреляции.	12	0.5	0.5		11

1.6. Совместное распределение случайных величин. Случайный вектор. Зависимые и независимые случайные векторы. Функция распределения случайного вектора и ее свойства. Одинаково распределенные случайные векторы. Связь функции распределения случайного вектора с функциями распределения его компонент.	12.5	0.5	1		11
1.7. Неравенство Чебышева. Правило «трех сигм» в общем случае. Теоремы Чебышева и Бернулли. Последовательности случайных величин. Сходимость по вероятности и закон больших чисел.	12.5	0.5	1		11
1.8. Центральная предельная теорема (ЦПТ) для независимых одинаково распределенных слагаемых и в общем случае. Применение ЦПТ.	12.5	0.5	1		11
<b>Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА</b>					
2.1. Понятие выборки. Выборочные распределения и выборочные характеристики. Вариационный ряд. Порядковые статистики и их распределение.	12.5	0.5	1		11
2.2. Точечные оценки неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочные средние и дисперсия как оценки. Способы сравнения оценок. Среднеквадратический подход. Эффективные оценки.	12.5	0.5	1		11
2.3. Информация по Фишеру. Связь с информацией, содержащейся в одном наблюдении. Неравенство Рао-Крамера. Теорема о единственности несмещенной эффективной оценки.	12.5	0.5	1		11
2.4. Метод максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Метод моментов.	12.5	0.5	1		11
2.5. Распределения вероятностей, связанные с нормальным: гамма-распределение, $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера. Леммы о распределении Стьюдента, Фишера.	12	0.5	0.5		11
2.6. Интервальные оценки неизвест-	12.5	0.5	1		11

ных параметров. Леммы о доверительных пределах. Основная теорема интервального оценивания. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал в случае асимптотически нормальных оценок. Определение необходимого объема выборки.					
2.7. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Ошибки 1,2 рода. Мощность критерия. Статистика критерия. Критическая область. Параметрические гипотезы. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий в случае известной дисперсии. Проверка гипотез о равенстве дисперсии.	12.5	0.5	1		11
2.8. Критерии согласия. Критерий Пирсона. Теорема Пирсона. Критерий Колмогорова. Распространенные ошибки при использовании критериев согласия. Способы сравнения критериев. Наиболее мощные критерии. Лемма Неймана – Пирсона.	12.5	0.5	1		11
2.9. Понятие о регрессионном анализе. Метод наименьших квадратов. Основная теорема регрессионного анализа. Выбор уравнения линейной регрессии. Ошибка прогноза. Свойства оптимального прогноза. Корреляционное отношение. Множественная линейная регрессия. Ошибка прогноза.	12.5	0.5	1		11
ИТОГО:	207	8	14	0	185

## 5. СОДЕРЖАНИЕ КУРСА

### *Раздел 1. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ (Темы лекций)*

1. Введение. Предмет и история теории вероятностей. Элементарная теория вероятностей. Понятия случайного эксперимента, пространства элементарных событий (исходов), случайного события. Конечное вероятностное пространство и классический способ подсчета вероятностей. Дискретное вероятностное пространство. Геометрические вероятности.
2. Определение вероятности случайного события и аксиоматика А.Н. Колмогорова. Вероятностное пространство как модель случайного эксперимента.
3. Условные вероятности. Независимые события и правило умножения вероятностей. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4. Схема повторных независимых испытаний (схема Бернулли). Формула Бернулли. Наиболее вероятное число успехов в схеме Бернулли. Предельные теоремы для схемы Бернулли. Локальная предельная теорема. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа. Теорема Пуассона. Приближенные формулы Лапласа и Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от вероятности.
5. Дискретные случайные величины и законы их распределения. Абсолютно непрерывные случайные величины. Свойства функции плотности. Числовые характеристики дискретных и абсолютно непрерывных случайных величин. Математическое ожидание функции от случайной величины. Ковариация случайных величин. Коэффициент корреляции.
6. Совместное распределение случайных величин. Случайный вектор. Зависимые и независимые случайные векторы. Функция распределения случайного вектора и ее свойства. Одинаково распределенные случайные векторы. Связь функции распределения случайного вектора с функциями распределения его компонент.
7. Неравенство Чебышева. Правило «трех сигм» в общем случае. Теоремы Чебышева и Бернулли. Последовательности случайных величин. Сходимость по вероятности и закон больших чисел.
8. Центральная предельная теорема (ЦПТ) для независимых одинаково распределенных слагаемых и в общем случае. Применение ЦПТ.

### *Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА (Темы лекций)*

1. Понятие выборки. Выборочные распределения и выборочные характеристики. Вариационный ряд. Порядковые статистики и их распределение.
2. Точечные оценки неизвестных параметров. Несмещенность, состоятельность, эффективность. Выборочные средние и дисперсия как оценки. Способы сравнения оценок. Среднеквадратический подход. Эффективные оценки.
3. Информация по Фишеру. Связь с информацией, содержащейся в одном наблюдении. Неравенство Рао-Крамера. Теорема о единственности несмещенной эффективной оценки.
4. Метод максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Метод моментов.
5. Распределения вероятностей, связанные с нормальным: гамма-распределение,  $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера. Леммы о распределении Стьюдента, Фишера.
6. Интервальные оценки неизвестных параметров. Леммы о доверительных пределах. Основная теорема интервального оценивания. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительный интервал в случае асимптотически нормальных оценок. Определение необходимого объема выборки.
7. Статистическая гипотеза. Статистический критерий. Ошибки 1,2 рода. Мощность критерия. Статистика критерия. Критическая область. Параметрические гипотезы. Про-

- верка гипотезы о равенстве математических ожиданий в случае известной дисперсии. Проверка гипотез о равенстве дисперсии.
8. Критерии согласия. Критерий Пирсона. Теорема Пирсона. Критерий Колмогорова. Распространенные ошибки при использовании критериев согласия. Способы сравнения критериев. Наиболее мощные критерии. Лемма Неймана – Пирсона.
  9. Понятие о регрессионном анализе. Метод наименьших квадратов. Основная теорема регрессионного анализа. Выбор уравнения линейной регрессии. Ошибка прогноза. Свойства оптимального прогноза. Корреляционное отношение. Множественная линейная регрессия. Ошибка прогноза.

## **6. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ИЛИ СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ**

### ***Раздел 1. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ***

1. Случайные события и операции над ними. Классическое определение вероятности. Выборки из конечной генеральной совокупности: упорядоченные и неупорядоченные, с возвращениями и без возвращения.
2. Геометрические вероятности.
3. Условные вероятности. Независимость событий.
4. Формулы Байеса и полной вероятности.
5. Последовательности независимых испытаний. Схема Бернулли. Теорема Бернулли.
6. Классические предельные теоремы в схема Бернулли: Муавра-Лапласа, Пуассона.
7. Случайная величина. Закон распределения и функция распределения. Дискретные случайные величины. Абсолютная непрерывность.
8. Ряд распределения и плотность распределения. Основные дискретные и абсолютно непрерывные распределения.
9. Случайные векторы и их распределения. Совместная функция распределения. Ковариационная матрица.
10. Независимость. Критерий независимости дискретный и абсолютно непрерывных случайных величин.
11. Математическое ожидание и дисперсия. Свойства.

### ***Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА***

1. Выборка, выборочные характеристики. Эмпирическая функция распределения, гистограмма, выборочные моменты.
2. Точечные оценки. Несмещённость, состоятельность, эффективность.
3. Распределения вероятностей, связанные с нормальным: гамма-распределение,  $\chi^2$ -Пирсона, Стьюдента, Фишера.
4. Методы построения оценок. Метод моментов.
5. Методы построения оценок. Метод максимального правдоподобия.
6. Интервальное оценивание. Точные и асимптотические доверительные интервалы.
7. Интервальные оценки параметров нормального распределения.
8. Проверка статистических гипотез. Критерии согласия.
9. Проверка статистических гипотез. Критерии однородности.

### **7. Лабораторные работы (лабораторный практикум)**

Лабораторный практикум по дисциплине не предусмотрен.

### **8. Примерная тематика курсовых, контрольных работ, рефератов**

### Контрольная работа №1

1. На оптовой базе имеется 100 телевизоров, из которых 5 неисправны. В магазин случайным образом отбирается 10 телевизоров. Найти вероятность того, что два из отобранных телевизоров неисправны.
2. В группе 25 студентов. Найти вероятность того, что дни рождения у всех различны.
3. Из колоды карт (52 карты) наудачу извлекаются три карты. Найти вероятность того, что это будут тройка, семерка и туз.
4. При наборе телефонного номера абонент забыл три последние цифры и набрал их наудачу, помня только, что эти цифры разные.
5. Какова вероятность того, что сумма двух наудачу взятых положительных чисел, каждое из которых не больше четырех будет не меньше пяти.
6. Сколько раз нужно бросить игральную кость, чтобы с вероятностью не меньшей 0.9. хотя бы один раз выпала шестерка.
7. В сосуд, содержащий  $n$  шаров, опущен белый шар. Какова вероятность извлечь из этого сосуда белый шар, если все предположения о первоначальном числе белых шаров равновозможны?
8. В первые классы должно быть принято 200 детей. Определить вероятность того, что среди них окажется 100 девочек, если вероятность рождения мальчика равна 0.515

### Контрольная работа №2

1. Плотность распределения непрерывной с.в.  $\xi$  в интервале  $(0, \frac{\pi}{2})$  равна  $p(x) = c \sin 2x$ , вне этого интервала  $p(x) = 0$ . Найти: а) постоянный параметр  $c$ ; б) функцию распределения с.в.  $\xi$ ; в) математическое ожидание и дисперсию с.в.  $\xi$ .
2. Дискретная с.в.  $\xi$  имеет ряд распределения. Построить ряд распределения с.в.  $\eta = 5|\xi| - 3$ .

$\xi$	-1	-3	5
P	0,4	0,1	0,5

3. Найти математическое ожидание числа лотерейных билетов, на которые выпадут выигрыши, если приобретено 40 билетов, причем вероятность выигрыша равна 0,05.
4. С.в.  $\xi$  имеет стандартное нормальное распределение. Что больше:  $P\{-0,5 \leq \xi \leq 1\}$  или  $P\{1 \leq \xi \leq 2\}$ ?
5. Коробки с шоколадом упаковываются автоматически и их средняя масса равна 1,06 кг. Найти стандартное отклонение, если 5% коробок имеют массу меньше 1 кг. Предполагается, что масса коробок распределена по нормальному закону.
6. С.в.  $\xi$  распределена равномерно в интервале  $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ . Найти плотность распределения с. в.  $\eta = \sin \xi$ .
7. Математическое ожидание и дисперсия с.в.  $\xi$  равны соответственно 10 и 2. Найти математическое ожидание и дисперсию с.в.  $\eta = 5 - 3\xi$ .

### Контрольная работа №3

1. Дана выборка:  $\vec{X} = (6,8,9,5,7,6,4,10,3,2,6,8,11,4,1)$ . Найти выборочное среднее, выбороч-

ную дисперсию, несмещенную выборочную дисперсию, построить эмпирическую функцию распределения и гистограмму.

2. Используя метод моментов (первого порядка) построить оценку параметра  $\theta$

$$f_{\theta}(y) = \begin{cases} e^{\theta-y}, & y \geq \theta \\ 0, & y < \theta \end{cases}$$

распределения с плотностью:

3. Найти оценку максимального правдоподобия параметра  $\alpha > 0$  распределения с

$$f_{\alpha}(y) = \begin{cases} 3y^2\alpha^{-3}e^{-\left(\frac{y}{\alpha}\right)^3}, & y \geq 0 \\ 0, & y < 0 \end{cases}$$

плотностью:

4. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  – выборка из равномерного распределения на отрезке  $[\theta; \theta+1]$ . Сравнить в среднеквадратическом смысле оценки  $X_{(n)} - 1$  и  $X_{(1)}$ .

$$f_{\beta}(y) = \begin{cases} \alpha^{-1}e^{-\frac{(y-\beta)}{\alpha}}, & y \geq \beta \\ 0, & y < \beta \end{cases},$$

5. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  – выборка из распределения с плотностью где  $\beta \in R$ ,  $\alpha > 0$  – известно. Найти информацию по Фишеру  $I(\beta)$ .

6. С помощью статистики  $\frac{X_{(1)}}{\theta}$  построить точный доверительный интервал для параметра  $\theta$  равномерного распределения на отрезке  $[\theta; 2\theta]$ .

Пусть  $X_1, \dots, X_n$  – выборка из геометрического распределения с параметром  $0 < p < 1$ . Построить асимптотический доверительный интервал для параметра  $p$  ( $MX_i = (1-p)/p$ ,  $DX_i = (1-p)/p^2$ , оценка  $p^* = 1/(\bar{X} + 1)$  – состоятельная).

### 9. Самостоятельная работа студентов

К самостоятельной работе студентов по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» относятся их подготовка к практическим занятиям и контрольным работам по изучаемым темам.

## 10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### Список рекомендуемой литературы

#### а) основная литература:

1. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. - М. : Юрайт, 2014
2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Юрайт. 2012
3. Вентцель Е. С. Теория вероятностей . - М. : КНОРУС, 2010
4. Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2002

#### б) дополнительная литература:

1. Севостьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1982 г.
2. Боровков А.А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1986 г.
3. Ширяев А.Н. Вероятность. М.: Наука, 1989 г., М.: МЦНМО, 2004 г.
4. Зубков А.М., Севостьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей. М.: Наука, 1989 г.
5. Климов Г.П., Кузьмин А.Д. Вероятность, процессы, статистика. Задачи с решениями. - М.: МГУ, 1985
6. Боровков А.А. Математическая статистика. – М.: Наука, 1984.
7. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей: Учебник. - Изд. 8-е, испр. и доп. — М.: Едиториал УРСС, 2005. — 448 с. (Классический университетский учебник.).
8. Андронов А. М., Копытов Е. А., Гринглаз Л. Я. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. - СПб.: Питер, 2004.
9. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики. – М.: Наука, 1983.
10. Беляев Ю.К., Носко В.П. Основные понятия и задачи математической статистики. – М.: Изд-во МГУ, ЧеРо, 1998.
11. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей, ОНТИ, 1936.

#### в) программное обеспечение дисциплины – не требуется.

#### г) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1. Электронный каталог научной библиотеки УлГУ.
2. Научная электронная библиотека eLibrary.ru
3. Электронная библиотечная система IPRbooks

## 11. Материально-техническое обеспечение дисциплины

- Аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий оснащенные проектором, ноутбуком, аудиооборудованием для просмотра видео (актовый зал, 703, 709 и др. аудитории).
- Аудитории для проведения тестирования и самостоятельной работы студентов с выходом в интернет, комп.класс №806 (корпус по ул. Пушкинская, 4а), 1 сервер и 16 рабочих мест (MS Office).
- Читальный зал (803 аудитория) с компьютеризированными рабочими местами для работы с электронными библиотечными системами, каталогом и т.д.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ФОС) ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИЯ  
ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»**

**1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования  
в процессе освоения образовательной программы**

№ семестра	Дисциплины (модули)	Коды компетенций		
		ОПК-2	ОПК-3	ПК-1
1	Микроэкономика			+
1-2	Математический анализ	+	+	
2	Линейная алгебра	+	+	
2	Информационные технологии в экономике		+	
<b>3</b>	<b>Теория вероятностей и математическая статистика</b>	+	+	+
3	Деньги, кредит, банки			+
3	Статистика	+	+	
3	Макроэкономическое планирование и прогнозирование		+	
4	Эконометрика	+	+	
4	Профессиональные компьютерные программы		+	
4	Методы финансовых и коммерческих расчетов	+		+
4	Моделирование производственных систем	+		
4	Учебная практика	+	+	+
5	Моделирование бизнес-процессов	+		
5	Методы экономических исследований	+	+	
6	Экономика организаций (предприятий)			+
6	Отраслевая экономика	+		
6	Инвестиции		+	+
6	Валютные операции			+
6	Производственная практика	+	+	+
7	Финансовый менеджмент			+
7	Финансово-экономический анализ хозяйственной деятельности / Диагностика финансово-хозяйственной деятельности предприятия		+	+
7	Управление проектами			+
8	Планирование на предприятии	+	+	
8	Бизнес планирование		+	
8	Преддипломная практика	+	+	+
8	Госэкзамен	+	+	+
8	ВКР	+	+	+

**2. Для оценивания осваиваемых компетенций определены следующие критерии и показатели:**

- Критерии оценивания - умение правильно решать представленные практические задачи
- Показатель оценивания – количество верно решенных заданий
- Шкала оценивания – выделено 4 уровня оценивания компетенций:

**высокий** – 5 правильно решенных задания

**достаточный** – 4 правильно решенных задания

**пороговый** - 3 правильно решенных задания

**критический** - нет правильно решенных заданий или решено одно из заданий.

### **3. Контрольные задания для оценивания компетенций**

#### *Примерные практические задачи*

1. На оптовой базе имеется 100 телевизоров, из которых 5 неисправны. В магазин случайным образом отбирается 10 телевизоров. Найти вероятность того, что два из отобранных телевизоров неисправны.
2. В группе 25 студентов. Найти вероятность того, что дни рождения у всех различны.
3. Из колоды карт (52 карты) наудачу извлекаются три карты. Найти вероятность того, что это будут тройка, семерка и туз.
4. При наборе телефонного номера абонент забыл три последние цифры и набрал их наудачу, помня только, что эти цифры разные.
5. Какова вероятность того, что сумма двух наудачу взятых положительных чисел, каждое из которых не больше четырех будет не меньше пяти.
6. Сколько раз нужно бросить игральную кость, чтобы с вероятностью не меньшей 0.9. хотя бы один раз выпала шестерка.
7. В сосуд, содержащий  $n$  шаров, опущен белый шар. Какова вероятность извлечь из этого сосуда белый шар, если все предположения о первоначальном числе белых шаров равновозможны?
8. В первые классы должно быть принято 200 детей. Определить вероятность того, что среди них окажется 100 девочек, если вероятность рождения мальчика равна 0.515
9. Плотность распределения непрерывной с.в.  $\xi$  в интервале  $(0, \frac{\pi}{2})$  равна  $p(x) = c \sin 2x$ , вне этого интервала  $p(x) = 0$ . Найти: а) постоянный параметр  $c$ ; б) функцию распределения с.в.  $\xi$ ; в) математическое ожидание и дисперсию с.в.  $\xi$ .
10. Дискретная с.в.  $\xi$  имеет ряд распределения. Построить ряд распределения с.в.  $\eta = 5|\xi| - 3$ .

$\xi$	-1	-3	5
P	0,4	0,1	0,5

11. Найти математическое ожидание числа лотерейных билетов, на которые выпадут выигрыши, если приобретено 40 билетов, причем вероятность выигрыша равна

0,05.

12. С.в.  $\xi$  имеет стандартное нормальное распределение. Что больше:  $P\{0,5 \leq \xi \leq 1\}$  или  $P\{1 \leq \xi \leq 2\}$ ?

13. Коробки с шоколадом упаковываются автоматически и их средняя масса равна 1,06 кг. Найти стандартное отклонение, если 5% коробок имеют массу меньше 1 кг. Предполагается, что масса коробок распределена по нормальному закону.

14. С.в.  $\xi$  распределена равномерно в интервале  $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ . Найти плотность распределения с. в.  $\eta = \sin \xi$ .

15. Математическое ожидание и дисперсия с.в.  $\xi$  равны соответственно 10 и 2. Найти математическое ожидание и дисперсию с.в.  $\eta = 5 - 3\xi$ .

16. Дана выборка:  $\vec{X} = (6,8,9,5,7,6,4,10,3,2,6,8,11,4,1)$ . Найти выборочное среднее, выборочную дисперсию, несмещенную выборочную дисперсию, построить эмпирическую функцию распределения и гистограмму.

17. Используя метод моментов (первого порядка) построить оценку параметра  $\theta$  распределения с плотностью:

$$f_{\theta}(y) = \begin{cases} e^{\theta-y}, & y \geq \theta \\ 0, & y < \theta \end{cases}.$$

18. Найти оценку максимального правдоподобия параметра  $\alpha > 0$  распределения с

$$f_{\alpha}(y) = \begin{cases} 3y^2 \alpha^{-3} e^{-\frac{y}{\alpha}}, & y \geq 0 \\ 0, & y < 0 \end{cases}.$$

плотностью:

19. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  – выборка из равномерного распределения на отрезке  $[\theta; \theta+1]$ . Сравнить в среднеквадратическом смысле оценки  $X_{(n)} - 1$  и  $X_{(1)}$ .

20. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  – выборка из распределения с плотностью  $\beta \in R, \alpha > 0$  - известно. Найти информацию по Фишеру  $I(\beta)$ .

$$f_{\beta}(y) = \begin{cases} \alpha^{-1} e^{-\frac{y-\beta}{\alpha}}, & y \geq \beta \\ 0, & y < \beta \end{cases}, \text{ где}$$

21. С помощью статистики  $\frac{X_{(1)}}{\theta}$  построить точный доверительный интервал для параметра  $\theta$  равномерного распределения на отрезке  $[\theta; 2\theta]$ .

***Раздел 1. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ***

1. Пространство элементарных исходов.(ПЭИ)
2. Случайные события и операции над ними.
3. Вероятность в случае дискретного ПЭИ. Классическое определение вероятности.
4. Геометрическое определение вероятности..
5. Аксиоматическое определение вероятности случайных событий.
6. Условная вероятность. Независимость событий. Формулы сложения и умножения.
7. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
8. Схема Бернулли. Теорема Бернулли.
9. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
10. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Отклонение относительной частоты от вероятности.
11. Определение случайной величины (с. в.). Дискретная с.в. Ряд распределения.
12. Функция распределения и ее свойства.
13. Непрерывная с.в. Плотность распределения и ее свойства.
14. Математическое ожидание дискретной и непрерывной с.в. (МО). Мода. Медиана.
15. Начальные и центральные моменты порядка  $k$ .
16. Дисперсия и ее свойства. Асимметрия и эксцесс.
17. Биномиальный закон распределения.
18. Распределение Пуассона.
19. Геометрическое распределение.
20. Гипергеометрическое распределение.
21. Равномерное распределение. Лемма о равномерном распределении.
22. Показательное (экспоненциальное) распределение.
23. Нормальный (гауссовский) закон распределения. Лемма о нормальном распределении.
24. Вероятности событий, связанных с нормальным распределением.
25. Понятие многомерной с.в. Двумерная с.в. Двумерная функция распределения и ее свойства.
26. Дискретная двумерная с.в. Матрица распределения.
27. Непрерывная двумерная с.в. Плотность распределения.
28. Ковариация. Коэффициент корреляции. Свойства коэффициента корреляции.
29. Неравенства Чебышева. Закон больших чисел в форме Чебышева.
30. Закон больших чисел в форме Бернулли.
31. Понятие о центральной предельной теореме.

***Раздел 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА***

32. Генеральная совокупность, выборка, выборочный метод.
33. Вариационный ряд. Порядковые статистики.
34. Эмпирическая функция распределения, гистограмма и их свойства.
35. Эмпирические моменты и их свойства.
36. Параметрические семейства распределений. Точечные оценки. Несмещенные и состоятельные оценки.
37. Метод моментов.
38. Метод максимального правдоподобия.
39. Способы сравнения оценок. Среднеквадратический подход. Эффективные оценки.
40. Информация по Фишеру. Неравенство Рао-Крамера.
41. Интервальные оценки. Доверительный интервал.
42. Распределения вероятностей, связанные с нормальным: гамма, Пирсона, Стьюдента,

- Фишера. Лемма Фишера.
43. Построение доверительного интервала для мат. ожидания нормально распределенной генеральной совокупности, при известной дисперсии .
  44. Построение доверительного интервала для мат. ожидания нормально распределенной генеральной совокупности, при неизвестной дисперсии .
  45. Построение доверительного интервала для дисперсии нормально распределенной генеральной совокупности, при известном мат. ожидании.
  46. Построение доверительного интервала для дисперсии нормально распределенной генеральной совокупности, при неизвестном мат. ожидании.
  47. Статистическая проверка гипотез. Критерии. Ошибки  $i$ -ого рода.
  48. Способы сравнения критериев. Наиболее мощные критерии. Лемма Неймана-Пирсона.
  49. Проверка гипотез о законах распределения. Общие принципы построения критериев согласия.
  50. Критерий согласия Колмогорова.
  51. Критерий согласия  $\chi^2$ -Пирсона.
  52. Параметрические гипотезы. Проверка гипотезы о равенстве мат. ожиданий двух нормально распределенных генеральных совокупностей, при равных дисперсиях.
  53. Параметрические гипотезы. Проверка гипотезы о мат. ожидании нормально распределенных генеральных совокупностей, при известных дисперсиях.
  54. Параметрические гипотезы. Проверка гипотезы о мат. ожидании нормально распределенных генеральных совокупностей, при неизвестных дисперсиях.
  55. Параметрические гипотезы. Критерии, основанные на доверительных интервалах.
  56. Проверка гипотез независимости. Критерий  $\chi^2$ -Пирсона.
  57. Линейная регрессия. Ошибка прогноза.