

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Инженерно-физический факультет высоких технологий
Кафедра физических методов в прикладных исследованиях**

Ю. Н. Зубков

**ЛЕКЦИИ
ПО МЕДИЦИНСКОЙ ФИЗИКЕ**

Учебное пособие для вузов

Ульяновск 2011

УДК 577(076.5)
ББК 28.071
3-91

*Печатается по решению Ученого совета
инженерно-физического факультета высоких технологий
Ульяновского государственного университета*

Рецензенты:

профессор кафедры инженерной физики УлГУ, д.ф.-м.н. *С. Н. Миков*;
доцент кафедры физики УлГПУ, к.т.н. *В. В. Шишкарёв*

Зубков Ю. Н.

3-91 **Лекции по медицинской физике** : учебное пособие для вузов
/ Ю. Н. Зубков. – Ульяновск : УлГУ, 2011. – 285 с.

Учебное пособие подготовлено в соответствии с программой по медицинской и биологической физике. Теоретический материал изложен компактно в виде 25 лекций, сопровождается иллюстрациями возможных применений физики в медицине и биологии, а также контрольными вопросами и задачами для самоподготовки студентов к практическим занятиям.

Предназначено для студентов медицинских и биологических специальностей; представляет интерес для студентов сельскохозяйственных вузов; может быть востребовано учителями и учащимися медико-биологических лицеев.

УДК 577(076.5)
ББК 28.071

© Зубков Ю. Н., 2011
© Ульяновский государственный университет, 2011

Содержание

Предисловие.....	9
Лекция 1. Основы кинематики	10
1.1. Основные понятия кинематики	10
1.2. Способы описания движения тел	10
1.3. Скорость	11
1.4. Ускорение.....	12
1.5. Угловая скорость	13
1.6. Угловое ускорение	15
<i>Контрольные вопросы</i>	16
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	16
Лекция 2. Основные понятия динамики точки и системы точек	18
2.1. Законы Ньютона. Масса. Сила.....	18
2.2. Закон сохранения импульса	20
2.3. Энергия и работа	22
2.4. Кинетическая энергия.....	22
2.5. Потенциальная энергия	23
2.6. Закон сохранения механической энергии.....	24
<i>Контрольные вопросы</i>	25
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	26
Лекция 3. Механика вращательного движения	27
3.1. Основные понятия механики вращательного движения.....	27
3.2. Момент силы.....	27
3.3. Работа при вращательном движении	28
3.4. Момент инерции.....	28
3.5. Момент импульса	29
3.6. Основное уравнение динамики вращательного движения	30
3.7. Закон сохранения момента импульса.....	31
3.8. Перегрузка и невесомость	32
3.9. Элементы механики опорно-двигательного аппарата человека	33
3.10. Вестибулярный аппарат.....	35
<i>Контрольные вопросы</i>	38
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	38
Лекция 4. Механические колебания	40
4.1. Основные понятия периодических процессов	40
4.2. Свободные колебания	40
4.3. Затухающие колебания	42
4.4. Вынужденные колебания. Резонанс	43
4.5. Энергия незатухающих гармонических колебаний.....	45
4.6. Автоколебания.....	45
4.7. Колебания тела человека	46
4.8. Вибрации	47
<i>Контрольные вопросы</i>	48
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	49

Лекция 5. Механические волны	51
5.1. Основные понятия механической волны	51
5.2. Уравнение плоской волны	52
5.3. Энергетические характеристики волны	53
5.4. Разновидности волн	55
5.5. Эффект Доплера	57
5.6. Применение эффекта Доплера в медицине	59
<i>Контрольные вопросы</i>	60
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	61
Лекция 6. Акустика. Звуковые волны	62
6.1. Виды звука	62
6.2. Физические характеристики звука	63
6.3. Характеристики слухового ощущения	64
6.4. Ультразвук. Взаимодействие ультразвуковых волн со средами	65
6.5. Источники и приемники ультразвука	67
6.6. Применение ультразвука в медицине	68
6.7. Инфразвук. Воздействие инфразвука на человека	70
<i>Контрольные вопросы</i>	72
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	72
Лекция 7. Некоторые вопросы физики слуха	74
7.1. Слуховой аппарат человека	74
7.2. Определение локализации источника звука	76
7.3. Звуковые измерения	76
7.4. Звуковые методы исследования	78
7.5. Воздействие шума на человека. Защита от шума	78
<i>Контрольные вопросы</i>	80
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	80
Лекция 8. Механика жидкости	82
8.1. Внутреннее трение. Вязкость	82
8.2. Условие неразрывности струи	83
8.3. Уравнение Бернулли	85
8.4. Ламинарное и турбулентное течение	87
8.5. Ньютоновские и неньютоновские жидкости. Кровь	89
8.6. Метод Пуазейля	89
8.7. Методы определения вязкости жидкостей	91
<i>Контрольные вопросы</i>	92
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	92
Лекция 9. Элементы биомеханики и гемодинамики	94
9.1. Механические свойства биологических тканей	94
9.2. Модель кровообращения. Пульсовая волна	96
9.3. Физические основы клинического метода измерения давления крови ...	100
9.4. Работа и мощность сердца	102
9.5. Артериальное давление человека	103
<i>Контрольные вопросы</i>	104
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	105

Лекция 10. Основы термодинамики	106
10.1. Основные понятия термодинамики	106
10.2. Первый закон термодинамики	107
10.3. Теплоемкость вещества	108
10.4. Применение первого закона термодинамики	109
10.5. Энтропия. Второе закон термодинамики.....	110
10.6. Виды теплообмена	113
10.7. Энергетический баланс организма	114
10.8. Теплолечение	115
10.9. Применение низких температур в медицине	116
<i>Контрольные вопросы</i>	117
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	118
Лекция 11. Процессы переноса в биологических системах	119
11.1. Основное уравнение диффузии. Уравнение Фика.....	119
11.2. Уравнение диффузии для мембраны.....	121
11.3. Понятие электрохимического потенциала	123
11.4. Диффузия в идеальных газах и растворах. Уравнение Теорелла.....	124
11.5. Перенос ионов через мембрану. Уравнение Нернста-Планка.....	125
11.6. Виды транспорта через мембрану	126
<i>Контрольные вопросы</i>	129
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	129
Лекция 12. Биоэлектрические потенциалы	131
12.1. Основные понятия	131
12.2. Ионные потоки. Потенциал покоя	131
12.3. Потенциал действия	132
12.4. Электрическое поле диполя	133
12.5. Диполь во внешнем электрическом поле.....	135
12.6. Диполь в неоднородном электрическом поле	135
12.7. Регистрация биопотенциалов. Теория отведений Эйнтховена	137
<i>Контрольные вопросы</i>	140
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	141
Лекция 13. Электромагнитные колебания и волны	142
13.1. Переменный ток. Возбуждение электромагнитных колебаний	142
13.2. Активная нагрузка в цепи переменного тока	143
13.3. Переменный ток в цепи с катушкой индуктивности	144
13.4. Переменный ток в цепи с конденсатором	145
13.5. Полное сопротивление цепи	146
13.6. Резонанс напряжений.....	148
13.7. Мощность переменного тока	148
13.8. Электропроводность биологической тканей.....	149
13.9. Действие тока на ткани организма	151
13.10. Высокочастотные токовые методы физиотерапии	154
<i>Контрольные вопросы</i>	155
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	155

Лекция 14. Электромагнитные волны	157
14.1. Электромагнитное поле	157
14.2. Электромагнитные волны. Уравнения Максвелла	158
14.3. Энергетические характеристики электромагнитной волны	160
14.4. Шкала электромагнитных волн	161
14.5. Воздействие электромагнитного излучения на человека	162
14.6. Использование электромагнитных полей в медицине	164
<i>Контрольные вопросы</i>	168
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	168
Лекция 15. Волновая оптика	170
15.1. Интерференция волн	170
15.2. Опыт Юнга	172
15.3. Интерференция в тонких пленках	174
15.4. Просветление оптики	175
15.5. Интерферометры и их применение в медицине	176
<i>Контрольные вопросы</i>	177
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	178
Лекция 16. Дифракция света	180
16.1. Принцип Гюйгенса-Френеля	180
16.2. Дифракция волн	181
16.3. Дифракция на щели в параллельных лучах	181
16.4. Дифракционная решетка	183
16.5. Спектральные характеристики решетки	185
16.6. Дифракция рентгеновского излучения на пространственных структурах	185
<i>Контрольные вопросы</i>	187
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	188
Лекция 17. Поляризация света	189
17.1. Основные понятия	189
17.2. Закон Малюса	191
17.3. Способы получения поляризованного света	192
17.4. Вращение плоскости поляризации. Поляриметрия	195
17.5. Исследование биологических тканей в поляризованном свете	196
<i>Контрольные вопросы</i>	197
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	198
Лекция 18. Элементы геометрической оптики	200
18.1. Развитие представлений о природе света	200
18.2. Основные понятия световых волн	201
18.3. Закон отражения	202
18.4. Закон преломления света	202
18.5. Полное внутреннее отражение	203
18.6. Линзы	204
18.7. Глаз как оптическая система	207
18.8. Волоконная оптика	211
<i>Контрольные вопросы</i>	212
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	212

Лекция 19. Тепловое излучение тел и поглощение	214
19.1. Характеристики теплового излучения	214
19.2. Закон Кирхгофа	216
19.3. Законы излучения черного тела	217
19.4. Излучение Солнца	218
19.5. Теплоотдача организма. Понятие о термографии	219
19.6. Светолечение	220
19.7. Поглощение света	221
<i>Контрольные вопросы</i>	223
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	224
Лекция 20. Элементы квантовой механики	225
20.1 Волновые свойства частиц. Волна де Бройля	225
20.2. Дифракция электронов	226
20.3. Соотношения неопределенностей	227
20.4. Основные положения квантовой механики	229
<i>Контрольные вопросы</i>	231
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	231
Лекция 21. Люминесценция	233
21.1. Основные понятия	233
21.2. Механизмы фотолюминесценции. Правило Стокса	234
21.3. Хемилюминесценция	236
21.4. Фотобиологические процессы	237
21.5. Использование люминесценции в биологии и медицине	238
<i>Контрольные вопросы</i>	239
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	239
Лекция 22. Рентгеновское излучение	241
22.1. Основные понятия	241
22.2. Источники рентгеновского излучения	241
22.3. Характеристическое рентгеновское излучение. Закон Мозли	243
22.4. Взаимодействие рентгеновского излучения с веществом	244
22.5. Медицинская рентгенодиагностика	245
22.6. Биологическое действие рентгеновского излучения	246
22.7. Рентгенотерапия	247
<i>Контрольные вопросы</i>	249
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	249
Лекция 23. Физика атомов и молекул	251
23.1. Доказательства сложной структуры атомов	251
23.2. Понятие о теории Бора	253
23.3. Линейчатый спектр атома водорода	256
23.4. Принцип соответствия	258
<i>Контрольные вопросы</i>	259
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	259
Лекция 24. Оптические квантовые генераторы	261
24.1. Создание инверсной населенности	261
24.2. Принцип действия лазера	263

24.3. Свойства лазерного излучения.....	264
24.5. Использование лазерного излучения в медицине	265
<i>Контрольные вопросы</i>	268
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	268
Лекция 25. Физика ядра. Радиоактивность	270
25.1. Строение ядра	270
25.2. Ядерные силы	271
25.3. Энергия связи ядра	272
25.4. Радиоактивность.....	273
25.5. Закон радиоактивного распада	276
25.6. Проникающая и ионизирующая способность радиоактивного излучения	278
25.7. Биофизические основы действия ионизирующего излучения на организм	279
25.8. Дозиметрия ионизирующего излучения	280
<i>Контрольные вопросы</i>	281
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	281
Литература	183

Предисловие

Настоящее учебное пособие создавалось в рамках программы по физике для студентов медико-биологических специальностей. В его основу положен материал лекций и семинарских занятий по дисциплине «Медицинская и биологическая физика». Содержание пособия в основном соответствует требованиям Государственного образовательного стандарта и программе указанной выше дисциплины.

Изучение физики в медицинских вузах имеет целый ряд особенностей. Одна из методических сложностей данного курса – это сочетание фундаментальности с профилизацией. Профилизация заключается в отборе материала и в иллюстрации возможных применений явлений природы в медицине. Другая особенность связана с тем, что биофизика не выделена в виде отдельной части, а излагается в соответствующих разделах как физика живого.

Теоретический материал пособия представлен в виде 25 лекций, базируется на курсе физики средней школы и сопровождается иллюстрациями возможных применений физики в медицине и биологии. В конце каждой лекции приведены задачи для самостоятельного решения, призванные помочь при подготовке студентов к семинарским занятиям, а также вопросы для самоподготовки.

Лекция 1

ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ

1.1. Основные понятия кинематики

В механике изучается наиболее простая форма движения материи – механическое движение. *Механическим движением* называется изменение положения данного тела относительно других тел. В механике Ньютона рассматриваются механические движения тел, происходящие со скоростями, много меньшими скорости света в вакууме. Для описания тел в зависимости от условий конкретных задач используются различные физические модели. Простейшей моделью является *материальная точка* – тело, обладающее массой, размерами которого в данной задаче можно пренебречь. Макроскопическое тело или систему тел можно мысленно разбить на малые, взаимодействующие между собой части, каждая из которых рассматривается как материальная точка. Тогда изучение движения системы тел сводится к изучению системы материальных точек.

Для описания механического движения необходимо указать тело или систему тел, относительно которого рассматривается движение. Совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчета, называют *системой отсчета*.

Любое движение твердого тела можно представить как комбинацию поступательного и вращательного движений.

Поступательное движение – это движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению.

Вращательное движение – это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения.

1.2. Способы описания движения тел

В физике используются различные способы описания движения тел. При поступательном движении применяют декартову систему координат (рис. 1.1), представляющую собой три взаимно перпендикулярных оси, исходящих из общего начала. Для определения пространственного положения объекта применяют метод проектирования.

Движение объекта определяется тремя функциями, выражающими зависимость координат от времени: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$. Эта зависимость координат от времени называется законом движения (или уравнением движения).

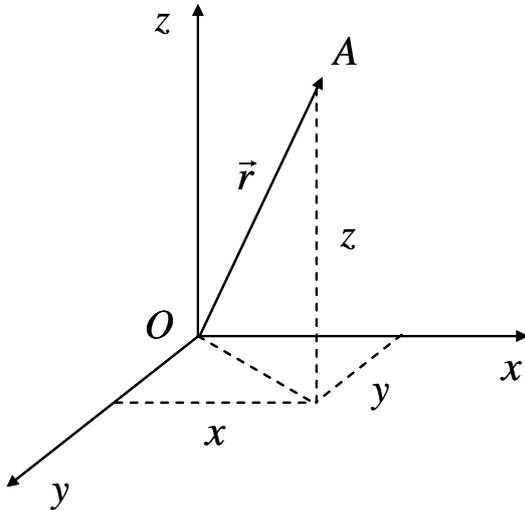


Рис. 1.1. Трехмерная система координат

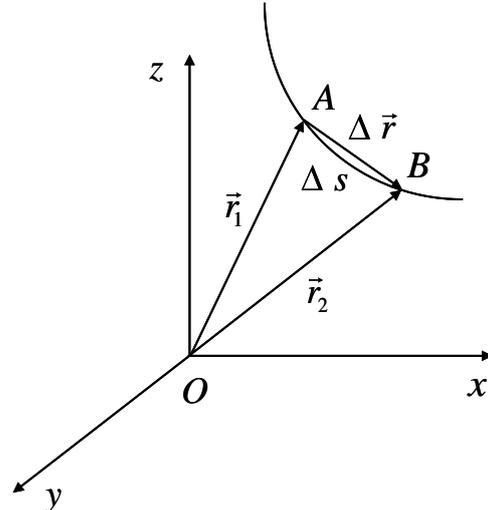


Рис. 1.2. Перемещение объекта в системе координат

Рассмотрим движение материальной точки вдоль произвольной траектории АВ (рис. 1.2). Пусть в момент времени t_1 положение точки А в пространстве определяется координатами (x_1, y_1, z_1) , тогда в момент t_2 положение в точке В будет определяться как (x_2, y_2, z_2) . **Траектория** – это линия, описываемая в пространстве движущейся точкой. Длина траектории АВ называется **длиной пути** ΔS . Поскольку координаты точки не указывают ее направление движения, вводится понятие радиуса-вектора. Вектор, соединяющий начало координат с материальной точкой в пространстве, называют **радиусом-вектором**.

Положение точки А определим вектором \vec{r}_1 , а точки В – \vec{r}_2 . Вектор $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, соединяющий начальное и конечное положение точки в соответствующие моменты времени, называется вектором **перемещения**.

1.3. Скорость

При движении тела нас интересует не только его положение в выбранной системе отсчета, но и закон движения, т.е. зависимость радиуса-вектора от времени. Пусть моменту времени t_1 соответствует радиус-вектор \vec{r}_1 движущейся точки, а близкому моменту времени t_2 – радиус-

вектор \vec{r}_2 . Тогда за малый промежуток времени Δt точка пройдет путь ΔS и получит малое перемещение $\Delta \vec{r}$ (рис. 1.2).

Средней скоростью $\langle \vec{v} \rangle$ за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ называется физическая величина, равная отношению вектора перемещения $\Delta \vec{r}$ точки к промежутку времени, за которое произошло это перемещение:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (1.1)$$

Направление вектора средней скорости совпадает с направлением вектора перемещения.

Мгновенной скоростью называется физическая величина, равная пределу, к которому стремится средняя скорость при бесконечном уменьшении промежутка времени Δt :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle \vec{v} \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (1.2)$$

Мгновенная скорость \vec{v} есть векторная величина, определяемая первой производной радиуса-вектора движущейся точки от времени. Поскольку секущая в пределе совпадает с касательной, то вектор скорости \vec{v} направлен по касательной к траектории в сторону движения.

Средней путевой скоростью v_s называется физическая величина, определяемая отношением пути ΔS , пройденного точкой за промежуток времени Δt , к длительности этого промежутка времени:

$$v_s = \frac{\Delta s}{\Delta t}. \quad (1.3)$$

В общем случае средняя путевая скорость v_s не равна модулю $\langle \vec{v} \rangle$ средней скорости точки. Равенство $v_s = \langle \vec{v} \rangle$ выполняется только при прямолинейном движении материальной точки без изменения направления движения. При бесконечном уменьшении промежутка Δt мгновенное значение скалярной скорости $v_s = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$ совпадает с модулем \vec{v} мгновенной

скорости точки, так как $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{v}$. Скалярная скорость удобна для описания движения по замкнутой траектории или по траектории, различные участки которой пересекаются.

1.4. Ускорение

С течением времени скорость тела может изменяться как по модулю, так и по направлению. Быстроту изменения скорости характеризуют ускорением.

Средним ускорением $\langle \vec{a} \rangle$ называется физическая величина, равная отношению изменения скорости $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ материальной точки к длительности промежутка времени Δt , в течение которого это изменение произошло:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \quad (1.4)$$

Направления векторов $\langle \vec{a} \rangle$ и $\Delta \vec{v}$ совпадают.

Мгновенным ускорением \vec{a} называется физическая величина, равная пределу, к которому стремится среднее ускорение при неограниченном уменьшении Δt :

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (1.5)$$

Вектор ускорения \vec{a} в общем случае составляет некоторый угол с вектором скорости (рис. 1.3). Угол α между векторами скорости и ускорения может изменяться в пределах $0 \leq \alpha \leq \pi$. Углы $\alpha = 0$ и $\alpha = \pi$ соответствуют прямолинейному движению.

При $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ модуль скорости возрастает, при $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$ модуль

скорости убывает. При $\alpha = \frac{\pi}{2}$ модуль скорости не изменяется. Вектор ускорения \vec{a} при криволинейном движении тела обычно

представляют в виде суммы двух составляющих, направленных следующим образом: одна – по касательной к траектории – это так называемое касательное (тангенциальное) ускорение \vec{a}_τ , и вторая – по нормали к касательной – нормальное ускорение \vec{a}_n (рис. 1.3). Модуль полного ускорения равен

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

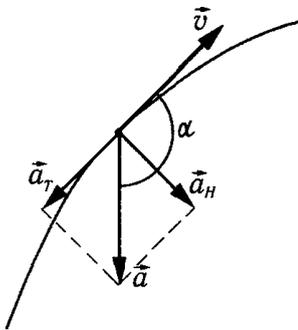


Рис. 1.3. Движение тела по криволинейной траектории

1.5. Угловая скорость

Рассмотрим твердое тело, которое вращается вокруг неподвижной оси. Все точки тела будут описывать окружности разных радиусов, центры которых лежат на оси вращения. Пусть некоторая точка движется по окружности радиуса R (рис. 1.4). Ее положение определяется радиусом-

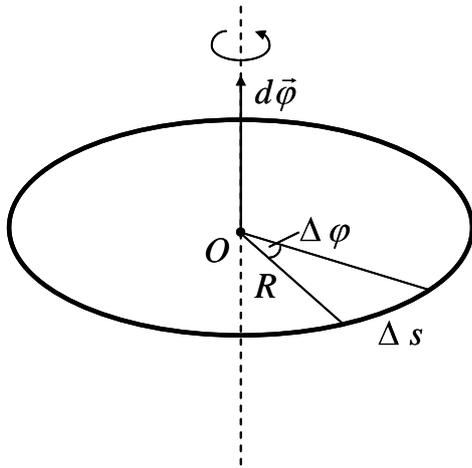


Рис. 1.4. Полярная система координат

вектором, равным по модулю R . Через промежуток времени Δt положение точки в пространстве изменится, а радиус-вектор пройдет угол $\Delta\varphi$. Элементарные (бесконечно малые) повороты можно рассматривать как векторы (они обозначаются $\Delta\vec{\varphi}$ или $d\vec{\varphi}$). Модуль вектора $d\vec{\varphi}$ равен углу поворота, а его направление совпадает с направлением поступательного движения острия винта, головка которого вращается в направлении движения точки по окружности, т.е. подчиняется правилу правого винта (рис. 1.4).

Средней угловой скоростью называют векторную величину, численно равную отношению изменения угла радиуса-вектора $\Delta\varphi$ к промежутку времени Δt , за которое это изменение произошло:

$$\langle \vec{\omega} \rangle = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}. \quad (1.6)$$

Мгновенной угловой скоростью называется физическая величина, равная пределу, к которому стремится средняя угловая скорость при бесконечном уменьшении промежутка времени Δt :

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle \vec{\omega} \rangle = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \quad (1.7)$$

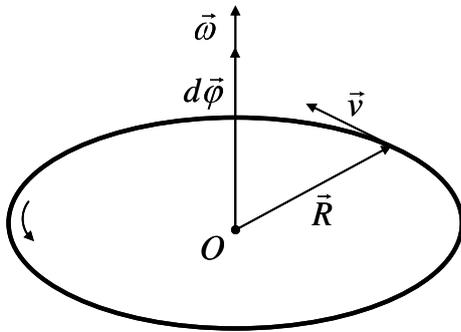


Рис. 1.5. Определение направления вектора угловой скорости

Вектор $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта, т.е. так же, как и вектор $d\vec{\varphi}$ (рис. 1.5). Вектор угловой скорости является скользящим: у него нет определенной точки приложения и он может быть изображен в любом месте на оси вращения. Размерность угловой скорости – рад/с, т.е. с^{-1} .

Линейная скорость точки (см. рис. 1.5)

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega, \quad (1.8)$$

то есть

$$v = R\omega. \quad (1.9)$$

В векторном виде формулу для линейной скорости можно написать как векторное произведение:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{R}. \quad (1.10)$$

Модуль векторного произведения равен

$$v = \omega R \sin(\vec{\omega} \vec{R}), \quad (1.11)$$

а направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от $\vec{\omega}$ к \vec{R} . Равномерное движение по окружности можно характеризовать *периодом вращения* T – временем, за которое точка совершает один полный оборот:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (1.12)$$

1.6. Угловое ускорение

Физическая величина, равная отношению изменения угловой скорости тела к промежутку времени, за которое это изменение произошло, называется *средним угловым ускорением*:

$$\langle \vec{\varepsilon} \rangle = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}. \quad (1.13)$$

Физическая величина, равная пределу, к которому стремится среднее угловое ускорение при бесконечном уменьшении промежутка времени Δt , называется *мгновенным угловым ускорением*:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle \vec{\varepsilon} \rangle = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \quad (1.14)$$

Размерность углового ускорения – с^{-2} . При вращении тела вокруг неподвижной оси вектор углового ускорения направлен вдоль оси вращения в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости. При ускоренном движении вектор $\vec{\varepsilon}$ сонаправлен вектору $\vec{\omega}$, при замедленном – противоположен ему (рис. 1.6).

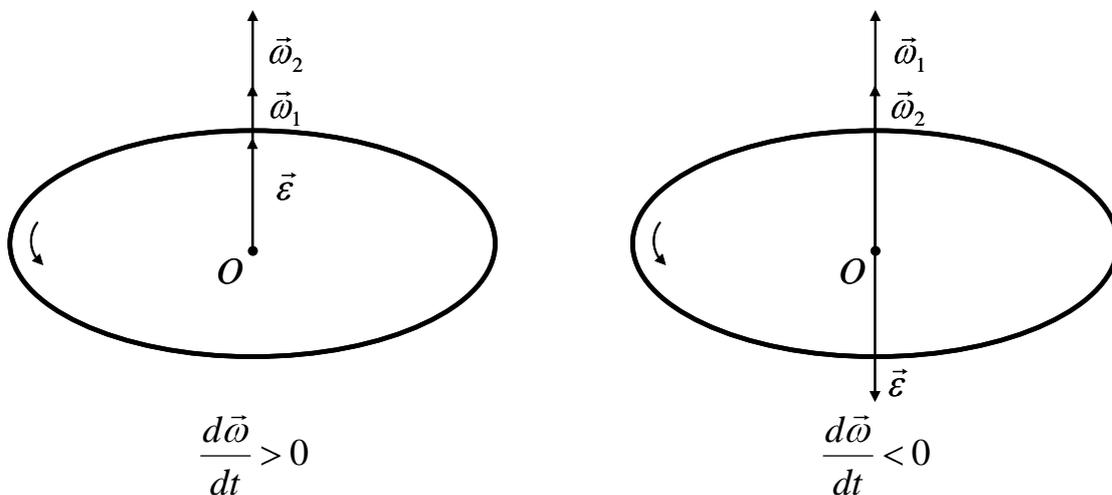


Рис. 1.6. Определение направления вектора углового ускорения

Формулы кинематики вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси:

- уравнение равномерного вращательного движения: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$ (φ_0 – начальное значение угла);
- зависимость угловой скорости от времени при равнопеременном движении: $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ (ω_0 – начальная угловая скорость);
- уравнение равнопеременного вращательного движения:
$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Контрольные вопросы

- Что называется материальной точкой? Почему в механике используют такую модель?
- Что такое система отсчета?
- Что такое вектор перемещения? Всегда ли модуль вектора перемещения равен отрезку пути, пройденного точкой?
- Какое движение называется поступательным? вращательным?
- Дайте определения векторов средней скорости и среднего ускорения, мгновенной скорости и мгновенного ускорения. Каковы их направления?
- Что характеризует тангенциальная составляющая ускорения? нормальная составляющая ускорения? Каковы их модули?
- Возможно ли движение, при котором отсутствует нормальное ускорение? тангенциальное ускорение? Приведите примеры.
- Что называется угловой скоростью? угловым ускорением? Как определяются их направления?
- Какова связь между линейными и угловыми величинами?

Задачи для самостоятельного решения

1.1. Человек прошел 3 км в восточном направлении, а затем повернул и прошел 7 км в северном направлении. Чему равен модуль вектора перемещения? {7,6 км}

1.2. Как математически показать, что вектор скорости материальной точки всегда направлен по касательной к траектории?

1.3. Блоха способна прыгнуть на высоту 0,5 м, человек – примерно на 2 м, кенгуру – на 2,5 м. Какова начальная скорость каждого на них? {3,13 м/с; 6,26 м/с; 7 м/с}

1.4. Автомобиль при скорости 54 км/ч начинает двигаться равнозамедленно с ускорением $-0,5 \text{ м/с}^2$. Через какое время и на каком расстоянии от начального положения автомобиль остановится? { $t = 30 \text{ с}$; $s = 225 \text{ м}$ }

1.5. Уравнение прямолинейного движения материальной точки задано в виде $x = A + Bt + Ct^2$, где $A = 5 \text{ м}$, $B = 2 \text{ м/с}$, $C = 2 \text{ м/с}^2$. Найдите среднюю скорость и среднее ускорение за интервал времени от 0 до 5 с. Постройте графики зависимости координат скорости и ускорения от времени для того же интервала времени. { $\langle v \rangle = 13 \text{ м/с}$; $\langle a \rangle = 4 \text{ м/с}^2$ }

1.6. Снаряд выпущен из орудия, установленного на уровне земли, с начальной скоростью 600 м/с под углом 30° к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, вычислите расстояние, которое пролетает снаряд в горизонтальном направлении, и максимальную высоту, на которую он поднимется. { $l = 31,8 \text{ км}$; $h = 4,6 \text{ км}$ }

1.7. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите угол, под которым тело брошено к горизонту, если максимальная высота подъема тела равна $1/4$ дальности его полета. { 45° }

1.8. Колесо радиусом $R = 0,1 \text{ м}$ вращается так, что зависимость угловой скорости от времени задается уравнением $\omega = 2At + 5Bt^4$ ($A = 2 \text{ рад/с}^2$ и $B = 1 \text{ рад/с}^5$). Определите полное ускорение точек обода колеса через $t = 1 \text{ с}$ после начала вращения и число оборотов, сделанных колесом за это время. { $a = 8,5 \text{ м/с}^2$; $N = 0,48$ }

1.9. Нормальное ускорение точки, движущейся по окружности радиусом $r = 4 \text{ м}$, задается уравнением $a_n = A + Bt + Ct^2$ ($A = 1 \text{ м/с}^2$, $B = 6 \text{ м/с}^3$, $C = 3 \text{ м/с}^4$). Определите: 1) тангенциальное ускорение точки; 2) путь, пройденный точкой за время $t = 5 \text{ с}$ после начала движения; 3) полное ускорение для момента времени $t = 1 \text{ с}$. {1) 6 м/с^2 ; 2) 85 м ; 3) $6,32 \text{ м/с}^2$ }

1.10. Частота вращения колеса при равнозамедленном движении за $t = 1 \text{ мин}$ уменьшилась с 300 до 180 об/мин. Определите: 1) угловое ускорение колеса; 2) число полных оборотов, сделанных колесом за это время. {1) $0,21 \text{ рад/с}^2$; 2) 240}

Лекция 2

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ДИНАМИКИ ТОЧКИ И СИСТЕМЫ ТОЧЕК

2.1. Законы Ньютона. Масса. Сила

Классическая динамика базируется на трех законах динамики, которые выполняются в инерциальных системах отсчета при скоростях движения объектов, значительно меньших скорости распространения электромагнитных волн в вакууме: $v \ll 300$ км/с.

2.1.1. Первый закон Ньютона: всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние.

Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется *инертностью*. Поэтому первый закон Ньютона называют также *законом инерции*.

Механическое движение относительно, и его характер зависит от системы отсчета. Первый закон Ньютона выполняется не во всякой системе отсчета. Системы отсчета, в которых он выполняется, называются *инерциальными системами отсчета*. Инерциальной системой отсчета является такая система отсчета, относительно которой материальная точка, *свободная от внешних воздействий*, либо *покоится*, либо *движется равномерно и прямолинейно*. Опытным путем установлено, что инерциальной можно считать гелиоцентрическую (звездную) систему отсчета (начало координат находится в центре Солнца, а оси проведены в направлении определенных звезд). Система отсчета, связанная с Землей, строго говоря, неинерциальна, однако эффекты, обусловленные ее неинерциальностью (Земля вращается вокруг собственной оси и вокруг Солнца), при решении многих задач пренебрежимо малы, и в этих случаях ее можно считать инерциальной.

Масса тела – физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи, определяющая ее инерционные (*инертная масса*) и гравитационные (*гравитационная масса*) свойства. В настоящее время можно считать доказанным, что инертная и гравитационная массы равны друг другу (с точностью, не меньшей 10^{-13} их значения).

Чтобы описывать воздействия, упоминаемые в первом законе Ньютона, вводят понятие *силы*. Под действием сил тела либо изменяют ско-

рость движения, т.е. приобретают ускорения (динамическое проявление сил), либо деформируются, т.е. изменяют свою форму и размеры (статическое проявление сил).

В каждый момент времени сила характеризуется числовым значением, направлением в пространстве и точкой приложения.

Сила – это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

2.1.2. Второй закон Ньютона

Второй закон Ньютона является опытным законом. Он справедлив в инерциальной системе отсчета и устанавливает связь между ускорением тела (материальной точки) и силами, действующими на него: **ускорение, приобретаемое телом, пропорционально равнодействующей всех сил F , действующих на тело, и обратно пропорционально его массе m :**

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad (2.1)$$

где \vec{a} и \vec{F} векторы, совпадающие по направлению. Из формулы (2.1) следует, что

$$m = \frac{\vec{F}}{\vec{a}}, \quad (2.2)$$

где масса m характеризует инерционные свойства тела, и ее принято называть **инертной массой**. В законе всемирного тяготения масса характеризует гравитационные свойства тела и, соответственно, называется **гравитационной массой**.

Используя формулу (1.5), можно записать:

$$\vec{F} = \frac{m d\vec{v}}{dt}. \quad (2.3)$$

В более общем случае это уравнение записывается в виде

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (2.4)$$

где $\vec{p} = m\vec{v}$ – **импульс (количество движения)** тела. Уравнение (2.4) показывает, что быстрота изменения импульса тела зависит от равнодействующей всех приложенных к этому телу сил. Оно называется **уравнением движения**.

2.1.3. Третий закон Ньютона

Взаимодействие между материальными точками (телами) определяется третьим законом Ньютона: **всякое действие материальных точек**

(тел) друг на друга носит характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}, \quad (2.5)$$

где \vec{F}_{12} – сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй; \vec{F}_{21} – сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой. Эти силы приложены к **разным** материальным точкам (телам), всегда действуют **парами** и являются силами **одной природы**.

Третий закон Ньютона, как и первые два, справедлив только в инерциальных системах отсчета. Отметим также, что при движении со скоростями, сравнимыми со скоростью света, наблюдаются отступления от этого закона. Однако в **рамках классической механики** он справедлив, и утверждение о его невыполнимости имеет принципиальное значение лишь для определения границ применимости механики Ньютона.

2.2. Закон сохранения импульса

Импульсом материальной точки \vec{p}_i называется векторная величина, равная произведению массы m_i точки на скорость v_i ее движения:

$$\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i. \quad (2.6)$$

Импульс системы материальных точек:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i. \quad (2.7)$$

Для вывода закона сохранения импульса рассмотрим некоторые понятия. Совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое, называется **механической системой**. Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются **внутренними**. Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела, называются **внешними**. Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называется **замкнутой** (или изолированной). Если мы имеем механическую систему, состоящую из многих тел, то, согласно третьему закону Ньютона, силы, действующие между этими телами, будут равны и противоположно направлены, т.е. геометрическая сумма внутренних сил равна нулю.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из n тел, массы и скорости которых соответственно равны m_1, m_2, \dots, m_n и $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$. Пусть $\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, \dots, \vec{F}'_n$ – равнодействующие внутренних сил, действующих на каждое

из этих тел, а $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$ – равнодействующие внешних сил. Запишем второй закон Ньютона для каждого из n тел механической системы:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1) &= \vec{F}'_1 + \vec{F}_1, \\ \frac{d}{dt}(m_2\vec{v}_2) &= \vec{F}'_2 + \vec{F}_2, \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{d}{dt}(m_n\vec{v}_n) &= \vec{F}'_n + \vec{F}_n. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Складывая эти уравнения почленно, получим:

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n) = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \dots + \vec{F}'_n + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n. \quad (2.9)$$

Но так как геометрическая сумма внутренних сил механической системы по третьему закону Ньютона равна нулю, то

$$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n) = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n \quad (2.10)$$

или

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n, \quad (2.11)$$

где \vec{P} – импульс системы (2.7). Таким образом, производная по времени от импульса механической системы равна геометрической сумме внешних сил, действующих на систему.

При отсутствии внешних сил (рассматриваем замкнутую систему)

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt}(m_i\vec{v}_i) = 0, \quad (2.12)$$

то есть

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n m_i\vec{v}_i = \text{const}. \quad (2.13)$$

Это выражение и является законом сохранения импульса: ***импульс замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.***

Закон сохранения импульса справедлив не только в классической физике, хотя он и получен как следствие законов Ньютона. Эксперименты доказывают, что он выполняется и для замкнутых систем микрочастиц (они подчиняются законам квантовой механики). Этот закон носит универсальный характер, т.е. закон сохранения импульса — ***фундаментальный закон природы.***

Отметим, что согласно (2.9) импульс сохраняется и для незамкнутой системы, если геометрическая сумма всех внешних сил равна нулю.

2.3. Энергия и работа

Энергия – универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. С различными формами движения материи связывают различные формы энергии: механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную и др. В одних явлениях форма движения материи не изменяется (например, горячее тело нагревает холодное), в других – переходит в иную форму (например, в результате трения механическое движение превращается в тепловое). Однако существенно, что во всех случаях энергия, отданная (в той или иной форме) одним телом другому телу, равна энергии, полученной последним телом.

Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел. Чтобы количественно характеризовать процесс обмена энергией между взаимодействующими телами, в механике вводится понятие *работы силы*.

Если тело движется *прямолинейно* и на него действует постоянная сила \vec{F} , которая составляет некоторый угол α с направлением перемещения, то работа этой силы

$$A = F s \cos \alpha. \quad (2.14)$$

В общем случае сила может изменяться как по модулю, так и по направлению. Однако если рассматривать элементарное перемещение ds , то силу \vec{F} можно считать постоянной, а движение точки ее приложения – прямолинейным. *Элементарной работой* силы \vec{F} на перемещении ds называется *скалярная* величина

$$dA = F \cos \alpha ds. \quad (2.15)$$

Работа силы на участке траектории от точки 1 до точки 2 равна алгебраической сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути. Эта сумма приводится к интегралу

$$A = \int_1^2 F ds \cos \alpha = \int_1^2 F_s ds. \quad (2.16)$$

2.4. Кинетическая энергия

Кинетическая энергия механической системы – это энергия механического движения этой системы. Сила \vec{F} , действуя на покоящееся тело и вызывая его движение, совершает работу, а энергия движущегося тела возрастает на величину затраченной работы. Таким образом, работа силы \vec{F} на пути, который тело прошло за время возрастания скорости от 0 до v , идет на увеличение кинетической энергии тела, т.е.

$$dA = dE. \quad (2.17)$$

Используя второй закон Ньютона (2.3) и умножая обе части равенства на перемещение $d\vec{r}$, получим:

$$\vec{F}d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{r} = dE. \quad (2.18)$$

Так как $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, то $dA = m\vec{v}d\vec{v} = dE$.

Суммируя все элементарные работы при изменении скорости от нуля до v , получим:

$$E_K = \int_0^v m v dv = \frac{mv^2}{2}. \quad (2.19)$$

Кинетическая энергии системы равна сумме кинетических энергий материальных точек, из которых состоит система:

$$E_K = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}. \quad (2.20)$$

2.5. Потенциальная энергия

Потенциальная энергия – механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними. Тело, находящееся в силовом поле (под действием консервативных сил), обладает потенциальной энергией E_n , которую относят к условному нулевому уровню отсчета. Этот уровень выбирается произвольно в зависимости от условий в том или ином случае. При этом потенциальная энергия тела может быть как положительной, так и отрицательной величиной.

Рассмотрим некоторые примеры потенциальной энергии:

а) Потенциальная энергия тела в поле земного тяготения. Работа силы тяжести mg равняется $A_m = mgh$, где h – высота над уровнем моря, который принимается за нулевой уровень отсчета. Следовательно, и потенциальная энергия E_n тела, находящегося на высоте h над уровнем моря,

$$E_n = mgh. \quad (2.21)$$

Для тел, находящихся ниже уровня моря, например в шахте, потенциальная энергия в поле силы тяжести отрицательная.

б) Потенциальная энергия при упругой деформации тела, например при сжатии или растяжении внешней силой $F_{\text{вн}}$ упругой пружины. Противодействующая этому внутренняя сила пружины $F_{\text{уп}}$ пропорциональна величине деформации x и направлена противоположно внешней силе:

$$F_{\text{уп}} = -kx = -F_{\text{вн}},$$

где k – коэффициент упругости пружины. Отсюда получаем: $F_{\text{вн}} = kx$.

где dE_k – приращение кинетической энергии системы. Второе слагаемое $\sum_{i=1}^n (F'_i + F_i) dr_i$ равно элементарной работе внутренних и внешних консервативных сил, взятой со знаком минус, т.е. элементарному приращению потенциальной энергии dE_n системы. Правая часть выражения (2.26) определяет работу внешних неконсервативных сил, действующих на систему. Таким образом, мы получили:

$$d(E_k + E_n) = dA. \quad (2.27)$$

При переходе системы из состояния 1 в новое состояние 2

$$\int_1^2 d(E_k + E_n) = A_{12},$$

т.е. изменение полной механической энергии системы при переходе из одного состояния в другое равно работе, совершенной внешними неконсервативными силами. Если внешние неконсервативные силы отсутствуют, то из (2.27) следует, что

$$d(E_k + E_n) = 0.$$

Следовательно,

$$E_k + E_n = E = \text{const}, \quad (2.28)$$

т.е. полная механическая энергия системы остается постоянной. Выражение (2.28) представляет собой закон сохранения механической энергии.

В системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется.

Контрольные вопросы

- В чем различие между понятиями энергии и работы?
- Как найти работу переменной силы?
- Какую работу совершает равнодействующая всех сил, приложенных к телу, равномерно движущемуся по окружности?
- Что такое мощность? Выведите ее формулу.
- Дайте определения и выведите формулы для известных видов механической энергии.
- Какова связь между силой и потенциальной энергией?
- Чем обусловлено изменение потенциальной энергии?
- Необходимо ли условие замкнутости системы для выполнения закона сохранения механической энергии?
- В чем заключается закон сохранения механической энергии? Для каких систем он выполняется?
- В чем физическая сущность закона сохранения и превращения энергии? Почему он является фундаментальным законом природы?

Задачи для самостоятельного решения

2.1. Определите: 1) работу поднятия груза по наклонной плоскости; 2) среднюю и 3) максимальную мощности подъемного устройства, если масса груза 10 кг, длина наклонной плоскости 2 м, угол наклона к горизонту 45° , коэффициент трения 0,1 и время подъема 2 с. {1) 173 Дж; 2) 86 Вт; 3) 173 Вт}

2.2. С башни высотой 35 м горизонтально брошен камень массой 0,3 кг. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите: 1) скорость, с которой брошен камень, если через 1 с после начала движения его кинетическая энергия составила 60 Дж; 2) потенциальную энергию камня через 1 с после начала движения. {1) 17,4 м/с; 2) 88,6 Дж}

2.3. Пренебрегая трением, определите наименьшую высоту, с которой должна скатываться тележка с человеком по желобу, переходящему в петлю радиусом 10 м, чтобы она сделала полную петлю и не выпала из желоба. {25 м}

2.4. Пуля массой 10 г, летевшая горизонтально со скоростью 500 м/с, попадает в баллистический маятник длиной 1 м и массой 5 кг и застревает в нем. Определите угол отклонения маятника. { $16^\circ 30'$ }

2.5. При центральном абсолютно упругом ударе движущееся тело массой m_1 ударяется о покоящееся тело массой m_2 , в результате чего скорость первого тела уменьшается в $n = 1,5$ раза. Определите: 1) отношение $\frac{m_1}{m_2}$; 2) кинетическую энергию E'_k второго тела, если первоначальная кинетическая энергия первого тела 1000 Дж. {1) 5; 2) 555 Дж}

2.6. Тело массой 4 кг движется со скоростью 3 м/с и ударяется о неподвижное тело такой же массы. Считая удар центральным и неупругим, определите количество теплоты, выделившееся при ударе. {9 Дж}

2.7. Снаряд массой $m = 20$ кг, выпущенный под углом к горизонту, в верхней точке траектории имел скорость 300 м/с и разорвался на две части. Меньшая часть массой 4 кг после разрыва стала падать вертикально вниз. В каком направлении и с какой скоростью будет двигаться большая часть снаряда? Какова траектория движения центра масс после разрыва? Сопротивлением воздуха пренебречь. {Большая часть снаряда в момент разрыва стала иметь горизонтальную составляющую скорости 375 м/с}

2.8. Однородный шар массой $M = 5$ кг висит на нити. Горизонтально летящая пуля массой $m = 7$ г попадает в шар, двигается вдоль диаметра шара и застревает в нем. В результате этого взаимодействия центр масс шара поднимается на высоту 8 см. Найдите скорость пули. Опишите процессы превращения энергии, которые имели место в данном процессе. {904,7 м/с}

Лекция 3

МЕХАНИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

3.1. Основные понятия механики вращательного движения

Абсолютно твердым телом называют систему материальных точек, расстояния между которыми остаются неизменными. Это понятие соответствует некоторой модели – в действительности абсолютно твердых тел нет, так как любое тело способно к деформациям.

Наиболее простой случай вращательного движения абсолютно твердого тела – *вращение относительно неподвижной оси* – это такое движение, при котором точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на прямой, называемой *осью вращения*.

Известно, что в некоторых случаях для характеристики движения тела не обязательно указывать движение всех его точек. Так, например, при поступательном движении достаточно указать движение любой одной точки тела. При вращательном движении вокруг оси точки тела перемещаются по разным траекториям, но за одно и то же время все точки и само тело поворачиваются на одинаковый угол.

3.2. Момент силы

Пусть к некоторой точке тела приложена сила \vec{F}_i , лежащая в одной плоскости с неподвижной точкой O .

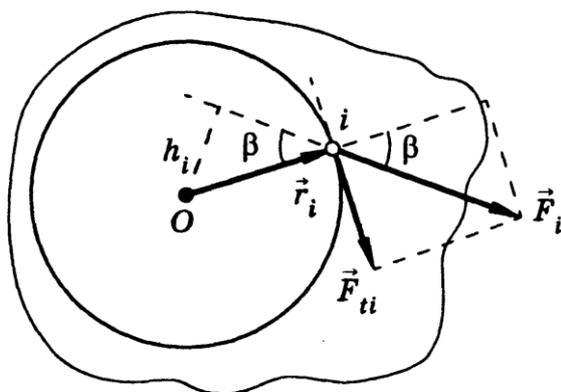


Рис. 3.1. Действие силы при вращательном движении

Моментом силы относительно неподвижной точки O называется физическая величина \vec{M}_i , определяемая векторным произведением радиуса-вектора \vec{r}_i , проведенного из точки O в точку приложения силы, и силы \vec{F}_i :

$$\vec{M}_i = [\vec{r}_i \cdot \vec{F}_i]. \quad (3.1)$$

Модуль момента силы относительно точки O равен произведению модуля силы F_i на плечо h_i (рис. 3.1):

$$M_i = F_i h_i = F_i r_i \sin \beta. \quad (3.2)$$

Плечом силы называют длину перпендикуляра h_i , опущенного из точки O на прямую, вдоль которой действует сила \vec{F}_i .

Вектор \vec{M}_i направлен перпендикулярно к плоскости, в которой лежат сила \vec{F}_i , радиус-вектор \vec{r}_i и точка O , причем так, что направление \vec{M}_i образует правовинтовую систему.

3.3. Работа при вращательном движении

Пусть под действием силы \vec{F}_i (см. рис. 3.1) тело поворачивается на достаточно малый угол $d\varphi$. Найдем работу силы при вращательном движении.

$$dA_i = F_i \cos(\alpha - \beta) ds_i, \quad (3.3)$$

где dA_i – элементарная работа силы F_i , ds_i – элементарный путь (участок дуги), пройденный материальной точкой.

Учитывая, что $F_i \cos(\alpha - \beta) = F_i \sin \beta$ и $ds_i = r_i \cdot d\varphi_i$, получим:

$$dA_i = F_i \sin \beta \cdot r_i \cdot d\varphi = M_i d\varphi. \quad (3.4)$$

Элементарная работа силы при вращательном движении равна произведению момента силы на элементарный угол поворота тела.

Если на тело действует несколько сил, то работа равнодействующей всех приложенных сил определяется аналогично:

$$dA = M d\varphi. \quad (3.5)$$

Если при повороте тела положение радиуса-вектора изменилось от φ_1 до φ_2 , то работа внешней силы

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi. \quad (3.6)$$

3.4. Момент инерции

Момент инерции тела – мера инертности твердых тел при вращательном движении. Его роль аналогична роли массы при поступательном движении.

Моментом инерции материальной точки относительно оси вращения называют величину, равную произведению массы точки и квадрата расстояния от точки до оси вращения:

$$J_i = m_i r_i^2. \quad (3.7)$$

Единицы измерения момента инерции – $\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

Момент инерции твердого тела определяется суммой моментов инерции материальных точек, из которых состоит тело:

$$J = \sum m_i r_i^2 . \quad (3.8)$$

Момент инерции сплошного тела определяется интегралом:

$$J = \int_m r^2 dm . \quad (3.9)$$

Приведем выражения для моментов инерции сплошных однородных тел правильной формы:

$J = mR^2$ – момент инерции сплошного цилиндра или диска;

$J = \frac{2mR^2}{5}$ – момент инерции однородного шара, ось вращения которого проходит через центр шара;

$J = \frac{mR^2}{12}$ – момент инерции однородного стержня, ось вращения которого проходит через центр стержня.

При определении момента инерции тела относительно оси, не проходящей через центр масс, используется теорема Гюйгенса – Штейнера.

Момент инерции тела J_0 относительно любой оси вращения равен моменту инерции J_C относительно параллельной оси, проходящей через центр масс C тела, сложенному с произведением массы тела и квадрата расстояния между осями:

$$J_0 = J_C + m\ell^2 . \quad (3.10)$$

3.5. Момент импульса

Моментом импульса материальной точки A относительно неподвижной точки O называется физическая величина, определяемая векторным произведением:

$$\vec{L}_i = [\vec{r}_i \vec{p}_i] = [\vec{r}_i, m_i \vec{v}_i] . \quad (3.11)$$

Здесь \vec{r}_i – радиус-вектор, проведенный из точки O в точку A ; $\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i$ – импульс материальной точки. Направление вектора \vec{L}_i совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от \vec{r}_i к \vec{p}_i .

Под **моментом импульса относительно неподвижной оси** понимается скалярная величина

$$L_i = m_i v_i r_i . \quad (3.12)$$

Учитывая, что $v_i = \omega r_i$ и $J_i = m_i r_i^2$, получим:

$$L_i = m_i \omega r_i r_i = J_i \omega .$$

Полный момент импульса тела равен сумме моментов импульсов точек, из которых состоит тело:

$$L = \sum_{i=1}^N J_i \omega = J \omega , \text{ или } L = J \omega . \quad (3.13)$$

При вращении тела кинетическая энергия складывается из кинетической энергии отдельных точек:

$$E_k = \sum_{i=1}^N \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^N \frac{m_i \omega^2 r_i^2}{2} = \frac{\omega}{2} \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 = \frac{J \omega^2}{2} . \quad (3.14)$$

Продифференцировав последнее выражение, получим элементарное изменение кинетической энергии при вращательном движении:

$$dE_k = J \omega d\omega . \quad (3.15)$$

3.6. Основное уравнение динамики вращательного движения

Пусть под действием внешних сил тело повернулось на достаточно малый угол $d\varphi$. Эта работа пошла на сообщение телу кинетической энергии, т.е. $dA = dE_k$, тогда

$$M d\varphi = J \omega d\omega . \quad (3.16)$$

Дифференцируя последнее выражение по времени, получаем:

$$M \frac{d\varphi}{dt} = J \omega \frac{d\omega}{dt} .$$

Учитывая, что

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega \text{ и } \frac{d\omega}{dt} = \varepsilon ,$$

получаем:

$$M = J \frac{d\omega}{dt} , \quad (3.17)$$

откуда (с учетом, что $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$) получим:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J} . \quad (3.18)$$

Это и есть *основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела, закрепленного на оси.*

Основное уравнение для вращательного движения играет ту же роль, что и второй закон Ньютона для поступательного движения. Физические величины, входящие в это уравнение, аналогичны силе, массе и ускорению.

Из уравнения (3.17) следует, что

$$M = \frac{dJ\omega}{dt} = \frac{dL}{dt}, \text{ или } M = \frac{dL}{dt}. \quad (3.19)$$

Скорость изменения момента импульса тела равна равнодействующему моменту внешних сил.

3.7. Закон сохранения момента импульса

Если суммарный момент внешних сил, действующих на тело, равен нулю, то момент импульса этого тела остается постоянным.

Из выражения (3.19) следует, что при $M = 0$ $\frac{dL}{dt} = 0$. Это возможно, если выполняется условие

$$L = \text{const} \text{ или } J\omega = \text{const}. \quad (3.20)$$

Выражения (3.20) отражают закон сохранения момента импульса.

Пример: гимнаст, выполняющий сальто (рис. 3.2, слева), в начальной стадии сгибает колени и прижимает их к груди, уменьшая тем самым момент инерции и увеличивая скорость вращения ω вокруг горизонтальной оси. В конце прыжка тело выпрямляется, момент инерции возрастает, угловая скорость уменьшается.

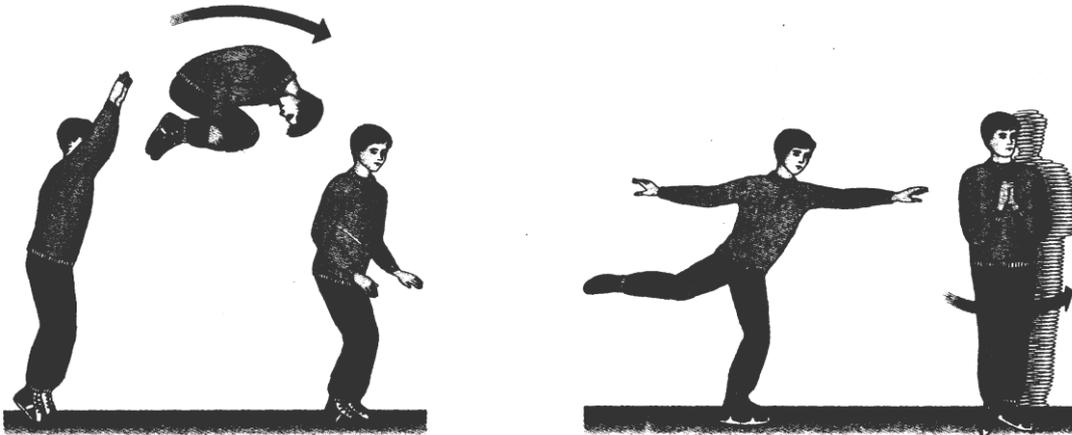


Рис. 3.2. Примеры выполнения закона сохранения момента импульса

Фигурист, совершающий вращение вокруг вертикальной оси (рис. 3.2, справа), в начале вращения приближает руки к корпусу, тем самым уменьшая момент инерции и увеличивая угловую скорость. В конце вращения он разводит руки, увеличивая момент инерции и, следовательно, уменьшая угловую скорость вращения, что позволяет легко остановиться.

3.8. Перегрузка и невесомость

Весом тела называют силу, с которой тело действует на горизонтальную опору благодаря притяжению Земли и возможному ускоренному движению вместе с опорой.

В обычных условиях на человека действует сила тяжести и сила реакции опоры. При ускоренном движении системы могут возникнуть особые состояния, называемые перегрузкой и невесомостью.

На человека, находящегося в стартовой ракете, действуют сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры \vec{N} . Согласно второму закону Ньютона получаем:

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}. \quad (3.21)$$

Проектируя вектора на ось, совпадающую с направлением движения ракеты, находим, что сила реакции опоры

$$N = m(g + a). \quad (3.22)$$

В случае, когда $a > 0$ сила реакции опоры больше силы тяжести ($N > mg$). Это состояние называют перегрузкой. Если $a = g$, то $N = 2mg$ (двукратная перегрузка); если $a = 2g$, то $N = 3mg$ (трехкратная перегрузка). Перегрузка выражается как

$$\eta = \frac{N}{mg}. \quad (3.23)$$

Перегрузки оказывают существенное влияние на организм человека. В этих состояниях происходит отток крови, изменяется взаимное давление органов друг на друга, возникает их деформация. Человек способен выдерживать лишь ограниченные перегрузки до $\eta = 14$.

В космической медицине для тренировки устойчивости к перегрузкам используют центрифуги (рис. 3.3) – устройства, в которых человека вращают в горизонтальной плоскости с угловой скоростью ω . В этих системах центробежная сила инерции $F_u = m\omega^2 r$ и сила тяжести mg действуют под прямым углом друг к другу. Значение равнодействующей определяется по формуле

$$F = \sqrt{(mg)^2 + (m\omega^2 r)^2} = m\sqrt{g^2 + \omega^4 r^2}. \quad (3.24)$$

В этом случае величина перегрузки может меняться в широких пределах с изменением угловой скорости вращения центрифуги:

$$\eta = \frac{F}{mg} = \sqrt{1 + \frac{\omega^4 r^2}{g^2}}. \quad (3.25)$$

Если лифт или космический корабль движется ускоренно вниз, то $N = m(g - a)$. При $a = g$ $N = 0$ – возникает состояние невесомости – такое состояние, при котором действующие на систему внешние силы не

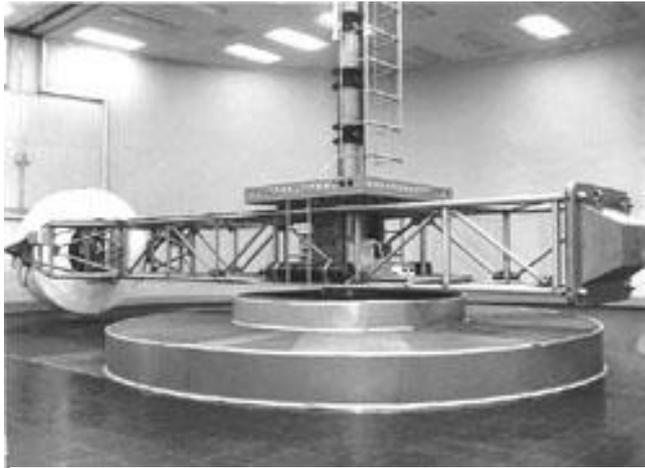


Рис. 3.3. Тренажер-центрифуга

вызывают взаимного влияния частиц друг на друга. В обыденной жизни встречаются кратковременные периоды частичной невесомости: прыжки, качели, начало движения вниз скоростного лифта. Состояние невесомости приводит к общей детренированности, уменьшается мышечная масса, происходит деминерализация костной ткани. Чтобы этого не происходило, космонавты выполняют специальные физические упражнения.

3.9. Элементы механики опорно-двигательного аппарата человека

Движения частей тела человека представляют собой перемещения в пространстве и времени, которые выполняются во многих суставах одновременно и последовательно. Движения в суставах по своей форме и характеру очень разнообразны и зависят от действия множества приложенных сил. Все движения закономерно объединены в целостные организованные действия, которыми человек управляет при помощи мышц. Учитывая сложность движений человека, в биомеханике исследуют и механическую, и биологическую их стороны, причем обязательно в тесной взаимосвязи.

Биомеханика исследует, каким образом полученная механическая энергия движения и напряжения может приобрести рабочее применение. Рабочий эффект измеряется тем, как используется затраченная энергия. Для этого определяют, какие силы совершают полезную работу, каковы они по происхождению, когда и где приложены.

При сокращении концы мышцы, прикрепленные к костям, приближаются друг к другу. Кости, соединенные суставами, действуют как рычаги. В биомеханике выделяют два типа рычагов: рычаг первого рода – точки приложения действующих на него сил (сопротивления и приложения силы) находятся по разные стороны от точки опоры; рычаг второго рода – обе силы прилагаются по одну сторону от точки опоры (рис. 3.4). Изменяя положение костных рычагов, мышцы действуют на суставы. При этом каждая мышца влияет на сустав только в одном направлении. У одноосного сустава (цилиндрический, блоковидный) имеются две действующие на не-

го мышцы, являющиеся антагонистами: одна мышца – сгибатель, другая – разгибатель. В то же время на каждый сустав в одном направлении действуют, как правило, две и более мышцы, являющиеся синергистами.

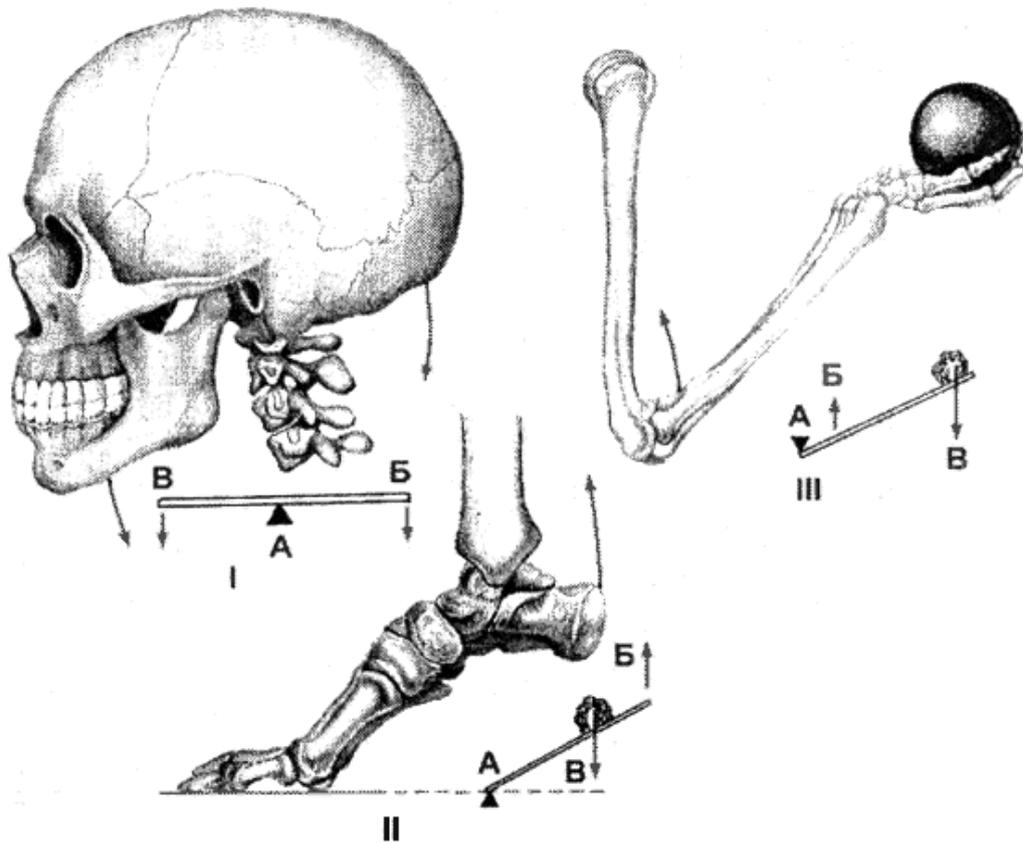


Рис. 3.4. Схема действия мышц на костные рычаги: I – рычаг равновесия; II – рычаг силы; III – рычаг скорости; А – точка опоры; Б – точка приложения силы; В – точка сопротивления

У двуосного сустава (эллипсоидный, мышцелковый, седловидный) мышцы группируются соответственно двум его осям, вокруг которых совершаются движения. К шаровидному суставу, имеющему три оси движения (многоосный сустав), мышцы прилегают со всех сторон. Так, например, в плечевом суставе имеются мышцы-сгибатели и мышцы-разгибатели (движения вокруг фронтальной оси), отводящие и приводящие (движения вокруг сагиттальной оси) и вращатели, осуществляющие движения вокруг продольной оси: вовнутрь (пронаторы) и кнаружи (супинаторы). В группе мышц синергистов или антагонистов имеются главные, которые осуществляют конкретное движение, и вспомогательные, которые как бы моделируют движения и создают его индивидуальный характер. При сокращении соответствующих мышц тело человека, не совершая тех или иных движений, удерживается в определенном положении. Исходя из этого, различают три вида работы мышц: преодолевающую, уступающую и удерживающую.

щую. Точка приложения равнодействующей всех сил по отношению к телу человека – это центр его тяжести. Общий центр тяжести у мужчин расположен на уровне II крестцового позвонка, у женщин – несколько ниже, у детей – выше: у новорожденного – на уровне VI грудного, у двухлетнего – I поясничного, у шестилетнего – III поясничного позвонка.

3.10. Вестибулярный аппарат

В человеческом организме вестибулярный аппарат является инерциальной системой ориентации. Он расположен во внутреннем ухе и состоит из трех взаимно перпендикулярных полукружных каналов и полости – преддверия. На внутренней поверхности стенок находятся группы чувствительных нервных клеток в форме волосков. Внутренняя часть полостей заполнена студенистой массой (эндолимфой), содержащей мелкие кристаллы фосфорнокислого и углекислого кальция (отолиты). Ускоренное перемещение головы вызывает перемещение эндолимфы и отолитов, что воспринимается нервными клетками. Вестибулярный аппарат, как и любая другая физическая система, не отличает гравитационное воздействие от воздействий, возникающих при ускоренном движении системы.

Рассмотрим подробнее работу вестибулярного аппарата (рис. 3.5). Периферический отдел вестибулярной системы – вестибулярный аппарат – находится в костном лабиринте внутреннего уха с обеих сторон и состоит из трех полукружных каналов и отолитового аппарата, расположенного в маточке и мешочке. Рецепторы полукружных каналов воспринимают угловое ускорение, а рецепторы отолитового аппарата – линейное ускорение и силу тяжести (а тем самым – и положение головы в пространстве). От вестибулярного аппарата импульсы поступают по преддверно-улитковым нервам к вестибулярным ядрам продолговатого мозга и далее по соответствующим путям – к ядрам глазодвигательного, блокового и отводящего нервов, спинному мозгу, коре головного мозга и мозжечку. Благодаря вестибулоокулярным рефлексам поддерживается фиксация взора при движениях головы.

Вестибулярный орган является одной из частей перепончатого лабиринта, образующего внутреннее ухо, другой его частью является орган слуха. Перепончатый лабиринт заполнен одной жидкостью – эндолимфой – и погружен в другую – перилимфу. Вестибулярный орган состоит из двух морфологических субъединиц – статолитового аппарата и полукружных каналов (передний и задний вертикальные и горизонтальный каналы). В области статолитового аппарата и в полукружных каналах вблизи от так называемых ампул (расширений в основании полукружных каналов) рас-

положен содержащий рецепторы сенсорный эпителий, который покрыт желеобразной массой, состоящей в основном из мукополисахаридов. В макулах эта масса покрывает сенсорные клетки и содержит отложения карбоната кальция в форме небольших кристаллов. Благодаря наличию этих включений она называется отолитовой мембраной. В полукружных каналах желеобразная масса представляет собой листовидную мембрану. Эта структура – купула – не содержит кристаллов.

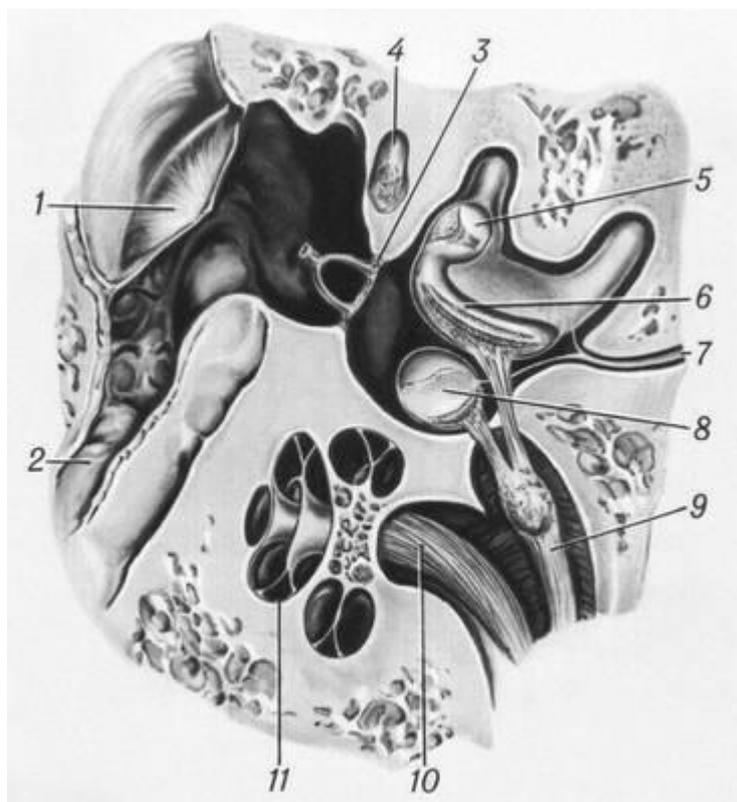


Рис. 3.5. Схема вестибулярного аппарата человека:

- 1 – барабанная перепонка;
- 2 – евстахиева труба;
- 3 – стремя;
- 4 – лицевой нерв;
- 5 – ампулярный аппарат;
- 6 – отолитовый аппарат утрикулуса;
- 7 – водопровод преддверия;
- 8 – отолитовый аппарат саккулуса;
- 9 – вестибулярная часть слухового нерва;
- 10 – улитковая часть слухового нерва;
- 11 – улитка

В вестибулярном аппарате имеются два морфологически различных типа клеток, которые, видимо, не различаются между собой по физиологическим свойствам. Оба типа клеток имеют субмикроскопические волоски (реснички) на свободной поверхности и поэтому называются волосковыми клетками.

С помощью электронного микроскопа можно различить стереоцилии (по 60-80 на каждой клетке) и киноцилии (по одной на каждой клетке). Рецепторы – это вторичные сенсорные клетки: они не обладают собственными отростками, а иннервируются афферентными волокнами нейронов вестибулярного ганглия, входящими в состав вестибулярного нерва. На рецепторных клетках оканчиваются также афферентные нервные волокна. Афферентные волокна передают информацию об уровне возбуждения периферического органа в центральную нервную систему.

Регистрация активности одиночных афферентных волокон вестибулярного нерва показала относительно высокую регулярную активность в

покое – разряды нейронов наблюдались и при отсутствии внешних стимулов. Если желеобразную массу экспериментально перемещать по отношению к сенсорному эпителию, фоновая активность может увеличиваться или уменьшаться в зависимости от направления перемещения. Эти изменения происходят следующим образом: поскольку реснички погружены в желеобразную массу, при движении ее они отклоняются. Сдвиг пучка ресничек и является адекватным стимулом для рецептора. Когда такой сдвиг направлен в сторону киноцилии, активируется соответствующее афферентное нервное волокно, повышая интенсивность своей импульсации. Если пучок движется в противоположном направлении, частота импульсов снижается. Сдвиг в перпендикулярном направлении не вызывает изменения активности. Информация передается из рецепторной клетки в окончание афферентного нерва посредством рецепторного потенциала и не идентифицированного пока медиатора.

Отолитовая мембрана, содержащая кристаллы кальцита, имеет существенно больший удельный вес ($2,2 \text{ г/см}^3$), чем эндолимфа (примерно 1 г/см^3), которая заполняет внутреннюю полость саккулуса и утрикулуса. Если орган подвергается действию линейного ускорения, сила инерции, действующая на эндолимфу и отолитовую мембрану, различна, так как различна их плотность. Таким образом, весь отолитовый аппарат очень легко скользит по инерции по сенсорному эпителию. В результате реснички отклоняются и рецептор получает адекватный стимул.

Макулы постоянно подвергаются действию силы тяжести. Когда голова находится в нормальном положении, макула утрикулуса расположена почти горизонтально, так что отолитовая мембрана не прикладывает усилия сдвига к сенсорному эпителию. Когда голова наклоняется, макула утрикулуса оказывается расположенной под углом, и тяжелая отолитовая мембрана соскальзывает на небольшое расстояние по сенсорному эпителию, в результате чего реснички изгибаются и происходит стимуляция рецептора. В зависимости от направления наклона частота импульсации в афферентных волокнах увеличивается или уменьшается. Так же происходит стимуляция макулы саккулуса. Таким образом, при любом положении головы каждая из отолитовых мембран занимает определенное положение относительно сенсорного эпителия, и организм получает информацию о положении головы в пространстве.

Контрольные вопросы

- Дайте определение абсолютно твердого тела.
- Что называется моментом силы относительно неподвижной точки? Как определяется направление момента силы?
- Как определяется работа при вращательном движении?
- Что такое момент инерции материальной точки? твердого тела? Какова роль момента инерции во вращательном движении и как его вычислить?
- Сформулируйте и поясните теорему Штейнера.
- Что такое момент импульса материальной точки? твердого тела?
- Выведите и сформулируйте уравнение динамики вращательного движения.
- В чем заключается физическая сущность закона сохранения момента импульса?
- Объясните, что такое перегрузка и невесомость.
- Объясните основные элементы механики опорно-двигательного аппарата.
- Как работает вестибулярный аппарат человека?

Задачи для самостоятельного решения

3.1. Частота вращения ротора центрифуги достигает $2 \cdot 10^4$ об/мин. После отключения двигателя вращение прекращается через 8 мин. Определите угловое ускорение и зависимость угла поворота центрифуги от времени.

3.2. Угловая скорость вращающегося тела изменяется по закону $\omega = At + Bt^2$, где $A = 2$ рад/с², $B = 3$ рад/с³. На какой угол повернулось вращающееся тело за первые 3 с?

3.3. Покажите, что момент силы относительно оси является проекцией момента силы относительно точки; то же – для момента импульса.

3.4. Прямолинейная однородная проволока длиной l и массой m согнута так, что точка перегиба делит проволоку на две части, длины которых относятся как 1:2. Чему равен момент инерции проволоки относительно оси, проходящей через точку перегиба и перпендикулярной плоскости проволоки?

3.5. Представляя условно тело человека в виде однородного цилиндра, радиус которого $r = 20$ см, высота $h = 1,7$ м и масса $m = 70$ кг, определите момент инерции человека в положении стоя и лежа относительно

вертикальной оси, проходящей через центр цилиндра (приблизительно центр масс тела человека). Как изменится момент инерции в реальной ситуации, если начать вращение тела человека вокруг этой оси?

3.6. Человек с опущенными руками, момент инерции которого $J_1 = 1,2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, стоит в центре легкой вращающейся платформы. Какой момент силы сообщает человеку угловое ускорение $\varepsilon = 0,3 \text{ рад/с}^2$? Какое угловое ускорение будет иметь человек, если при том же моменте силы его руки займут горизонтальное положение, а момент инерции при этом $J_2 = 2,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$? Массой платформы и трением пренебречь.

3.7. Однородный диск радиусом $r = 0,5 \text{ м}$ и массой $m = 3 \text{ кг}$ вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр. Угловая скорость диска изменяется со временем по закону $\omega = A + Bt$, где $A = 20 \text{ рад/с}$, $B = 8 \text{ рад/с}^2$. Найдите касательную силу, примененную к ободу диска. Какую работу совершает сила за один оборот диска?

3.8. Масса руки человека $m = 4,2 \text{ кг}$, длина $l = 83 \text{ см}$, ее центр масс расположен на расстоянии $r = 34 \text{ см}$ от плечевого сустава. Момент инерции руки относительно этого сустава $J = 0,3 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Рука свободно, без мышечных усилий «падает» из горизонтального положения в вертикальное. Найдите кинетическую энергию руки и линейную скорость нижней части кисти в конце «падения».

3.9. Какую среднюю мощность развивает человек при ходьбе, если продолжительность шага $\Delta t = 0,5 \text{ с}$? Считать, что работа затрачивается на ускорение и замедление нижних конечностей. Угловое перемещение ног около $\Delta\varphi = 30^\circ$. Момент инерции нижней конечности $J = 1,7 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Движение ног рассматривать как равнопеременное вращательное.

3.10. На краю горизонтальной платформы стоит человек массой $m_1 = 60 \text{ кг}$. Платформа, представляющая собой круглый однородный диск массой $m_2 = 120 \text{ кг}$, вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр, с частотой $\nu = 0,1 \text{ Гц}$. Сколько оборотов в минуту будет делать платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать человека материальной точкой.

Лекция 4

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

4.1. Основные понятия периодических процессов

Колебаниями или **колебательными движениями** являются движения или изменения состояния параметров системы, обладающие той или иной степенью повторяемости во времени. Колебания весьма разнообразны по своей природе: качания маятника, колебания струны, электромагнитные колебания световых волн, колебания параметров в биологических системах (работа сердца, биоритмы, деление клеток и т.д.). **Периодическими** называются такие колебания, при которых все характеристики движения повторяются через определенный промежуток времени. Основными характеристиками периодических колебаний являются:

- **период колебаний T** , равный промежутку времени, в течение которого совершается одно полное колебание;
- **амплитуда колебаний A** , определяемая как наибольшее отклонение системы от положения равновесия;
- **частота колебаний ν** , равная числу полных колебаний, совершаемых системой в единицу времени.

Гармонические колебания – это колебания, при которых наблюдаемая величина изменяется по закону синуса или косинуса: $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$, $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$.

4.2. Свободные колебания

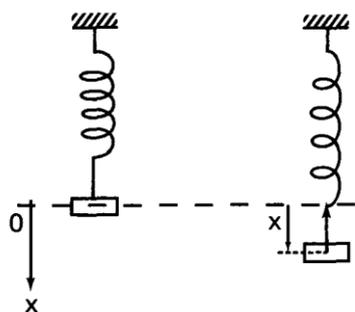


Рис. 4.1. Модель пружинного маятника

Рассмотрим колебательный процесс на примере пружинного маятника (рис. 4.1). Совместим начало координат с положением равновесия пружинного маятника. Если теперь вывести маятник из положения равновесия, то в результате дополнительной деформации пружины возникает упругая сила, которую можно определить согласно закону Гука

$$F = -kx, \quad (4.1)$$

где F – действующая сила; x – абсолютное значение смещения маятника относительно положения равновесия; k – коэффициент упругости пружины. По второму закону Ньютона

$$F = ma \quad (4.2)$$

упругая сила приведет маятник в движение с ускорением $a = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$.

Сравнивая равенства (4.1) и (4.2), получим:

$$ma = -kx,$$

или

$$\frac{md^2x}{dt^2} + kx = 0. \quad (4.3)$$

Разделим члены уравнения (4.3) на массу m :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0, \text{ или } \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2x = 0.$$

Последнее уравнение можно записать в виде

$$\ddot{x} + \omega_0^2x = 0, \quad (4.4)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Выражение (4.4) представляет собой дифференциальное уравнение второго порядка, решением которого является функция вида

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}) \text{ или } x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_{02}), \quad (4.5)$$

где x – смещение тела от положения равновесия в любой момент времени; A – амплитуда колебаний. Величина $\omega_0 t + \varphi_0$ называется фазой колебания и измеряется в угловых единицах (градусах или радианах). Она состоит из двух частей: переменной, являющейся функцией времени $\varphi = \omega_0 t$, и постоянной φ_0 , которая является начальной фазой. Величина ω_0 называется собственной круговой частотой колебаний. Она связана с периодом T_0 или частотой колебаний ν_0 следующим соотношением:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = 2\pi\nu_0.$$

Циклической (круговой) частотой периодических колебаний ω называют число полных колебаний, которые совершаются за 2π единиц времени.

При гармонических колебаниях круговая частота ω_0 и период T_0 зависят от свойств самой колеблющейся системы и называются соответственно собственными частотой и периодом колебаний. Например, для пружинного маятника собственная частота ω_0 зависит от массы m тела и коэффициента k упругости пружины.

Если начальная фаза колебаний $\varphi_0 = 0$, то гармоническое колебание $x = A\cos(\omega_0 t)$ или $x = A\sin(\omega_0 t)$ можно представить графически (рис. 4.2).

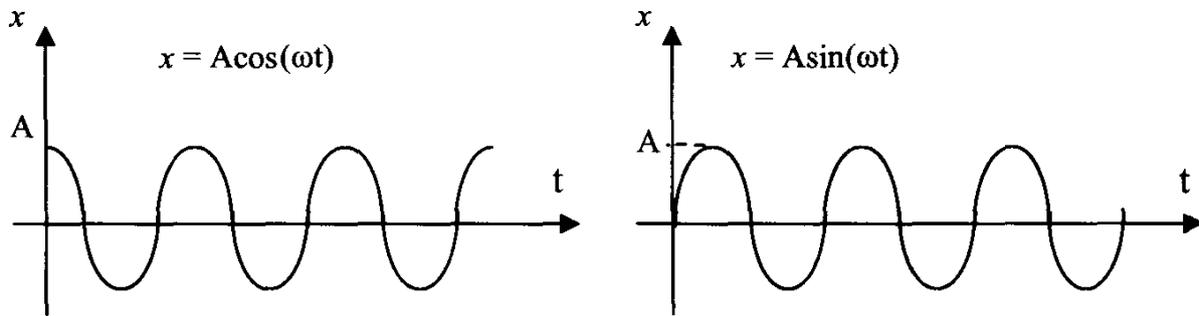


Рис. 4.2. Гармонические колебания

Гармонические колебания удобно изображать с помощью векторных диаграмм. Этот метод состоит в следующем. Из начала оси абсцисс проведем вектор \vec{A} (рис. 4.3), проекция которого на ось OX равна $A\cos\varphi$. Если вектор \vec{A} будет равномерно вращаться с угловой скоростью ω_0 против часовой стрелки, то $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$, где φ_0 – начальное значение φ , и проекция вектора \vec{A} на ось OX будет изменяться со временем по закону (4.5). В таком представлении амплитуда колебаний A есть длина равномерно вращающегося вектора \vec{A} , фаза колебаний – угол между вектором \vec{A} и осью OX , начальная фаза – начальное значение этого угла, круговая частота колебаний – угловая скорость вращения вектора \vec{A} , смещение x колеблющейся точки – проекция вектора \vec{A} на ось OX .

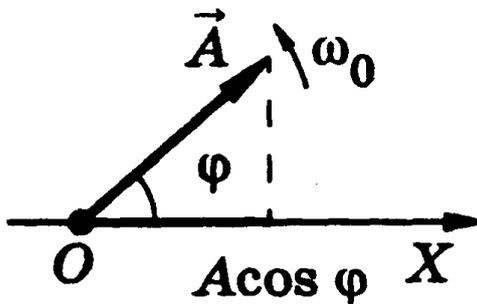


Рис. 4.3. Метод векторных диаграмм

4.3. Затухающие колебания

Если в процессе свободных колебаний пружинного маятника кроме возвращающей упругой силы имеет место и сила трения, то энергия колебаний со временем будет уменьшаться, а сами колебания называются затухающими. Второй закон Ньютона примет вид

$$ma = F + F_{тр}. \quad (4.6)$$

В случаях, когда скорость движения маятника невысока, сила трения пропорциональна скорости его движения:

$$F_{тр} = -\gamma v = -\gamma x',$$

где γ – коэффициент пропорциональности. Тогда уравнение движения можно записать так:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - \gamma \frac{dx}{dt}.$$

Преобразуя последнее выражение, получим:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + kx = 0,$$

или

$$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = 0, \quad (4.7)$$

где $\beta = \frac{\gamma}{2m}$ – коэффициент затухания.

Полученное выражение (4.7) – дифференциальное уравнение второго порядка, решением которого является функция вида

$$x = A \exp(-\beta t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Быстрота убывания амплитуды колебаний определяется коэффициентом затухания: чем сильнее тормозящие действия среды, тем больше β . На практике степень затухания характеризуют логарифмическим декрементом затухания. Это величина, численно равная натуральному логарифму отношения двух последовательных амплитуд колебаний, разделенных интервалом времени, равным периоду колебаний:

Это величина, численно равная натуральному логарифму отношения двух последовательных амплитуд колебаний, разделенных интервалом времени, равным периоду колебаний:

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T},$$

то есть

$$\lambda = \beta T. \quad (4.8)$$

На рис. 4.4 показаны затухающие гармонические колебания.

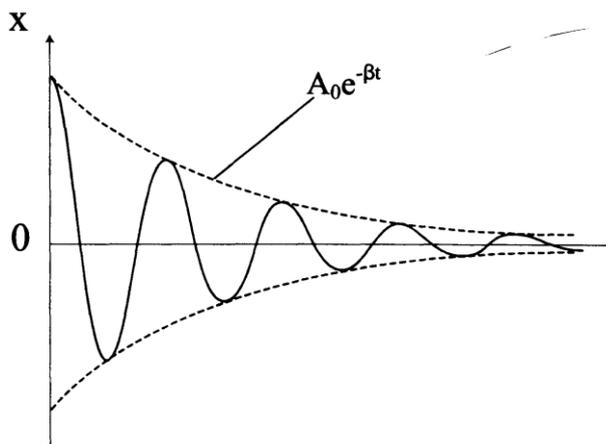


Рис. 4.4. Затухающие гармонические колебания

4.4. Вынужденные колебания. Резонанс

Вынужденными колебаниями называются колебания, возникающие под действием внешней периодической силы.

Пусть кроме упругой силы и силы трения действует внешняя сила $F_B = F_0 \sin \omega_B t$, где ω_B – круговая частота колебаний вынуждающей силы.

Составим уравнение движения маятника:

$$ma = -kx - \gamma v + F_0 \sin \omega_B t, \quad (4.9)$$

или

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \sin \omega_B t.$$

Разделив все члены уравнения на массу m , получим:

$$x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = f_0 \sin \omega_B t, \quad (4.10)$$

где $f_0 = \frac{F_0}{m}$, остальные обозначения прежние.

Решением этого уравнения является функция вида

$$x = A \cos \omega_B t + \varphi_B, \quad (4.11)$$

где

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_B^2)^2 + 4\beta^2 \omega_B^2}} \text{ и } \operatorname{tg} \varphi_B = -\frac{2\beta \omega_B}{\omega_B^2 - \omega_0^2}. \quad (4.12)$$

Как следует из этих формул, частота установившегося вынужденного колебания равна частоте вынуждающей силы, а амплитуда вынужденного колебания прямо пропорциональна амплитуде вынуждающей силы и имеет сложную зависимость от коэффициента затухания среды β и круговых частот собственного ω_0 и вынужденного ω_B колебаний. Если ω_0 и β

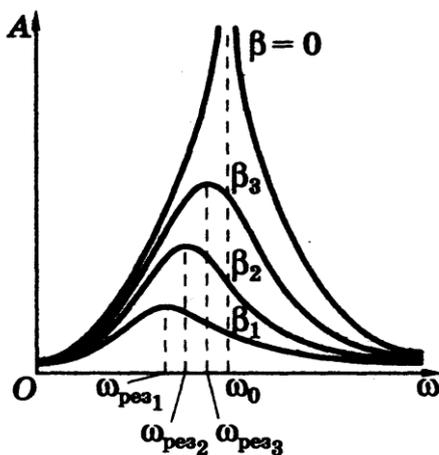


Рис. 4.5. График резонансных кривых

для системы заданы, то максимальное значение амплитуды наблюдается при условии, когда $\omega_B = \omega_0$. Само явление достижения максимальной амплитуды для заданных ω_0 и β называют **резонансом**. На рис. 4.5 показана зависимость амплитуды колебаний от частоты вынуждающей силы для сред с различным коэффициентом затухания β . Примерами звукового резонанса могут служить электромагнитный резонанс в контуре, орган, сирена, солдаты на мосту, колебания механических систем и т.д.

В человеческом организме коэффициент затухания внутренних органов велик. Поэтому резонансные явления под действием внешних вибраций или звуковых волн незначительны. В противном случае резонанс мог бы привести к трагическим событиям: разрыву органов, повреждению связок, нарушению биологических ритмов. При действии внешних коле-

баний (вибрации и инфразвуков) резонансные явления имеют место во внутренних органах. В этом, по-видимому, одна из причин отрицательного воздействия вибрации и инфразвуков.

4.5. Энергия незатухающих гармонических колебаний

Тело, совершающее гармонические колебания, обладает двумя видами энергии: кинетической энергией движения $E_k = m\nu^2/2$ и потенциальной энергией E_p , связанной с действием упругой силы. Известно, что при действии упругой силы потенциальная энергия тела определяется формулой $E_p = kx^2/2$, где k – коэффициент упругости пружины, x – деформация пружины при смещении груза от положения равновесия. Для незатухающих колебаний $x = A\cos(\omega_0 t)$, а скорость тела определяется по формуле $\nu = x' = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t)$. Отсюда получаются выражения для энергий тела, совершающего незатухающие колебания:

$$\begin{aligned} E_k &= m\nu^2/2 = mA^2\omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t)/2, \\ E_p &= kx^2/2 = kA^2 \cos^2(\omega_0 t)/2. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Полная энергия системы, в которой происходят незатухающие гармонические колебания, складывается из этих энергий и остается неизменной:

$$E_k + E_p = kA^2/2 = mA^2\omega_0^2/2. \quad (4.14)$$

4.6. Автоколебания

Колебательные системы, в которых поддерживаются незатухающие колебания собственной частоты, называются **автоколебательными системами** (рис. 4.6).

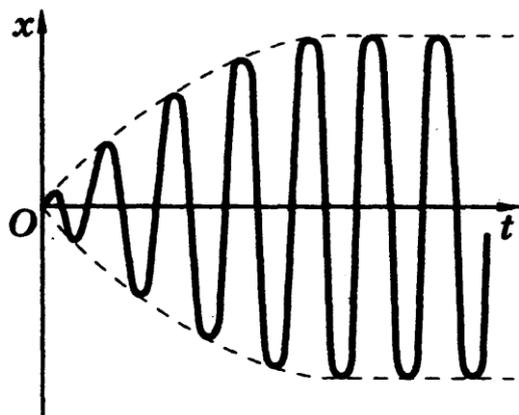


Рис. 4.6. Автоколебания

Огромный интерес для техники представляет возможность поддерживать колебания системы незатухающими. Для этого необходимо восполнять потери энергии реальной колебательной системы. Особенно важны незатухающие колебания, поддерживаемые в диссипативной системе за счет постоянного внешнего источника энергии, причем свойства этих колебаний определяются самой системой.

Автоколебания *принципиально* отличаются от свободных незатухающих колебаний, происходящих без последующих внешних воздействий, а также от вынужденных колебаний, происходящих под действием периодической силы. Автоколебательная система сама управляет внешними воздействиями, обеспечивая согласованность поступления энергии определенными порциями. Примером автоколебательной системы могут служить часы. Храпов механизм подталкивает маятник в такт с его колебаниями. Энергия передается маятнику либо за счет раскручивающейся пружины, либо за счет опускающегося груза. Колебания воздуха в духовых инструментах и органах трубах также возникают вследствие автоколебаний, поддерживаемых воздушной струей.

В качестве примера биологических автоколебаний можно рассматривать работу сердца и легких.

4.7. Колебания тела человека

Анализ колебаний, создаваемых телом человека или его отдельными частями, широко используется в медицинской практике.

Ходьба – это сложный периодический локомоторный процесс, возникающий в результате координированной деятельности скелетных мышц туловища и конечностей. Анализ процесса ходьбы дает много диагностических признаков. Характерной особенностью ходьбы является периодичность опорного положения одной ноги (период одиночной опоры) или двух ног (период двойной опоры). В норме соотношение этих периодов равно 4:1. При ходьбе происходит периодическое смещение центра масс (ЦМ) по вертикальной оси (в норме на 5 см) и отклонение в сторону (в норме на 2,5 см). При этом ЦМ совершает движение по кривой, которую приближенно можно представить гармонической функцией.

Существуют различные методы исследования сердца, в основе которых лежат механические периодические процессы. Баллистокардиография – метод исследования механических проявлений сердечной деятельности. Этот метод основан на регистрации пульсовых микроперемещений тела, которые создаются ударным объемом крови, выбрасываемым из желудочков сердца в крупные сосуды. При этом возникает явление отдачи. Для регистрации микроперемещений тело человека помещают на специальную подвижную платформу, находящуюся на массивном неподвижном столе. Платформа в результате отдачи приходит в сложное колебательное движение. Зависимость смещения платформы с телом от времени называется баллистокардиограммой, анализ которой позволяет судить о движении крови и состоянии сердечной деятельности.

4.8. Вибрации

В технике механические колебания различных конструкций и машин получили название *вибраций*. Они оказывают воздействие и на человека, который соприкасается с вибрирующими объектами. Это воздействие может быть как вредным и приводящим в определенных условиях к вибрационной болезни, так и полезным, лечебным (вибротерапия и вибромассаж).

Вибрация – это вынужденные колебания тела, при которых либо все тело колеблется как единое целое, либо колеблются его отдельные части.

Основные физические характеристики вибраций совпадают с характеристиками механических колебаний тел, это:

- частота колебаний или гармонический спектр ангармонического колебания;
- амплитуды смещения, скорости и ускорения;
- энергия и средняя мощность колебаний.

Кроме того, для понимания действия вибраций на биологический объект важно представлять себе распространение и затухание колебаний в теле. При исследовании этого вопроса используют модели, состоящие из инерционных масс, упругих и вязких элементов.

Биологическое действие вибрации зависит от способа передачи колебаний (общая и локальная вибрация), спектра вибрации (узкополосная и широкополосная вибрация), частотного состава (низкочастотные: 1-4 Гц – для общих вибраций, 8-16 Гц – для локальных вибраций; среднечастотные – до 30 Гц; высокочастотные – свыше 50 Гц), временных характеристик (постоянные и непостоянные вибрации), времени воздействия, выполняемой работы и др.

Местная вибрация малой интенсивности может оказывать благоприятное влияние, устраняя трофические изменения, улучшая функциональное состояние центральной нервной системы. При увеличении интенсивности колебаний и длительности воздействия вибрации развивается вибрационная болезнь.

Вибрации свойственен эффект резонанса, который проявляется в резком усилении собственных колебательных движений тела при совпадении их кратности с частотой вибрации, воздействующей извне. Собственные резонансные колебательные частоты печени составляют 5 Гц, почек – 7 Гц, сердца – 6 Гц, головы – 20 Гц и т.д. Для всего тела в положении сидя резонанс проявляется на частотах 4-6 Гц. При совпадении частот вибрации источника и собственной резонансной частоты органов опасность неблагоприятного действия на организм значительно возрастает.

При действии локальной вибрации на первый план выходят местные сосудистые нарушения (синдром Рейно профессионального происхождения, травматическая вазоспастическая болезнь, феномен «белых пальцев»). В клинике вибрационной болезни выделяют периферический ан-

гиодистонический синдром, вегетативно-сенсорную полинейропатию. Помимо периферических сосудистых и сенсорных расстройств, возможны развитие дистрофических нарушений опорно-двигательного аппарата рук и плечевого пояса, нарушения мозгового кровообращения и синдром энцефалопалинейропатии.

При общей вибрации механические колебания воздействуют на все туловище человека. В клинике вибрационной болезни от воздействия общей вибрации ведущими считают церебрально-периферический ангиодистонический синдром, синдром вегетосенсорной полинейропатии в сочетании с синдромом полирадикулонейропатии, вторичным пояснично-крестцовым синдромом. Клиническая картина вибрационной болезни нередко чрезвычайно полиморфна и складывается из нейрососудистых нарушений, поражений нервно-мышечной системы, опорно-двигательного аппарата, изменений обмена веществ и др.

Контрольные вопросы

- Что называют колебаниями? Приведите примеры механических и немеханических колебаний.
- Дайте определения частоты, периода, круговой частоты и фазы колебаний и укажите связь между ними.
- Что такое свободные (собственные) колебания? При каких условиях эти колебания являются незатухающими? Получите дифференциальное уравнение свободных колебаний. Объясните физический смысл его решения.
 - В чем идея метода векторных диаграмм?
 - Запишите уравнение затухающих колебаний и объясните его решение. Что характеризует логарифмический декремент затухания?
 - Объясните условия возникновения вынужденных колебаний. Запишите уравнение вынужденных колебаний и объясните его решение. Что характеризуют логарифмическим декрементом затухания?
 - Что такое резонанс? Каковы условия возникновения резонанса? Приведите примеры явления механического резонанса.
 - Объясните закон сохранения энергии для свободных колебаний.
 - Дайте определение автоколебаниям. Приведите примеры автоколебательных систем.
 - Приведите примеры колебаний в биологических системах и живых организмах.
 - Дайте определение вибраций. Объясните воздействие вибраций на организм человека.

Задачи для самостоятельного решения

4.1. У человека сердце делает 70 сокращений в минуту. Определите: период сердечной деятельности, частоту сокращений, число сокращений за год. $\{0,86 \text{ с}, 1,17 \text{ Гц}, 3,68 \cdot 10^7\}$

4.2. Напишите уравнение гармонического колебания, если амплитуда скорости $v_m = 63 \text{ см/с}$, период колебаний $T = 1 \text{ с}$, смещение точки от положения равновесия в начальный момент времени равно нулю. Найдите амплитуду ускорения и частоту колебаний. $\{x = 0,1 \cos(2\pi t + \pi/2), \text{ где } x - \text{ в метрах}; a_m = 3,9 \text{ м/с}^2; \nu = 1 \text{ Гц}\}$

4.3. Начальная фаза колебаний точки равна нулю, период колебаний $T = 1 \text{ с}$. Определите ближайшие моменты времени, в которые смещение, скорость и ускорение вдвое меньше их амплитудных значений. $\{t_1 = \frac{1}{6} \text{ с}, t_2 = \frac{1}{12} \text{ с}\}$

4.4. Материальная точка массой $m = 5 \text{ г}$ колеблется согласно уравнению $x = 10 \cos(2t + \varphi_0)$. Найдите максимальную силу, действующую на точку, и полную энергию. $\{2 \text{ мН}; 0,1 \text{ мкДж}\}$

4.5. На идеально гладком столе лежит тело массой M , прикрепленное к вертикальной стойке пружиной с жесткостью k . Пуля массой m летит со скоростью v , попадает в тело и застревает в нем. Определите амплитуду возникших колебаний тела, их период, а также максимальные значения скорости и ускорения. Поверхность стола, пружина и скорость пули горизонтальны. $\{A = \frac{mv}{\sqrt{(M+m)^{0,5}}}; T = 2\pi \sqrt{\frac{m+M}{k}}; v_m = \frac{mv}{M+m}; a_m = \frac{mvk^{0,5}}{(M+m)^{1,5}}\}$

4.6. Логарифмический декремент затухания камертона, колеблющегося с частотой $\nu = 100 \text{ Гц}$, равен $\lambda = 0,002$. Через какое время амплитуда колебаний камертона уменьшится в 100 раз? $\{23 \text{ с}\}$

4.7. Оцените скорость, с которой идет человек при длине шага $l = 0,65 \text{ м}$. Длина ноги $L = 0,8 \text{ м}$; центр тяжести находится на расстоянии $H = 0,5 \text{ м}$ от ступни. Для момента инерции ноги относительно тазобедренного сустава использовать формулу $J = 0,2mL^2$. $\{3,6 \text{ км/ч}\}$

4.8. Маятник совершает гармонические колебания. Через какое время t_1 при первом колебании он отклонится от положения равновесия на

расстояние x_1 , равное половине амплитуды, если период колебания $T = 4$ с,
начальная фаза $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$? $\{t_1 = \frac{1}{3}$ с}

4.9. Материальная точка массой $m = 2$ г совершает гармонические колебания. В некоторый момент смещение точки $x = 5$ см, скорость $v = 20$ см/с, ускорение $a = 80$ см/с². Найдите круговую частоту, период, амплитуду, фазу колебания в заданный момент времени, а также полную энергию колеблющейся точки. $\{\omega_0 = 4$ рад/с; $T = 1,57$ с; $A = 7$ см; $\varphi = 0,775$ рад; $E = 7,8 \cdot 10^{-3}$ Дж}

Лекция 5

МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

5.1. Основные понятия механической волны

Если частицу упругой среды привести в колебательное движение, то вследствие упругой связи с другими частицами она будет вовлекать их в колебательное движение, которое распространяется с определенной скоростью в окружающей среде. Чем дальше расположена частица от источника колебаний, тем позднее она начнет колебаться. При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия. Вместе с волной от частицы к частице среды передаются лишь состояние колебательного движения и его энергия. Поэтому **основным свойством всех волн**, независимо от их природы, является **перенос энергии без переноса вещества**.

Среди разнообразных волн, встречающихся в природе и технике, выделяются следующие их типы: **волны на поверхности жидкости, упругие и электромагнитные волны**. **Упругими**, или **механическими**, волнами называются механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде. Упругие волны бывают продольными и поперечными. В **продольных волнах** частицы среды колеблются в направлении распространения волны, в **поперечных** – в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Продольные волны могут возбуждаться в средах, в которых возникают упругие силы **при деформации сжатия и растяжения**, т.е. в твердых, жидких и газообразных телах. Поперечные волны могут возбуждаться в среде, в которой возникают упругие силы **при деформации сдвига**, т.е. в твердых телах. В жидкостях и газах возникают только продольные волны, а в твердых телах – как продольные, так и поперечные. В жидкостях и газах упругие силы возникают только при сжатии и не возникают при сдвиге, поэтому поперечные волны в этих средах не образуются. Исключение составляют волны на поверхности жидкости.

В природе не существует процессов, распространяющихся с бесконечно большой скоростью, поэтому возмущение, созданное внешним воздействием в одной точке среды, достигнет другой точки не мгновенно, а спустя некоторое время. При этом среда делится на две области: область, точки которой уже вовлечены в колебательное движение, и область, точки которой еще находятся в равновесии. Поверхность, разделяющая эти области, называется **фронтом волны**.

Фронт волны – геометрическое место точек, до которых к данному моменту дошло колебание (возмущение среды).

При распространении волны ее фронт перемещается, двигаясь с некоторой скоростью, которую называют скоростью волны.

Скоростью волны v называется скорость перемещения ее фронта.

Скорость волны зависит от свойств среды и типа волны: поперечные и продольные волны в твердом теле распространяются с различными скоростями.

Скорость распространения всех типов механических волн определяется при условии слабого затухания волны следующим выражением:

$$v = \sqrt{G/\rho}, \quad (5.1)$$

где G – эффективный модуль упругости; ρ – плотность среды.

Скорость волны в среде не следует путать со скоростью движения частиц среды, вовлеченных в волновой процесс. Например, при распространении звуковой волны в воздухе средняя скорость колебаний его молекул – порядка 10 см/с, а скорость звуковой волны при нормальных условиях – около 330 м/с.

Форма волнового фронта определяет геометрический тип волны. Простейшие типы волн по этому признаку – плоские и сферические.

Плоской называется волна, у которой фронтом является плоскость, перпендикулярная направлению распространения. Такие волны возникают, например, в закрытом поршнем цилиндре с газом, когда поршень совершает колебания.

Сферической называется волна, у которой фронт имеет форму сферы. Такой, например, является волна, вызываемая в жидкой или газообразной среде пульсирующим сферическим или точечным источником.

Длиной волны λ называется расстояние, на которое перемещается ее фронт за время, равное периоду колебаний частиц среды T :

$$\lambda = vT = v/\nu = 2\pi v/\omega, \quad (5.2)$$

где ν – частота колебаний частиц среды; ω – круговая частота.

5.2. Уравнение плоской волны

Рассмотрим процесс распространения волны, созданной в результате периодических внешних воздействий на упругую среду. Уравнение волны выражает зависимость смещения s колеблющейся точки, участвующей в волновом процессе, от координаты ее равновесного положения и времени. Для волны, распространяющейся вдоль направления Ox , эта зависимость записывается в общем виде

$$s = f(x, t).$$

Если s и x направлены вдоль одной прямой, то волна *продольная*, если они взаимно перпендикулярны, то волна *поперечная*.

Пусть волна распространяется вдоль оси Ox (рис. 5.1) без затухания так, что амплитуды колебаний всех точек одинаковы и равны A . Зададим

$$s_0 = A \cos \omega t \quad s = A \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right]$$

Рис. 5.1. Модель распространения механической волны

колебание точки с координатой $x = 0$ (источник колебаний) уравнением

$$s = A \cos \omega t. \quad (5.3)$$

До точки, отстоящей от источника возмущения колебаний на некотором расстоянии и определяемой координатой x , волна дойдет через время $\tau = \frac{x}{v}$, поэтому колебания этой точки возникнут с опозданием на время τ :

$$s = A \cos[\omega(t - \tau)]. \quad (5.4)$$

Последнее выражение представляет собой уравнение плоской волны, которое позволяет определить смещение любой точки среды, участвующей в волновом процессе, в любой момент времени. Часто уравнение плоской волны записывают в виде

$$s = A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right]. \quad (5.5)$$

Аргумент при косинусе $\varphi = \omega(t - x/v)$ называется *фазой* волны.

5.3. Энергетические характеристики волны

Бегущими волнами называются волны, которые переносят в пространстве энергию. Энергия волны складывается из энергий колебательного движения всех ее частиц.

Количественной характеристикой этого процесса является *поток энергии*. Поток энергии волны Φ равен энергии, переносимой волной через некоторую поверхность в единицу времени. Единицей потока энергии волны в системе единиц СИ является *ватт* (Вт).

Найдем связь между потоком энергии, энергией колеблющихся точек и скоростью волны. Выделим объем среды, в которой распространяется волна, в виде прямоугольного параллелепипеда (рис. 5.2); площадь его основания S , а длина ребра численно равна скорости v и совпадает с направлением распространения волны (указано стрелкой). В соответствии с этим за 1 с сквозь площадку S перенесется та энергия, которой обладают

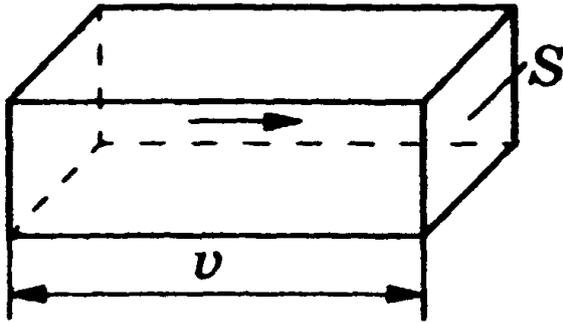


Рис. 5.2. Объем пространства, в котором распространяется волна

колеблющиеся частицы в объеме параллелепипеда Sv . Это и есть поток энергии волны:

$$\Phi = \langle w \rangle Sv, \quad (5.6)$$

где $\langle w \rangle$ – среднее значение **объемной плотности энергии волны** (энергии колебательного движения частиц в единице объема вещества, Дж/м³). Величину, равную отношению потока энергии волны Φ к площадке S , ориентированной

перпендикулярно направлению распространения волны, называют **плотностью потока энергии**, или **интенсивностью волны**:

$$I = \frac{\Phi}{S} = \langle w \rangle v. \quad (5.7)$$

Единицей интенсивности волны является **ватт на квадратный метр** (Вт/м²).

Выражение (5.7) можно представить в векторном виде:

$$\vec{I}_y = w \vec{v}. \quad (5.8)$$

Вектор \vec{I}_y , показывающий направление распространения волны и равный энергии, переносимой волной в единицу времени через единичную, перпендикулярно ему ориентированную площадку, называют **вектором Умова** – по имени русского ученого Н.А. Умова (1846-1915), решившего задачу о распространении энергии в среде. Вектор Умова и интенсивность волны выражаются в одинаковых единицах. Различие между ними заключается в том, что вектор Умова имеет смысл мгновенной величины, а интенсивность – величины, усредненной по времени.

Энергия, переносимая упругой волной, складывается из потенциальной энергии деформации и кинетической энергии колеблющихся частиц. В отличие от колебания отдельной точки, при котором полная механическая энергия сохраняется постоянной, в упругой волне энергия распространяется вместе с волной, и полная механическая энергия единичного объема среды периодически меняется во времени по закону

$$w = \rho A^2 \omega^2 \cos^2[\omega(t - x/v)], \quad (5.9)$$

где ρ – плотность среды.

Так как среднее значение $\cos^2[\omega(t - x/v)]$ за период равняется 0,5, то из выражения (5.9) получаем среднее значение объемной плотности энергии колебательного движения:

$$\langle w \rangle = \frac{\rho A^2 \omega^2}{2}. \quad (5.10)$$

Таким образом, интенсивность и вектор Умова для упругой волны зависят от плотности среды, квадрата амплитуды колебания частиц, квадрата частоты колебания и скорости распространения волны.

5.4. Разновидности волн

1. Поверхностные волны. Наряду с объемными волнами в сплошных средах при наличии протяженных границ могут существовать волны, локализованные вблизи границ, которые играют роль волноводов. Таковы, в частности, поверхностные волны в жидкости и упругой среде, открытые английским физиком лордом Релеем в 90-х годах 19 века. В идеальном случае волны Релея распространяются вдоль границы полупространства, экспоненциально затухая в поперечном направлении. В результате поверхностные волны локализуют энергию возмущений, созданных на поверхности, в сравнительно узком приповерхностном слое.

Поверхностные волны – это волны, которые распространяются вдоль свободной поверхности тела или вдоль границы тела с другими средами и быстро затухают при удалении от границы.

Примером таких волн могут служить волны в земной коре (сейсмические волны). Глубина проникновения поверхностных волн составляет несколько длин волн. На глубине, равной длине волны λ , объемная плотность энергии волны w_0 составляет приблизительно 0,05 ее объемной плотности на поверхности. Амплитуда смещения быстро убывает при удалении от поверхности и на глубине нескольких длин волн практически исчезает.

2. Волны возбуждения в активных средах. Активно возбудимая, или активная, среда – непрерывная среда, состоящая из большого числа элементов, каждый из которых обладает запасом энергии. При этом каждый элемент может находиться в одном из трех состояний: 1 – возбуждение, 2 – рефрактерность (невозбудимость в течение определенного времени после возбуждения), 3 – покой. В состоянии возбуждения могут перейти элементы только из состояния покоя. Волны возбуждения в активных средах называют автоволнами.

Автоволны – это самоподдерживающиеся волны в активной среде, сохраняющие свои характеристики постоянными за счет распределенных в среде источников энергии.

Характеристики автоволны: период, длина волны, скорость распространения, амплитуда и форма – в установившемся режиме зависят только от локальных свойств среды и не зависят от начальных условий. Есть определенная аналогия автоколебаний и автоволн. В автоколебаниях сама система периодически «подключает» энергию от источника для компенса-

ции потерь. Автоволна, подходя к элементам активной среды, запускает «высвобождение» энергии этими элементами.

Механической автоволной является известный всем пример падения костяшек домино, поставленных вертикально вблизи друг от друга. Здесь элемент активной среды – это отдельная костяшка. При падении изменяется ее потенциальная энергия и «запускается» падение соседней костяшки.

Автоволны можно сопоставить с распространением пожара в степи. Пламя распространяется по области с распределенными запасами энергии (по сухой траве). Каждый последующий элемент (сухая травинка) зажигается от предыдущего. И таким образом распространяется фронт волны возбуждения (пламя) по активной среде (сухой траве). При встрече двух очагов пожара пламя исчезает, так как исчерпаны запасы энергии – вся трава выгорела.

Описание процессов распространения автоволн в активных средах используется при изучении распространения потенциалов действия по нервным и мышечным волокнам.

3. Ударные волны. При распространении звуковых волн скорость колебания частиц не превышает нескольких сантиметров в секунду (см/с), т.е. она в сотни раз меньше скорости волны. При сильных возмущениях (взрыв, движение тел со сверхзвуковой скоростью, мощный электрический разряд) скорость колеблющихся частиц среды может стать сравнимой со скоростью звука. При этом возникает эффект, называемый ударной волной. При взрыве нагретые до высоких температур продукты, обладающие большой плотностью, расширяются и сжимают тонкий слой окружающего воздуха.

Ударная волна – распространяющаяся со сверхзвуковой скоростью тонкая переходная область, в которой происходит скачкообразное возрастание давления, плотности и скорости движения вещества.

На рис. 5.3, *а* показано распределение плотности газа при возникновении ударной волны, а на рис. 5.3, *б* – флуктуации плотности невозмущенной среды.

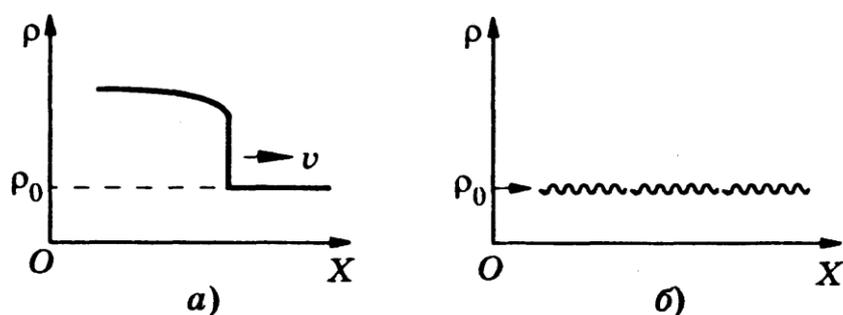


Рис. 5.3. Распределение плотности газа: *а*) – в ударной волне; *б*) – в невозмущенной среде

Действие ударных волн на биологические объекты. Во многих случаях воздействия на биологические ткани (органы) необходимо учитывать возникающие при этом ударные волны.

Так, например, ударная волна возникает при ударе тупым предметом по голове. Поэтому при проектировании защитных касок заботятся о том, чтобы погасить ударную волну и предохранить затылок при лобовом ударе. Этой цели и служит внутренняя лента в каске, которая на первый взгляд кажется необходимой лишь для вентиляции.

Ударные волны возникают в тканях при воздействии на них высокоинтенсивного лазерного излучения. Часто после этого в коже начинают развиваться рубцовые (или иные) изменения. Это имеет место, например, в косметологических процедурах. Поэтому, для того чтобы снизить вредное воздействие ударных волн, необходимо заранее рассчитывать дозирование воздействия с учетом физических свойств как излучения, так и самой кожи.

Ударная волна может обладать значительной энергией. Так, при ядерном взрыве на образование ударной волны в окружающей среде затрачивается около 50% всей энергии взрыва. Ударная волна, достигая биологических и технических объектов, способна причинить разрушения, увечья, смерть.

5.5. Эффект Доплера

Эффектом Доплера называется изменение частоты колебаний, воспринимаемых приемником, при движении источника этих колебаний и приемника относительно друг друга. Эффект наблюдается в акустике и оптике. Например, из опыта известно, что тон гудка поезда повышается по мере его приближения к платформе и понижается при удалении, т.е. движение источника колебания (гудка) относительно приемника (уха) изменяет частоту принимаемых колебаний.

Предположим, что источник и приемник звука движутся вдоль прямой, соединяющей их. Обозначим через $v_{ист}$ и $v_{пр}$ соответственно скорости движения источника и приемника, причем они положительны, если источник (приемник) приближается к приемнику (источнику), и отрицательны, если удаляются. Частота колебаний источника равна ν_0 .

1. Источник и приемник покоятся относительно среды, т.е. $v_{ист} = v_{пр} = 0$. Если v – скорость распространения звуковой волны в рассматриваемой среде, то длина волны $\lambda = vT = \frac{v}{\nu_0}$. Распространяясь в среде,

волна достигнет приемника и вызовет колебания его звукочувствительного элемента с частотой

$$v = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{vT} = v_0. \quad (5.11)$$

Следовательно, частота v звука, которую регистрирует приемник, равна частоте v_0 , с которой звуковая волна излучается источником.

2. Приемник приближается к источнику, а источник покоится, т.е. $v_{np} > 0$, $v_{ист} = 0$. В данном случае скорость распространения волны относительно приемника станет равной $v + v_{np}$. Так как длина волны при этом не меняется, то

$$v = \frac{v + v_{np}}{\lambda} = \frac{v + v_{np}}{vT} = \frac{(v + v_{np})v_0}{v}, \quad (5.12)$$

т.е. частота колебаний, воспринимаемых приемником, в $\frac{v + v_{np}}{v}$ раз больше частоты колебаний источника.

3. Источник приближается к приемнику, а приемник покоится, т.е. $v_{ист} > 0$, $v_{np} = 0$.

Скорость распространения колебаний зависит лишь от свойств среды, поэтому за время, равное периоду колебаний источника, излученная им волна пройдет в направлении к приемнику расстояние vT (равное длине волны λ) независимо от того, движется источник или покоится. За это

же время источник пройдет в направлении волны расстояние $v_{ист}T$ (рис. 5.4), т.е. длина волны в направлении движения сократится и станет равной

$$\lambda' = \lambda - v_{ист}T = (v - v_{ист})T. \quad (5.13)$$

Тогда

$$v = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{(v - v_{ист})T} = \frac{v v_0}{v - v_{ист}}, \quad (5.14)$$

т.е. частота v колебаний, воспринимаемых приемником, увеличится в $\frac{v}{v - v_{ист}}$ раз. В случаях 2 и 3, если $v_{ист} < 0$ и $v_{np} < 0$, знак будет обратным.

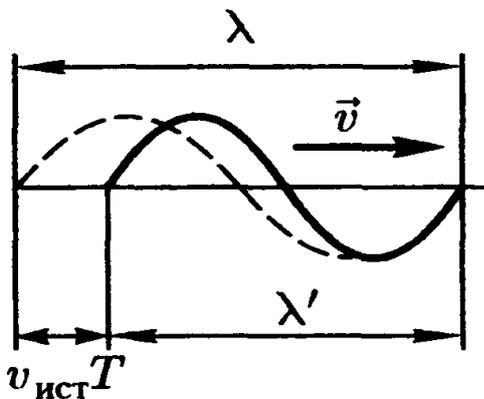


Рис. 5.4. Проявление эффекта Доплера при движении источника волны в направлении ее распространения

4. Источник и приемник движутся относительно друг друга. Используя результаты, полученные для случаев 2 и 3, можно записать выражение для частоты колебаний, регистрируемых приемником:

$$v = \frac{(v \pm v_{np})v_0}{v \mp v_{ист}}, \quad (5.15)$$

причем верхний знак берется, если при движении источника и приемника происходит сближение, нижний знак – в случае их взаимного удаления.

Из приведенных формул следует, что эффект Доплера различен в зависимости от того, движется ли источник или приемник. Если направления скоростей $v_{ист}$ и $v_{пр}$ не совпадают с проходящей через источник и приемник прямой, то вместо этих скоростей в формуле (5.15) надо брать их проекции на направление этой прямой.

5.6. Применение эффекта Доплера в медицине

В современной медицине эффекта Доплера используется для определения скорости кровотока, скорости движения клапанов и стенок сердца (доплеровская эхокардиография). Когда волна отражается от движущегося объекта, частота отраженного сигнала изменяется (происходит сдвиг частоты).

Потоковая спектральная доплерография (ПСД) предназначена для оценки кровотока в относительно крупных сосудах и камерах сердца. Основным видом диагностической информации является спектрографическая запись, представляющая собой развертку скорости кровотока во времени. На таком графике по вертикальной оси откладывается скорость, а по горизонтальной – время. Сигналы, отображающиеся выше горизонтальной оси, идут от потока крови, направленного к датчику, ниже этой оси – от датчика.

Помимо скорости и направления кровотока, по виду доплеровской спектрограммы можно определить характер потока крови: ламинарный поток отображается в виде узкой кривой с четкими контурами, турбулентный – в виде широкой неоднородной кривой.

Импульсная ПСД основана на периодическом излучении серий импульсов ультразвуковых волн, которые, отразившись от эритроцитов, последовательно воспринимаются тем же датчиком. В этом режиме фиксируются сигналы, отраженные только с определенного расстояния от датчика. Место исследования кровотока называют контрольным объемом. Достоинства: возможность оценки кровотока в любой заданной точке.

Энергетическая доплерография (ЭД). Она основана на анализе амплитуд всех эхо-сигналов доплеровского спектра, отражающих плотность эритроцитов в заданном объеме. Оттенки цвета (от темно-оранжевого к желтому) несут сведения об интенсивности эхо-сигнала. Диагностическое значение энергетической доплерографии заключается в возможности оценки васкуляризации органов и патологических участков. Недостаток: невозможно судить о направлении, характере и скорости кровотока. Достоинства: отображение получают все сосуды, независимо от их хода относительно ультразвукового луча, в том числе кровеносные сосуды очень небольшого диаметра и с незначительной скоростью кровотока.

Трехмерное доплеровское картирование и трехмерная ЭД. Это методики, дающие возможность наблюдать объемную картину пространст-



Рис. 5.5. Современный доплерограф

венного расположения кровеносных сосудов в режиме реального времени в любом ракурсе, что позволяет с высокой точностью оценивать их соотношение с различными анатомическими структурами и патологическими процессами, в том числе со злокачественными опухолями. На рис. 5.5 представлен трехмерный доплерограф.

Контрольные вопросы

- Как объяснить распространение колебаний в упругой среде? Что такое волна?
- Что называется поперечной волной? продольной? Когда они возникают?
- Что такое волновой фронт? волновая поверхность?
- Что называется длиной волны? Какова связь между длиной волны, ее скоростью и периодом?
- Каковы основные энергетические характеристики волны?
- В чем заключается физический смысл вектора Умова?
- Какая волна является бегущей? гармонической? плоской? сферической?
 - Запишите и объясните уравнение плоской механической гармонической волны.
 - Объясните механизм возбуждения и распространения поверхностных волн, ударных волн и автоволн.
- Что такое эффект Доплера? Как определить частоту звука, воспринимаемую приемником, если источник звука и приемник движутся?
- Каковы основные методы диагностики в медицине, основанные на эффекте Доплера?

Задачи для самостоятельного решения

5.1. Плоская гармоническая волна распространяется вдоль прямой, совпадающей с положительным направлением оси x , в среде, не поглощающей энергию, со скоростью $v = 12$ м/с. Две точки, находящиеся на этой прямой на расстояниях $x_1 = 7$ м и $x_2 = 12$ м от источника колебаний, колеблются с разностью фаз $\Delta\varphi = \frac{5}{6}\pi$. Амплитуда волны $A = 6$ см. Определите: 1) длину волны λ ; 2) уравнение волны; 3) смещение ξ_2 второй точки в момент времени $t = 3$ с. {1) 12 см; 2) $\xi(x,t) = 0,06\cos(2\pi t - \frac{\pi}{6}x)$ м; 3) 6 см}

5.2. На корабле включают сирену, подающую сигналы в тумане. Спустя время $t = 6,6$ с слышно эхо. Как далеко находится отражающая поверхность? Скорость звука в воздухе 330 м/с. {1090 м}

5.3. Для определения скорости звука в воздухе методом акустического резонанса используется труба с поршнем и звуковой мембраной, закрывающей один из ее торцов. Расстояние между соседними положениями поршня, при котором наблюдается резонанс на частоте 1700 Гц, составляет 10 см. Определите скорость звука в воздухе. {340 м/с}

5.4. Средняя квадратичная скорость молекул двухатомного газа при некоторых условиях составляет 461 м/с. Определите скорость распространения звука при тех же условиях. {315 м/с}

5.5. Поезд проходит со скоростью 54 км/ч мимо неподвижного приемника и подает звуковой сигнал. Приемник воспринимает скачок частоты $\Delta\nu = 54$ Гц. Принимая скорость звука равной 340 м/с, определите частоту тона звукового сигнала гудка поезда. {611 Гц}

5.6. Две машины движутся навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 20$ м/с и $v_2 = 10$ м/с. Первая машина подает сигнал с частотой $\nu_0 = 800$ Гц. Скорость звука 340 м/с. Какой частоты сигнал услышит водитель второй машины: а) до встречи машин; б) после встречи машин? {а) 875 Гц; б) 733 Гц}

5.7. Точечный источник волн имеет мощность 2 Вт. Какова интенсивность волны на расстоянии 5 м от источника? Потери энергии в среде не учитывать. {6,4 мВт/м²}

5.8. Две звуковые волны имеют одинаковые характеристики, за исключением того, что длина волны одной в два раза больше, чем длина волны другой. Какая из них переносит большую энергию и во сколько раз? {та, у которой меньше длина волны; в 4 раза}

Лекция 6

АКУСТИКА. ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ

6.1. Виды звука

Звуковыми, или *акустическими волнами* называются распространяющиеся в среде упругие волны, обладающие частотами в пределах 16-20 000 Гц. Волны указанных частот, воздействуя на слуховой аппарат человека, вызывают ощущение звука. Волны с частотой колебаний $\nu < 16$ Гц (*инфразвуковые*) и $\nu > 20$ кГц (*ультразвуковые*) органами слуха человека не воспринимаются.

Звуковые волны в газах и жидкостях могут быть только продольными, так как эти среды обладают упругостью лишь по отношению к деформациям сжатия (растяжения). В твердых телах звуковые волны могут быть как продольными, так и поперечными, поскольку твердые тела обладают упругостью по отношению к деформациям сжатия (растяжения) и сдвига.

Принято различать следующие звуки: 1) тоны, или музыкальные звуки; 2) шумы; 3) звуковые удары.

Тоном называется звук, являющийся периодическим процессом. Если этот процесс *гармонический*, то тон называется *простым* или *чистым*, а соответствующая плоская звуковая волна описывается уравнением (5.5). Основной физической характеристикой чистого тона является *частота*.

Ангармоническому колебанию соответствует *сложный* тон. Простой тон издает, например, камертон, сложный тон создается музыкальными инструментами, аппаратом речи (гласные звуки) и т.п. Сложный тон может быть разложен на простые. Наименьшая частота ν_0 такого разложения соответствует *основному тону*, остальные гармоники (*обертонны*) имеют частоты, равные $2\nu_0$, $3\nu_0$ и т.д. Набор частот с указанием их относительной интенсивности (или амплитуды) называется *акустическим спектром*. На рис. 6.1 показаны акустические спектры одной и той же ноты ($\nu_0 = 100$ Гц), взятой на рояле (*а*) и кларнете (*б*). Таким образом, акустический спектр – важная физическая характеристика сложного тона.

Шумом называют звук, отличающийся сложной неповторяющейся временной зависимостью. К шуму относятся звуки от вибрации машин, аплодисменты, шум пламени горелки, шорох, скрип, согласные звуки речи и т.п. Шум можно рассматривать как сочетание беспорядочно изменяющихся сложных тонов. Если попытаться с некоторой степенью условности разложить шум в спектр, то окажется, что этот спектр будет сплошным.

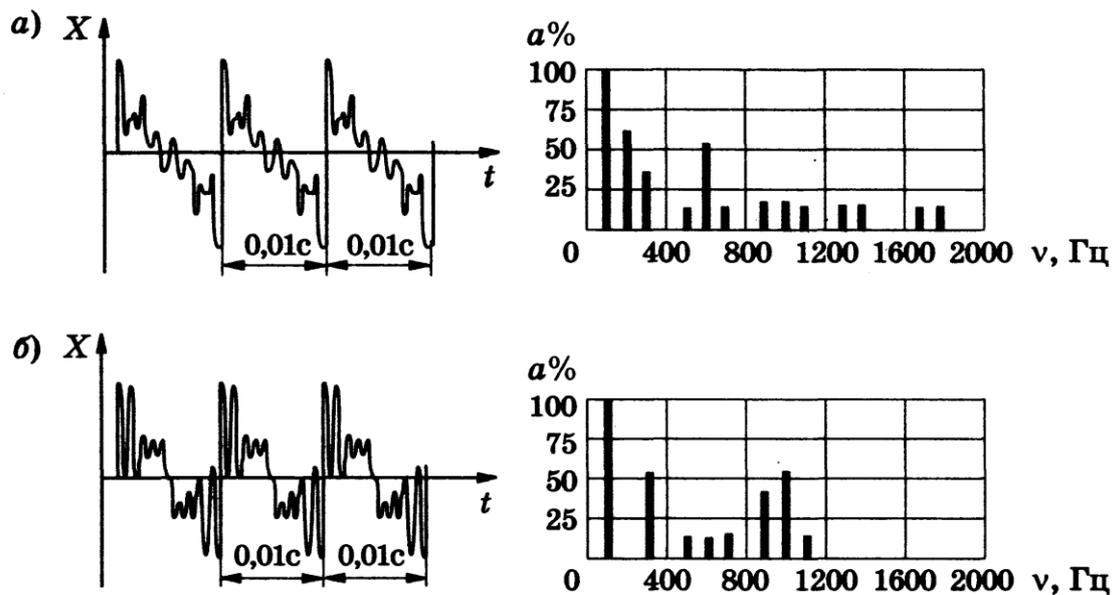


Рис. 6.1. Акустические спектры одной и той же ноты, взятой на: а) рояле; б) кларнете

Звуковой удар – это кратковременное звуковое воздействие: хлопок, взрыв и т.п. Не следует путать звуковой удар с ударной волной.

6.2. Физические характеристики звука

Энергетической характеристикой звука как механической волны является **интенсивность**.

Интенсивность звука – это плотность потока энергии, переносимой звуковой волной.

Связь между интенсивностью I и звуковым давлением ΔP определяется выражением

$$I = \frac{\Delta P^2}{2\rho v}, \quad (6.1)$$

где ΔP – звуковое давление; ρ – плотность среды; v – скорость звука. Скорость звука в газе зависит от его молярной массы M и абсолютной температуры T :

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \quad (6.2)$$

где R – универсальная постоянная; γ – отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме: $\gamma = C_p / C_v$.

На практике для оценки звука удобнее использовать не интенсивность, а звуковое давление, дополнительно возникающее при прохождении звуковых волн в жидкой или газообразной среде. Именно изменения дав-

ления вызывают колебания барабанной перепонки, которые и определяют начало такого сложного процесса, как возникновение слуховых ощущений.

Звуковое давление (ΔP) – это амплитуда тех изменений давления в среде, которые возникают при прохождении звуковой волны.

Минимальные значения звукового давления и интенсивности звука, при которых у человека возникают слуховые ощущения, называются **порогом слышимости**.

Для уха среднего человека на частоте 1 кГц порогу слышимости соответствуют следующие значения звукового давления ΔP_0 и интенсивности звука I_0 :

$$\Delta P_0 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ Па } (\approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ мм рт. ст.}); \quad I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2.$$

Значения звукового давления и интенсивности звука, при которых у человека возникают выраженные болевые ощущения, называются **порогом болевого ощущения**.

Для уха среднего человека на частоте 1 кГц порогу болевого ощущения соответствуют следующие значения звукового давления и интенсивности звука:

$$\Delta P_m = 100 \text{ Па } (\approx 1 \text{ мм рт. ст.}); \quad I_m = 10 \text{ Вт/м}^2.$$

Отношение интенсивностей, соответствующих порогам болевого ощущения и слышимости, столь велико: $\frac{I_m}{I_0} = 10^{13}$, что на практике используют логарифмическую шкалу, вводя безразмерную характеристику – уровень интенсивности.

Уровнем интенсивности называют десятичный логарифм отношения интенсивности звука к порогу слышимости:

$$E_B = \lg(I / I_0) = 2 \lg(\Delta P / \Delta P_0). \quad (6.3)$$

Единицей измерения уровня интенсивности является **бел** (Б). Чаще используют более мелкую единицу уровня интенсивности – **децибел** (дБ). В этом случае уровень интенсивности вычисляется так:

$$E_{дБ} = 10 \lg(I / I_0) = 20 \lg(\Delta P / \Delta P_0). \quad (6.4)$$

Логарифмический характер зависимости **уровня интенсивности** от самой **интенсивности** означает, что при увеличении **интенсивности** в 10 раз **уровень интенсивности** возрастает на 10 дБ.

6.3. Характеристики слухового ощущения

Звук является объектом слухового ощущения, следовательно, он оценивается человеком субъективно. Все субъективные характеристики слухового ощущения связаны с объективными характеристиками звуковой волны.

Высота тона – субъективная характеристика, обусловленная прежде всего частотой основного тона и в меньшей степени зависящая от интенсивности звука и сложности тона. Звук большей интенсивности воспринимается человеком как звук более низкого тона.

Тембр звука – это характеристика звукового ощущения, которая определяется спектральным составом. Тембр звука зависит от числа обертонов и от их интенсивностей.

Громкость – субъективная характеристика звуковой волны, которая характеризует уровень слухового ощущения. Она может быть оценена количественно путем сравнения звукового ощущения от двух источников.

В основе создания шкалы уровней громкости лежит **психофизический закон Вебера – Фехнера**: если увеличивать раздражение в геометрической прогрессии (т.е. в одинаковое число раз), то ощущение этого раздражения возрастает в арифметической прогрессии (т.е. на одинаковую величину). Математически это означает, что громкость звука пропорциональна логарифму интенсивности звука:

$$L = k \lg \frac{I}{I_0}. \quad (6.5)$$

Здесь I – интенсивность звуковой волны, I_0 – порог слышимости. Громкость и интенсивность звуковой волны связаны выражением (6.5) согласно закону Вебера – Фехнера. Если бы коэффициент k был постоянным, независимым от частоты, то соотношения (6.5) и (6.3) имели бы одинаковый вид.

Чтобы исключить влияние частоты на коэффициент k , в качестве эталонного был выбран тон частотой 1000 Гц в области наибольшей чувствительности уха. Условно считают, что на частоте 1 кГц шкалы громкости и интенсивности звука полностью совпадают, т.е. $k = 1$ и $L_B = \lg(I/I_0)$. Аналогично при измерениях в децибелах $L_{дБ} = 10 \lg(I/I_0)$.

Чтобы различать громкости и интенсивности звука, децибелы шкалы громкости называются фонами (фон).

6.4. Ультразвук. Взаимодействие ультразвуковых волн со средами

По своей природе ультразвук (УЗ) представляет собой упругие волны, и в этом он не отличается от звука. Однако ультразвук, обладая высокими частотами ($\nu > 20$ кГц) и, следовательно, малыми длинами волн, характеризуется особыми свойствами, что позволяет выделить его в отдельный класс явлений. Ультразвуковые волны делятся на три диапазона:

- УНЧ – ультразвук низких частот (20-100 кГц);
- УСЧ – ультразвук средних частот (0,1-10 МГц);
- УЗВЧ – ультразвук высоких частот (10-1000 МГц).

Область частот ультразвука от 1 до 1000 ГГц принято называть *гиперзвуком*. Из-за малых длин волн ультразвуковые волны, как и свет, могут быть получены в виде строго направленных пучков.

Ультразвуки широко используются в технике, например для направленной подводной сигнализации, обнаружения подводных предметов и определения глубин (гидролокатор, эхолот). Например, в эхолоте от пьезокварцевого генератора, укрепленного на судне, посылаются направленные ультразвуковые сигналы, которые, достигнув дна, отражаются от него и возвращаются обратно. Зная скорость их распространения в воде и определяя время прохождения (от подачи до возвращения) ультразвукового сигнала, можно вычислить глубину. Прием эха также производится с помощью пьезокварца. Звуковые колебания, дойдя до пьезокварца, вызывают в нем упругие колебания, в результате чего на противоположных поверхностях кварца возникают электрические заряды, которые измеряются.

Если пропускать ультразвуковой сигнал через исследуемую деталь, то можно обнаружить в ней дефекты по характерному рассеянию пучка и по появлению ультразвуковой тени. На этом принципе создана целая отрасль техники – *ультразвуковая дефектоскопия*, начало которой положено С.Я. Соколовым (1897-1957). Применение ультразвука легло также в основу новой области акустики – *акустоэлектроники*, позволяющей на ее основе разрабатывать приборы для обработки сигнальной информации в микроэлектронике.

Ультразвук применяют для воздействия на различные процессы (кристаллизацию, диффузию, тепло- и массообмен в металлургии и т.д.) и биологические объекты (повышение интенсивности процессов обмена и т.д.), для изучения физических свойств веществ (поглощения, структуры вещества и т.д.), в медицине (диагностика, ультразвуковая хирургия, микромассаж тканей).

Физические процессы, обусловленные воздействием УЗ, вызывают в биологических объектах следующие основные эффекты:

- микровибрации на клеточном и субклеточном уровне;
- разрушение биомакромолекул;
- перестройку и повреждение биологических мембран, изменение проницаемости мембран;
- тепловое действие;
- разрушение клеток и микроорганизмов.

6.5. Источники и приемники ультразвука

Для генерации ультразвука используются в основном два явления: *пьезоэлектрический эффект* и *магнитострикцию*. Различают прямой и обратный пьезоэлектрический эффекты.

При деформации монокристаллов некоторых химических соединений (кварц, титанат бария) под воздействием ультразвуковых волн, на поверхности этих кристаллов образуются противоположные по знаку электрические заряды – возникает прямой пьезоэлектрический эффект (рис. 6.2, а). При подаче на них переменного электрического заряда, в кристаллах возникают механические колебания с излучением ультразвуковых волн. Таким образом, один и тот же пьезоэлемент может быть попеременно то приёмником, то источником ультразвуковых волн. Эта часть в ультразвуковых аппаратах называется акустическим преобразователем или датчиком.

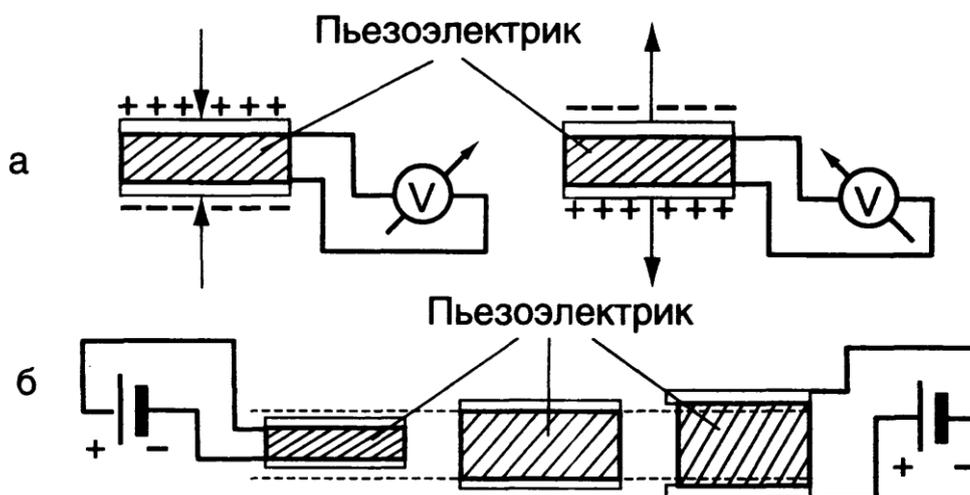


Рис. 6.2. Пьезоэлектрический эффект: а – прямой (сжатие и растяжение пьезоэлектрической пластины приводит к возникновению разности потенциалов соответствующего знака); б – обратный (в зависимости от знака разности потенциалов, приложенной к пьезоэлектрической пластинке, она сжимается или растягивается)

При подаче на электроды (2) (см. рис. 6.3) переменного напряжения от генератора (3) пластина (1) испытывает периодические растяжения и сжатия. Возникают вынужденные колебания, частота которых равна частоте изменения напряжения. Эти колебания передаются частицам окружающей среды, создавая механическую волну с соответствующей частотой. Амплитуда колебаний частиц среды вблизи излучателя равна амплитуде колебаний пластины. При резонансе на собственной частоте пластинки получают большие амплитуды колебаний и, следовательно, большие интенсивности излучаемой ультразвуковой волны. Идея кварцевого ультразвукового генератора принадлежит французскому физика П. Ланжевену (1872-1946).

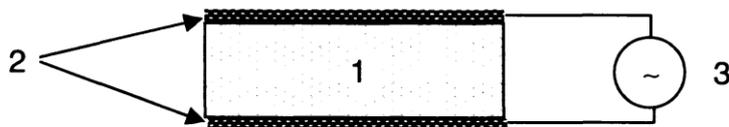


Рис. 6.3. Ультразвуковой излучатель: 1 – пластина из вещества с пьезоэлектрическими свойствами; 2 – электроды, нанесенные на ее поверхность в виде проводящих слоев; 3 – генератор, подающий на электроды переменное напряжение требуемой частоты

Магнитострикция – это возникновение деформации в ферромагнетиках под действием магнитного поля. Поместив ферромагнитный стержень (например, из никеля или железа) в быстропеременное магнитное поле, возбуждают его механические колебания, амплитуда которых максимальна в случае резонанса.

6.6. Применение ультразвука в медицине

Медико-биологические приложения ультразвука можно в основном разделить на два направления: **методы диагностики и исследования и методы воздействия**. Физической основой УЗ-диагностики является зависимость параметров распространения звука в биологических тканях (скорость звука, коэффициент затухания, волновое сопротивление) от вида ткани и ее состояния. УЗ-методы позволяют осуществить визуализацию внутренних структур организма, а также исследовать движение биологических объектов внутри организма. Основная особенность УЗ-диагностики – возможность получить информацию о мягких тканях, незначительно различающихся по плотности или упругости. УЗ-метод исследования обладает высокой чувствительностью, может использоваться для обнаружения образований, не выявляемых с помощью рентгена, не требует применения контрастных веществ, безболезнен и не имеет противопоказаний.

Для диагностических целей пользуется УЗ-частотой от 0,8 до 15 МГц. Низкие частоты применяются при исследовании глубоко расположенных объектов или при исследовании, проводимом через костную ткань, высокие – для визуализации объектов, близко расположенных к поверхности тела, для диагностики в офтальмологии, при исследовании поверхностно расположенных сосудов.

К первому направлению относятся локационные методы с использованием главным образом импульсного излучения. Это **эхозцефалография** – определение опухолей и отека головного мозга; **ультразвуковая кардиография** – измерение размеров сердца в динамике; в офтальмологии – **ультразвуковая локация** – для определения размеров глазных сред. С по-

мощью ультразвукового эффекта Доплера изучают характер движения сердечных клапанов и измеряют скорость кровотока. С диагностической целью по скорости ультразвука находят плотность сросшейся или поврежденной кости.

Ко второму направлению относятся **ультразвуковая физиотерапия и УЗ-хирургия**. Терапевтическое действие УЗ обусловлено механическим, тепловым, химическим факторами. Их совместное действие улучшает проницаемость мембран, расширяет кровеносные сосуды, улучшает обмен веществ, что способствует восстановлению равновесного состояния организма. Дозированным пучком УЗ можно провести мягкий массаж сердца, легких и других органов и тканей.

В отоларингологии УЗ воздействует на барабанную перепонку, слизистую оболочку носа. Таким способом осуществляют реабилитацию хронического насморка, болезней гайморовых полостей.

Фонофорез – введение с помощью УЗ в ткани через поры кожи лекарственных веществ. Этот метод аналогичен электрофорезу, однако, в отличие от электрического поля, УЗ-поле перемещает не только ионы, но и незаряженные частицы. Под действием УЗ увеличивается проницаемость клеточных мембран, что способствует проникновению лекарственных веществ в клетку, тогда как при электрофорезе лекарственные вещества концентрируются в основном между клетками.

Аутогемотерапия – внутримышечное введение человеку собственной крови, взятой из вены. Эта процедура оказывается более эффективной, если взятую кровь перед вливанием облучить ультразвуком.

УЗ-облучение повышает чувствительность клетки к воздействию химических веществ. Это позволяет создавать менее вредные вакцины, так как при их изготовлении можно использовать химические реактивы меньшей концентрации.

Предварительное воздействие УЗ усиливает действие γ - и СВЧ-облучения на опухоли.

В фармацевтической промышленности ультразвук применяется для получения эмульсий и аэрозолей некоторых лекарственных веществ.

В физиотерапии УЗ используется для локального воздействия, осуществляемого с помощью соответствующего излучателя, контактно наложенного через мазевую основу на определенную область тела.

УЗ-хирургия подразделяется на две разновидности, одна из которых связана с воздействием на ткани собственно звуковых колебаний, вторая – с наложением УЗ-колебаний на хирургический инструмент.

Разрушение опухолей осуществляют с помощью несколько излучателей, укрепленных на теле пациента, которые испускают пучки УЗ, фокусирующиеся на опухоли. Интенсивность каждого пучка недостаточна для повреждения здоровой ткани, но в том месте, где пучки сходятся, интенсивность возрастает и опухоль разрушается под действием кавитации и тепла.

В урологии с помощью механического действия УЗ дробят камни в мочевых путях и этим спасают больных от операций.

Сваривание мягких тканей. Если сложить два разрезанных кровеносных сосуда и прижать их друг к другу, то после облучения образуется сварной шов.

Сваривание костей (ультразвуковой остеосинтез). Область перелома заполняют измельченной костной тканью, смешанной с жидким полимером (циаакрин), который под действием УЗ быстро полимеризуется. После облучения образуется прочный сварной шов, который постепенно рассасывается и заменяется костной тканью.

Наложение УЗ-колебаний на хирургические инструменты (скальпели, пилки, иглы) существенно снижает усилия резания, уменьшает болевые ощущения, оказывает кровоостанавливающее и стерилизующее действие. Амплитуда колебаний режущего инструмента при частоте 20-50 кГц составляет 10-50 мкм. УЗ-скальпели позволяют проводить операции в дыхательных органах без вскрытия грудной клетки, а также операции в пищеводе и на кровеносных сосудах. Вводя длинный и тонкий УЗ-скальпель в вену, можно разрушить холестериновые утолщения в сосуде.

Стерилизация. Губительное действие УЗ на микроорганизмы используется для стерилизации хирургических инструментов.

6.7. Инфразвук. Воздействие инфразвука на человека

Инфразвук – упругие колебания и волны с частотами, лежащими ниже области слышимых человеком частот, т.е. ниже 16-20 Гц. Нижняя частотная граница инфразвука неопределенна; в настоящее время область его изучения простирается вниз примерно до 0,001 Гц.

Инфразвуковые волны распространяются в воздушной и водной средах, а также в земной коре (сейсмические волны). Основная особенность инфразвука, обусловленная его низкой частотой, – малое поглощение. При распространении в глубоком море и в атмосфере на уровне земли инфразвуковые волны частоты 10-20 Гц затухают на расстоянии 1000 км не более чем на несколько децибел. Известно, что звуки извержений вулканов и атомных взрывов могут многократно обходить вокруг земного шара. Из-за большой длины волны мало и рассеяние инфразвука.

Естественными источниками инфразвука являются метеорологические, сейсмические и вулканические явления. Инфразвук генерируется атмосферными и океаническими турбулентными флуктуациями давления, ветром, морскими волнами (в том числе и приливными), водопадами, землетрясениями, обвалами.

Источниками инфразвука, связанными с человеческой деятельностью, являются взрывы, орудийные выстрелы, ударные волны от сверхзвуковых самолетов, удары копров, работа реактивных двигателей и др. Инфразвук содержится в шуме двигателей и технологического оборудования. Вибрации зданий, создаваемые производственными и бытовыми возбудителями, как правило, содержат инфразвуковые компоненты. Существенный вклад в инфразвуковое загрязнение среды дают транспортные шумы. Например, легковые автомобили на скорости 100 км/ч создают инфразвук с уровнем интенсивности до 100 дБ. В моторном отделении крупных судов зарегистрированы инфразвуковые колебания, создаваемые работающими двигателями, с частотой 7-13 Гц и уровнем интенсивности 115 дБ. На верхних этажах высотных зданий, особенно при сильном ветре, уровень интенсивности инфразвука достигает 100 дБ.

Инфразвук почти невозможно изолировать: на низких частотах все звукопоглощающие материалы практически полностью теряют свою эффективность.

На человека инфразвук оказывает, как правило, отрицательное действие: вызывает угнетенное настроение, усталость, головную боль, раздражение. У человека, подвергнутого воздействию инфразвука низкой интенсивности, появляются симптомы «морской болезни», тошнота, головокружение. Появляется головная боль, повышается утомляемость, слабеет слух. При частоте 2-5 Гц и уровне интенсивности 100-125 дБ субъективная реакция сводится к ощущению давления в ухе, затруднению при глотании, вынужденной модуляции голоса и затруднению речи. Воздействие инфразвука негативно сказывается на зрении: ухудшаются зрительные функции, снижается острота зрения, сужается поле зрения, ослабляется аккомодационная способность, нарушается устойчивость фиксации глазом наблюдаемого объекта.

Существует предположение, что различные аномалии в состоянии людей при плохой погоде, объясняемые климатическими условиями, являются на самом деле следствием воздействия инфразвуковых волн. При их средней интенсивности (140-155 дБ) могут наступать обмороки, временная потеря зрения, при большой интенсивности (порядка 180 дБ) – паралич со смертельным исходом.

Предполагают, что негативное влияние инфразвука связано с тем, что в инфразвуковой области лежат частоты собственных колебаний некоторых органов и частей тела человека. Это вызывает нежелательные резонансные явления. Укажем некоторые частоты собственных колебаний для человека:

- тело человека в положении лежа – 3-4 Гц;
- грудная клетка – 5-8 Гц;
- брюшная полость – 3-4 Гц;
- глаза – 12-27 Гц.

Особенно вредно воздействие инфразвука на сердце. При достаточной мощности возникают вынужденные колебания сердечной мышцы. При резонансе (6-7 Гц) их амплитуда возрастает, что может привести к кровоизлиянию.

Контрольные вопросы

- Какие механические волны называют звуковыми? инфразвуковыми? ультразвуковыми?
- Дайте определение основным звукам: тону, шуму, удару.
- Что понимают под акустическим спектром?
- Что выражает понятие «интенсивность звука» и чем определяется эта величина?
 - Объясните значение понятий: звуковое давление, порог слышимости, порог болевого ощущения.
 - Разъясните смысл понятий: высота тона, тембр звука, громкость.
 - Сформулируйте закон Вебера – Фехнера.
 - Что такое ультразвук? Какие физические явления используются в источниках и приемниках ультразвука?
 - Какие известны воздействия ультразвуковых волн на биологические объекты?
 - Объясните суть методов УЗ-диагностики, применяемых в промышленности и медицине.
 - Что такое ультразвуковая терапия и хирургия?
 - Назовите известные источники инфразвуковых волн.
 - Каковы особенности распространения инфразвуковых волн?
 - Каково воздействие инфразвуковых волн на человека?

Задачи для самостоятельного решения

6.1. Найдите разность фаз колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих друг от друга на расстоянии $\Delta x = 1,75$ м, если длина волны $\lambda = 1$ м. {3,5 π }

6.2. Одинаковой ли будет высота тона звука в случаях: а) источник звука движется навстречу неподвижному наблюдателю со скоростью $v = 40$ м/с; б) наблюдатель движется навстречу неподвижному источнику с той же скоростью? Частота источника звука $\nu = 600$ Гц. Аргументируйте свой ответ. {Высота тона зависит от воспринимаемой частоты, которая соответственно равна а) 680 Гц; б) 670 Гц}

6.3. Источник совершает колебания по закону $s = 5 \sin(3140t)$. Определите смещение от положения равновесия, скорость и ускорение точки среды, находящейся на расстоянии $x = 340$ м от источника, через время $\Delta t = 1$ с после начала колебания. Скорость распространения волны $v = 340$ м/с. $\{s = 0; v = 1,57 \cdot 10^4$ м/с; $a = 0,7$ м/с² $\}$

6.4. Во сколько раз различаются интенсивности волн, если разность уровней интенсивности 1 дБ? {в 1,26 раза}

6.5. Вентилятор создает звук, уровень интенсивности которого $L = 60$ дБ. Найти уровень интенсивности звука при работе двух рядом стоящих вентиляторов. {63 дБ}

6.6. Отношение интенсивностей двух источников звука $I_2/I_1 = 2$. Чему равна разность уровней интенсивностей этих звуков? {3 дБ}

6.7. Каков уровень интенсивности звука с частотой 100 Гц, который имеет ту же громкость, что и звук с частотой 3 кГц и интенсивностью 25 дБ? {65 дБ}

6.8. Амплитуда звуковой волны увеличилась в три раза. а) Во сколько раз возросла ее интенсивность? б) На сколько децибел увеличился уровень громкости? {а) в 9 раз; б) на 9,5 дБ}

Лекция 7

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ФИЗИКИ СЛУХА

7.1. Слуховой аппарат человека

Звук, как и свет, является источником информации, и в этом его главное значение. Звуки природы, речь окружающих нас людей, шум окружающего мира многое сообщают человеку.

Слуховой аппарат человека представляет собой сложную систему, условно разделенную на три части: наружное ухо, среднее ухо, внутреннее ухо. По выполняемым функциям в слуховом аппарате выделяют звукопроводящую и звуковоспринимающую части.

Строение наружного уха. Наружное ухо состоит из ушной раковины, слухового прохода (в виде узкой трубки), барабанной перепонки (рис. 7.1). Ушная раковина играет роль звукоулавливателя, концентрирующего звуковые волны на слуховом походе, что приводит к увеличению звукового давления P на барабанную перепонку приблизительно в три раза по сравнению с давлением в падающей волне. Наружный слуховой аппарат вместе с ушной раковиной выполняют роль резонатора. Барабанная перепонка представляет собой эластичную пластинку толщиной около 0,1 мм, которая отделяет наружное ухо от среднего.

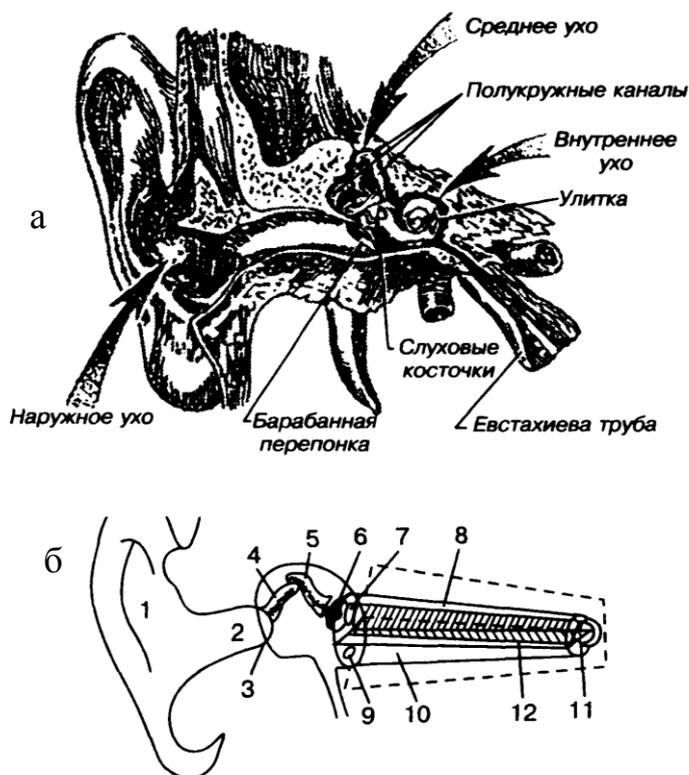


Рис. 7.1. Строение слухового аппарата человека:

- а – общее строение;
- б – строение среднего уха:
- 1 – ушная раковина;
- 2 – наружный слуховой проход;
- 3 – барабанная перепонка;
- 4 – молоточек;
- 5 – наковальня;
- 6 – стремечко;
- 7 – овальное окно;
- 8 – вестибулярная лестница;
- 9 – круглое окно;
- 10 – барабанная лестница;
- 11 – улитковый канал;
- 12 – основная мембрана

Строение среднего уха. Среднее ухо является устройством, предназначенным для передачи звуковых колебаний из воздушной среды наружного уха в жидкую среду внутреннего уха. Оно содержит (см. рис. 7.1, б) барабанную перепонку, овальное и круглое окна, а также слуховые косточки (молоточек, наковальню, стремечко). Среднее ухо представляет собой своеобразный барабан (объемом $0,8 \text{ см}^3$), который отделяется от наружного уха барабанной перепонкой, а от внутреннего уха – овальным и круглым окнами и заполнено воздухом. Любая разность давлений между наружным и средним ухом приводит к деформации барабанной перепонки. Барабанная перепонка – это воронкообразная мембрана, вдавленная внутрь среднего уха. От нее звуковая информация передается косточкам среднего уха (форма барабанной перепонки обеспечивает отсутствие собственных колебаний, что весьма существенно, так как собственные колебания перепонки создавали бы шумовой фон).

Еще одна из функций среднего уха – ослабление передачи колебаний в случае звука большой интенсивности. Это осуществляется рефлекторным расслаблением мышц косточек среднего уха. Среднее ухо соединяется с атмосферой через слуховую (евстахиеву) трубу. Наружное и среднее ухо относятся к звукопроводящей системе.

Строение внутреннего уха. Звуковоспринимающей системой слухового аппарата являются внутреннее ухо и входящая в него улитка. Внутреннее ухо представляет собой замкнутую полость (рис. 7.2). Эта полость, называемая лабиринтом, имеет сложную форму и заполнена жидкостью – перилимфой. Она состоит из

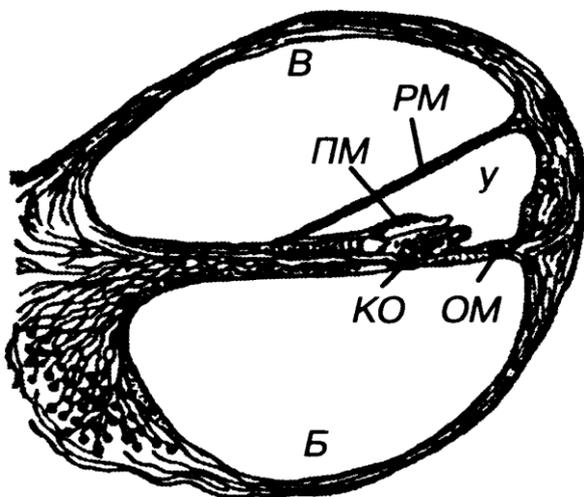


Рис. 7.2. Строение внутреннего уха

двух основных частей: улитки, преобразующей механические колебания в электрический сигнал, и полукружия вестибулярного аппарата, обеспечивающего равновесие тела в поле силы тяжести.

Колебания стремечка передаются мембране овального окна, от нее – перилимфе вестибулярного хода. Затем через тонкую вестибулярную мембрану эти колебания передаются эндолимфе улиточного хода. Колебания эндолимфы

передаются основной мембране, на которой находится кортиев орган, содержащий чувствительные волосковые клетки (около 24000), в которых возникают электрические потенциалы, передаваемые по слуховому нерву в мозг.

7.2. Определение локализации источника звука

Ушная раковина выполняет существенную роль в определении локализации источника в пространстве. Звук от источника попадает в ушную раковину. В зависимости от положения в вертикальной плоскости звуковые волны будут по-разному дифрагировать на ушной раковине из-за ее специфической формы. Это приведет и к изменению спектрального состава звуковой волны, попадающей в слуховой проход. Человек в результате опыта научился ассоциировать изменение спектра звуковой волны с направлением на источник звука (направления А, Б и В на рис. 7.3, а).

Обладая двумя звукоприемниками (ушами), человек и животные способны установить направление на источник звука и в горизонтальной плоскости (бинауральный эффект; рис. 7.3, б). Это объясняется тем, что звук от источника до разных ушей проходит разное расстояние, и возникает разность фаз для волн, попадающих в правую и левую ушные раковины. Считают, что человек с нормальным слухом может фиксировать направления на источник звука с точностью до 3° , этому соответствует разность фаз 6° . Поэтому можно полагать, что человек способен различать изменение разности фаз звуковых волн, попадающих в его уши, с точностью до 6° .

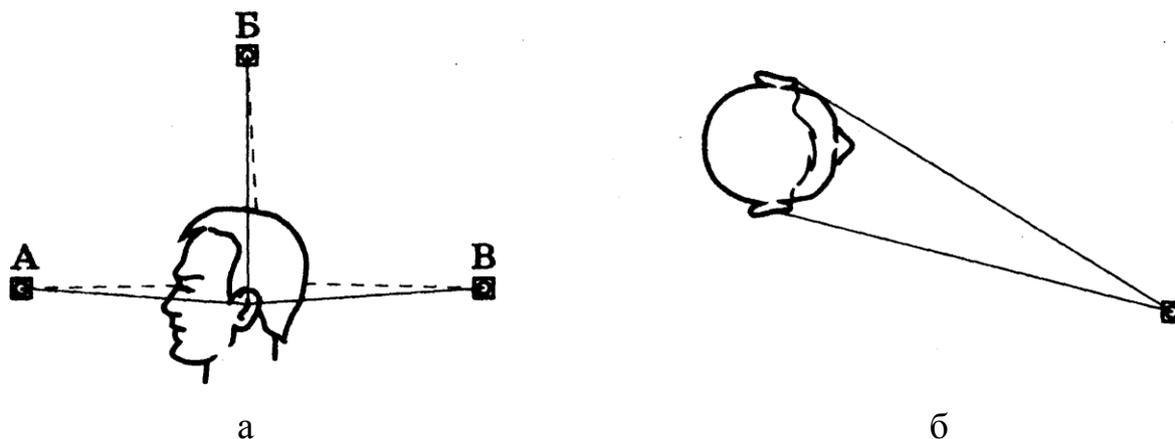


Рис. 7.3. Схема, объясняющая бинауральный эффект слухового аппарата

Кроме фазового различия бинауральному эффекту способствует неодинаковость интенсивностей звука у разных ушей, а также и «акустическая тень» от головы для одного уха.

7.3. Звуковые измерения

Связь между частотой, громкостью и уровнем интенсивности изображают графически с помощью *кривых равной громкости* (рис. 7.4). Эти кривые демонстрируют зависимость *уровня интенсивности* в децибелах

(дБ) от частоты звука ν при заданной громкости звука. Нижняя кривая соответствует *порогу слышимости*. Она позволяет найти пороговое значение уровня интенсивности при заданной частоте тона.

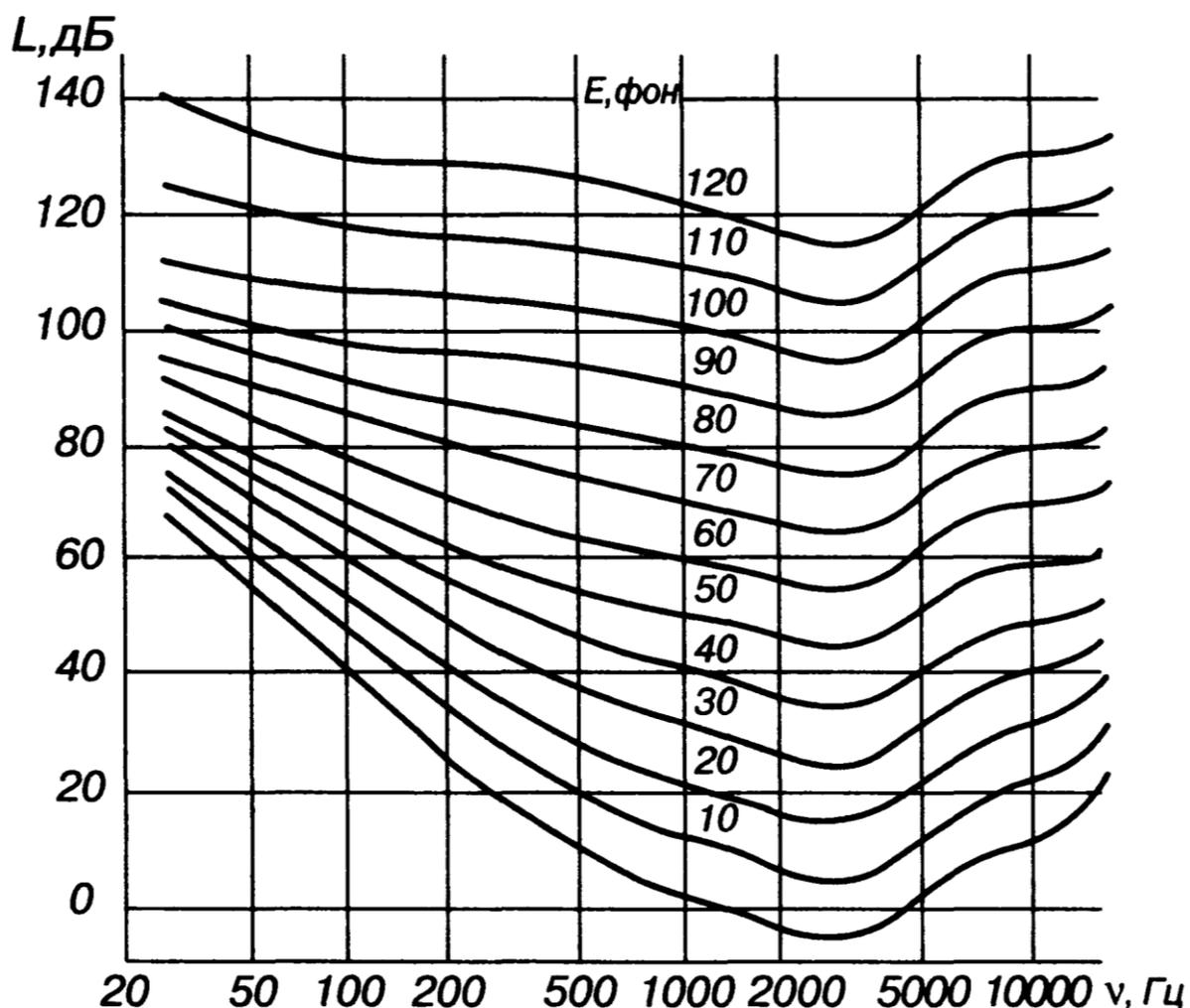


Рис. 7.4. Кривые равной громкости

С помощью кривых равной громкости можно найти *громкость звука*, если известны его частота и уровень интенсивности. Кривые равной громкости отражают восприятие звука *средним человеком*.

Для оценки слуха *конкретного* человека применяется метод тональной пороговой *аудиометрии*. На специальном приборе аудиометре определяют порог слухового ощущения на разных частотах, полученная кривая называется аудиограммой. Сравнение аудиограммы больного человека с нормальной кривой порога слухового ощущения помогает диагностировать заболевания органов слуха.

7.4. Звуковые методы исследования

Звук может быть источником информации о состоянии органов человека.

1. **Аускультация** – непосредственное выслушивание звуков, возникающих внутри организма. По характеру таких звуков можно определить, какие именно процессы протекают в данной области тела, и в некоторых случаях установить диагноз. Приборами, применяемыми для выслушивания, являются стетоскоп и фонендоскоп.

Фонендоскоп состоит из полой капсулы с передающей мембраной, которая прикладывается к телу, от нее идут резиновые трубки к уху врача. В полой капсуле возникает резонанс столба воздуха, вызывающий усиление звучания и, следовательно, улучшение выслушивания. Выслушиваются дыхательные шумы, хрипы, тоны сердца, шумы в сердце.

В клинике используются установки, в которых выслушивание осуществляется при помощи микрофона и динамика. Широко применяется запись звуков с помощью современных носителей информации, что дает возможность их воспроизведения и расшифровки.

2. **Фонокардиография** – графическая регистрация тонов и шумов сердца и их диагностическая интерпретация. Запись осуществляется с помощью фонокардиографа, который состоит из микрофона, усилителя, частотных фильтров, регистрирующего устройства.

3. **Перкуссия** – исследование внутренних органов посредством постукивания по поверхности тела и анализа возникающих при этом звуков. Постукивание осуществляется либо с помощью специальных молоточков, либо при помощи пальцев.

Если в замкнутой полости вызвать звуковые колебания, то при определенной частоте звука воздух в полости начнет резонировать, усиливая тот тон, который соответствует размеру полости и ее положению. Схематично тело человека можно представить суммой разных объемов: газонаполненных (легкие), жидких (внутренние органы), твердых (кости). При ударе по поверхности тела возникают колебания с разными частотами. Часть из них погаснет. Другие совпадут с собственными частотами пустот, следовательно, усилятся и из-за резонанса будут слышны. По тону перкуторных звуков определяют состояние и топографию органа.

7.5. Воздействие шума на человека. Защита от шума

Для профилактики шума необходимо знать основные факторы, определяющие его воздействие на организм человека: близость источника шума, интенсивность шума, длительность воздействия, ограниченность пространства, в котором действует шум.

Длительное воздействие шума вызывает сложный симптоматический комплекс функциональных и органических изменений в организме (и не только органа слуха). Воздействие длительного шума на центральную нервную систему (ЦНС) проявляется в замедлении всех нервных реакций, сокращении времени активного внимания, снижении работоспособности. После длительного действия шума изменяется ритм дыхания, ритм сердечных сокращений, возникает усиление тонуса сосудистой системы, что приводит к повышению систолического и диастолического уровня кровяного давления. Изменяется двигательная и секреторная деятельность желудочно-кишечного тракта, наблюдается гиперсекреция отдельных желез внутренней секреции. Имеет место повышение потливости. Отмечается подавление психических функций, особенно памяти.

Специфическое действие оказывает шум на функции органа слуха. Ухо, как и все органы чувств, способно адаптироваться к шуму. При этом под действием шума порог слышимости повышается на 10-15 дБ. После прекращения шумового воздействия нормальное значение порога слышимости восстанавливается только через 3-5 минут. При высоком уровне интенсивности шума (80-90 дБ) его утомляющее действие резко усиливается. Одной из форм расстройства функции органа слуха, связанной с длительным воздействием шума, является тугоухость.

Сильное воздействие, как на физическое, так и на психологическое состояние человека, оказывает рок-музыка. Современная рок-музыка создает шум в диапазонах от 10 Гц до 80 кГц. Экспериментально установлено, что если основной ритм, задаваемый ударными инструментами, имеет частоту 1,5 Гц и имеет мощное музыкальное сопровождение на частотах 15-30 Гц, то у человека наступает сильное возбуждение. При ритме с частотой 2 Гц при таком же сопровождении человек впадает в состояние, близкое наркотическому опьянению. На рок-концертах интенсивность звука может превышать 120 дБ, хотя человеческое ухо настроено наиболее благоприятно на среднюю интенсивность 55 дБ. При этом могут возникать контузии звуком, звуковые «ожоги», потеря слуха и памяти.

Шум оказывает вредное воздействие и на орган зрения. Так, длительное воздействие производственного шума на человека, находящегося в затемненном помещении, приводит к заметному снижению активности сетчатки глаза, от которой зависит работа глазного нерва, а следовательно, и острота зрения.

Защита от шума достаточно сложна. Это связано с тем, что вследствие сравнительно большой длины волны звук огибает препятствия (явление дифракции) и звуковая тень не образуется. Кроме того, многие материалы, применяемые в строительстве и технике, имеют недостаточно высокий коэффициент поглощения звука. Эти особенности требуют специальных средств борьбы с шумами, к которым относятся подавление шу-

мов, возникающих в самом источнике, использование глушителей, применение упругих подвесов, звукоизолирующих материалов, устранение щелей и т.п.

Для борьбы с шумами, проникающими в жилые помещения, большое значение имеют правильное планирование расположения зданий, учет розы ветров, создание защитных зон, в том числе и растительных. Растения – хороший гаситель шума. Деревья и кустарники могут снижать уровень его интенсивности на 5-20 дБ. Эффективны зеленые полосы между тротуаром и мостовой. Лучше всего шум гасят липы и ели. Дома, находящиеся позади высокого хвойного заслона, могут быть избавлены от шумов улицы почти полностью.

Борьба с шумом не предполагает создания абсолютной тишины, так как при длительном отсутствии слуховых ощущений у человека могут возникнуть расстройства психики. Абсолютная тишина и длительный повышенный шум одинаково противоестественны для человека.

Для объективного измерения уровня громкости шума используется *шумомер*. Свойства прибора приближаются к свойствам человеческого уха, для этого на разных диапазонах уровня громкости используются корректирующие электрические фильтры.

Контрольные вопросы

- Объясните устройство слухового аппарата человека.
- Каковы физические основы бинаурального эффекта слухового аппарата?
- В чем суть метода аудиометрии?
- Какие звуковые методы применяются в медицине?
- Назовите основные факторы воздействия шума на здоровье человека.
- Как уменьшить влияние вредных шумов на человека?

Задачи для самостоятельного решения

7.1. Размер ушной раковины равен $d = 3,4$ см. При какой частоте будут наблюдаться дифракционные явления на ушной раковине? {не менее 10^4 Гц}

7.2. Человеческое ухо воспринимает упругие волны в интервале частот от $\nu_1 = 16$ Гц до $\nu_2 = 20$ кГц. Каким длинам волн соответствует этот интервал в воздухе и в воде? Скорость звука в воздухе и воде соответственно

$v_1 = 340$ м/с и $v_2 = 1400$ м/с. {в воздухе: $\lambda_1 = 17$ м, $\lambda_2 = 0,017$ м; в воде: $\lambda_1 = 70$ м, $\lambda_2 = 0,07$ м}

7.3. Определите среднюю силу, действующую на барабанную перепонку уха человека (площадь $s = 66$ мм²), для двух случаев: а) порог слышимости; б) порог болевого ощущения. Частота равна 1 кГц. {а) 1,95 нН; б) 6,17 мН}

7.4. Разность хода звуковых волн, приходящих в левое и правое ухо человека, составляет 1 см. Определите сдвиг фаз между обоими звуковыми ощущениями для тона с частотой 1000 Гц.

7.5. Нормальный разговор человека оценивается уровнем громкости звука $E_l = 50$ фон. Определите уровень громкости звука, соответствующего трем одновременно говорящим людям. Частоту звука условно считать $\nu = 1$ кГц. {54,8 фон}

7.6. Уровень громкости звука реактивного самолета на расстоянии 30 м от него равен 140 дБ. Каков уровень громкости на расстоянии 300 м? Отражением от земли пренебречь. {120 дБ}

7.7. Звук, которому на улице соответствует уровень интенсивности $L_1 = 50$ дБ, слышен в комнате так, как звук с уровнем интенсивности $L_2 = 30$ дБ. Найдите отношение интенсивностей этого звука на улице и в комнате. { $L_1 / L_2 = 100$ }

7.8. Уровень громкости звука с частотой 5000 Гц равен $E = 50$ фон. Найдите интенсивность этого звука, воспользовавшись кривыми равной громкости. { $5 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²}

Лекция 8

МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ

8.1. Внутреннее трение. Вязкость

К жидкостям относят вещества, которые по своим свойствам занимают промежуточное положение между газами и твердыми телами. Жидкие среды составляют наибольшую часть организма (более 70%), их перемещение обеспечивает обмен веществ и снабжение клеток кислородом, поэтому механические свойства и течение жидкостей представляют особый интерес в биологии и медицине. В жидкости силы, действующие между молекулами, значительно меньше, чем в твердых телах, и быстрее убывают с расстоянием. Поэтому характерным свойством жидкости является относительно легкая (особенно в сравнении с твердыми телами) смещаемость молекул под действием внешних сил. Это свойство называется *текучестью*. Относительное перемещение частиц сопровождается некоторым сопротивлением, которое называется внутренним трением или *вязкостью* жидкости.

Еще одним характерным свойством жидкостей является их относительная несжимаемость. Если жидкость находится под действием внешних сил, то эти силы уравниваются силами взаимного отталкивания молекул, которые в жидкости значительны. Вследствие подвижности частиц давление в жидкости перемещается равномерно во все стороны (закон Паскаля).

Единица давления в системе СИ – Паскаль (Па); $1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$. Давление измеряется манометрами. При движении жидкости различные ее слои движутся с различными скоростями. Это приводит к тому, что помимо возникающей силы взаимодействия между слоями молекул (смещающихся относительно друг друга) дополнительно возникает обмен импульсами в результате беспорядочного движения молекул. Взаимный обмен импульсами и взаимодействие молекул создают *внутреннее трение*, которое возникает главным образом благодаря обмену импульсами.

Ньютон первым установил, что сила внутреннего трения между двумя слоями жидкости пропорциональна площади S взаимодействующих слоев и тем больше, чем больше их относительная скорость:

$$F_B = \eta \cdot S \frac{dv}{dx}, \quad (8.1)$$

где η – коэффициент внутреннего трения (коэффициент динамической вязкости); dv/dx – градиент скорости. Коэффициент динамической вязкости

$$\eta = \frac{F_B}{S \cdot \frac{dv}{dx}} \quad \text{и} \quad [\eta] = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} = \text{Па} \cdot \text{с}. \quad (8.2)$$

Рассмотрим течение вязкой жидкости между двумя твердыми пластинками (рис. 8.1), из которых нижняя неподвижна, а верхняя движется со скоростью v . Условно представим жидкость в виде нескольких слоев. Слой, «прилипший» ко дну, неподвижен. По мере удаления от дна слой

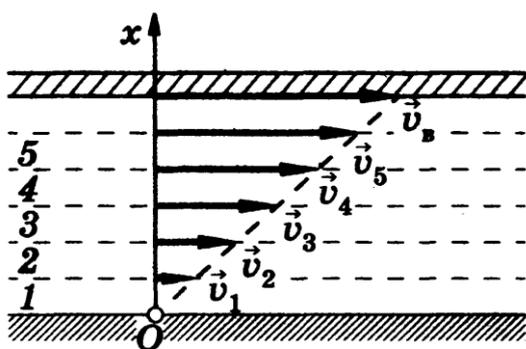


Рис. 8.1. Распределение скоростей движения слоев жидкости в потоке

жидкости имеют все большие скорости, максимальна скорость слоя, «прилипшего» к верхней пластине. Быстроту изменения скорости при переходе от одного слоя жидкости к другому характеризуют градиентом скорости dv/dx .

У большинства жидкостей (вода, низкомолекулярные органические соединения, растворы, расплавленные металлы) коэффициент вязкости зависит только от природы

жидкости и температуры, и коэффициент динамической вязкости для них определяется по формуле (8.2). У некоторых жидкостей, преимущественно высокомолекулярных растворов полимеров или представляющих дисперсионные суспензии и эмульсии, коэффициент вязкости зависит также от режима течения жидкости – давления и градиента скорости. При их увеличении вязкость жидкости уменьшается вследствие нарушения внутренней структуры потока жидкости. Такие жидкости называются структурно вязкими, или *неньютоновскими*.

8.2. Условие неразрывности струи

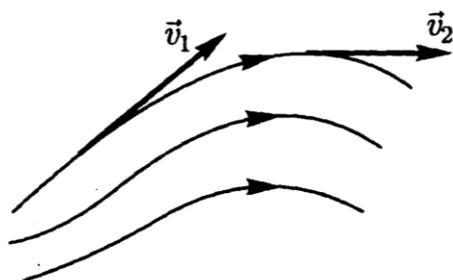


Рис. 8.2. Линии тока

Движение жидкости называется *течением*, а совокупность частиц движущейся жидкости – *потоком*. Графически движение жидкости изображается с помощью *линий тока*, которые проводят так, что касательные к ним совпадают по направлению с вектором скорости жидкости в соответствующих точках пространства (рис. 8.2). Линии тока проводятся так, чтобы густота их, ха-

рактируемая отношением числа линий к площади перпендикулярной им площадки, через которую они проходят, была больше там, где больше скорость течения жидкости, и меньше там, где жидкость течет медленнее. Таким образом, по картине линий тока можно судить о направлении и модуле скорости в разных точках пространства, т.е. можно определить состояние движения жидкости. Линии тока в жидкости можно «проявить», например, подмешав в нее какие-либо заметные взвешенные частицы.

Часть жидкости, ограниченную линиями тока, называют **трубкой тока**. Течение жидкости называется **установившимся** (или **стационарным**), если форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются.

Рассмотрим какую-либо трубку тока. Выберем два ее сечения S_1 и S_2 , перпендикулярные направлению скорости (рис. 8.3).

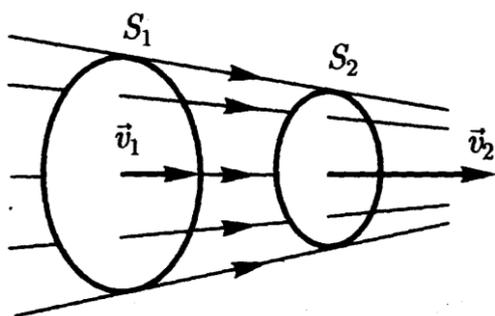


Рис. 8.3. Трубка тока переменного сечения

Всякое движение жидкости без пузырьков и пустот должно удовлетворять закону сохранения массы. Поэтому масса жидкости Δm , прошедшая через поперечное сечение S за время Δt , будет равна

$$\Delta m = \rho \cdot v \cdot S \cdot \Delta t, \quad (8.3)$$

где v – скорость частиц, постоянная в данном сечении; ρ – плотность жидкости в том же сечении.

При стационарном потоке за один и тот же промежуток времени Δt через два разных сечения трубки тока S_1 и S_2 должны проходить одинаковые массы жидкости:

$$\rho_1 v_1 S_1 \Delta t = \rho_2 v_2 S_2 \Delta t. \quad (8.4)$$

Для несжимаемой жидкости $\rho_1 = \rho_2$, тогда

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 = \text{const}. \quad (8.5)$$

Соотношение (8.5) называется **уравнением неразрывности** для несжимаемой жидкости.

Условие неразрывности струи: при стационарном течении несжимаемой жидкости через любые сечения трубки тока каждую секунду протекают одинаковые объемы жидкости, равные произведению площади сечения и средней скорости движения ее частиц.

Из уравнения неразрывности струи (8.5) следует, что в тех участках трубки тока, где ее сечение меньше, скорость движения жидкости больше и наоборот:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}. \quad (8.6)$$

8.3. Уравнение Бернулли

В реальных жидкостях между отдельными слоями потока возникают силы внутреннего трения, тормозящие относительное смещение слоев. Однако в некоторых случаях ими можно пренебречь. Поэтому для вывода ряда закономерностей пользуются физической моделью *идеальной жидкости* – воображаемой жидкости, у которой внутреннее трение полностью отсутствует.

Выделим в стационарно текущей несжимаемой идеальной жидкости трубку тока, ограниченную сечениями S_1 и S_2 , по которой жидкость течет слева направо (рис. 8.4). Пусть в месте сечения S_1 скорость течения v_1 ,

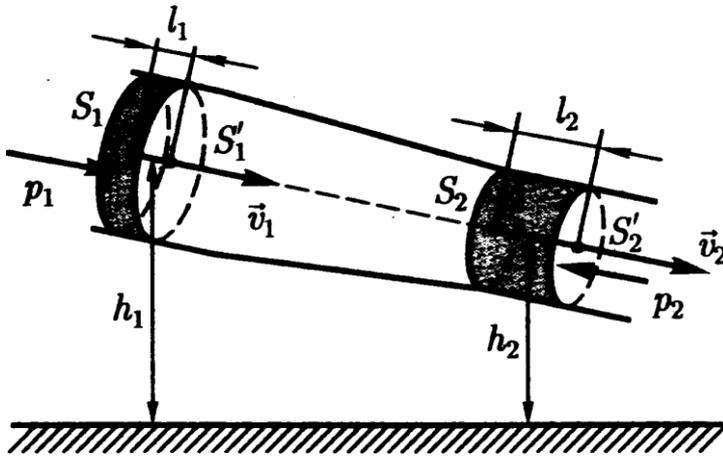


Рис. 8.4. Движение жидкости в трубке тока

давление p_1 и высота, на которой это сечение расположено, h_1 . Аналогично, в месте сечения S_2 скорость течения v_2 , давление p_2 , высота сечения h_2 . За малый промежуток времени Δt жидкость перемещается от сечения S_1 к сечению S_1' , от S_2 – к S_2' .

Согласно закону сохранения энергии, изменение полной энергии $(E_2 - E_1)$ идеальной несжимаемой жидкости должно быть равно работе A внешних сил по перемещению массы Δm жидкости:

$$E_2 - E_1 = A, \quad (8.7)$$

где E_1 и E_2 – полные энергии жидкости массой Δm в местах сечений S_1 и S_2 соответственно.

С другой стороны, A – это работа, совершаемая при перемещении всей жидкости, заключенной между сечениями S_1 и S_2 , за рассматриваемый малый промежуток времени Δt . Для перенесения массы Δm от S_1 до S_1' жидкость должна переместиться на расстояние $l_1 = v_1 \Delta t$ и от S_2 до S_2' – на расстояние $l_2 = v_2 \Delta t$.

Отметим, что l_1 и l_2 настолько малы, что всем точкам объемов, закрашенных на рис. 8.4, приписывают постоянные значения скорости, давления и высоты. Следовательно,

$$A = F_1 l_1 - F_2 l_2, \quad (8.8)$$

где $F_1 = p_1 S_1$, а $F_2 = p_2 S_2$ (сила F_2 отрицательна, так как направлена в сторону, противоположную течению жидкости; см. рис. 8.4). Полные энергии

E_1 и E_2 будут складываться из кинетической и потенциальной энергий массы Δm жидкости:

$$E_1 = \frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m g h_1, \quad (8.9)$$

$$E_2 = \frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g h_2. \quad (8.10)$$

Подставляя в закон сохранения энергии (8.7) выражения (8.8), (8.9) и (8.10), получим:

$$\frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g h_2 - \frac{\Delta m v_1^2}{2} - \Delta m g h_1 = F_1 l_1 - F_2 l_2. \quad (8.11)$$

Если слагаемые с индексом 1 перенести влево, а с индексом 2 – вправо и учесть, что $F l = p S v \Delta t$, то выражение (8.11) принимает вид

$$\frac{\Delta m v_1^2}{2} + \Delta m g h_1 + p_1 S_1 v_1 \Delta t = \frac{\Delta m v_2^2}{2} + \Delta m g h_2 + p_2 S_2 v_2 \Delta t. \quad (8.12)$$

Согласно уравнению неразрывности для несжимаемой жидкости (8.5), объем, занимаемый жидкостью, остается постоянным в любом сечении данной трубки тока, т.е.

$$\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t. \quad (8.13)$$

Разделив выражение (8.12) на ΔV , получим:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2, \quad (8.14)$$

где ρ – плотность жидкости.

Так как сечения S_1 и S_2 были выбраны произвольно, то для любого другого сечения данной трубки тока должно выполняться условие

$$\rho \frac{v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const}. \quad (8.15)$$

Выражение (8.15) выведено швейцарским физиком Д. Бернулли (1700-1782) и называется **уравнением Бернулли**. Уравнение Бернулли выражает закон сохранения энергии применительно к установившемуся течению идеальной жидкости, внутреннее трение которой не очень велико.

Величина p в формуле (8.15) называется **статическим давлением**, величина $\rho g h$ представляет собой **гидростатическое давление**, а величина $\rho \frac{v^2}{2}$ называется **динамическим давлением**.

При стационарном течении идеальной жидкости полное давление, равное сумме статического, гидростатического и динамического давлений, остается величиной постоянной в любом поперечном сечении потока.

Из формулы (8.14) следует, что для горизонтальной трубки тока (когда $h_1 = h_2$) уравнение Бернулли примет вид

$$\rho \frac{v^2}{2} + p = \text{const}, \quad (8.16)$$

где $\rho \frac{v^2}{2} + p$ называется **полным давлением**.

Из уравнения Бернулли (8.15) и уравнения неразрывности (8.5) следует вывод: при течении по горизонтальной трубе, имеющей различные сечения, скорость жидкости больше в местах сужения, а статическое давление больше в широких местах, т.е. там, где скорость меньше.

Полное давление в разных сечениях горизонтальной трубки тока одинаково согласно (8.16). В более узких местах ($S_2 < S_1$) $v_2 > v_1$ и $p_2 < p_1$. На рис. 8.5 манометрические трубки 1, 2 демонстрируют статические давления в разных сечениях. Так как нижние сечения этих трубок параллельны линиям тока, то динамического давления они не показывают.

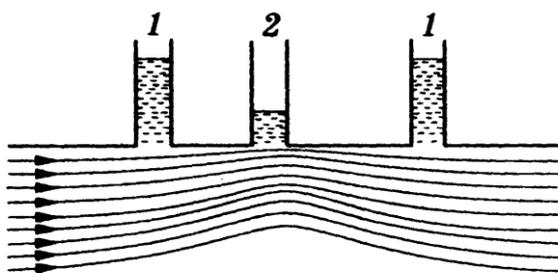


Рис. 8.5. Распределение давления в трубке тока

Можно сделать столь узкое сечение трубки тока, что вследствие малого давления (ниже атмосферного) в это сечение будет засасываться воздух или жидкость. В этом проявляется всасывающее действие струи, которое используется в водоструйных насосах, ингаляторах и пульверизаторах.

Можно сделать столь узкое сечение трубки тока, что вследствие малого давления (ниже атмосферного) в это сечение будет засасываться воздух или жидкость. В этом проявляется всасывающее действие струи, которое используется в водоструйных насосах, ингаляторах и пульверизаторах.

8.4. Ламинарное и турбулентное течение

Наблюдаются два вида течения жидкости. В одних случаях жидкость как бы разделяется на слои, которые скользят друг относительно друга, не перемешиваясь. Такое течение называется **ламинарным** (слоистым).

Ламинарное течение жидкости наблюдается при небольших скоростях ее движения. Внешний слой жидкости, примыкающий к поверхности трубы, в которой она течет, из-за сил молекулярного сцепления прилипает к ней и остается неподвижным. Скорости последующих слоев тем больше, чем больше их расстояние до поверхности трубы, и наибольшей скоростью обладает слой, движущийся вдоль оси трубы (рис. 8.6).

При увеличении скорости жидкости и поперечных размеров потока характер течения изменяется существенным образом. Возникает энергичное перемешивание жидкости. Такое течение называется **турбулентным**. При

турбулентном течении жидкости скорость частиц в каждом данном месте все время изменяется беспорядочным образом – течение не стационарно.

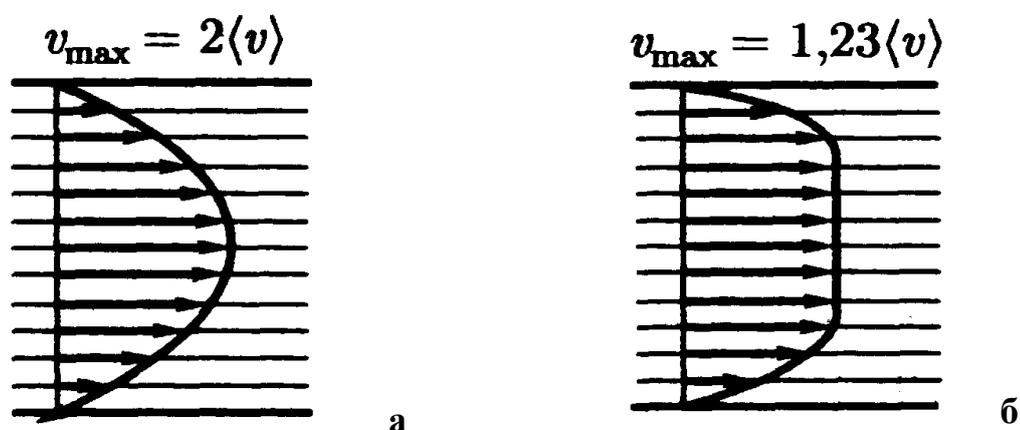


Рис. 8.6. Распределение скоростей движения слоев жидкости:
а – ламинарное течение; б – турбулентное течение

При турбулентном течении частицы жидкости приобретают составляющие скоростей, перпендикулярные течению, поэтому они могут переходить из одного слоя в другой. Скорость частиц жидкости быстро возрастает по мере удаления от поверхности трубы, затем изменяется довольно незначительно. Так как частицы жидкости переходят из одного слоя в другой, то их скорости в различных слоях мало отличаются. Из-за большого градиента скоростей у поверхности трубы обычно происходит образование вихрей.

Профиль усредненной скорости при турбулентном течении в трубах (рис. 8.6) отличается от параболического профиля при ламинарном течении более быстрым возрастанием скорости у стенок трубы и меньшей кривизной в центральной части течения. Характер течения зависит от безразмерной величины, называемой **числом Рейнольдса**:

$$\text{Re} = \frac{\rho v d}{\eta}, \quad (8.17)$$

где ρ – плотность жидкости, v – средняя скорость (по сечению трубки) потока, η – коэффициент динамической вязкости жидкости, d – характерный размер для поперечного сечения, например диаметр поперечного сечения.

Опытным путем было установлено, что при малых значениях числа Рейнольдса $\text{Re} \leq 1000$ наблюдается ламинарное течение. Переход от ламинарного течения к турбулентному происходит в области значений $1000 \leq \text{Re} \leq 2000$.

8.5. Ньютоновские и неньютоновские жидкости. Кровь

Жидкость, которая подчиняется уравнению Ньютона (8.1), называют *ньютоновской*. Коэффициент внутреннего трения ньютоновской жидкости зависит от ее строения, температуры и давления, но не зависит от градиента скорости.

Неньютоновская жидкость – жидкость, вязкость которой зависит от градиента скорости.

Свойствами неньютоновской жидкости обладают структурированные дисперсные системы (суспензии, эмульсии), растворы и расплавы некоторых полимеров, многие органические жидкости и др.

При прочих равных условиях вязкость таких жидкостей значительно больше, чем у ньютоновских жидкостей. Это связано с тем, что благодаря сцеплению молекул или частиц в неньютоновской жидкости образуются пространственные структуры, на разрушение которых затрачивается дополнительная энергия.

Цельная кровь (суспензия эритроцитов в белковом растворе – плазме) является неньютоновской жидкостью вследствие агрегации эритроцитов. При протекании крови по капиллярам агрегаты эритроцитов распадаются, и вязкость падает.

8.6. Метод Пуазейля

Французский физик Пуазейль (1799-1868), изучая ламинарное течение жидкости в круглой трубе, нашел закон изменения скорости с расстоянием r от оси трубы.

Чтобы определить зависимость скорости v слоев жидкости, протекающей по трубе, от расстояния r до оси трубы, мысленно выделим цилиндрический объем жидкости некоторого радиуса r и длины L .

На торцах этого цилиндра поддерживаются давления p_1 и p_2 , что обуславливает результирующую силу:

$$F = p_1\pi r^2 - p_2\pi r^2 = (p_1 - p_2)\pi r^2. \quad (8.18)$$

Сила внутреннего трения, действующая на боковую поверхность этого объема, согласно (8.1) равна:

$$F_b = \eta \frac{dv}{dr} S = \eta \frac{dv}{dr} 2\pi r L, \quad (8.19)$$

где $S = 2\pi r L$ – площадь боковой поверхности цилиндра.

Так как жидкость движется равномерно, то силы, действующие на выделенный цилиндр, уравновешены: $F = F_{mp}$. Приравнивая выражения (8.18) и (8.19), получим:

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = -\eta \frac{dv}{dr} 2\pi r L. \quad (8.20)$$

Знак « \leftarrow » означает, что при возрастании радиуса скорость уменьшается. Из последнего выражения изменение скорости равно:

$$dv = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta L} r dr. \quad (8.21)$$

Полагая, что у стенок имеет место прилипание жидкости, т.е. скорость на расстоянии R от оси равна нулю, получаем интеграл

$$\int_0^v dv = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta L} \int_R^r r dr. \quad (8.22)$$

Вычисляя интеграл (8.22), получаем зависимость скорости слоев жидкости от расстояния их до оси трубы:

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta L} (R^2 - r^2). \quad (8.23)$$

Отсюда видно, что скорости частиц жидкости распределяются по параболическому закону, причем вершина параболы лежит на оси трубы. Слой, текущий вдоль оси трубы ($r = 0$), имеет наибольшую скорость:

$$v_{\max} = \frac{(p_1 - p_2)R^2}{4L\eta}. \quad (8.24)$$

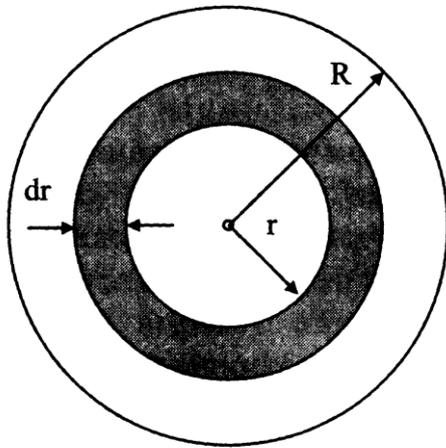


Рис. 8.7. Движение бесконечно тонкого слоя жидкости dr в трубе

Установим, от каких факторов зависит объем Q жидкости, протекающей по горизонтальной трубе в единицу времени. Для этого выделим цилиндрический слой радиусом r и толщиной dr . Элементарная площадь сечения этого слоя (рис. 8.7) равна $dS = 2\pi r dr$. Так как слой тонкий, то можно считать, что он перемещается с одинаковой скоростью v . В единицу времени слой переносит объем жидкости

$$dQ = v dS = v 2\pi r dr. \quad (8.25)$$

Подставим (8.23) в (8.25) и получим:

$$dQ = \frac{p_1 - p_2}{2\eta L} (R^2 - r^2) \pi r dr. \quad (8.26)$$

Интегрируя, получим:

$$Q = \frac{p_1 - p_2}{2\eta L} \pi \int (R^2 - r^2) r dr = \frac{\pi R^4}{8\eta} \frac{p_1 - p_2}{L}. \quad (8.27)$$

Выражение (8.27) называют формулой Пуазейля. В более общем виде это выражение можно представить в виде

$$Q = \frac{\Delta p}{X}, \quad (8.28)$$

где $X = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$ – гидравлическое сопротивление трубки тока; Δp – разность давления на концах трубки тока. Выражение (8.28) можно рассматривать как аналогию закону Ома для участка цепи.

Как видно из (8.27), при заданных внешних условиях объем жидкости, протекающей по трубе, пропорционален **четвертой степени** ее радиуса. Это очень сильная зависимость. Так, например, если при атеросклерозе радиус сосудов уменьшится в 2 раза, то для поддержания нормального кровотока перепад давлений нужно увеличить в 16 раз, что практически невозможно. В результате возникает кислородное голодание соответствующих тканей. Этим объясняется возникновение «грудной жабы». Облегчения можно достичь, вводя лекарственное вещество, которое расслабляет мышцы артериальных стенок и позволяет увеличить просвет сосуда и, следовательно, поток крови.

Поток крови, проходящей через сосуды, регулируется специальными мышцами, окружающими сосуд. При их сокращении просвет сосуда уменьшается и, соответственно, убывает поток крови. Таким образом, незначительным сокращением этих мышц очень точно контролируется поступление крови в ткани.

В организме путем изменения радиуса сосудов (сужения или расширения) за счет изменения объемной скорости кровотока регулируется кровоснабжение тканей, теплообмен с окружающей средой.

8.7. Методы определения вязкости жидкостей

Совокупность методов измерения вязкости жидкости называется **вискозиметрией**. Прибор для измерения вязкости называется **вискозиметром**. В зависимости от метода измерения вязкости используют следующие типы вискозиметров:

1. Капиллярный вискозиметр Оствальда основан на использовании формулы Пуазейля. Вязкость определяется по результату измерения времени протекания через капилляр жидкости известной массы под действием силы тяжести при определенном перепаде давлений.

2. Медицинский вискозиметр Гесса с двумя капиллярами, в которых движутся две жидкости (например, дистиллированная вода и кровь). Вязкость одной жидкости должна быть известна. Учитывая, что перемещение жидкостей за одно и то же время обратно пропорционально их вязкости, вычисляют вязкость второй жидкости.

3. Вискозиметр, основанный на методе Стокса, согласно которому при движении шарика радиуса R в жидкости с вязкостью η при небольшой скорости ν сила сопротивления пропорциональна вязкости этой жидкости: $F = 6\pi\eta R\nu$ (формула Стокса).

Эритроциты перемещаются в вязкой жидкости – плазме крови. Так как эритроциты имеют дискообразную форму и оседают в вязкой жидкости, то скорость их оседания (СОЭ) можно определить приближенно по формуле Стокса. О скорости оседания судят по количеству плазмы над осевшими эритроцитами. В норме скорость оседания эритроцитов равна: 7-12 мм/ч для женщин и 3-9 мм/ч для мужчин.

Контрольные вопросы

- Что определяют термины «текучесть»? «вязкость»?
- Объясните механизм возникновения внутреннего трения в жидкости и запишите формулу Ньютона.
- Что называется трубкой тока?
- В чем состоит физический смысл условия неразрывности струи? Как его вывести?
- Выведите уравнение Бернулли и объясните его физический смысл.
- Какое течение жидкости называют ламинарным? турбулентным?
- Что характеризует критерий Рейнольдса?
- Чем ньютоновские жидкости отличаются от неньютоновских?
- Представьте вывод формулы Пуазейля.
- Какие физические явления могут быть количественно объяснены с помощью формулы Пуазейля?
- Объясните суть методов определения вязкости жидкости.

Задачи для самостоятельного решения

8.1. Полый железный шар ($\rho = 7,87 \text{ г/см}^3$) весит в воздухе 5 Н, а в воде ($\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$) – 3 Н. Пренебрегая выталкивающей силой воздуха, определите объем внутренней полости шара. {139 см³}

8.2. Вычислите силу, действующую на площадь 2 м² дна русла, если по нему перемещается поток воды высотой 2 м. Скорость верхнего слоя 30 м/с, скорость нижних слоев постепенно уменьшается и равна нулю у дна. {0,315 мН}

8.3. Допустим, что в двух кровеносных сосудах градиент давления одинаков, а поток крови (объемный расход) во втором сосуде на 80% меньше, чем в первом. Найдите отношение диаметров. {1,5}

8.4. Найдите гидравлическое сопротивление цилиндрического сосуда радиусом 1 мм и длиной 10 см при 20 °С, если по сосуду: а) протекает вода; б) протекает кровь. Вязкость крови в 5 раз больше вязкости воды ($\eta_{\text{H}_2\text{O}} = 1787 \text{ мкПа} \cdot \text{с}$). {а) $2,6 \cdot 10^8 \text{ м}^{-4} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{кг}$; $13 \cdot 10^8 \text{ м}^{-4} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{кг}$ }

8.5. Определите время протекания крови через капилляр вискозиметра, если вода протекает через него за 10 с. Объемы воды и крови одинаковы. Плотности воды и крови равны соответственно $\rho_1 = 1 \text{ г/см}^3$, $\rho_2 = 1,06 \text{ г/см}^3$. Вязкость крови относительно воды равна 5 ($\eta_2 / \eta_1 = 5$). {47, 2 с}

8.6. Падение давления в кровеносном сосуде длиной 55 мм и радиусом 1,5 мм равно 365 Па. Определите, сколько миллилитров крови протекает через сосуд за 1 минуту. Коэффициент вязкости крови $\eta = 4,5 \text{ Па} \cdot \text{с}$. {175 мл}

8.7. Средняя скорость крови в аорте радиусом 1 см равна 30 см/с. Выясните, является ли данное течение ламинарным? Плотность крови $\rho = 1,05 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$. {Течение ламинарное}

8.8. Рассчитайте число Рейнольдса для течения крови в капилляре, если скорость течения равна 0,5 мм/с, а диаметр капилляра 0,1 мм. Плотность крови $\rho = 1050 \text{ кг/м}^3$, $\eta = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$. {Re = 0,013}

Лекция 9

ЭЛЕМЕНТЫ БИОМЕХАНИКИ И ГЕМОДИНАМИКИ

9.1. Механические свойства биологических тканей

Костная ткань. Кость – основной материал опорно-двигательного аппарата. Скелет человека состоит из более чем 200 костей и является опорой тела. Он способствует передвижению и выполнению физической работы (отсюда и произошел термин «опорно-двигательный аппарат»). У взрослого человека масса скелета около 12 кг (18% общего веса). В костной ткани половину объема составляет неорганический материал – *гидроксилапатит* ($3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{Ca}(\text{OH})_2$). Это вещество представлено в форме микроскопических кристалликов. Другая часть объема состоит из органического материала, главным образом *коллагена* (высокомолекулярное соединение, волокнистый белок, обладающий высокой эластичностью). Способность кости к упругой деформации реализуется за счет минерального вещества, а ползучесть – за счет коллагена.

Кость является армированным композиционным материалом. Например, кости нижних конечностей армированы высокопрочными волокнами в окружных и спиральных перекрещивающихся направлениях.

Механические свойства костной ткани зависят от многих факторов: возраста, заболевания, индивидуальных условий роста. В норме плотность костной ткани 2400 кг/м^3 , а ее модуль Юнга $E = 10^{10} \text{ Па}$; предел прочности при растяжении $\sigma = 100 \text{ МПа}$, относительная деформация достигает 1%. При различных способах деформирования (нагружения) кость ведет себя по-разному. Прочность на сжатие выше, чем на растяжение или изгиб. Так, бедренная кость в продольном направлении выдерживает нагрузку 45000 Н , а при изгибе – 2500 Н .

Запас механической прочности кости весьма значителен и заметно превышает нагрузки, с которыми она встречается в обычных жизненных условиях (живая кость в 5 раз прочнее железобетона). Бедренная и берцовая кости выдерживают нагрузку в 25-30 раз больше веса нормального человека.

Кожа. Кожа не только представляет собой совершенный покров тела, но является сложным органом, выполняющим важные функции: поддержание гомеостаза, участие в процессе терморегуляции, регуляции общего обмена веществ в организме, секреторную функцию (работу сальных и потовых желез), защиту от повреждающего действия механических, физических, химических, инфекционных агентов. Она представляет собой обширное рецепторное поле, воспринимающее извне и передающее в ЦНС

целый ряд ощущений. Кожа – граница раздела между телом и окружающей средой, поэтому она обладает значительной механической прочностью.

Кожа – самый крупный орган тела. Ее часто рассматривают как гетерогенную ткань, состоящую из трех слоев, которые тесно связаны между собой: эпидермиса, дермы, подкожной клетчатки. Эти слои различают по природе, структуре, свойствам. Эпидермис покрыт сверху роговым слоем. Кожа состоит из волокон коллагена, эластина и основной ткани матрицы. Коллаген составляет 75% сухой массы, эластин – около 4%. Эластин растягивается очень сильно – до 200-300%, почти как резина. Коллаген может растягиваться до 10%, что соответствует капроновому волокну. Таким образом, кожа является вязкоупругим материалом с высокоэластичными свойствами, она хорошо растягивается и удлиняется.

Функции кожи зависят от состояния всего организма. При различных заболеваниях, в том числе и внутренних органов, в коже происходят те или иные изменения.

Мышечная ткань. Вся жизнедеятельность человека связана с мышечной активностью. Мышечная ткань обеспечивает работу отдельных органов и целых систем: работу опорно-двигательного аппарата, легких, сосудистую активность, работу желудочно-кишечного тракта, сократительную способность сердца и т.д.

Мышцы разнообразны по форме, размерам, особенностям прикрепления, величине максимально развиваемого усилия. Количество мышц превышает число звеньев тела. Каждая мышца состоит из большого числа двигательных единиц, каждая из которых управляется через собственный мотонейрон. Таким образом, количество управляющих воздействий в мышечной (нервно-мышечной) системе огромно. Тем не менее, эта система обладает удивительной надежностью и широкими компенсаторными возможностями, способностью не только многократно повторять одни и те же стандартные комплексы движений, но и выполнять нестандартные произвольные движения. В состав мышц входит соединительная ткань, состоящая из волокон коллагена и эластина. Поэтому механические свойства мышц подобны механическим свойствам полимеров.

Ткань кровеносных сосудов. Механические свойства кровеносных сосудов определяются главным образом свойствами коллагена, эластина и гладких мышечных волокон. Содержание этих составляющих сосудистой ткани изменяется по ходу кровеносной системы: отношение эластина к коллагену в общей сонной артерии – 2:1, а в бедренной артерии – 1:2. С удалением от сердца увеличивается доля гладких мышечных волокон, в артериолах они уже являются основной составляющей сосудистой ткани. Так как стенки кровеносных сосудов построены из высокоэластичного материала, то они способны к значительным обратимым изменениям размера при действии на них деформирующей силы. Деформирующая сила создается *избыточным* внутренним давлением.

9.2. Модель кровообращения. Пульсовая волна

Модель сердечно-сосудистой системы (ССС) представляет замкнутую сеть большого числа разветвленных горизонтальных трубок с эластичными стенками. В этой системе движение жидкости происходит под действием ритмично работающего нагнетающего насоса в виде груши с двумя клапанами (рис. 9.1). При сжатии груши (сокращение левого желудочка) открывается выпускной клапан K_1 , и содержащаяся в ней жидкость выталкивается в трубку А (аорта). Благодаря растяжению стенок объем трубки увеличивается, и она вмещает избыток жидкости. После этого клапан K_1 закрывается. Стенки аорты начинают постепенно сокращаться, прогоняя избыток жидкости в следующее звено системы (артерии). Их стенки сначала также растягиваются, принимая избыток жидкости, а затем сокращаются, проталкивая жидкость в последующие звенья системы. На завершающей стадии цикла кровообращения жидкость собирается в трубку Б (полая вена) и через впускной клапан K_2 возвращается в насос. Таким образом, данная модель качественно верно описывает схему кровообращения.

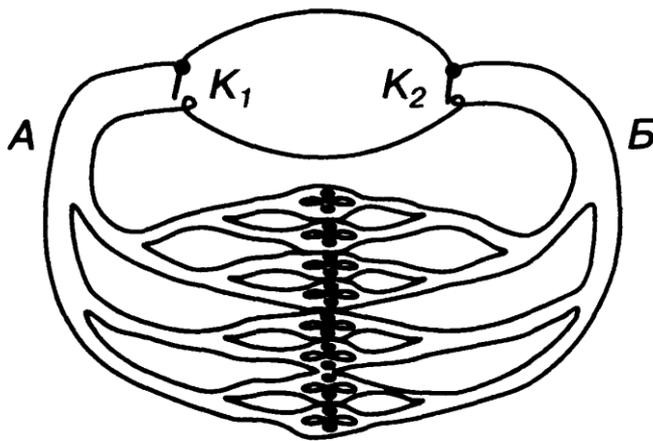


Рис. 9.1. Модель сердечно-сосудистой системы

Рассмотрим теперь явления, происходящие в большом круге кровообращения, более подробно. Сердце представляет собой ритмически работающий насос, у которого рабочие фазы — систолы (сокращение сердечной мышцы) — чередуются с холостыми фазами — диастолами (расслабление мышцы).

В течение систолы кровь, содержащаяся в левом желудочке, выталкивается в аорту, после чего клапан аорты закрывается. Объем крови, который выталкивается в аорту при одном сокращении сердца, называется **ударным объемом** (60-70 мл). Поступившая в аорту кровь растягивает ее стенки, и давление в аорте повышается. Это давление называется **систолическим**. Повышенное давление распространяется вдоль артериальной части сосудистой системы. Такое распространение обусловлено упругостью стенок артерий.

Волна повышенного давления, распространяющаяся по аорте и артериям, вызванная выбросом крови из левого желудочка в период систолы, называется **пульсовой волной**.

Пульсовая волна распространяется со скоростью 5-10 м/с. Скорость такой волны в крупных сосудах зависит от их размеров и механических свойств ткани стенок:

$$v_n = \sqrt{Eh/\rho d},$$

где E – модуль упругости; h – толщина стенки; d – диаметр сосуда; ρ – плотность вещества сосуда.

Профиль артерии в различные фазы волны схематически показан на рис. 9.2.

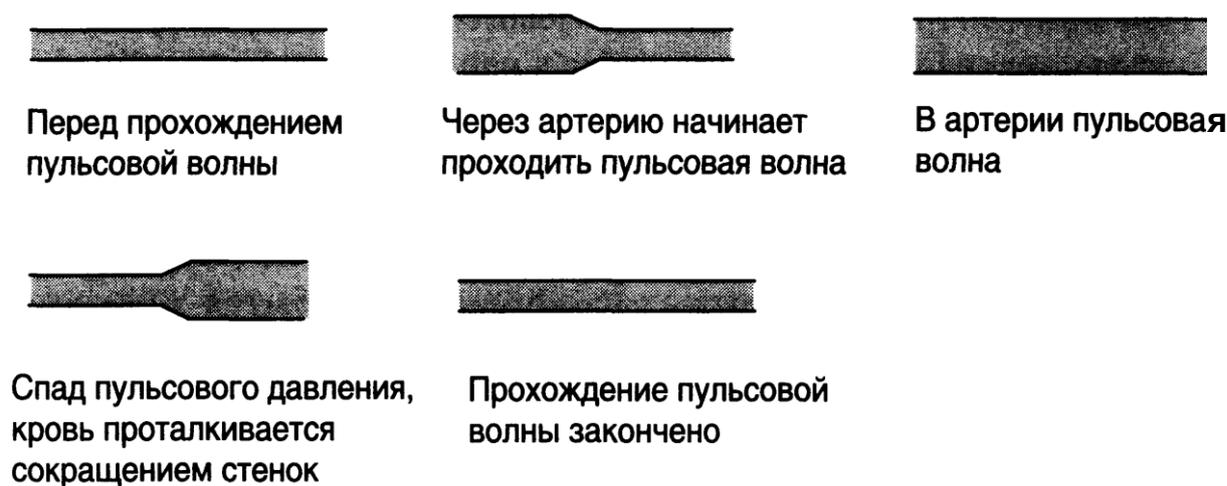


Рис. 9.2. Профиль артерии при прохождении пульсовой волны

После прохождения пульсовой волны давление в соответствующей артерии падает до величины, которую называют **диастолическим давлением**. Таким образом, изменение давления в крупных сосудах носит пульсирующий характер. На рис. 9.3 показаны два цикла изменения давления крови в плечевой артерии.

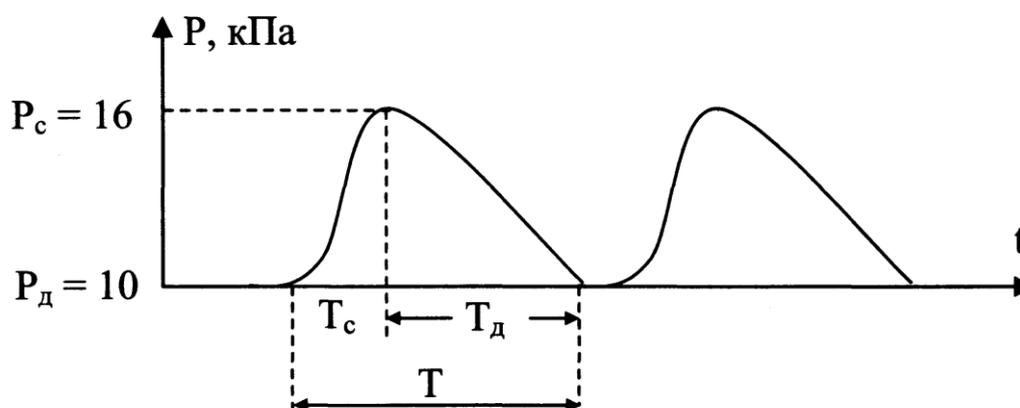


Рис. 9.3. Изменение артериального давления в плечевой артерии:

T – длительность сердечного цикла; $T_c \approx 0,3T$ – длительность систолы;
 $T_d \approx 0,7T$ – длительность диастолы; P_c – максимальное систолическое давление;
 P_d – минимальное диастолическое давление

Пульсовой волне будет соответствовать пульсирование скорости кровотока. В крупных артериях она составляет 0,3-0,5 м/с. Однако по мере разветвления сосудистой системы сосуды становятся тоньше и их гидравлическое сопротивление быстро растет. Это приводит к уменьшению размаха колебаний давления. В артериолах и более мелких сосудах колебания давления практически отсутствуют. По мере разветвления падает не только размах колебаний давления, но и его среднее значение.

Характер распределения давления в различных участках сосудистой системы имеет вид, представленный на рис. 9.4. Здесь показано превышение давления над атмосферным. Процесс уменьшения амплитуды колебаний давления и снижения скорости движения крови при переходе из крупных сосудов в мелкие объясняется следующим образом. При движении крови только часть энергии, развиваемой сердечной мышцей в момент сокращения, переходит в кинетическую энергию движения крови, остальная часть энергии переходит в потенциальную энергию деформации растяжения крупных сосудов. Затем постепенно, по мере возвращения сосудов в исходное состояние, энергия деформации передается массе крови, переходя в кинетическую в период расслабления сердечной мышцы. В нормальном состоянии течение крови по ССС имеет ламинарный характер.

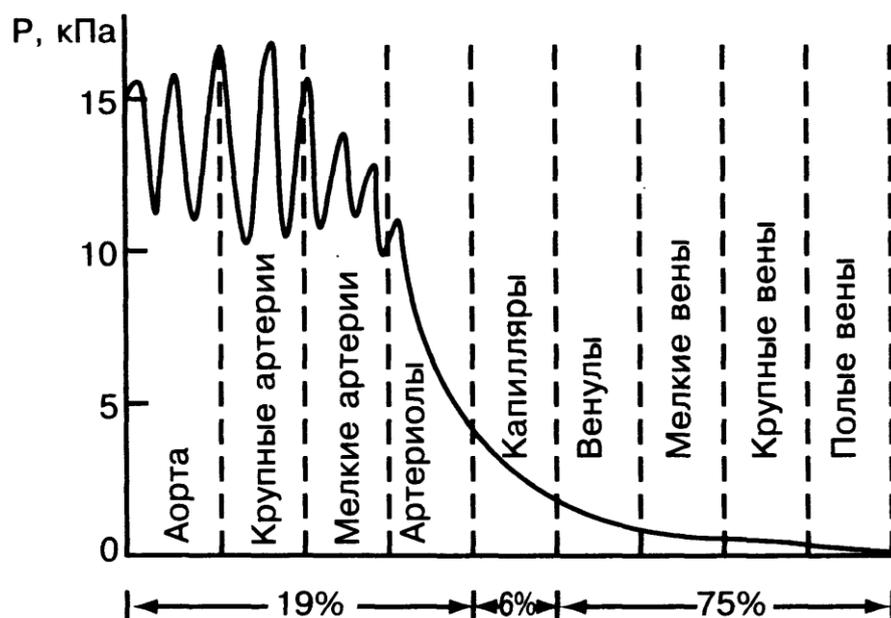


Рис. 9.4. Распределение давления крови в разных сосудах системы кровообращения человека

Количество Q крови, протекающее через поперечное сечение сосуда в единицу времени, называется **объемной скоростью кровотока**. Она зависит от разности давлений в начале и в конце участка сосудистой системы и его общего сопротивления току крови.

Поток жидкости в замкнутой системе трубок подчиняется закону Пуазейля:

$$Q = \frac{\Delta P}{X}, \quad (9.1)$$

где $X = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$ – гидравлическое сопротивление трубки тока; Δp – разность давления на концах трубки тока.

Однако в системе кровообращения человека наряду с близким сходством с системой водоснабжения домов имеются принципиальные различия:

1) в системе водоснабжения необходимость увеличить приток воды обеспечивается посредством повышения давления на входе в систему ($K = \text{const}$). В системе кровообращения, наоборот, изменение скорости потока происходит за счет изменения гидросопротивления кровеносных сосудов при неизменном давлении. Это важнейшее преимущество системы кровообращения, позволяющее повышать величину потока Q в системе в 3-5 раз (а в мышцах – даже в 50-70 раз) без изменения давления;

2) кровь представляет суспензию высокомолекулярных форменных элементов, поэтому, строго говоря, она должна быть отнесена к неньютоновским жидкостям. Вязкость крови характеризуется так называемым условным коэффициентом вязкости, который относится к определенным условиям течения жидкости (давление, скорость). Кроме того, при течении крови по сосудам наблюдается концентрация форменных элементов в центральной части потока, где вязкость соответственно увеличивается.

Однонаправленный поток в системе существует при постоянном снижении давления в сосудах большого круга от левого желудочка до правого предсердия. Основное снижение происходит после артерий и артериол (более 50% ; рис. 9.4). Скорость потока в сосудах – один из важнейших параметров системы. Она определяется основной задачей системы – обеспечить адекватный обмен между кровью и тканями. Низкая скорость диффузии газов и основных химических веществ через стенки капилляров и клеток диктует потребность в низкой скорости потока – 0,3 мм/с. Из теоремы о неразрывности струи следует, что чем меньше калибр сосуда, тем больше должна быть линейная скорость :

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}.$$

Но в реальных условиях скорость потока наивысшая в аорте – 0,3-0,5 м/с. Она понижается по мере перехода от артерий к капиллярам, а затем вновь повышается. Значит, существуют иные факторы, определяющие линейную скорость потока, в частности ветвление сосудов. В самом деле, если аорта одна, а крупных артерий несколько, то артерий меньшего диаметра уже десятки и сотни, артериол – сотни тысяч, а капилляров –

40 миллиардов (диаметром 5-6 мкм, длиной 0,75 мм). То есть на каждом снижающемся уровне системы подключается большое число параллельно включенных сосудов. А следовательно, общее гидросопротивление участков уменьшается.

Длительность цикла кровообращения у человека составляет приблизительно 20 с. В течение суток кровь совершает 4200 оборотов. Сечения сосудов кровеносной системы в течение суток испытывают периодические изменения. Это связано с тем, что протяженность сосудов очень велика (100 000 км) и 7-8 литров крови для их максимального заполнения явно недостаточно. Поэтому наиболее интенсивно снабжаются те органы, которые в данный момент работают с максимальной нагрузкой. Сечение остальных сосудов в этот момент уменьшается. Так, например, после приема пищи наиболее энергично функционируют органы пищеварения, к ним и направляется значительная часть крови; для нормальной работы головного мозга ее не хватает, и человек испытывает сонливость.

9.3. Физические основы клинического метода измерения давления крови

В медицине широко используется предложенный Н.С. Коротковым (1905) аускультативный метод измерения артериального давления (АД). Типичный прибор для определения давления по методу Короткова (сфигмоманометр или тонометр) состоит из пневмоманжеты, груши для нагнетания воздуха с регулируемым клапаном для стравливания воздуха и устройства, измеряющего давление в манжете.

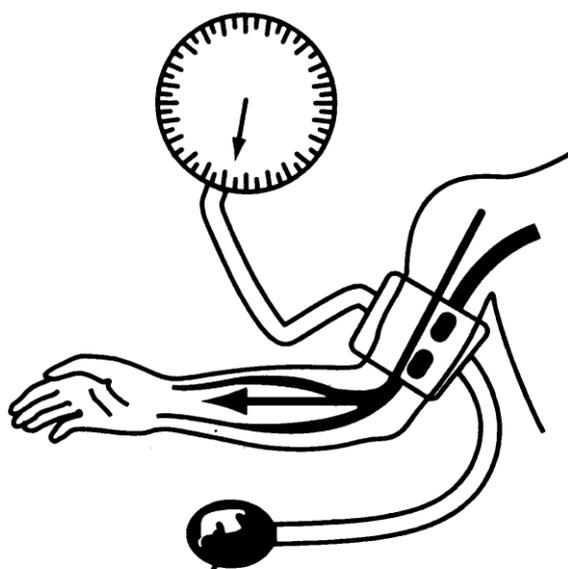


Рис. 9.5. Аускультативный метод измерения артериального давления

устройства, измеряющего давление в манжете.

Принцип работы прибора состоит в следующем. Вокруг руки между плечом и локтем накладывают манжету на расстоянии 1-2 см выше локтевого сгиба, а затем накачивают воздух в манжету до давления на $\Delta p \approx 40$ мм рт. ст. выше, чем предполагаемое верхнее давление пациента (рис. 9.5). Такой выбор места для наложения манжеты позволяет стандарти-

зировать результаты, так как плечевая артерия в опущенной руке находится на уровне сердца и измеряемое давление совпадает с давлением крови в ближайшей к сердцу части аорты. Если бы давление измерялось, например, на щиколотке, то результат измерения зависел бы от роста человека и его положения (вертикальное, горизонтальное). Как только давление в манжете превысит давление крови в плечевой артерии, кровоток прекращается. При стравливании воздуха из манжеты кровоток возобновляется сначала частично, а потом полностью. По манометру фиксируют давления, при которых начинается и заканчивается восстановление кровотока.

Схема процессов, последовательно проявляющихся при измерении давления, представлена на рис. 9.6. Сначала избыточное давление P_u воздуха в манжете отсутствует, и кровоток не прерывается. По мере закачивания воздуха в манжету последняя сдавливает плечевую артерию. Когда давление в манжете превысит систолическое давление (P_c), кровоток прекращается. Выпуская воздух, уменьшают давление в манжете. После того как давление в манжете станет чуть меньше систолического ($P_d < P_u < P_c$), кровь начнет проталкиваться через сдавленную артерию. В ней создается поток, сопровождающийся шумами, которые хорошо прослушиваются через фонендоскоп. Эти шумы обусловлены вибрацией стенок артерии непосредственно за манжетой под действием толчков от порций крови, которые прорываются сквозь сжатый манжетой участок сосуда (турбулентное течение крови). В момент появления шумов по манометру регистрируется систолическое давление («верхнее давление»). Когда давление в манжете станет меньше диастолического давления P_d , манжета перестанет пережимать артерию. Кровоток прерываться перестанет, и шумы, связанные с вихрями, прекращаются (восстанавливается ламинарное течение крови).

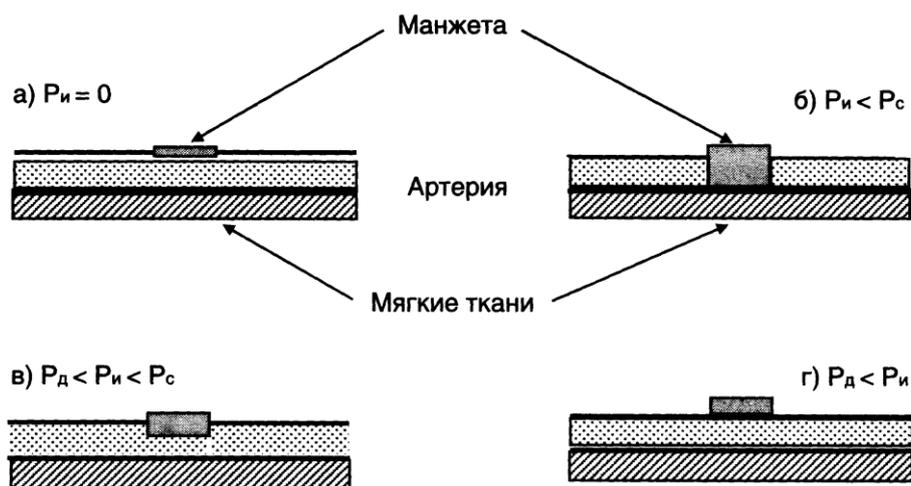


Рис. 9.6. Схема измерения давления крови

Для измерения АД используют различные типы приборов: ручной, полуавтоматический или автоматический. Некоторые типы автоматиче-

ских приборов позволяют вести протокол с указанием даты и времени измерения АД, частоты сердечных сокращений и ошибок, допущенных в ходе измерения. Протокол сохраняется в памяти прибора и может быть распечатан или перенесен в компьютер. Приборы этого типа используются для суточного мониторинга АД.

9.4. Работа и мощность сердца

Работа, совершаемая сердцем, затрачивается на преодоление сил давления и на сообщение крови кинетической энергии. При однократном сокращении сердечной мышцы ее работа складывается из работы сокращения желудочков, главным образом левого. Работа, совершаемая при каждом сокращении левого желудочка, затрачивается на сообщение объему выталкиваемой крови энергии. Эта работа состоит из потенциальной энергии деформации растяжения крупных сосудов и кинетической энергии движения выталкиваемого объема крови. В течение одной систолы желудочек выбрасывает в аорту ударный объем крови V_y . На столько же уменьшается объем желудочка. Можно считать, что сердце продавливает ударный объем крови по аорте сечением S на расстояние L при среднем давлении p . Совершаемая при этом работа определяется так:

$$A_1 = FL = pSL = pV_y. \quad (9.2)$$

На сообщение кинетической энергии этому объему крови затрачивается работа

$$A_2 = \frac{mv^2}{2} = \frac{\rho V_y v^2}{2}, \quad (9.3)$$

где V_y – ударный объем крови; ρ – плотность крови; v – скорость движения крови в аорте. Таким образом, работа левого желудочка сердца при сокращении равна

$$A_{\text{л}} = A_1 + A_2 = pV_y + \frac{\rho V_y v^2}{2}. \quad (9.4)$$

Так как работа правого желудочка сердца принимается равной 0,2 от работы левого, то работа всего сердца за один период

$$A = A_{\text{л}} + 0,2A_{\text{л}} = 1,2 \left(pV_y + \frac{\rho V_y v^2}{2} \right). \quad (9.5)$$

Формула (9.5) справедлива как для покоя, так и для активного состояния организма. Эти состояния отличаются разной скоростью движения крови.

Подставим следующие значения в формулу (9.5):

$$p = 13 \text{ кПа}, \quad V_y = 60 \text{ мл} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3, \quad \rho = 1,05 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad v = 0,5 \text{ м/с},$$

и после вычисления получим работу, совершаемую при однократном сокращении сердечной мышцы: $A \approx 1$ Дж.

Если принять, что в среднем сердце совершает одно сокращение в секунду, то работа за сутки составит $A_c = 86400$ Дж.

При активной мышечной деятельности работа сердца может возрасти в несколько раз. Если учесть, что продолжительность систолы 0,3 с, то средняя мощность сердца за время одного сокращения

$$\bar{N} = \frac{A}{t} = 3,3 \text{ Вт.}$$

При операциях на сердце, которые требуют временного отключения его из системы кровообращения, пользуются специальными аппаратами искусственного кровообращения. Эти аппараты являются сочетанием искусственного сердца (насосная система) с искусственными легкими (оксигенатор – система, обеспечивающая насыщение крови кислородом).

9.5. Артериальное давление человека

Контроль артериального давления является важным методом диагностики функционирования сердечно-сосудистой системы человека. У здорового человека, находящегося в состоянии покоя, в течение каждого сердечного цикла артериальное давление меняется от 120 до 80 мм рт. ст. Эти числа показывают, насколько давление крови в артерии выше атмосферного давления.

Уровень артериального давления изменяется при мышечной нагрузке, при эмоциональных напряжениях, при изменениях функционального состояния, при воздействии ряда физических факторов (звук высокой интенсивности, ультразвук, инфразвук, вибрация, перегрузки и т.д.).

Верхней границей нормального давления у человека в покое и отсутствии вредных воздействий считают значения, не превышающие величин от 140 до 90 мм рт. ст.

Повышением артериального давления сопровождаются некоторые заболевания почек (почечная гипертензия). Величина кровяного давления также изменяется при заболеваниях, связанных с нарушением нервной регуляции просвета сосудов. В одних случаях имеет место увеличение давления до 220/120 мм рт. ст. (гипертония), в других – давление снижается ниже нормы до величины 90/60 мм рт. ст. (гипотония). При повышенном АД нагрузка на стенки сосудов возрастает, что чревато внутренними кровоизлияниями.

При пониженном артериальном давлении возникают проблемы с кровоснабжением головного мозга. Понижение внутричерепного давления

обусловлено уменьшением гидростатического давления ($\Delta p = \rho gh$, где ρ – плотность крови, h – рост человека). У человека в вертикальном положении это уменьшение достигает 38 мм рт. ст.

Чрезмерное снижение внешнего давления представляет серьезную опасность для организма. Длительному нахождению при пониженном давлении подвергаются, например, альпинисты. Опасности попасть в условия с сильно пониженным давлением подвергаются летчики и космонавты. Исследования показали, что снижение внешнего давления ниже 267 мм рт. ст. (что соответствует высоте 8 км) может привести к развитию «декомпрессионных расстройств».

С возрастом, в связи с развитием склеротических изменений, сосуды теряют эластичность, становятся жесткими, поэтому их положительное влияние на деятельность сердечно-сосудистой системы резко снижается. Пульсовые колебания кровотока возрастают, эффективность работы сердца снижается, а нагрузка на него растет. Кроме того, наличие склеротических изменений в сосудах в соответствии с формулой Пуазейля значительно меняет скорость кровотока и, следовательно, питание тканей. При этом существенно меняются различные регуляторные воздействия. Так, вместо расширения сосуды часто надолго суживаются, что ведет к нарушению кровоснабжения (ведь объем кровотока пропорционален четвертой степени радиуса просвета сосуда). Это приводит к ухудшению функций мозга, сердца и других органов.

В области склеротических изменений имеет место не только сужение просвета сосуда, но и возникновение турбулентности, что приводит к образованию внутрисосудистых тромбов. При резких перепадах давления они могут оторваться и, попадая в сосуды мозга или сердца, перекрыть кровотоки (тромбоэмболия), что приводит к развитию тяжелых осложнений.

Контрольные вопросы

- Какие основные механические свойства характеризуют костную ткань? кожу? мышечную ткань? ткань сосудов?
- Каков механизм продвижения жидкости в модели кровообращения?
- Что такое пульсовая волна?
- Какие состояния ССС характеризуют систолическое и диастолическое давления?
- Объясните понятие «объемная скорость кровотока».
- Сформулируйте основные особенности кровотока в сердечно-сосудистой системе человека.
- В чем суть метода Короткова при определении артериального давления?

- Как правильно измерять артериальное давление человека с помощью тонометра?
- Как можно вычислить работу, совершаемую сердечной мышцей?
- Какие факторы определяют артериальное давление человека?

Задачи для самостоятельного решения

9.1. Какова должна быть разность давлений Δp на концах капилляра радиусом 1 мм и длиной 10 см, чтобы за время $t = 5$ с через него можно было пропустить объем $V = 1 \text{ см}^3$ воды (коэффициент вязкости $\eta_1 = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$) или глицерина ($\eta_2 = 0,85 \text{ Па} \cdot \text{с}$)? { $\Delta p_1 = 51 \text{ Па}$; $\Delta p = 43350 \text{ Па}$ }

9.2. При атеросклерозе, вследствие образования бляшек на стенках сосуда, критическое значение числа Рейнольдса может снизиться до 1160. Определите для этого случая скорость, при которой возможен переход ламинарного течения крови в турбулентное в сосуде диаметром 2,5 мм. Плотность крови $\rho = 1050 \text{ кг/м}^3$, вязкость крови $\eta = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$. {2,2 м/с}

9.3. Найдите скорость и время полного оседания сферических частиц радиусом 2 мкм (плотность вещества $\rho = 2,5 \text{ г/см}^3$) в слое воды толщиной $l = 3 \text{ см}$ при действии силы тяжести. { $t = 2,3 \cdot 10^3$; $v = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}$ }

9.4. Оцените минимально допустимое АД у жирафа, ниже которого кровоснабжение мозга становится невозможным. Мозг жирафа расположен на 3 м выше сердца. { $P > 30 \text{ кПа}$ }

9.5. На какую величину отличается давление крови на уровне макушки и давление у подошвы человека ростом 160 см, стоящего вертикально прямо? { $\Delta P = 124 \text{ мм рт. ст.}$ }

9.6. При быстром подъеме в самолете человек ощущает щелчки в ушах. Это происходит в тот момент, когда давление за барабанной перепонкой уравнивается с наружным давлением. Если бы этого не происходило, то какая сила действовала бы на барабанную перепонку площадью $0,5 \text{ см}^2$ при подъеме на 1000 м? { $F = 0,63 \text{ Н}$ }

9.7. Нормальное систолическое артериальное давление равно 120 мм рт. ст. Переведите это значение в единицы: а) атм; б) Па. { $P = 16000 \text{ Па} = 0,16 \text{ атм}$ }

9.8. Какова должна быть высота столба жидкости в капельнице, чтобы лекарство поступало в вену под избыточным давлением 60 мм рт. ст.? Давление в вене на 18 мм рт. ст. выше атмосферного. При какой высоте остаточного столба в трубке поступление препарата плотностью $\rho = 1 \text{ г/см}^3$ прекратится? { $h_1 = 1,06 \text{ м}$; $h_2 = 0,25 \text{ м}$ }

Лекция 10

ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

10.1. Основные понятия термодинамики

Под *термодинамикой* понимают раздел физики, рассматривающий системы, между которыми возможен обмен энергией, без учета микроскопического строения системы. Состояние термодинамической системы характеризуется физическими величинами, называемыми параметрами (макропараметры: объем, давление, температура, плотность и др.).

Если параметры системы при взаимодействии ее с окружающими телами не изменяются с течением времени, то состояние системы называется *стационарным*.

Системы, находящиеся в стационарном состоянии, которые могут обмениваться энергией и веществом с окружающими системами, мы будем называть *открытыми* системами, а системы, которые могут обмениваться только энергией, будем называть *закрытыми* системами.

Основным источником энергии в живых организмах являются экзотермические окислительные процессы; кислород, необходимый для этого, поглощается из атмосферы при дыхании.

Мерой передачи энергии в процессе теплообмена является *количество теплоты*, а мерой передачи энергии при совершении действия является *работа*.

Энергия, зависящая от строения и состояния организма и представляющая сумму полных энергий составляющих его частиц, называется *внутренней энергией* тела. Она включает:

- а) кинетическую энергию теплового движения и потенциальную энергию взаимодействия атомов и молекул;
- б) энергию химической связи атомов в молекуле;
- в) кинетическую и потенциальную энергию электронов в атомах;
- г) энергию электромагнитного излучения и энергию связи нуклонов в ядрах атомов.

Сумма внутренней и механической энергии называется *полной энергией* тела.

В идеальном газе взаимная потенциальная энергия равна нулю (молекулы между собой не взаимодействуют), поэтому внутренняя энергия, отнесенная к 1 молю газа, будет равна сумме кинетических энергий N_A молекул:

$$U_m = \frac{i}{2} k T N_A = \frac{i}{2} R T, \quad (10.1)$$

где i – сумма числа поступательных, числа вращательных и числа колебательных степеней свободы.

Внутренняя энергия для произвольной массы газа:

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R T = \nu \frac{i}{2} R T, \quad (10.2)$$

где μ – молярная масса; $\nu = \frac{m}{\mu}$ – количество вещества.

10.2. Первый закон термодинамики

Рассмотрим закрытую термодинамическую систему, состоящую из молекул идеального газа, находящихся в замкнутом цилиндре под поршнем. Сообщим ей некоторое количество теплоты ΔQ . В этом случае газ нагревается, и его внутренняя энергия изменится на величину

$$\Delta U = U_2 - U_1. \quad (10.3)$$

Предположим, что газ изобарно расширяется от V_1 до V_2 (рис. 10.1), при этом поршень перемещается на расстояние $\Delta l = l_2 - l_1$, а объем изменяется на $\Delta V = V_2 - V_1$.

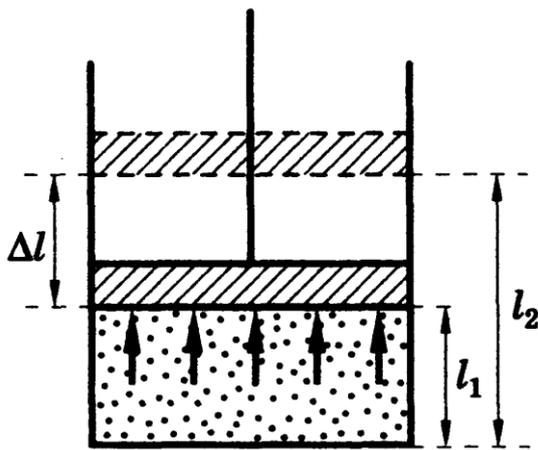


Рис. 10.1. Расширение идеального газа в поршне

На поршень, площадь поперечного сечения которого S , со стороны газа вследствие давления p действует сила $F = pS$. Так как направление этой силы совпадает с направлением перемещения поршня, то работа, совершаемая газом, $A = F \cdot \Delta x = p_0 \cdot S \Delta x = p_0 \cdot \Delta V$. (10.4)

При расширении газа $\Delta V > 0$, следовательно, работа положительна ($A > 0$), при сжатии $\Delta V < 0$, а работа отрицательна. Заметим, что речь идет о работе, совершаемой газом, а не внешними силами. Работа внешних сил, наоборот, при

расширении газа окажется отрицательной, а при сжатии положительной. Если при изменении объема давление газа изменяется, то следует вычис-

лять элементарную работу, соответствующую достаточно малому изменению объема dV :

$$dA = pdV. \quad (10.5)$$

Полная работа находится интегрированием выражения (10.5):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV. \quad (10.6)$$

Из (10.6) следует, что результат интегрирования будет зависеть от характера зависимости между давлением и объемом газа.

Таким образом, тепловая энергия, переданная газу, пошла на работу по увеличению объема (т.е. на работу против внешних сил) и нагревание газа, т.е. на увеличение его внутренней энергии на величину ΔU . Закон сохранения энергии для тепловых процессов формулируется как первый закон термодинамики:

Количество теплоты, передаваемое системе, идет на изменение внутренней энергии системы и совершение системой работы.

$$\begin{aligned} \Delta Q &= \Delta U + A \text{ или} \\ dQ &= dU + dA. \end{aligned} \quad (10.7)$$

10.3. Теплоемкость вещества

Изменение энергии при теплообмене определяется *количеством тепла* Q . Количество тепла, необходимое для повышения температуры тела на один градус Кельвина, называется *теплоемкостью* C :

$$C = \frac{dQ}{dT} \text{ Дж/К.} \quad (10.8)$$

Полная теплоемкость тела C связана с удельной теплоемкостью c , имеющей размерность Дж/кг·К, соотношением $C = mc$, где m – масса тела. Для газов принято пользоваться молярной теплоемкостью C_μ .

Теплоемкость одного моля газа $\frac{m}{\mu} = 1$ называется молярной теплоемкостью, а теплоемкость 1 кг вещества – удельной теплоемкостью c . Молярная теплоемкость C_μ имеет размерность Дж/моль·К и связана соотношением с удельной теплоемкостью $C_\mu = c\mu$. Полная теплоемкость C связана с удельной теплоемкостью c и молярной теплоемкостью C_μ соотношением

$$C = mc = \frac{m}{\mu} C_\mu. \quad (10.9)$$

Первое начало термодинамики устанавливает, что количество теплоты dQ , переданное какой-либо системе, затрачивается на увеличение ее внутренней энергии dU и работу dA , совершаемую системой против внешних сил:

$$dQ = dU + dA. \quad (10.10)$$

С учетом (10.2) и $dA = PdV$ первое начало термодинамики для идеального газа имеет вид

$$dQ = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R dT + PdV. \quad (10.11)$$

Разделив уравнение (10.10) на dT и учитывая (10.8), получим

$$C = \frac{dU}{dT} + \frac{dA}{dT}. \quad (10.12)$$

Из этого следует, что теплоемкость газа существенно зависит от способа изменения состояния газа.

10.4. Применение первого закона термодинамики

Различают изохорический, изобарический, изотермический и адиабатический процессы.

1. **Изохорический** процесс осуществляется при постоянном объеме $V = \text{const}$, закон сохранения принимает вид

$$dQ = dU, \quad dA = 0. \quad (10.13)$$

Согласно формуле (10.9) получаем

$$dU = C_v \nu dT. \quad (10.14)$$

2. **Изобарический** процесс, $p = \text{const}$. Газ нагревается, расширяется и при этом совершает работу против внешних сил:

$$dQ = dU + dA. \quad (10.15)$$

Полная работа определяется интегрированием

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p \int_{V_1}^{V_2} dV = p(V_2 - V_1). \quad (10.16)$$

3. **Изотермический** процесс осуществляется при $T = \text{const}$, следовательно, $dT = 0$, $dU = 0$. Первое начало термодинамики для изотермического процесса имеет вид $dQ = dA$, т.е. вся теплота, сообщаемая газу, расходуется на совершаемую им работу. Найдем работу, совершаемую 1 молем газа при изотермическом процессе: $dA = p dV$. Применяя уравнение

Клапейрона-Менделеева для идеального газа $pV = RT \Rightarrow p = \frac{RT}{V}$, полу-

чаем

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV = RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT \ln \left| \frac{V_2}{V_1} \right| = RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (10.17)$$

Если масса газа m , то $A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$.

4. **Адиабатический** процесс – процесс измерения состояния газа при отсутствии теплообмена с окружающей средой, т.е. $dQ = 0$. Следовательно, первый закон термодинамики принимает вид

$$dA = -dU. \quad (10.18)$$

Работа, совершаемая газом, происходит за счет изменения его внутренней энергии: расширение газа вызывает его охлаждение, сжатие (внешними силами) – нагревание. Работа при адиабатическом расширении газа $dA = pdV$, после интегрирования и ряда преобразований получим

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV \Rightarrow A = \frac{RT}{\gamma - 1} \left[1 + \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma - 1} \right]. \quad (10.19)$$

В реальных условиях адиабатический процесс должен происходить быстро и при хорошей тепловой изоляции.

При нагревании жидкостей и твердых тел их объем практически не меняется, поэтому $\Delta U = 0$. Тогда все подводимое тепло расходуется на изменение внутренней энергии $dQ = dU$, а $dU = cmdT$.

10.5. Энтропия. Второй закон термодинамики

Первый закон термодинамики устанавливает взаимопревращаемость различных видов энергии. Однако он не указывает направление процесса.

Например: теплота самопроизвольно переходит только от тел с более высокой температурой к телам с более низкой температурой. Для того чтобы осуществить обратный переход (холодильник), требуется сложный процесс, для осуществления которого необходимо затратить дополнительную энергию.

Для оценки «качества» передачи теплоты пользуются величиной $Q_{\text{пр}} = \frac{dQ}{T}$, которая называется приведенным количеством теплоты.

Отношение количества теплоты, полученного или отданного веществом, к температуре, при которой происходит теплообмен, называют **приведенным количеством теплоты**.

При этом имеет значение не абсолютная величина приведенной теплоты, а ее изменение при тех или иных процессах. Увеличение $Q_{\text{пр}}$ указы-

вадет на снижение возможностей преобразования теплоты, содержащейся в системе, в другие виды энергии, и наоборот. В дальнейшем в термодинамику было введено понятие энтропии. Элементарное приращение энтропии dS в процессе теплопередачи приравнивается к приведенному количеству теплоты:

$$dS = \frac{dQ}{T}. \quad (10.20)$$

Полное изменение энтропии в процессе перехода системы из одного состояния в другое вычисляется путем интегрирования по всему процессу от начального состояния системы 1 до конечного 2:

$$\Delta S = \int_1^2 dS = \int_1^2 \frac{dQ}{T}. \quad (10.21)$$

Энтропия является параметром, характеризующим состояние системы, наряду с давлением, температурой, внутренней энергией и др. В то же время изменение энтропии определяет обратимость или необратимость процессов, протекающих в изолированной системе. Так, при обратимых процессах в изолированной системе энтропия остается неизменной:

$$S_{i\ddot{a}d} = \text{const} \text{ и } \Delta S = 0. \quad (10.22)$$

Все реальные процессы в газах, происходящие достаточно быстро, не говоря уже о любых термодинамических процессах, связанных с потерей энергии, необратимы и, следовательно, протекают с увеличением энтропии:

$$\Delta S_{\text{необр}} > 0. \quad (10.23)$$

Выражения (10.22) и (10.23) относятся только к **замкнутым системам**. Если же система обменивается теплотой с внешней средой, то ее энтропия может вести себя любым образом. Соотношения (10.22) и (10.23) можно представить в виде **неравенства Клаузиуса**

$$\Delta S \geq 0, \quad (10.24)$$

т.е. **энтропия замкнутой системы может либо возрасть** (в случае необратимых процессов), **либо оставаться постоянной** (в случае обратимых процессов).

Утверждение о том, что энтропия изолированной термодинамической системы может только возрасть либо по достижении максимального значения оставаться постоянной, носит название **закона возрастания энтропии**, или **второго закона термодинамики**.

Вычислим изменение энтропии ΔS при нагревании 100 г воды от 0 до 15° С.

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{cm dT}{T} = cm \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = cm \ln \left| \frac{T_2}{T_1} \right| = cm \ln \frac{T_2}{T_1} = 22,4 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

Мы получили, что энтропия воды возросла.

Аналогично, охлаждая тело, можно установить, что энтропия его уменьшается, т.е. $\Delta S < 0$, так как некоторое количество теплоты «необратимо» (в самопроизвольном процессе) перешло от данного тела в окружающую среду. При этом энтропия окружающих тел увеличивается.

Изменение энтропии происходит и при изменении агрегатного состояния тела. Рассмотрим испарение массы m жидкости при постоянной температуре:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{r \cdot m}{T},$$

где r – удельная теплота парообразования.

При конденсации пара энтропия системы уменьшается.

Таким образом, энтропия с молекулярно-кинетической точки зрения является характеристикой *термодинамической вероятности* состояния системы.

Увеличение энтропии в данном случае показывает, что энергия, затраченная на нагревание тела, превратилась в теплоту, т.е. потеряла способность самопроизвольного превращения в другие виды энергии.

Второе начало термодинамики характеризует общее свойство реальных изолированных систем – самопроизвольный переход к равновесному состоянию, при котором вся энергия системы превращается в теплоту, равномерно распределенную между всеми телами системы.

Формулировка Клаузиуса (1850 г.): невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому.

Формулировка Томпсона (Кельвина) (1851 г.): невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу.

Таким образом, отметим, что первый закон термодинамики содержит энергетический баланс процесса, а второй закон показывает его возможное направление.

Первый и второй законы термодинамики дополняются *третьим началом термодинамики*, или *теоремой Нернста-Планка*: энтропия всех тел в состоянии равновесия стремится к нулю по мере приближения температуры к нулю Кельвина. Очевидно, что при абсолютном нуле энтропия будет равна нулю, так как внутренняя энергия тела или системы тел будет равна нулю. Следовательно, телам нечем обмениваться. Отсюда следует, что энтропия любого тела стремится к нулю при стремлении к нулю температуры:

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0. \quad (10.25).$$

Выражение (10.25) называют *теоремой Нернста*, или *третьим началом термодинамики*.

10.6. Виды теплообмена

1. Передача внутренней энергии от одного тела к другому без совершения работы называется *теплопередачей* (или *теплообменом*).

Теплопередача путем *теплопроводности* происходит при соударении частиц вещества в процессе теплового движения, при этом молекулы с более высокой кинетической энергией передают часть своей энергии молекулам с более низкой кинетической энергией. Если в каком-либо месте тела или системы тел путем внешнего воздействия поддерживается более интенсивное тепловое движение (т.е. более высокая температура), то оно путем соударения частиц постепенно распространяется на все остальные части тела или системы тел и температура их, соответственно, повышается.

Передача теплоты путем теплопроводности подчиняется *закону Фурье*: количество теплоты ΔQ , проходящее через площадку ΔS , перпендикулярную направлению распространения теплоты, пропорционально времени Δt , площади ΔS и градиенту температуры dT/dx :

$$\Delta Q = k_m \frac{dT}{dx} \Delta S \Delta t, \quad (10.26)$$

где k_m – коэффициент теплопроводности, зависящий от природы тела.

Теплопроводность тканей организма различна. У жидких частей организма (тканевая жидкость, плазма крови и др.) она близка к теплопроводности воды. Теплопроводность плотных тканей значительно ниже, особенно у жировой ткани и наружного рогового слоя кожи. Кожа и подкожная жировая клетчатка являются для организма теплоизолирующим слоем, поэтому температура поверхности кожи ниже температуры глубоких тканей.

Большое значение для сохранения теплоты тела имеет также слой среды, непосредственно примыкающий к коже, в котором проходит основной теплообмен тела с окружающей средой. У человека – это слой воздуха, который находится между поверхностью кожи и одеждой; вместе с воздухом, находящимся в порах самой одежды, он является основной тепловой изоляцией для организма.

2. Передача теплоты путем теплопроводности в жидких и газообразных средах значительно ускоряется при взаимном перемещении (перемешивании) нагретых и холодных масс среды. Это явление называется теплопередачей при *конвекции*.

При естественной конвекции взаимное перемещение частиц среды происходит вследствие различия плотностей. Нагретые частицы, как более легкие, поднимаются вверх, а холодные опускаются вниз на их место.

Теплопередача при конвекции представляет собой весьма распространенное явление в природе, а также широко используется человеком в различных бытовых устройствах. Путем конвекции, например, значительно ускоряется приготовление пищи при одностороннем нагревании сосуда,

выравнивается температура воздуха в помещениях, обогреваемых печами или радиаторами центрального отопления, и т.п.

Тепловой поток Φ_k , передаваемый от нагретой поверхности к омывающей ее среде, при установившемся процессе прямо пропорционален величине поверхности ΔS и разности между температурой T поверхности и средней температурой T_0 среды:

$$\Phi_k = k_k \Delta S (T - T_0), \quad (10.27)$$

где k_k – коэффициент теплоотдачи при конвекции; он зависит от среды (воздух, вода), в которой происходит конвекция, от свойств поверхности, от которой происходит теплоотдача, а также от положения ее в пространстве относительно омывающей среды.

3. Атомы или молекулы нагретого тела, находясь в интенсивном тепловом движении, излучают электромагнитные волны, которые уносят энергию, в результате чего тело охлаждается. Если тело поглощает падающие на него электромагнитные волны, то за счет их энергии интенсивность теплового движения атомов или молекул тела повышается и тело нагревается. Каждое тело излучает и одновременно поглощает волны, падающие на него со стороны других тел.

Согласно **закону Стефана-Больцмана**, тепловой поток Φ_u , передаваемый посредством теплового излучения между двумя равными и параллельными поверхностями ΔS двух тел, имеющих температуры T_1 и T_2 (причем $T_1 > T_2$), при установившемся процессе прямо пропорционален площади ΔS и разности *четвертой степени* температур:

$$\Phi_u = k_u \Delta S (T_1^4 - T_2^4), \quad (10.28)$$

где k_u – приведенный коэффициент излучения, который зависит главным образом от природы тел, от свойств излучающей и поглощающей поверхностей (гладкая или шероховатая, светлая или темная и т.д.), а также от их взаимного расположения.

10.7. Энергетический баланс организма

Энергия для жизнедеятельности организма доставляется с пищей в виде энергии химических связей высокомолекулярных пищевых веществ. В организме эти вещества окисляются до более простых, а освободившаяся при этом энергия превращается в другие виды: в теплоту и работу. Например, в мышцах, где в период восстановления после сокращения происходит ресинтез молекул АТФ. В этих связях запасается значительная энергия, которая затем в процессе распада АТФ освобождается. Она затрачивается на работу, совершаемую мышцей, а также в значительной мере переходит в теплоту.

В связи с этим в организме происходят колебания количества внутренней энергии в разных частях тела. Однако за сутки при правильном питании все эти колебания взаимно уравниваются. Составляя суточный энергетический баланс организма, можно считать, что внутренняя энергия остается в среднем неизменной.

Отсюда следует, что первое начало термодинамики применительно к человеку можно сформулировать следующим образом: количество теплоты ΔQ , освобождающееся в организме при усвоении пищи, затрачивается на компенсацию потери теплоты ΔQ_0 в окружающую среду и на совершаемую организмом работу:

$$\Delta Q = \Delta Q_0 + A. \quad (10.29)$$

Это уравнение энергетического баланса для организма человека.

Потеря теплоты организмом осуществляется: 1) путем теплопроводности и конвекции; 2) путем излучения; 3) при испарении.

Потеря теплоты путем теплопроводности и конвекции обычно происходит через воздух. Воздух обладает очень низкой теплопроводностью, однако конвекция в нем может значительно усиливать отдачу теплоты (сквозняки). Потеря теплоты путем излучения происходит с открытой поверхности тела и поглощается окружающими телами, имеющими более низкую температуру.

Испарение влаги происходит с поверхности кожи и легочных альвеол. В среднем за сутки человек выделяет с выдыхаемым воздухом около 350 г водяного пара, а с поверхности тела при нормальном потоотделении и окружающей температуре $t = 16-18$ °С в сутки испаряется 500 г воды. При интенсивной работе эти цифры значительно возрастают. Считается, что теплотеря организмом человека в условиях умеренного климата в среднем составляет 1700 ккал, из них на теплопроводность и конвекцию приходится 20%, на излучение – 50%, на испарение – 30%. Если к этому добавить 600-800 ккал потерь на выполнение механической работы для людей, не выполняющих физической нагрузки, то суточный расход энергии взрослого человека составляет 2300-2500 ккал, у спортсмена при регулярных тренировках – до 5000 ккал в сутки.

10.8. Теплолечение

Методы лечения теплом можно разделить на 3 группы: 1) контактная передача теплоты нагретых тел; 2) светотепловое облучение; 3) использование теплоты, образующейся в тканях при прохождении высокочастотного электрического тока. Суть лечения состоит в ускорении биохимических процессов. Для теплолечения 1-м способом используются среды, позво-

ляющие накапливать значительное количество теплоты (высокая теплоемкость), которая затем постепенно передается телу человека (невысокая теплопроводность). Этим требованиям отвечают парафин, лечебные грязи, торф, вода.

Торф и лечебные грязи обладают не только тепловым, но и биологическим действием вследствие всасывания из них некоторых веществ через кожу. Торф и лечебные грязи применяются в форме аппликаций с температурой действия 40-45 °С.

Парафин обладает высокой теплоемкостью, низкой температурой плавления ≈ 50 °С, низкой теплопроводностью, отсутствием конвекции. Его наносят в расплавленном виде кистью (60-65 °С) в несколько слоев на поверхность, подлежащую воздействию.

Светотепловое облучение имеет двойственное воздействие – прогрев наружных слоев тканей и фотохимическое воздействие. В качестве излучателей используются лампы накаливания (инфракрасное и ультрафиолетовое облучение) и лазеры. Инфракрасное излучение имеет глубину проникновения несколько миллиметров, а ультрафиолетовое – поверхностное воздействие на кожу. Энергия квантов $\varepsilon = h\nu$ достаточна, чтобы разрушить простейшие биологические объекты – микробы.

Лечение высокочастотными (ВЧ) токами позволяет осуществлять подвод тепла к внутренним органам и тканям. Воздействие ВЧ токов и ВЧ излучения сводится к преобразованию энергии электромагнитных колебаний в Джоулево тепло. Это так называемая ВЧ терапия.

10.9. Применение низких температур в медицине

Низкие температуры широко используются в медицине. При низкой температуре осуществляют консервацию и хранение лекарственных препаратов, отдельных органов и тканей в связи с трансплантацией. Эта процедура позволяет достаточно долго сохранять их способность к жизнедеятельности и нормальному функционированию.

Закаливание организма представляет собой систему профилактических процедур, которые повышают сопротивляемость человеческого организма к различным неблагоприятным воздействиям окружающей среды. Закаливание способствует выработке условно-рефлекторных реакций терморегуляции, что повышает адаптацию организма к условиям внешней среды. Нормальная работа терморегуляции организма помогает поддерживать определенные узкие границы температуры внутренних органов даже при значительных колебаниях температуры внешней среды.

Механизм работы терморегуляции заключается в оперативном реагировании сосудов на угрозу охлаждения или перегрева организма путем их сужения/расширения, что приводит к ограничению либо повышению теплоотдачи. Таким образом, соблюдается баланс между теплоотдачей и теплопродукцией при различных внешних температурах. Регулярные закаливающие процедуры приводят к изменению реактивности системы терморегуляции, делают ее работу более эффективной.

Криогенный метод разрушения ткани при замораживании и размораживании используется медиками для удаления миндалин, бородавок и т.п. С помощью холода, обладающего анестезирующим свойством, можно уничтожить в головном мозге человека клетки ядер, ответственные за некоторые заболевания, например паркинсонизм.

В микрохирургии используют примерзание («прилипание») влажных тканей к холодному металлическому инструменту для захвата и переноса этих тканей.

Контрольные вопросы

- Объясните основные понятия термодинамики: термодинамическая система (открытая, закрытая), количество теплоты, внутренняя энергия.
- Сформулируйте и запишите первый закон термодинамики. Что выражает этот закон?
 - Что такое теплоемкость? Какая из теплоемкостей (C_v или C_p) больше и почему?
 - Как выполняется первый закон термодинамики для изопроцессов?
 - Чем отличаются обратимые и необратимые процессы? Почему все реальные процессы необратимы?
 - Возможен ли процесс, при котором теплота, взятая от нагревателя, полностью преобразуется в работу?
 - В каком направлении может изменяться энтропия замкнутой системы? незамкнутой системы?
 - Какой смысл содержит понятие «энтропия»?
 - Сформулируйте и запишите второй закон термодинамики.
 - Что характеризует второй закон термодинамики?
 - Назовите виды теплообмена.
 - Объясните явления теплопроводности, конвекции, излучения и запишите формулы для вычисления теплового потока в каждом случае.
 - Запишите и объясните уравнение энергетического баланса организма.
 - Какие вам известны методы теплолечения?
 - Каковы области применения низких температур в медицине?

Задачи для самостоятельного решения

10.1. Азот массой 1 кг находится при температуре 280 К. Определите: 1) внутреннюю энергию молекул азота; 2) среднюю кинетическую энергию движения молекул азота. Газ считать идеальным. {1) 208 кДж; 2) 83,1 кДж}

10.2. Определите удельные теплоемкости C_v и C_p некоторого двухатомного газа, если плотность этого газа при нормальных условиях $1,43 \text{ кг/м}^3$. { $C_v = 650 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, $C_p = 910 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ }

10.3. Водород массой $m = 20 \text{ г}$ был нагрет на $\Delta T = 100 \text{ К}$ при постоянном давлении. Определите: 1) количество теплоты Q , переданное газу; 2) приращение ΔU внутренней энергии газа; 3) работу A расширения. {1) 29,3 кДж; 2) 20,9 кДж; 3) 8,4 кДж}

10.4. Кислород объемом 2 л находится под давлением 1 МПа. Определите, какое количество теплоты необходимо сообщить газу, чтобы увеличить его давление вдвое в результате изохорного процесса. {5 кДж}

10.5. Некоторый газ массой 2 кг находится при температуре 300 К и под давлением 0,5 МПа. В результате изотермического сжатия давление газа увеличилось в три раза. Работа, затраченная на сжатие, равна $A = -1,37 \text{ кДж}$. Определите: 1) какой это газ; 2) первоначальный удельный объем газа. {1) гелий; 2) $1,25 \text{ м}^3/\text{кг}$ }

10.6. Нагреватель тепловой машины, работающий по обратимому циклу Карно, имеет температуру $t = 200 \text{ }^\circ\text{C}$. Найдите температуру холодильника, если при получении от нагревателя количества теплоты $Q_1 = 2 \text{ Дж}$ тепловая машина совершает работу $A = 1 \text{ Дж}$. Чему равен КПД тепловой машины? Теплотери не учитывать. { $T_2 = 236,5 \text{ К}$; $\eta = 0,5$ }

10.7. Один киломоль идеального двухатомного газа находился под давлением $p_1 = 100 \text{ кПа}$ при температуре $T_1 = 300 \text{ К}$. После нагревания в изохорном процессе давление газа стало равным $p_2 = 200 \text{ кПа}$. После этого газ изотермически расширялся до давления p_1 , а затем был изобарически сжат до начального объема V_1 . Определите температуру изотермического процесса и КПД цикла. { $T_2 = 600 \text{ К}$; $\eta = 0,1$ }

10.8. Идеальный газ количеством вещества $\nu = 2 \text{ моль}$ сначала изобарно нагрели так, что его объем увеличился в 2 раза, а затем изохорно охладили так, что объем уменьшился в 2 раза. Определите приращение энтропии в ходе указанных процессов. { $11,5 \text{ Дж/К}$ }

Лекция 11

ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА В БИОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

11.1. Основное уравнение диффузии. Уравнение Фика

Явления переноса – самопроизвольные необратимые процессы, в которых благодаря молекулярному движению из одной части системы в другую переносится какая-либо физическая величина. К явлениям переноса, в частности, относятся диффузия (перенос массы) и электропроводность (перенос электрического заряда). Как синоним переноса частиц в биофизике используется термин **транспорт частиц**.

Рассмотрим ситуацию, когда в однородную **жидкую** (газообразную) среду введено некоторое количество инородного вещества. Вначале распределение этого вещества по объему жидкости будет **неравномерным**. Однако с течением времени вследствие явлений переноса концентрации этого вещества в различных областях жидкости будут выравниваться.

Диффузия в однородной среде – явление самопроизвольного переноса массы вещества из области с большей концентрацией в область с меньшей концентрацией за счет внутренней энергии среды. Такой перенос называется **пассивным транспортом**.

Пусть через некоторую площадку S во всех направлениях перемещаются молекулы вещества, растворенного в растворителе. Частицы движутся хаотически. На расстояниях, равных среднему перемещению молекул δ (среднее расстояние между молекулами жидкости), вправо и влево от площадки S построим прямоугольные параллелепипеды небольшой толщины $l \ll \delta$ с площадью боковой поверхности, равной S (рис. 11.1).

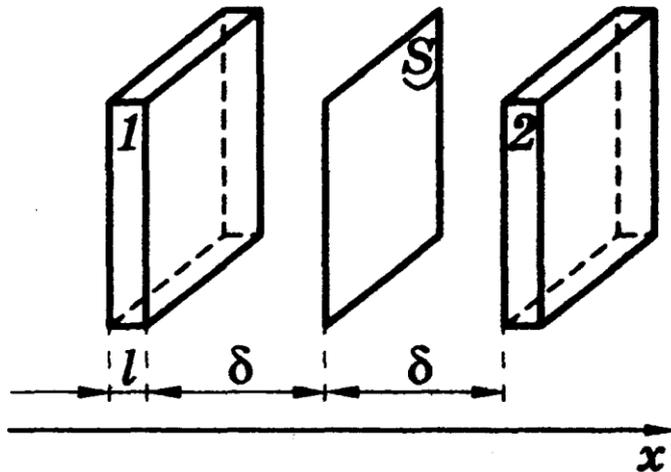


Рис. 11.1. Схема, объясняющая диффузию вещества в растворе

Объем каждого параллелепипеда равен $S\ell$. Если концентрации в объемах 1 и 2 разные, то и число молекул в указанных объемах соответственно $N_1 = S\ell n_1$ и $N_2 = S\ell n_2$. Хаотичность движения молекул можно представить как движение вдоль осей декартовой системы координат, причем вдоль каждой оси будет двигаться 1/3 часть молекул в выделенных объемах. Поскольку движение вдоль каждой оси возможно в двух противоположных направлениях, очевидно, что только 1/6 часть молекул из 1 и 2 объемов устремится к площадке S . Число перескакиваемых молекул через площадку S из первого объема равно $1/6 S\ell n_1$, а из второго $1/6 S\ell n_2$.

Предположим, что молекулы в указанных объемах имеют среднюю скорость движения \bar{v} . Тогда время «пролета» этими молекулами площадки S равно Δt :

$$\Delta t = \frac{\ell}{\bar{v}}. \quad (11.1)$$

По теории Я.И. Френкеля, молекулы жидкости, подобно частицам твердого тела, колеблются около положения равновесия, однако эти положения равновесия не являются постоянными. По истечении некоторого времени τ , называемого временем «оседлой жизни», молекула скачком переходит в новое положение равновесия на расстояние, равное среднему расстоянию между соседними молекулами $\delta \approx 10^{-10}$ м. Среднее время «оседлой жизни» молекулы можно рассматривать как среднее время перескока. Зная среднее перемещение δ и время τ , можно определить среднюю скорость движения молекул:

$$\bar{v} = \frac{\delta}{\tau}. \quad (11.2)$$

Подставляя в (11.1) выражение для \bar{v} , получим время пролета молекулами площадки S :

$$\Delta t = \frac{\ell}{\delta} \cdot \tau \quad (11.3)$$

«Баланс» переноса молекул через площадку S , т.е. вдоль оси X за промежуток Δt равен разности потоков из объемов 1 и 2:

$$\Delta N_x = \frac{1}{6} S\ell n_2 - \frac{1}{6} S\ell n_1. \quad (11.4)$$

Умножая выражение (11.4) на массу отдельной молекулы m и деля на Δt , находим поток вещества сквозь площадку S :

$$\Phi = \frac{1}{6} \cdot \frac{S\ell m}{\Delta t} (n_2 - n_1), \quad (11.5)$$

т.е. количество вещества, которое за 1 с переносится через площадку S . Изменение концентрации молекул в пространстве можно представить как

$$n_2 - n_1 \approx \frac{dn}{dx} 2\delta. \quad (11.6)$$

Заменим в (11.5) Δt согласно (11.3) и $n_2 - n_1$ согласно (11.6), получим

$$\Phi = \frac{1}{6} \frac{S \ell m \delta}{\ell \tau} \frac{dn}{dx} 2\delta = \frac{1}{3} S \frac{\delta^2}{\tau} m \frac{dn}{dx}. \quad (11.7)$$

Плотностью потока вещества называется отношение потока молекул через элемент поверхности к площади этого элемента S :

$$J = \frac{\Phi}{S} = \frac{1}{3} \frac{\delta^2}{\tau} m \frac{dn}{dx}. \quad (11.8)$$

Произведение массы молекулы на их концентрацию есть массовая концентрация

$$C = mn, \quad m \frac{dn}{dx} = \frac{dC}{dx}, \quad (11.9)$$

Тогда

$$J = \frac{1}{3} \frac{\delta^2}{\tau} \cdot \frac{dC}{dx}. \quad (11.10)$$

Это есть уравнение диффузии, которое обычно записывают в виде уравнения Фика:

$$J = -D \cdot \frac{dC}{dx} \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \text{с}} \right]. \quad (11.11)$$

Знак « \rightarrow » показывает, что суммарная плотность потока вещества при диффузии направлена в сторону уменьшения концентрации, D – коэффициент диффузии, равный

$$D = -\frac{1}{3} \cdot \frac{\delta^2}{\tau} \left[\frac{\text{м}^2}{\text{с}} \right]. \quad (11.12)$$

Из выражения (11.10) следует, что перенос вещества в процессе диффузии определяется физическими свойствами растворителя и частиц растворенного вещества.

11.2. Уравнение диффузии для мембраны

Уравнение Фика описывает диффузию в *однородной* среде. Модернизируем его для случая диффузии через мембрану. Обратим внимание на следующий известный факт: на границе раздела двух сред (например, воды и масла) обязательно имеет место скачкообразное изменение концентрации частиц диффундирующего вещества. Например, если в сосуд, в кото-

ром поверх воды налито масло, бросить соль, то ее концентрации в этих средах будут различны.

Коэффициент распределения вещества (k) – величина, равная отношению концентраций частиц в граничащих средах:

$$k = C_1 / C_2,$$

где C_1 и C_2 – концентрации частиц в среде 1 и среде 2 соответственно. Коэффициент распределения вещества – величина безразмерная. Рассмотрим диффузию незаряженных частиц (молекул АТФ) через поверхность мембраны. На рис. 11.2 представлено распределение концентрации частиц, где:

C_i – концентрация частиц внутри клетки (i – от *in*);

C_{Mi} – концентрация частиц в мембране у ее **внутренней** поверхности;

C_{Mo} – концентрация частиц в мембране у ее **внешней** поверхности;

C_o – концентрация частиц вне клетки (o – от *out*).

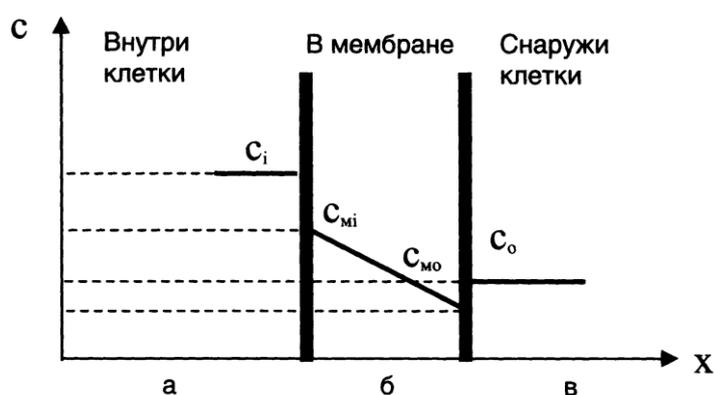


Рис. 11.2. Распределение концентрации частиц

Коэффициент распределения вещества между мембраной и окружающей средой равен коэффициенту распределения вещества между мембраной и клеткой:

$$k = C_{Mo} / C_o = C_{Mi} / C_i. \quad (11.13)$$

Отсюда получаются выражения для концентрации внутри мембраны:

$$C_{Mo} = kC_o, \quad C_{Mi} = kC_i. \quad (11.14)$$

Будем считать, что концентрация частиц, диффундирующих через мембрану, изменяется в мембране по линейному закону. Если концентрация молекул слева от мембраны выше, чем справа, то внутри мембраны создается градиент концентрации, определяемый выражением

$$\frac{dC}{dx} = \frac{C_{Mo} - C_{Mi}}{L} = -\frac{k(C_i - C_o)}{L}, \quad (11.15)$$

где L – толщина мембраны.

Подставив выражение градиента в уравнение Фика, получим

$$J = -D \frac{dC}{dx} = D \frac{k(C_i - C_o)}{L}. \quad (11.16)$$

Чаще всего уравнение диффузии для мембраны записывают в виде

$$J = P(C_i - C_o). \quad (11.17)$$

Величина $P = \frac{Dk}{L}$ называется коэффициентом проницаемости мембраны. Коэффициент проницаемости P характеризует способность мембраны пропускать те или иные вещества.

Уравнение (11.17) описывает процесс диффузии молекул через биологическую мембрану и называется законом Фика для пассивного переноса вещества через мембрану. Из него следует, что плотность потока, переносимого через мембрану, прямо пропорциональна коэффициенту проницаемости мембраны для данного вещества и разности концентраций этого вещества снаружи и внутри клетки.

11.3. Понятие электрохимического потенциала

Электрическая, осмотическая и химическая энергии могут быть использованы для совершения работы, т.е. для направленного перемещения тела (молекулы) против действующих на него сил. Количественной мерой превращения этих видов энергии служит изменение так называемой свободной энергии ΔG . В физико-химических системах изменение свободной энергии ΔG обычно описывают через изменение электрохимического потенциала $\Delta \bar{\mu}$:

$$\Delta G = \nu \cdot \Delta \bar{\mu}, \quad (11.18)$$

где $\nu = \frac{m}{M}$ – количество вещества в системе. Изменение электрохимического потенциала при переходе системы из состояния 1 в 2 определяется изменением химической, осмотической и электрической энергий:

$$\Delta \bar{\mu} = \mu_2 - \mu_1 + RT \ln \frac{C_2}{C_1} + ZF(\phi_1 - \phi_2). \quad (11.19)$$

Физический смысл электрохимического потенциала заключается в том, что его изменение равно работе, которую необходимо затратить, чтобы:

а) синтезировать 1 моль вещества (состояние 2) из исходных веществ (состояние 1) и поместить его в растворитель (слагаемое $\mu_2 - \mu_1$);

б) сконцентрировать раствор от концентрации C_1 до C_2 (слагаемое $RT \ln \frac{C_2}{C_1}$);

в) преодолеть силы электрического взаимодействия, действующие на заряженную частицу при наличии разности потенциалов $\phi_1 - \phi_2$ между точками электролита. В выражении (11.19) буквой Z обозначается валент-

ность заряженной частицы, а буквой F – постоянная Фарадея. Величина F численно равна заряду 1 моля одновалентных ионов (≈ 96500 Кл/моль). Слагаемые в (11.19) могут быть как положительными, так и отрицательными, поэтому изменение электрохимического потенциала определяется алгебраической суммой слагаемых.

11.4. Диффузия в идеальных газах и растворах. Уравнение Теорелла

Для идеальных газов и растворов, т.е. систем, в которых пренебрегают взаимодействием молекул между собой, выражение химического потенциала принимает вид

$$\mu_i = \mu_{oi} + RT \ln \frac{N_i}{N}, \quad (11.20)$$

где N_i – число частиц i -го компонента вещества; N – полное число частиц.

Изменение концентрации молекул в пространстве $C = f(\vec{r})$ означает неодинаковость химического потенциала в разных местах системы. Следовательно, плотность потока вещества можно связать с градиентом химического потенциала.

Рассмотрим среду, имеющую неоднородную концентрацию частиц, не взаимодействующих друг с другом и не несущих заряд. Тогда изменение химического потенциала будет определяться следующим образом:

$$\Delta\mu = RT \ln \frac{C_2}{C_1} = RT \ln C_2 - \ln C_1. \quad (11.21)$$

Для достаточно малых изменений концентраций, переходя к пределу при $\Delta x \rightarrow 0$, получим

$$d\mu = RT d \ln C = RT \cdot \frac{dC}{C}. \quad (11.22)$$

Дифференцируя выражение (11.22) по координате, получим

$$\frac{d\mu}{dx} = \frac{RT}{C} \cdot \frac{dC}{dx}. \quad (11.23)$$

Выразим градиент концентрации из последнего равенства:

$$\frac{dC}{dx} = \frac{C}{RT} \cdot \frac{d\mu}{dx}. \quad (11.24)$$

Соотношение (11.24) подставим в уравнение Фика и получим

$$J = -D \frac{C}{RT} \cdot \frac{d\mu}{dx}. \quad (11.25)$$

А. Эйнштейн показал, что коэффициент диффузии прямо пропор-

ционален абсолютной температуре T и подвижности диффундирующих частиц (молекул) U_m :

$$D = U_m \cdot RT, \quad (11.26)$$

где U_m – подвижность, выраженная для 1 моля; $R = 8,31$ Дж/моль·К – универсальная газовая постоянная.

Подставляя (11.26) в уравнение (11.25), получим

$$J = -U_m C \frac{d\mu}{dx}. \quad (11.27)$$

Из уравнения (11.27) следует, что плотность потока переносимого вещества в результате диффузии прямо пропорциональна подвижности частиц растворенного вещества, их концентрации и градиенту электрохимического потенциала.

Под **подвижностью** понимают коэффициент пропорциональности между скоростью частицы v и силой f ,двигающей частицу:

$$v = U \cdot f. \quad (11.28)$$

Уравнение (11.27) называется уравнением Теорелла. Теорелл обобщил это выражение для случая, когда изменяется не только концентрация вещества и величина электрохимического потенциала, но и химическое средство иона к окружающей среде (в частности, к растворителю).

11.5. Перенос ионов через мембрану. Уравнение Нернста-Планка

Уравнение Фика описывает пассивный транспорт как незаряженных частиц, так и пассивный транспорт заряженных частиц в отсутствии электрического поля. Рассмотрим транспорт ионов с учетом электрического поля внутри мембраны. Электрическое поле внутри мембраны возникает из-за разности концентрации ионов внутри и снаружи клетки. Между напряженностью поля E и градиентом потенциала $d\varphi/dx$ существует известное соотношение

$$E = -\frac{d\varphi}{dx}. \quad (11.29)$$

На отдельный ион в электрическом поле действует сила $f_0 = qE$, где E – напряженность электрического поля, а $q = Ze$ – заряд иона (Z – валентность иона, e – элементарный заряд), т.е.

$$f_0 = -Ze \cdot \frac{d\varphi}{dx}. \quad (11.30)$$

Сила, действующая на 1 моль ионов в электрическом поле, равна

$$f_0 N_A = -Ze N_A \frac{d\varphi}{dx} = -ZF \frac{d\varphi}{dx}, \quad (11.31)$$

где $F = eN_A$ – постоянная Фарадея.

Скорость направленного движения ионов пропорциональна действующей силе:

$$v = U_m f_0 N_A = -U_m ZF \frac{d\varphi}{dx}. \quad (11.32)$$

Для определения потока ионов Φ через площадку S выделим объем электролита в виде прямоугольного параллелепипеда с ребром, численно равным скорости ионов v (рис. 11.3). Все ионы, находящиеся в параллелепипеде, за 1 с пройдут через площадку S . Число молей этих ионов можно найти, умножая объем параллелепипеда $V = vS$ на молярную концентрацию ионов C :

$$\Phi = vSC. \quad (11.33)$$

Определим плотность потока ионов:

$$J = \frac{\Phi}{S} = vC = -U_m ZFC \frac{d\varphi}{dx}. \quad (11.34)$$

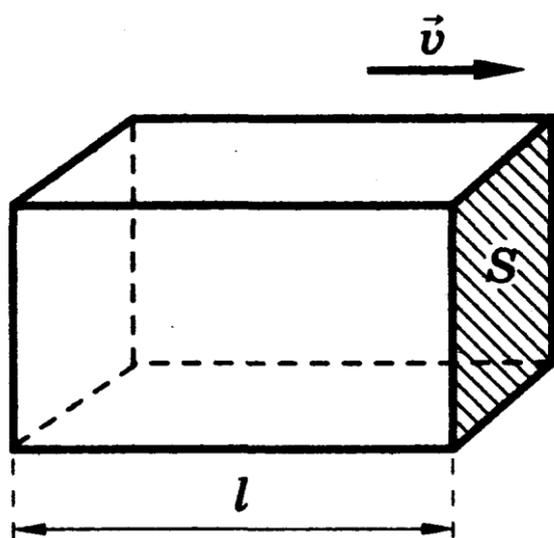


Рис. 11.3. Диффузия вещества через площадку S

В общем случае перенос ионов определяется двумя факторами: неравномерностью их распределения, т.е. градиентом концентрации, и воздействием электрического поля:

$$J = -D \frac{dC}{dx} - U_m ZFC \frac{d\varphi}{dx}. \quad (11.35)$$

Последнее выражение называют уравнением Нернста-Планка. Если учесть, что подвижность ионов определяется

$$U_m = \frac{D}{RT}, \quad \text{то, подставляя в (11.35), получим}$$

$$J = -D \frac{dC}{dx} - \frac{D}{RT} ZFC \frac{d\varphi}{dx} = -D \left[\frac{dC}{dx} + \frac{ZFC}{RT} \frac{d\varphi}{dx} \right]. \quad (11.36)$$

Это другая форма записи уравнения Нернста-Планка. Его еще называют уравнением электрофореза.

11.6. Виды транспорта через мембрану

1. **Пассивный транспорт** – перенос молекул и ионов через мембрану, который осуществляется в направлении меньшей их концентрации.

Пассивный транспорт не связан с затратой химической энергии, так как осуществляется за счет внутренней энергии системы. Он стремится выровнять концентрации частиц по разные стороны от мембраны, т.е. свести к нулю величины их градиентов, но этого не происходит.

Различают несколько типов пассивного транспорта (рис. 11.4):

- *Простая диффузия через липидный слой.* Она подчиняется уравнению Нернста-Планка. В живой клетке такая диффузия обеспечивает прохождение кислорода и углекислого газа, ряда лекарственных веществ (рис. 11.4а). Однако простая диффузия протекает достаточно медленно и не может снабдить клетку в нужном количестве питательными веществами.

- *Транспорт через каналы (поры).* Канал – участок мембраны, включающий белковые молекулы и липиды, который образует в мембране проход (рис. 11.4б). Этот проход допускает проникновение через мембрану

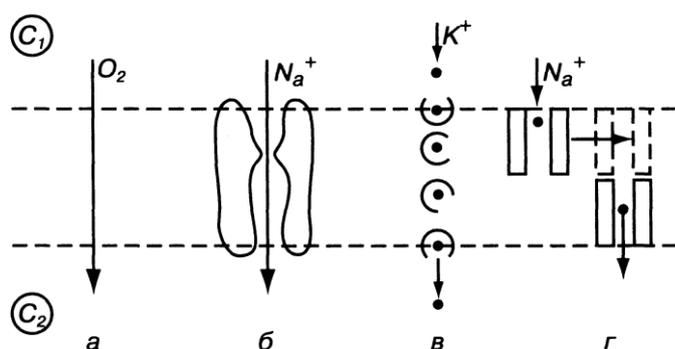


Рис. 11.4. Типы пассивного транспорта

молекул воды, крупных ионов. Наличие каналов увеличивает проницаемость P , которая зависит от числа каналов и от их радиуса. Каналы могут проявлять селективность по отношению к разным ионам, это выражается в различной проницаемости для разных ионов.

- *Облегченная диффузия* – перенос ионов специальными молекулами-переносчиками за счет диффузии переносчика вместе с веществом. Наиболее подробно это явление изучено для случая переноса ионов некоторыми антибиотиками, например валиномицином. Установлено, что валиномицин резко повышает проницаемость мембраны для ионов K^+ благодаря специфике своей структуры. В нем формируется полость, в которую точно и прочно вписывается ион K^+ (ион Na^+ слишком велик для отверстия в молекуле валиномицина). Молекула валиномицина, «захватив» ион K^+ , образует растворимый в липидах комплекс и проходит через мембрану, затем ион K^+ остается, а переносчик уходит обратно (рис. 11.4в).

- *Эстафетная передача.* В этом случае молекулы-переносчики образуют временную цепочку поперек мембраны и передают друг другу диффундирующую молекулу (рис. 11.4г).

2. **Активный транспорт** – перенос молекул и ионов, который происходит с затратой химической энергии в направлении от меньших значений величин к большим. При этом нейтральные молекулы переносятся в область большей концентрации, а ионы переносятся против сил, действующих на них со стороны электрического поля. Таким образом, активным

транспортом осуществляется перенос веществ в направлении, противоположном транспорту, который должен был бы происходить под действием градиентов (прежде всего концентрационного и электрического). Энергия получается за счет гидролиза молекул особого химического соединения – аденозинтрифосфорной кислоты (АТФ). Экспериментально установлено, что энергии распада одной молекулы АТФ достаточно для выведения наружу трех ионов натрия и введения внутрь клетки двух ионов калия. Одна из схем активного транспорта представлена системой на рис. 11.5.

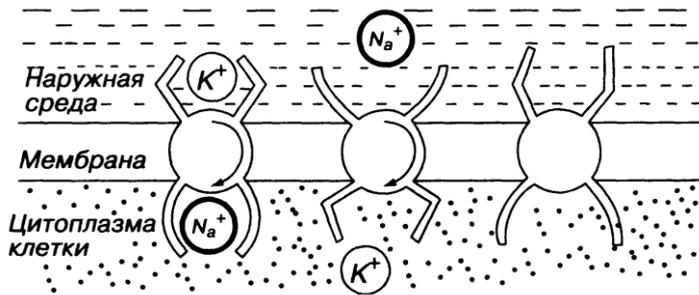


Рис. 11.5. Схема активного транспорта

тоже освобождается, после чего молекула белка принимает исходное положение, и все начинается сначала. За счет активного транспорта клетка поддерживает внутри себя высокую концентрацию калия и низкую концентрацию натрия.

Работа, затрачиваемая при переносе вещества из области меньшей концентрации в область большей концентрации, называется *осмотической работой*.

Будем считать, что при переносе 1 моля вещества из области x_1 с концентрацией C_1 в область x_2 с концентрацией C_2 совершается работа за счет свободной энергии ΔG :

$$A = \Delta G = RT \ln \frac{C_2}{C_1}. \quad (11.37)$$

Разделим это выражение на $\Delta x = x_2 - x_1$ и, переходя к бесконечно малым, получим

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta G}{\Delta x} = \frac{dG}{dx} \Rightarrow \frac{dG}{dx} = RT \frac{d \ln C}{dx} = RT \frac{1}{C} \frac{dC}{dx},$$

или

$$\frac{dG}{dx} = \frac{RT}{C} \frac{dC}{dx}. \quad (11.38)$$

Выразим градиент концентрации вещества из (11.38):

$$\frac{dC}{dx} = \frac{C}{RT} \frac{dG}{dx}. \quad (11.39)$$

Подставим выражение (11.39) в уравнение Фика:

$$J = -\frac{DC}{RT} \frac{dG}{dx}.$$

Учитывая соотношение (11.26), получим

$$J = -U_m C \frac{dG}{dx}. \quad (11.40)$$

Таким образом, плотность потока частиц в случае активного транспорта пропорциональна концентрации вещества, подвижности молекул и градиенту подводимой энергии извне.

Активный транспорт обеспечивает механизм селективной проницаемости клеточных мембран. Активный транспорт – важнейшая особенность жизненных процессов.

Контрольные вопросы

- Какие процессы называются явлениями переноса?
- Что такое диффузия? В каких средах возможна диффузия?
- Каков механизм диффузии? Приведите примеры экспериментов диффузии в различных средах.
- Покажите вывод уравнения Фика. Объясните его физический смысл.
- Запишите выражение, определяющее изменение электрохимического потенциала.
- Какой физический смысл имеет эта величина?
- Как получить уравнение Теорелла?
- Покажите вывод уравнения Нернста-Планка. Объясните его физический смысл.
- Какие существуют виды транспорта вещества через мембрану?
- Что такое активный транспорт?
- Запишите уравнение активного транспорта вещества и объясните его смысл.

Задачи для самостоятельного решения

11.1. Средняя длина свободного пробега молекул водорода равна $\langle \lambda \rangle = 200$ нм, температура газа $t = 0$ °С. Найдите коэффициент диффузии. $\{3,48 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}\}$

11.2. Какое количество водорода продиффундирует через площадку $S = 2 \text{ м}^2$ за время $\Delta t = 1$ ч, если градиент плотности в направлении, пер-

пендикулярном площадке, равен $\frac{d\rho}{dx} = 10^{-5}$ кг/м⁴? (Коэффициент диффузии взять из решения задачи 11.1.) Ответ запишите для массы, количества вещества и числа молекул. {0,26 кг; 0,13 моль; $0,78 \cdot 10^{23}$ }

11.3. Найдите зависимость коэффициента диффузии от температуры в следующих процессах: а) изохорическом; б) изобарическом.

11.4. Найдите зависимость коэффициента диффузии от давления в следующих процессах: а) изотермическом; б) изохорическом.

11.5. Вязкость воздуха при нормальных условиях равна $\eta = 0,18$ мПа·с. Найдите коэффициент диффузии. { $0,14 \cdot 10^{-3}$ м²/с }

11.6. Двойной фосфолипидный слой уподобляет биологическую мембрану конденсатору. Вещество мембраны представляет собой диэлектрик с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 4$. Разность потенциалов между поверхностями мембраны $U = 0,2$ В при толщине $d = 10$ нм. Рассчитать емкость 1 мм² мембраны и напряженность электрического поля в ней. { $\tilde{N} = 3500$ пФ; $E = 20 \cdot 10^6$ В/м }

11.7. Площадь поверхности клетки приблизительно равна $S = 5 \cdot 10^{-10}$ м². Удельная емкость мембраны (емкость единицы поверхности) составляет $\tilde{N}_{\text{оА}} = 10^{-2}$ Ф/м², а межклеточный потенциал равен $U = 70$ мВ. Определить: а) величину заряда на поверхности мембраны; б) количество одновалентных ионов, образующих этот заряд. {а) $3,3 \cdot 10^{-13}$ Кл; б) $2,2 \cdot 10^6$ }

11.8. Проницаемость клеточных мембран для молекул воды приблизительно в 10 раз выше, чем для ионов. Что произойдет, если в изотоническом водном растворе, в котором находятся эритроциты, увеличить концентрацию осмотически активного вещества (например, ионов Na^+)? {Клетки «сморщиваются» }

11.9. Что будет, если клетку поместить в чистую воду? {Внутреннее давление будет расти, пока клетку не разорвет }

Лекция 12

БИОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОТЕНЦИАЛЫ

12.1. Основные понятия

Генерация и распространение электрических потенциалов – важнейшее физическое явление в живых клетках и тканях. Оно лежит в основе возбудимости клеток, регуляции внутриклеточных процессов, работы нервной системы, регуляции мышечного сокращения. В медицине на исследовании электрических полей, создаваемых биопотенциалами органов и тканей, основаны диагностические методы: электрокардиография, электроэнцефалография, электромиография и др.

В процессе жизнедеятельности в клетках и тканях могут возникать разности электрических потенциалов:

1) окислительно-восстановительные потенциалы – вследствие переноса электронов от одних молекул к другим;

2) мембранные – вследствие градиента концентрации ионов и переноса ионов через мембрану.

Биопотенциалом называют разность электрических потенциалов, образующихся между двумя точками клеток, тканей и организмов в процессе их жизнедеятельности.

Биопотенциалы, регистрируемые в организме, – это в основном мембранные потенциалы. Они имеют ионную природу и возникают вследствие разницы концентраций положительных и отрицательных ионов внутри и снаружи клетки.

12.2. Ионные потоки. Потенциал покоя

В покоящейся нормально функционирующей живой клетке всегда имеется разность потенциалов между цитоплазмой и окружающей средой, называемая **потенциалом покоя**. Потенциалы покоя имеют характер более или менее постоянной по величине разности потенциалов. При установлении равновесия диффузии через мембрану выравниваются значения электрохимического потенциала по разные стороны мембраны: $\mu_{\text{вн}} = \mu_{\text{нар}}$. В 1902 г. Бернштейн выдвинул гипотезу, согласно которой потенциал покоя обусловлен тем, что цитоплазматическая мембрана проницаема для ионов K^+ и на ней создается потенциал, описываемый формулой Нернста

$$\varphi_M = \varphi_{\text{вн}} - \varphi_{\text{нар}} = \frac{RT}{ZF} \ln \frac{C_{\text{вн}}}{C_{\text{нар}}}, \quad (12.1)$$

где $C_{\text{нар}}$ ($\varphi_{\text{нар}}$); $C_{\text{вн}}$ ($\varphi_{\text{вн}}$) – концентрации K^+ (электрические потенциалы) снаружи и внутри клетки соответственно; F – число Фарадея, равное $9,65 \cdot 10^7 \frac{\text{Эë}}{\text{êîëü}}$; R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура; Z – заряд иона в единицу элементарного заряда.

В дальнейшем было установлено, что основной вклад в создание и поддержание потенциала покоя вносят потоки ионов K^+ , Na^+ , Cl^- . Суммарная плотность потока этих ионов с учетом их знаков

$$I = I_{Na^+} + I_{K^+} - I_{Cl^-}. \quad (12.2)$$

В живой клетке характерно не равновесное распределение веществ, а существование потоков в обе стороны через мембрану. В стационарном состоянии суммарная плотность потока равна нулю, т.е. число различных ионов, проходящих в единицу времени через мембрану внутрь клетки, равно числу входящих из клетки через мембрану:

$$I_{Na^+} + I_{K^+} - I_{Cl^-} = 0. \quad (12.3)$$

Величина мембранного потенциала покоя в стационарном состоянии определяется уравнением Гольдмана-Ходжкина-Катца:

$$\varphi_M = \frac{RT}{Z} \ln \frac{P_{Na} \left[N_A^+ \right]_{\text{вн}} + P_K \left[K^+ \right]_{\text{вн}} + P_{Cl} \left[Cl^- \right]_{\text{нар}}}{P_{Na} \left[N_A^+ \right]_{\text{нар}} + P_K \left[K^+ \right]_{\text{нар}} + P_{Cl} \left[Cl^- \right]_{\text{вн}}}. \quad (12.4)$$

Здесь квадратными скобками $\left[\right]_{\text{вн}}$ и $\left[\right]_{\text{нар}}$ обозначены концентрации ионов внутри и снаружи клетки; P – коэффициент проницаемости мембраны для соответствующего иона.

Величина потенциала покоя различная у различных клеток и может изменяться при изменении условий их жизнедеятельности. Повреждение клеток приводит обычно к повышению проницаемости мембран, в результате чего различие в коэффициентах проницаемости для ионов K^+ и N_A^+ уменьшается. Потенциал покоя при этом снижается (следует из уравнения 12.4).

12.3. Потенциал действия

Живые клетки при действии различных раздражителей (химических, механических, температурных и пр.) способны переходить в возбужденное состояние. При возбуждении нервных клеток или клеток мышц между внутриклеточной средой и окружающим раствором возникает изменение мембранного потенциала, напоминающее затухающее колебание и назы-

ваемое *потенциалом действия*. Переход клетки из состояния покоя в возбужденное состояние выглядит следующим образом. При действии раздражителя в мембране открываются каналы для ионов натрия (проницаемость мембраны возрастает более чем в 5000 раз). В результате отрицательный заряд с внутренней стороны мембраны становится положительным, что соответствует пику мембранного потенциала. Затем поступление натрия из внешней среды прекращается. В это время натриевые каналы закрываются, но открываются калиевые. Калий проходит в соответствии с градиентом концентрации из клетки до тех пор, пока не восстановится первоначальный отрицательный заряд на мембране и, следовательно,

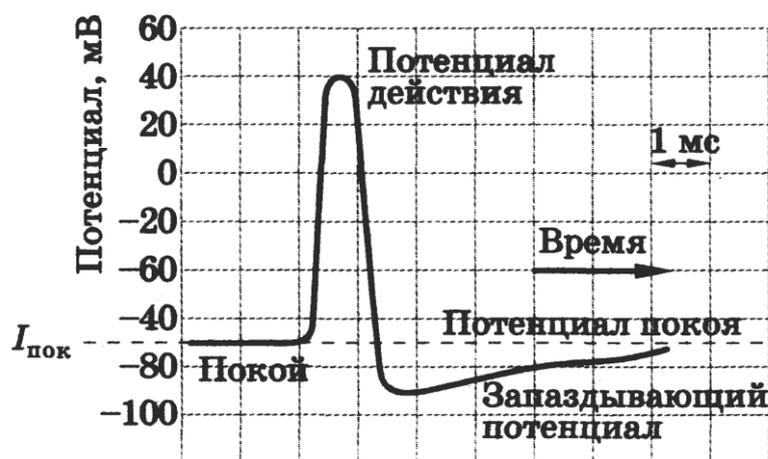


Рис. 12.1. Потенциал действия гигантского аксона кальмара

мембранный потенциал не достигнет своего первоначального значения. Выход ионов калия из клетки продолжается дольше, чем это требуется для восстановления потенциала покоя. В результате за пиком потенциала действия следует небольшой минимум (запаздывающий потенциал) (рис. 12.1).

12.4. Электрическое поле диполя

Электрический диполь – система двух равных по величине, но противоположных по знаку точечных электрических зарядов, расположенных на некотором расстоянии друг от друга l . Основной характеристикой диполя является его *электрический момент (дипольный момент)* – вектор, равный произведению заряда на плечо диполя l , направленный от отрицательного заряда к положительному: $\vec{P} = ql$.

Диполь является источником электрического поля, силовые линии и эквипотенциальные поверхности которого изображены на рис. 12.2.

Центральная эквипотенциальная поверхность представляет собой плоскость, проходящую перпендикулярно плечу диполя через его середину. Все ее точки имеют нулевой потенциал ($\varphi = 0$). Она делит электрическое поле диполя на две половины, точки которых имеют соответственно положительные ($\varphi > 0$) и отрицательные ($\varphi < 0$) потенциалы.

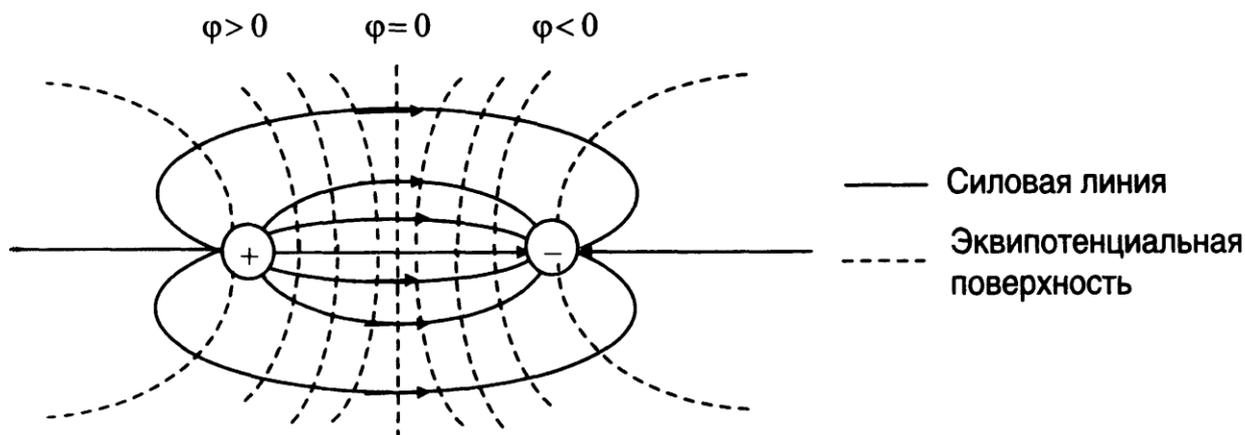


Рис. 12.2. Диполь и его диэлектрическое поле

Абсолютная величина потенциала зависит от дипольного момента \vec{P} , диэлектрической проницаемости среды ϵ и от положения данной точки поля относительно диполя.

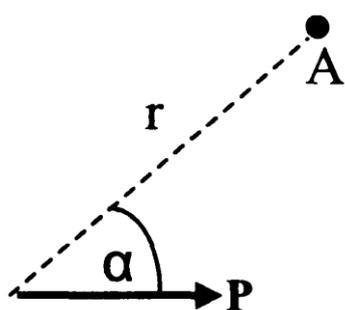


Рис. 12.3. Потенциал электрического поля, созданного диполем

Пусть диполь находится в непроводящей бесконечной среде и некоторая точка A удалена от его центра на расстояние $r \gg l$ (рис. 12.3). Обозначим через α угол между вектором \vec{P} и направлением на эту точку. Тогда потенциал, создаваемый диполем в точке A, определяется следующей формулой:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{P \cos \alpha}{r^2}. \quad (12.5)$$

Если диполь поместить в центр равностороннего треугольника, то он будет равноудален от всех его вершин. На рис. 12.4 диполь изображен вектором дипольного момента \vec{P} . Можно показать, что в этом случае разность потенциалов (напряжение) между двумя любыми вершинами прямо пропорциональна проекции дипольного момента на соответствующую сторону ($U_{AB} \sim P_{AB}$). Поэтому отношение напряжений между вершинами треугольника равно отношению проекций дипольного момента на соответствующие

он будет равноудален от всех его вершин.

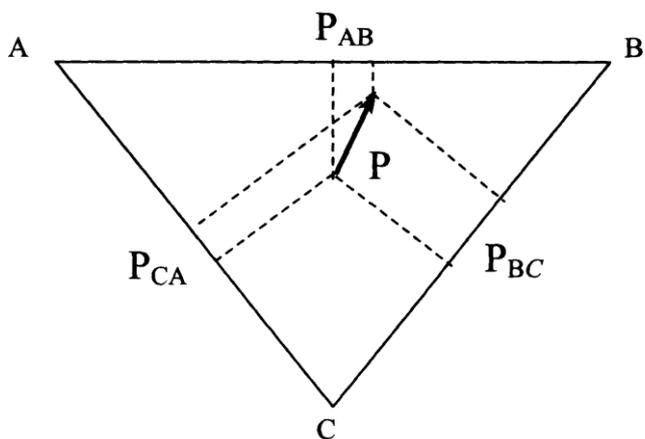


Рис. 12.4. Диполь в равностороннем треугольнике

стороны:

$$U_{AC} : U_{AB} : U_{CB} = P_{AC} : P_{AB} : P_{CB}.$$

Сопоставляя величины проекций, можно судить о величине самого вектора и его расположении внутри треугольника.

12.5. Диполь во внешнем электрическом поле

Диполь является источником электрического поля, поэтому он взаимодействует с внешним электрическим полем.

В однородном электрическом поле напряженностью E на полюсы диполя действуют равные по величине и противоположные по направлению силы (рис. 12.5). Поскольку сумма таких сил равна нулю, поступательного движения они не вызывают. Однако создают вращательный момент, величина которого определяется следующей формулой:

$$M = PE \sin \alpha. \quad (12.6)$$

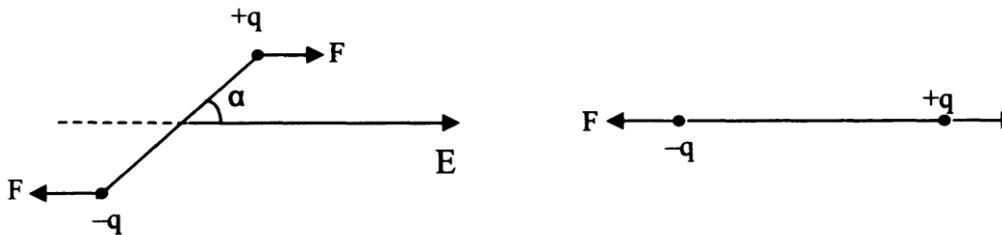


Рис. 12.5. Диполь в однородном электрическом поле

Этот момент «стремится» расположить диполь параллельно линиям поля, т.е. перевести его из некоторого положения (а) в положение (б).

12.6. Диполь в неоднородном электрическом поле

В неоднородном электрическом поле величины сил, действующих на полюсы диполя (силы F^+ и F^- на рис. 12.6), неодинаковы, и их сумма **не равна нулю**. Поэтому возникает равнодействующая сила, втягивающая диполь в область более сильного поля.

Величина втягивающей силы, действующей на диполь, ориентированный вдоль силовой линии, зависит от градиента напряженности и вычисляется по формуле

$$F = P \frac{dE}{dx}. \quad (12.7)$$

Здесь ось X – направление силовой линии в том месте, где находится диполь.

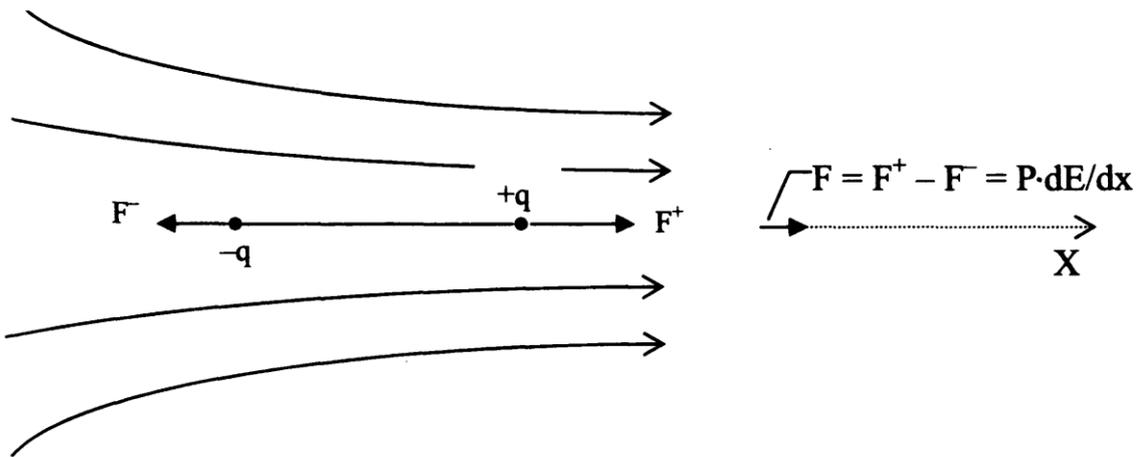


Рис. 12.6. Диполь в неоднородном электрическом поле

В непроводящей среде электрический диполь может сохраняться сколь угодно долго. Но в проводящей среде под действием электрического поля диполя возникает смещение свободных зарядов, диполь экранируется и перестает существовать (рис. 12.7). Для *сохранения* диполя в проводящей среде необходима электродвижущая сила. Пусть в проводящую среду

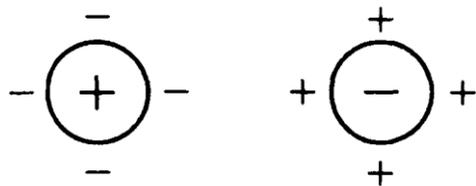


Рис. 12.7. Модель токового диполя

(например, в сосуд с раствором электролита) введены два электрода, подключенные к источнику постоянного напряжения. Тогда на электродах будут поддерживаться постоянные заряды противоположных знаков, а в среде между электродами возникнет электрический ток. Положительный электрод называют *источком тока*, а отрицательный – *стоком тока*.

Двухполюсная система в проводящей среде, состоящая из истока и стока тока, называется *дипольным электрическим генератором*, или *токовым диполем*.

Расстояние между истоком и стоком тока (L) называется *плечом* токового диполя.

На рис. 12.8а сплошными линиями со стрелками изображены линии тока, создаваемого *дипольным электрическим генератором*, пунктирными линиями – эквипотенциальные поверхности.

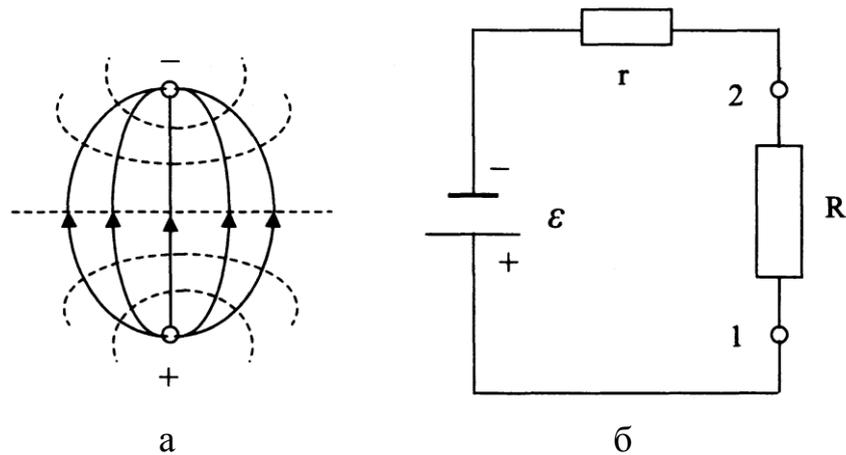


Рис. 12.8. Токовый диполь и его эквивалентная электрическая схема

На рис. 12.8б показана эквивалентная электрическая схема: R – сопротивление проводящей среды, в которой находятся электроды; r – внутреннее сопротивление источника, ε – его э.д.с.; положительный электрод (1) – *исток тока*; отрицательный электрод (2) – *сток тока*.

Электрической характеристикой токового диполя является векторная величина, называемая **дипольным моментом** (P_T).

Дипольный момент токового диполя – вектор, направленный от *стока* (–) к *истоку* (+) и численно равный произведению силы тока на плечо диполя:

$$P_T = IL. \quad (12.8)$$

Потенциал, создаваемый токовым диполем в точке А, удаленной от него на расстояние $r \gg L$, равен

$$\varphi = \frac{\rho}{4\pi} \frac{P_T \cos \alpha}{r^2}. \quad (12.9)$$

Здесь ρ – удельное сопротивление среды.

Теория токового диполя применяется для модельного объяснения возникновения потенциалов, регистрируемых при снятии кардиограмм.

12.7. Регистрация биопотенциалов. Теория отведений Эйнтховена

Биопотенциалы очень тонко отражают функциональное состояние органов, поэтому регистрация этих сигналов позволяет ставить диагноз заболевания. Регистрация биопотенциалов сердца называется электрокардиографией, головного мозга – электроэнцефалографией и периферических нервных стволов и мышц – электромиографией.

Основу электрокардиографии составляет теория Эйнтховена, позволяющая судить о биопотенциалах сердца косвенно, путем измерения по-

тенциалов в определенных точках на поверхности тела человека.

В теории Эйнтховена сердце уподобляется электрическому диполю, находящемуся в однородной проводящей среде, которой являются окружающие ткани. В каждый момент деятельности сердца его дипольный электрический генератор создает вокруг электрическое поле, которое распространяется по проводящим тканям тела и создает потенциалы в его разных точках. Потенциал φ_0 электрического поля сердца складывается из дипольных потенциалов элементарных диполей. Поскольку в каждый момент кардиоцикла возбуждается сравнительно небольшой участок миокарда, расстояния r от всех диполей до точки измерения потенциала примерно равны друг другу.

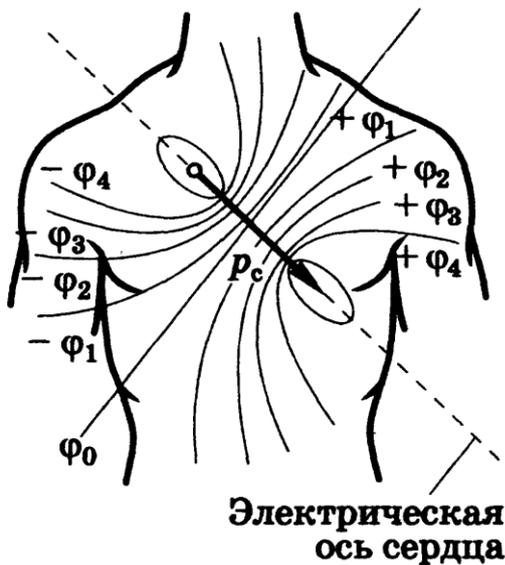


Рис. 12.9. Модель дипольного электрического генератора сердца

значением потенциала: $-\varphi_1, -\varphi_2, -\varphi_3, -\varphi_4; \varphi_0; +\varphi_1, +\varphi_2, +\varphi_3, +\varphi_4$ (рис. 12.9).

На рис. 12.9 показаны положения вектора \vec{P}_c и эквипотенциальных линий для момента времени, когда дипольный момент максимален. Это соответствует «зубцу» R вектора на электрокардиограмме (рис. 12.11).

Из формулы (12.10) следует, что потенциал в любой точке поля диполя пропорционален проекции вектора момента диполя на линию, соединяющую данную точку с центром диполя. Можно показать, что разность потенциалов в точках 1 и 2, находящихся на расстояниях r от центра диполя, прямо пропорциональна проекции вектора \vec{P}_c момента диполя на линию, соединяющие эти точки:

$$\varphi_1 - \varphi_2 \approx \sum_{j=1}^n P_j \cos \alpha_j. \quad (12.11)$$

$$\varphi_0 = \frac{\rho}{4\pi \cdot r} \sum_{j=1}^m P_j \cos \alpha_j, \quad (12.10)$$

где ρ – удельное сопротивление вещества (мембраны); m – число диполей (клеток в возбужденном состоянии). $P_j \cos \alpha_j$ – проекция вектора диполя \vec{P}_j . Сумму проекций в этом выражении можно рассматривать как проекцию вектора дипольного момента \vec{P}_c , у которого $\vec{P}_c = \sum_{j=1}^m \vec{P}_j$. Этот диполь называется эквивалентным диполем сердца (интегрально-электрическим вектором). Эквипотенциальные линии этого поля показаны линиями с соответствующим

Эйнтховен предложил регистрировать разности биопотенциалов сердца между каждыми двумя из трех электродов, расположенных в вершинах равностороннего ΔABC (рис. 12.10):

$$\varphi_A - \varphi_B = U_I, \varphi_B - \varphi_C = U_{II}, \varphi_C - \varphi_A = U_{III}.$$

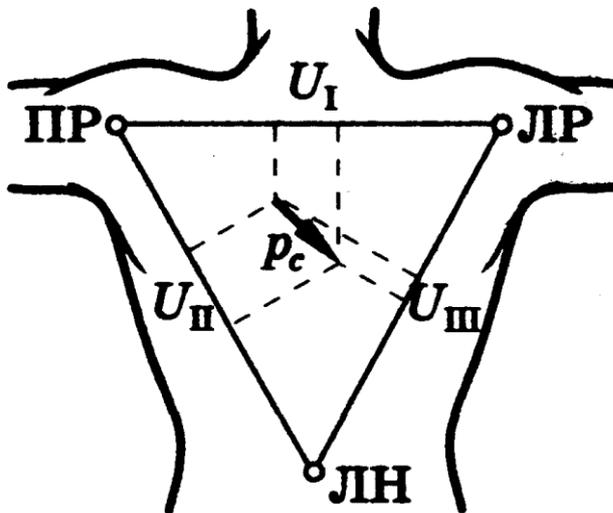


Рис. 12.10. Схема подключения электродов при регистрации биопотенциалов сердца

Каждая из этих разностей пропорциональна проекции вектора момента диполя. Сопоставляя проекции $\vec{P}_I, \vec{P}_2, \vec{P}_3$, можно судить о величине и направлении вектора:

$$\vec{P}_C = \vec{P}_I + \vec{P}_{II} + \vec{P}_{III}.$$

Возбуждение нервно-мышечной системы сердца осуществляется последовательно по различным областям сердца. Это приводит к тому, что вектор момента диполя изменяется как по величине, так и по направлению. Точка

приложения начала вектора \vec{P}_C

постоянна – это нервный узел в межпредсердной перегородке. Конец вектора \vec{P}_C за цикл работы сердца описывает сложную кривую в пространстве, состоящую из трех петель. Их принято обозначать P, QRS, T . При регистрации биопотенциалов сердца электроды располагаются в местах, которые можно считать электрически эквивалентными точками ΔABC Эйнтховена: на правом предплечье ПР, на левом предплечье ЛР и на левой голени ЛН. Конечности при этом служат просто как проводники.

По терминологии физиологов, разность биопотенциалов, регистрируемая между двумя точками тела, называется отведением. Каждые две точки наложения электродов образуют отведение: 1 – отведение ЛР-ПР, 2 – отведение ЛН-ПР, 3 – отведение ЛН-ЛР. Полученная кривая называется электрокардиограммой. Она отражает изменение по времени (за цикл работы сердца) проекции мгновенных значений вектора момента диполя сердца на линию соответствующего отведения.

Теоретический анализ электрокардиограмм сложен. Развитие кардиографии шло в основном эмпирическим путем. Катц указывал, что расшифровка электрокардиограмм производится на основе опыта, опирающегося лишь на самое элементарное понимание теории возникновения биопотенциалов. Данные ЭКГ обычно дополняют клиническую картину заболевания.

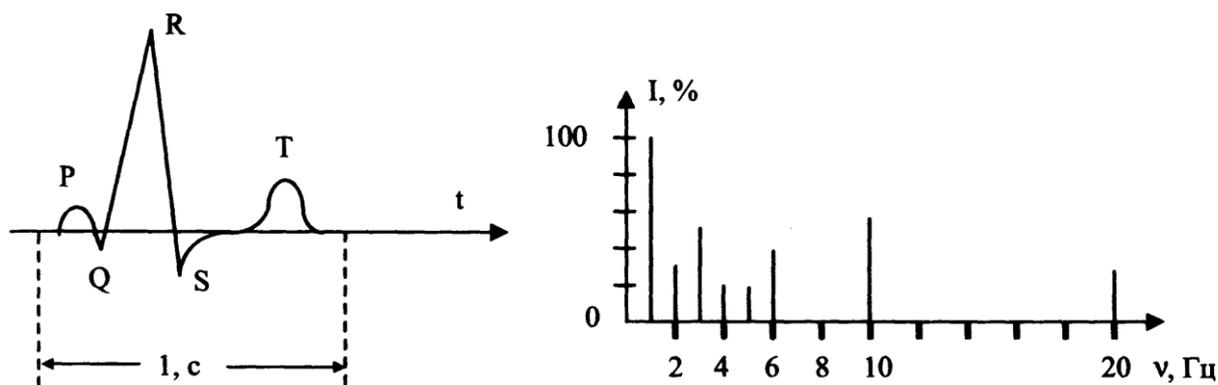


Рис. 12.11. Электрокардиограмма здорового человека и ее спектр:
 P – деполяризация предсердия; QRS – деполяризация желудочков;
 T – реполяризация. Частота пульса – 60 ударов в минуту

Вид электрокардиограммы для первого отведения показан на рис. 12.11. Она представляет собой график изменения во времени разности потенциалов, снимаемой двумя электродами соответствующего отведения за цикл работы сердца. Горизонтальная ось является не только осью времени, но и осью нулевого потенциала. ЭКГ представляет собой кривую, состоящую из трех характерных зубцов (P, QRS, T), разделенных интервалом нулевого потенциала. Высота зубцов в различных отведениях обусловлена направлением электрической оси сердца, т.е. углом. Электрокардиограмма, записанная при норме в стандартных отведениях, характеризуется тем, что ее зубцы в разных отведениях будут неодинаковы по амплитуде.

Контрольные вопросы

- Каков смысл понятия «потенциал покоя»?
- В результате каких процессов возникает потенциал покоя?
- Какое выражение позволяет вычислить потенциал покоя?
- Дайте определение потенциала действия. По каким признакам он отличается от потенциала покоя?
 - Что такое электрический диполь? Какими физическими величинами он характеризуется?
 - Каково взаимодействие электрического диполя с внешним однородным и неоднородным электрическим полем?
 - Что называют токовым диполем?
 - Как определить дипольный момент и потенциал, создаваемый токовым диполем?
 - Каковы основы электрокардиографии?
 - Что отражает электрокардиограмма?

Задачи для самостоятельного решения

12.1. Рассчитать для равновесного состояния мембранный потенциал, создаваемый ионами \hat{E}^+ , пренебечь проницаемостью ионов Na^+ и Cl^- . $\{\varphi = -90 \text{ мВ}\}$

12.2. За какое время потенциал действия распространится на расстояние, равное $S = 1 \text{ м}$, если принять скорость его распространения $v = 20 \text{ м/с}$? $\{5 \cdot 10^{-2} \text{ с}\}$

12.3. Принимая $C_i / C_0 = 100$, температуру $T = 300 \text{ К}$, найти потенциал покоя для одновалентного иона ($|Z| = 1$). $\{|\varphi_i| \approx 120 \text{ мВ}\}$

12.4. Определить, какое количество одновалентных ионов должно перейти из цитоплазмы во внеклеточную среду для создания потенциала покоя $\varphi_i \approx 120 \text{ мВ}$? Принять площадь поверхности клетки $S = 10^{-9} \text{ м}^2$, удельную емкость мембраны (на единицу площади) $\tilde{N}_{\text{oi}} = 10^{-2} \hat{O} / \hat{i}^2$. $\{N = 6,2 \cdot 10^6\}$

12.5. Биологические мембраны находятся под действием электрического поля, созданного за счет различных концентраций заряженных ионов (\hat{E}^+ и Na^+) по разные ее стороны. Разность потенциалов между цитоплазмой и внеклеточной средой достигает $\Delta\varphi = 100 \text{ мВ}$, а толщина мембраны $l = 10 \text{ нм}$. Определить: а) напряженность электрического поля в мембране; б) к чему ведет уменьшение толщины мембраны? {а) $\text{Å} = 10^7 \text{ В/м}$; б) даже небольшое уменьшение толщины мембраны приводит к увеличению напряженности Å и может вызвать электрический пробой, т.е. повреждение мембраны и гибель клетки. Таков механизм развития различных патологий, затрагивающих мембраны (при перекисном окислении липидов под действием радиации, УФ-облучения, вследствие канцерогенеза и т.д.)}

Лекция 13

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

13.1. Переменный ток.

Возбуждение электромагнитных колебаний

Ток, периодически изменяющийся по величине и по направлению, называется **переменным током**.

Другими словами, переменный ток – это колебательное движение носителей заряда. В общем случае переменный ток может иметь любую сложную форму колебания. В технике и быту наиболее распространен синусоидальный ток.

Для выяснения принципа получения переменного тока рассмотрим, что происходит при вращении витка провода в однородном магнитном поле. Пусть виток, выполненный из проводящего провода, ограничивает поверхность площадью S . Пусть вектор индукции однородного магнитного поля \vec{B} расположен под углом α к нормали \vec{n} плоскости витка. Магнитный поток Φ через площадь витка создается составляющей \vec{B}_1 вектора индукции, направленной перпендикулярно плоскости витка (рис. 13.1) и равной по модулю

$$B_1 = B \cos \alpha. \quad (13.1)$$

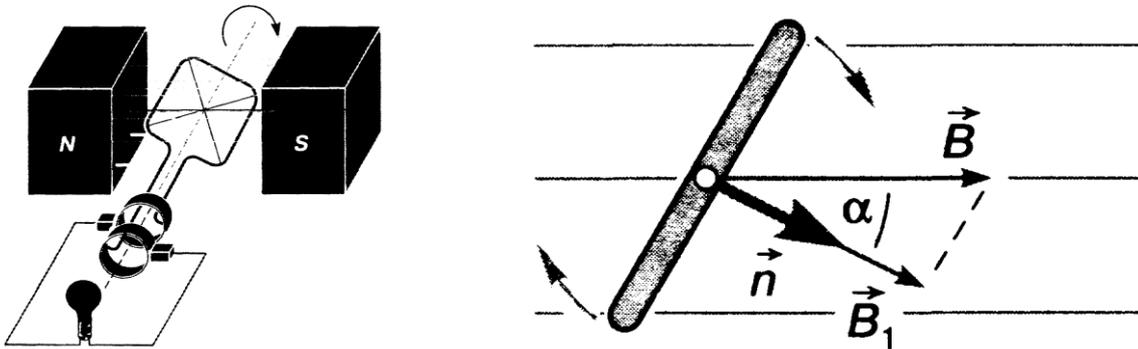


Рис. 13.1. Проводящий виток в однородном магнитном поле

При вращении витка с периодом T угол α изменяется по закону $\alpha = \frac{2\pi}{T}t$, а магнитный поток Φ , пронизывающий виток, изменяется с течением времени по закону

$$\Phi = BS \cos \alpha = BS \cos \frac{2\pi}{T}t. \quad (13.2)$$

Так как $\frac{2\pi}{T} = \omega$, то для магнитного потока получаем выражение

$$\Phi = BS \cos \omega t. \quad (13.3)$$

Изменения магнитного потока возбуждают в витке ЭДС индукции согласно закону Фарадея

$$E = -\Phi'. \quad (13.4)$$

Изменения ЭДС индукции со временем происходят по закону:

$$E = BS\omega \sin \omega t \quad \text{или} \quad E = E_m \sin \omega t, \quad (13.5)$$

где $E_m = BS\omega$ – амплитуда ЭДС.

Если с помощью контактных колец и скользящих по ним щеток соединить концы витка с электрической цепью, то под действием ЭДС индукции, изменяющейся со временем по гармоническому закону, в электрической цепи возникнут вынужденные гармонические колебания силы тока – **переменный ток**:

$$i = i_m \sin \omega t. \quad (13.6)$$

Для получения больших значений амплитуды ЭДС и больших значений амплитуды силы тока во внешней цепи используются генераторы переменного тока с большой площадью витка и большим числом витков в обмотке.

13.2. Активная нагрузка в цепи переменного тока

При распространении переменного тока в металлических проводниках или растворах электролитов происходит необратимая потеря энергии. Сопротивление таких проводников в цепи переменного тока называется **активным**.

Рассмотрим цепь с резистором (рис. 13.2, а), имеющим только омическое сопротивление R . К зажимам приложено переменное напряжение

$$u_R = u_m \cos \omega t, \quad (13.7)$$

где u_m – амплитудное значение напряжения, ω – круговая частота колебаний.

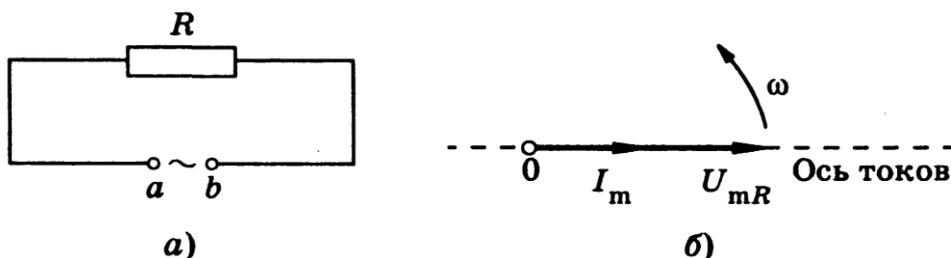


Рис. 13.2. Активная нагрузка в цепи переменного тока

Используя закон Ома, получим выражение для силы тока:

$$i_R = \frac{u_m}{R} \cos \omega t = i_m \cos \omega t, \quad (13.8)$$

где $i_m = \frac{u_m}{R}$ – амплитуда силы тока.

Как видно из (13.7) и (13.8), сила тока и напряжение изменяются в одной фазе, что можно представить в виде векторной диаграммы (рис. 13.2, б). На диаграмме амплитуды u_m и i_m представлены как одинаково направленные векторы, равномерно вращающиеся против часовой стрелки с угловой скоростью ω .

13.3. Переменный ток в цепи с катушкой индуктивности

Пусть разность потенциалов на клеммах генератора изменяется по гармоническому закону

$$u = u_m \cos \omega \cdot t. \quad (13.9)$$

В цепи с катушкой индуктивности L (рис.13.3, а), активным сопротивлением которой за малостью можно пренебречь, образуется ЭДС самоиндукции

$$E_L = -L \frac{di}{dt}. \quad (13.10)$$

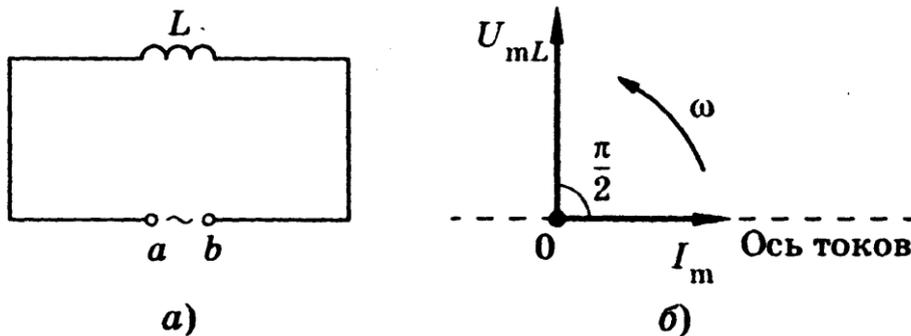


Рис. 13.3. Индуктивная нагрузка в цепи переменного тока

Найдем мгновенное значение силы тока из условия взаимной компенсации мгновенных значений приложенного напряжения и ЭДС самоиндукции:

$$E_L = u. \quad (13.11)$$

Подставляя (13.9) и (13.10) в (13.11), получим:

$$-L \frac{di}{dt} = u_m \cos \omega t \quad \text{или} \quad di = -\frac{u_m}{L} \cos \omega t dt. \quad (13.12)$$

Интегрируя последнее равенство

$$\int di = -\int \frac{u_m}{L} \cos \omega t dt, \quad (13.13)$$

получаем

$$i = \frac{u_m}{L\omega} \sin \omega t + C = i_m \sin \omega \cdot t \quad (13.14)$$

или

$$i = i_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (13.15)$$

где $i_m = \frac{u_m}{L\omega}$.

Постоянная интегрирования $C = 0$, так как ток не имеет постоянной составляющей.

Из выражения (13.15) следует, что ток в цепи имеет синусоидальный характер, но по фазе запаздывает по отношению к закону изменения напряжения (13.9) на угол $\frac{\pi}{2}$ (рис. 13.3, б).

Величина ωL , обозначаемая как X_L называется индуктивным сопротивлением и выражается в омах, при подстановке L в Гн и ω в Гц. Индуктивное сопротивление не вызывает потерь энергии в цепи и поэтому называется реактивным сопротивлением. Если цепь содержит активное и индуктивное X_L сопротивления, то сдвиг фаз определяется из условия

$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{R}$ и может принимать значения от 0 до $\frac{\pi}{2}$.

13.4. Переменный ток в цепи с конденсатором

В цепи, содержащей емкость C (рис. 13.4, а), к которой приложено напряжение

$$u = u_m \cos \omega \cdot t \quad (13.16)$$

мгновенное значение силы тока i_c определяют из условия взаимного уравновешивания мгновенных значений приложенного напряжения и противодействующей разности потенциалов на конденсаторе

$$u = \Delta \varphi_C. \quad (13.17)$$

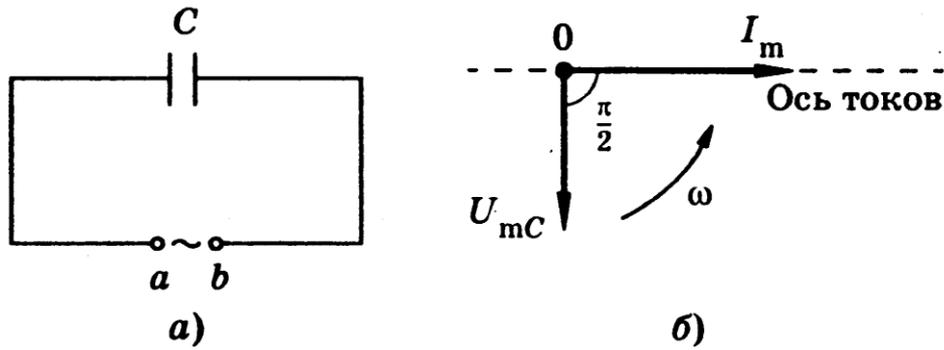


Рис. 13.4. Емкостная нагрузка в цепи переменного тока

Разность потенциалов между пластинами конденсатора определяется как

$$\Delta\varphi_c = \frac{q}{C}. \quad (13.18)$$

Подставляя выражения (13.16) и (13.18) в (13.17), получим:

$$u_m \cos \omega \cdot t = \frac{q}{C} \quad \Rightarrow \quad q = Cu_m \cos \omega \cdot t.$$

Сила тока $i_c = \frac{dq}{dt} = -Cu_m \omega \sin \omega \cdot t \quad \Rightarrow$

$$i_c = i_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}), \quad (13.19)$$

где $i_m = Cu_m \omega$ – амплитуда силы тока в цепи с конденсатором.

Из выражения (13.19) следует, что ток в цепи имеет синусоидальный характер и опережает напряжение по фазе на $\frac{\pi}{2}$.

Из равенства $i_m = Cu_m \omega$ с учетом закона Ома следует, что в цепи имеется величина $\frac{1}{\omega C}$, которая обозначает X_C , и называется емкостным сопротивлением.

Разность фаз в реальной цепи определяется значением $\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L}{R}$ и может принимать значение от 0 до $\frac{\pi}{2}$.

13.5. Полное сопротивление цепи

Рассмотрим цепь, в которой последовательно соединены резистор, катушка индуктивности и конденсатор (рис. 13.5). Напряжение на зажимах

ab цепи, создаваемое внешним источником, изменяется по гармоническому закону с амплитудой u_m :

$$u = u_m \cos \omega \cdot t . \quad (13.20)$$

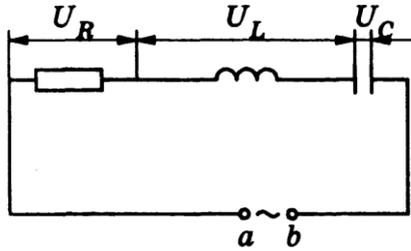


Рис. 13.5. Полная нагрузка в цепи переменного тока

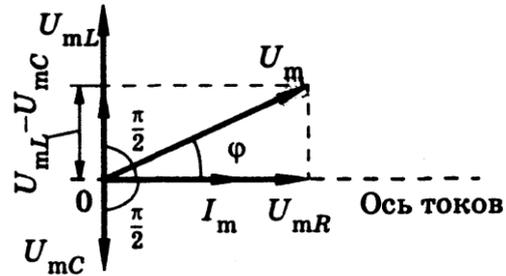


Рис. 13.6. Фазовая диаграмма для полной цепи переменного тока

В RLC-цепи возникает одинаковый переменный ток (элементы соединены последовательно), который вызовет на всех элементах цепи соответствующие падения напряжения u_R, u_L, u_C . Приложенное напряжение $u(t)$ складывается из напряжений на отдельных участках цепи:

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) . \quad (13.21)$$

Для сложения амплитуд напряжений используется метод векторных диаграмм. На диаграмме откладываются векторы трех амплитуд напряжений u_{mR}, u_{mL}, u_{mC} с учетом и их фазовых соотношений относительно амплитуды тока (рис. 13.6). Сумма этих векторов изображает вектор амплитуды в сети u_m :

$$\vec{u}_m = \vec{u}_{mR} + \vec{u}_{mL} + \vec{u}_{mC} . \quad (13.22)$$

Угол φ , который \vec{u}_m образует с осью токов, показывает, насколько напряжение опережает ток ($\varphi > 0$) или отстает от него ($\varphi < 0$).

На основании теоремы Пифагора (рис. 13.6) имеем:

$$u_m^2 = u_{mR}^2 + (u_{mL} - u_{mC})^2 . \quad (13.23)$$

Учитывая, что падение напряжения на элементах цепи определяют как

$$u_{mR} = i_m R, \quad u_{mL} = i_m X_L, \quad u_{mC} = i_m X_C,$$

получаем:

$$i_m^2 Z = i_m^2 R^2 + (i_m X_L - i_m X_C)^2, \quad (13.24)$$

где Z — полное сопротивление цепи переменного тока, называемое **импедансом**.

Преобразуя последнее выражение, запишем его в виде закона Ома применительно к амплитудам напряжения и силы тока в цепи:

$$i_m = \frac{u_m}{Z} = \frac{u_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}. \quad (13.25)$$

Из последнего выражения следует, что $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$. Из рисунка 13.6 найдем выражение для угла φ :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R}. \quad (13.26)$$

13.6. Резонанс напряжений

Если индуктивное и емкостное сопротивления цепи при их последовательном соединении будут одинаковы $X_L = X_C$, то $Z = R$. Это означает, что сила тока и приложенное напряжение изменяются в одной фазе так, как будто в цепи имеется только омическое сопротивление, а сила тока максимальна $i_m = u_m / R$. Это явление называется электрическим резонансом, или резонансом напряжений, так как при этом каждое из напряжений u_L и u_C может значительно превышать по величине напряжения u . Условие резонанса может быть обеспечено путем подбора величин L и C при заданной частоте ω или, наоборот, при заданных L и C путем подбора частоты ω_p , которая называется резонансной частотой электрической цепи. При $X_L = X_C$

$$\omega_p L = \frac{1}{\omega_p C}.$$

Отсюда находим резонансную круговую частоту: $\omega_p^2 = \frac{1}{LC}$ или

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (13.27)$$

13.7. Мощность переменного тока

Мгновенное значение мощности переменного тока равно произведению мгновенных значений напряжения и силы тока:

$$P(t) = u(t)i(t), \quad (13.28)$$

где $u = u_m \cos \omega t$, $i = i_m \cos(\omega t - \varphi)$.

Подставляя в (13.28) выражения для u и i , получим:

$$P(t) = i_m u_m \cos(\omega t - \varphi) \cos \omega t = i_m u_m (\cos^2 \omega t \cos \varphi + \sin \omega t \cos \omega t \sin \varphi). \quad (13.29)$$

Практический интерес представляет не мгновенное значение мощности, а ее среднее значение за период колебания. Учитывая, что $\langle \cos^2 \omega t \rangle = 0,5$, $\langle \sin \omega t \cos \omega t \rangle = 0$, получим

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} i_m u_m \cos \varphi. \quad (13.30)$$

Из векторной диаграммы (см. рис. 13.6) следует, что $u_m \cos \varphi = Ri_m$. Поэтому

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} Ri_m^2. \quad (13.31)$$

Такую же мощность развивает постоянный ток $i = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$.

Величины

$$i_s = \frac{i_m}{\sqrt{2}}, \quad u_s = \frac{u_m}{\sqrt{2}} \quad (13.32)$$

называются соответственно **действующими** (или **эффективными**) **значениями тока и напряжения**. Все амперметры и вольтметры градуируются по действующим значениям тока и напряжения. Учитывая действующие значения тока и напряжения, выражение средней мощности (13.30) можно записать в виде

$$\langle P \rangle = i_s u_s \cos \varphi, \quad (13.33)$$

где множитель $\cos \varphi$ называется **коэффициентом мощности**.

Формула (13.33) показывает, что мощность, выделяемая в цепи переменного тока, в общем случае зависит не только от силы тока и напряжения, но и от сдвига фаз между ними.

13.8. Электропроводность биологической тканей

Ткани организма человека имеют различные электрические свойства и механизм проводимости определяется конкретной средой. Органические вещества (белки, жиры, углеводы и др.), из которых состоят плотные части тканей, являющиеся по существу диэлектриками. Однако все ткани и клетки в организме содержат жидкости или омываются (кровь, лимфа, различные тканевые жидкости). В состав этих жидкостей, кроме органических коллоидов, входят также растворы электролитов, и поэтому они являются относительно хорошими проводниками.

Наилучшую электропроводность имеют спинномозговая жидкость, сыворотка крови. Несколько меньшую электропроводность – цельная

кровь и мышечная ткань. Значительно меньше электропроводность тканей внутренних органов, а также мозговой (нервной), жировой и соединительной ткани. Диэлектриками следует считать роговой слой кожи, связки и сухожилия и особенно костную ткань без надкостницы.

Электропроводность кожи осуществляется через каналы потовых и сальных желез. Она зависит от толщины и состояния поверхностного слоя кожи. Тонкая, нежная и особенно увлажненная кожа хорошо проводит ток. Наоборот, сухая огрубевшая кожа является плохим проводником.

Исследование электропроводности биологических систем переменным током показывает, что механизм проводимости тканей обусловлен не только наличием в них ионов, но и подвижностью полярных молекул. Биологическая ткань состоит из клеток и межклеточного пространства, заполненного веществом — электролитом с удельным сопротивлением около 10 кОм·м. Внутреннее содержимое клетки отделено от межклеточного пространства мембраной, эквивалентная электрическая схема которой представляет собой параллельное соединение сопротивления и ёмкости. Поэтому электропроводность биологических тканей зависит от частоты проходящего тока и формы его колебаний. Удельное сопротивление внутренних органов и ёмкость мембраны клетки составляют величины порядка 300-500 Ом·см и 1 мкФ/см² (соответственно). Наиболее удачная эквивалентная электрическая схема (рис. 13.7), определяющая электропроводность биологической ткани, представляет сочетания резисторов и конденсатора. Частотная зависимость импеданса этой эквивалентной электрической схемы соответствует общему ходу экспериментальной зависимости импеданса от частоты.

Некоторые биологические ткани способны отвечать возбуждением на проходящий ток; в этом случае их электропроводность нелинейно зависит от амплитуды тока. Если возбуждения не возникает, то токи распространяются в ткани в соответствии с импедансом её компонентов. Клеточные мембраны представляют относительно большое сопротивление для токов низкой частоты ($\nu \sim 1$ кГц), поэтому их основная часть проходит по межклеточным щелям. Амплитуда низкочастотных токов пропорциональна

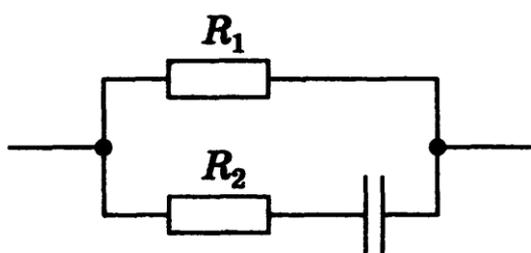


Рис. 13.7. Электрическая схема, определяющая электропроводность биологической ткани

на объёму межклеточного пространства (например, просвету кровеносных сосудов) и концентрации электролитов в нём.

Электропроводность участков тела человека определяют с помощью электродов, наложенных на его поверхность. Значение электропроводности зависит от сопротивления слоя кожи и подкожной жировой клетки,

так как, пройдя через этот слой, ток проходит в более глуболежащие ткани. Он проходит множество параллельных ветвей по проводящим путям (потoki тканевой жидкости, кровеносные и лимфатические сосуды, оболочки нервных стволов и т. п.), поэтому разветвления тока в тканях живого организма могут быть очень сложными.

Измерение электропроводности биологических тканей на низких частотах ($\nu < 1$ кГц) используют в биологии и медицине для определения кровенаполнения различных органов, выявления отёка органов, в которых набухшие клетки уменьшают межклеточное пространство.

Проводимость биологических тканей, измеренная на частотах $\nu > 100$ кГц, пропорциональна общему количеству электролитов, содержащихся в ткани между электродами, так как в этом случае клеточные мембраны уже не препятствуют распространению электрического тока. Измерение электрических свойств на таких высоких частотах используют в биологии и медицине для регистрации малых изменений объёма органов, связанных с притоком или оттоком крови от них.

13.9. Действие тока на ткани организма

Постоянный ток. В основе биологического действия постоянного гальванического тока лежат процессы электролиза, изменения концентрации ионов в клетках, тканях и поляризационные процессы. Они обуславливают раздражение нервных рецепторов и возникновение рефлекторных реакций местного и общего характера.

Лечебный метод, при котором используется действие на ткани организма постоянного тока малой силы (нескольких миллиампер), называется **гальванизацией**. При гальванизации постоянный ток от специального аппарата подводится к участку тканей организма с помощью проводников и металлических пластинчатых электродов с прокладками, наложенных в соответствующих местах на поверхности тела. Электроды изготавливаются из свинцовых, луженных оловом пластинок.

Наложение металлических электродов непосредственно на кожу недопустимо, так как образующиеся на их поверхности продукты электролиза раствора хлористого натрия, содержащегося в тканях (а также находящегося на поверхности кожи в составе пота), обладают прижигающим действием. Для предупреждения этого на поверхность кожи под электрод укладывают толстую прокладку из гигроскопической материи, смоченную физиологическим раствором или просто водой, в которой и накапливаются продукты вторичных реакций на электродах.

Первичное действие электрического тока на ткани организма связано с передвижением имеющихся в них ионов и других заряженных частиц.

При этом вследствие различной подвижности ионов, а главным образом задержки и накопления их у полупроницаемых мембран, в тканевых элементах, и прежде всего снаружи и внутри клетки, происходит изменение обычных концентраций ионов. Это вызывает изменение функционального состояния клетки и другие физиологические процессы в тканях.

Обычно гальванизацию совмещают с введением при помощи постоянного тока в ткани организма лекарственных веществ, образующих в растворе ионы или заряженные частицы. Растворами этих веществ смачиваются прокладки под электродами. Процедура называется *лечебным электрофорезом*.

Из прокладки под положительным электродом в ткани организма вводятся ионы металлов (из растворов их солей), а также положительно заряженные частицы более сложных веществ. Из прокладки под отрицательным электродом – кислотные радикалы, а также отрицательно заряженные частицы сложных соединений.

При прохождении постоянного тока по нерву меняется возбудимость последнего. У катода возникает повышенная возбудимость к раздражителям, у анода – пониженная. Понижение возбудимости под анодом при воздействии постоянным током небольшой интенсивности используют в лечебной практике для уменьшения болей. При понижении функциональной способности ткани гальванизация катодом часто ведет к повышению возбудимости.

Импульсный ток. Импульсным называют ток, состоящий из повторяющихся импульсов определенной частоты соответствующей длительности и формы (рис.13.8).

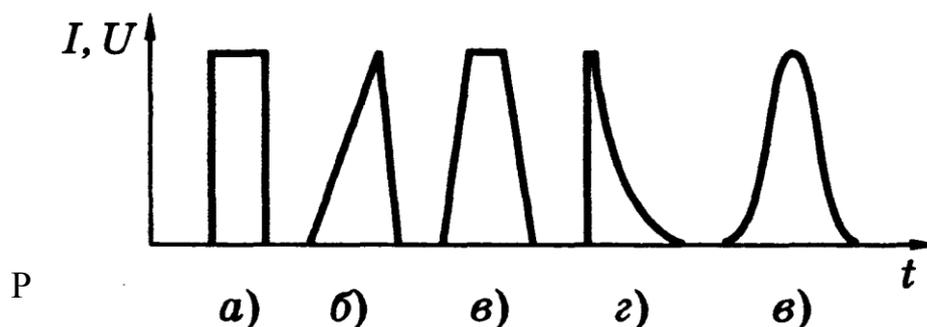


Рис. 13.8. Основные формы импульсных токов, используемых в медицине и технике:
а) прямоугольные; б) пилообразные; в) трапециевидные;
г) экспоненциальные; д) колоколообразные

Основными параметрами импульсного тока являются: частота повторения импульсов, длительность импульса, скважность, амплитуда, форма импульсов, обусловленная крутизной переднего и заднего фронтов. В зависимости от этих характеристик они могут оказывать возбуждающее

действие и использоваться для электростимуляции мышц или оказывать тормозящее действие, на чем основано их применение для электросна и электроаналгезии.

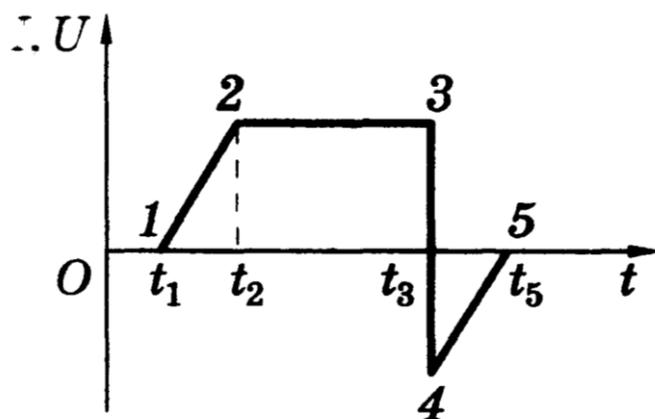


Рис. 13.9. График импульсного изменения напряжения

Характерными участками импульса (рис. 13.9) являются: 1-2 — фронт, 2-3 — вершина, 3-4 — срез (или задний фронт), 4-5 — хвост. Импульс, изображенный на этом рисунке, очень схематичен. У него четко определены моменты начала t_1 , перехода от фронта к вершине t_2 и конца импульса t_5 . При прохождении через ткани импульсных однонаправленных токов низкой частоты

в тканях происходят те же физико-химические явления, что и при воздействии постоянным током. Однако процессы эти происходят дискретно в зависимости от частоты импульсов, а степень их выраженности и физиологический эффект зависят от частоты, формы, длительности импульсов, скважности и адекватности их функциональным возможностям тканей.

Современная электронная техника дает возможность получать импульсы тока, параметры которых изменяются в самых широких пределах, например, частота — от единиц до миллионов герц; длительность — от секунд до микросекунд; форма импульсов также может различаться в широких пределах, вплоть до возможности воспроизведения любой формы импульса.

Исследование частотной зависимости импеданса позволяет оценить жизнеспособность тканей организма, что важно знать для пересадки (трансплантации) тканей и органов. Различие в частотных зависимостях импеданса получается и в случаях здоровой и больной ткани.

Импеданс тканей и органов зависит также и от их физиологического состояния. Так, при кровенаполнении сосудов импеданс изменяется в зависимости от состояния сердечно-сосудистой деятельности.

Диагностический метод, основанный на регистрации изменения импеданса тканей в процессе сердечной деятельности, называют **реографией (импеданс-плетизмография)**.

С помощью этого метода получают реограммы головного мозга (**реоэнцефалограмма**), сердца (**реокардиограмма**), магистральных сосудов, легких, печени и конечностей. Измерения обычно проводят на частоте 30 кГц.

13.10. Высокочастотные токовые методы физиотерапии

Дарсонвализация – метод лечения импульсным током высокой частоты (110-400 кГц), высокого напряжения (десятки тысяч вольт) и малой силы тока (до 100-200 мА) – получил свое название по имени Ж. А. Д'Арсонваля, впервые предложившего метод в 1891 г. Различают местную и общую дарсонвализацию. При местном воздействии ток от высокочастотного импульсного генератора поступает к пациенту через вакуумные или заполненные графитом стеклянные электроды, которые перемещают по поверхности тела или вводят в полость (например, в прямую кишку). Действующими факторами местной дарсонвализации являются импульсный высокочастотный ток, проходящий через тело пациента, и электрический разряд, возникающий между кожей пациента и электродом.

При общей дарсонвализации пациента в сидячем или лежачем положении помещают в «клетку Д'Арсонваля» – катушку колебательного контура. Вихревые высокочастотные токи, по закону электромагнитной индукции, оказывают воздействие на поверхностные ткани пациента.

При дарсонвализации изменяются физико-химические процессы в тканях, в результате при местном воздействии улучшается деятельность центральной нервной системы, трофика тканей, обменные процессы, кровообращение, повышается фагоцитарная активность лейкоцитов.

Общая дарсонвализация оказывает успокаивающее влияние, повышает обмен веществ, снижает повышенное артериальное кровяное давление, поэтому она используется при гипертонической болезни 1-й и 2-й степеней, неврастении с повышенным возбуждением, при плохом сне, некоторых болезнях обмена веществ.

Диатермия – один из методов электролечения, заключающийся в нагревании органов и тканей организма токами высокой частоты. В данном методе применяют сильный ток (до 3 А) высокой частоты (1,65 МГц).

Количество образующегося в организме тепла пропорционально квадрату силы тока, проходящего через проводник (ткани организма), электрическому сопротивлению тканей и времени прохождения тока.

Ткани и органы тела обладают неодинаковой электропроводностью. Наибольшим сопротивлением обладают кожа, жир, кости, мышцы, они нагреваются сильнее, наименьшим – органы, богатые кровью или лимфой, – лёгкие, печень, лимфатические узлы и другие, которые нагреваются слабее.

Высокочастотные токи вызывают в организме также нетепловые (так называемые специфические) процессы, сущность которых не выяснена. Предполагают, что под влиянием тока клеточные ионы перемещаются к границам клеток. При некоторой предельной концентрации их у границ выпадают коллоиды клетки, и клетка переходит в возбуждённое состояние.

Действие диатермии проявляется физиологическими реакциями – повышается активность вегетативной нервной системы, что выражается в

усилении лимфо- и кровообращения, усилении обмена веществ (при этом температура тела может повышаться на 0,1-0,2 °С), особенно в области, подвергшейся воздействию. Под влиянием диатермии расслабляются скелетная мускулатура и мышцы внутренних органов, повышается порог возбудимости чувствительных нервов. Поэтому диатермия используется при лечении заболеваний, в основе которых лежат спазмы кровеносных сосудов, мочеочника, жёлчных протоков, жёлчного пузыря и др., а также при хронических негнойных воспалительных заболеваниях, воспалений нервов и их корешков, невралгий, мышечных, суставных и др. болей.

Контрольные вопросы

- Что такое переменный ток? Каков принцип его получения?
- Объясните закон изменения переменного тока в активной цепи.
- Каковы фазовые соотношения тока и напряжения в цепи с катушкой индуктивности и конденсатора?
 - Что понимают под индуктивным и емкостным сопротивлением?
 - Как получить закон для полной цепи переменного тока?
 - Что такое импеданс? Как он вычисляется?
 - Объясните условия возникновения резонанса в цепи переменного тока и запишите выражение, определяющее резонансную частоту.
 - Как вычисляется мощность в цепи переменного тока?
 - Каков механизм проводимости биологических тканей?
 - Одинакова ли электропроводность тканей живых организмов?
 - Каково действие постоянного и переменного тока на ткани организма?
 - Какие методы воздействия постоянным и переменным током применяются в диагностике и лечебных целях?

Задачи для самостоятельного решения

13.1. В контуре, состоящем из последовательно соединенных конденсатора емкостью $C = 0,1$ мкФ, катушки индуктивностью $L = 5$ мГн и резистора сопротивлением R , возникли колебания. Известно, что к моменту $t = 5 \cdot 10^{-3}$ с напряжение на обкладках конденсатора уменьшилось в 4 раза. Найдите полное сопротивление цепи. $\{Z = 2,7 \text{ Ом}\}$

13.2. Конденсатор емкостью $C = 2$ мкФ заряжен и подсоединен последовательно к цепи, состоящей из резистора сопротивлением $R = 15$ Ом и катушки индуктивностью $L = 20$ мкГн. Возникнут ли колебания в образованном контуре? {Нет}

13.3. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 6$ мкФ и катушки индуктивности индуктивностью $L = 0,3$ Гн. Определите амплитуду силы тока в контуре, если амплитуда напряжения на обкладках конденсатора $u_m = 100$ В. Активное сопротивление контура не учитывать. $\{I_m = 0,447 \text{ А}\}$

13.4. Конденсатор электроемкостью $C = 10$ мкФ и резистор сопротивлением $R = 2$ кОм включены в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц. Найдите полное сопротивление цепи, если конденсатор и резистор включены: а) последовательно; б) параллельно. $\{а) 2,02 \text{ кОм}; б) 274,6 \text{ Ом}\}$

13.5. В цепи, состоящей из последовательно соединенных резистора сопротивлением $R = 150$ Ом, конденсатора емкостью $C = 0,1$ мкФ, катушки индуктивностью $L = 0,35$ Гн, возникает резонанс напряжений. Найдите частоту переменного тока, амплитуду силы тока в цепи и его действующее значение, амплитуды напряжений на катушке индуктивности и конденсаторе, среднюю мощность тока. Амплитуда приложенного напряжения $u_m = 200$ В. $\{\nu = 830 \text{ Гц}; I_m = 1,33 \text{ А}; I_{\text{э}} = 0,94 \text{ А}; U_{mL} = U_{mC} = 2467 \text{ В}; \langle P \rangle = 132,7 \text{ Вт}\}$

13.6. Цепь состоит из катушки, обмотка которой содержит $N = 600$ витков медной проволоки площадью поперечного сечения $S = 0,5$ мм². Длина катушки $L = 60$ см, диаметр ее сечения 5 см. Удельное сопротивление меди $1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. При какой частоте переменного тока полное сопротивление цепи вдвое больше активного сопротивления? $\{2,2 \text{ кГц}\}$

13.7. Какая средняя мощность выделяется в мышце кролика, если известно, что при действующем напряжении $U_{\text{э}} = 2$ В в цепи возникает сила тока $I_{\text{э}} = 3$ мА? Ток опережает напряжение по фазе $\varphi = 65^\circ$. $\{2,5 \text{ мВт}\}$

13.8. В цепи, состоящей из последовательно соединенных резистора сопротивлением $R = 200$ Ом, конденсатора емкостью $C = 100$ мкФ, катушки индуктивностью $L = 0,2$ Гн, протекает переменный ток частотой $\nu = 50$ Гц. Найдите среднюю мощность тока. Амплитуда приложенного напряжения $U_m = 300$ В. $\{\langle P \rangle = 219,7 \text{ Вт}\}$

13.9. Последовательно соединенные резистор с сопротивлением 110 Ом и конденсатор подключены к внешнему переменному напряжению с амплитудным значением 110 В. Оказалось, что амплитудное значение установившегося тока в цепи 0,5 А. Определите разность фаз между током и внешним напряжением. $\{60^\circ\}$

13.10. В цепь переменного тока частотой 50 Гц включена катушка длиной 50 см и площадью поперечного сечения 10 см², содержащая 3000 витков. Определите активное сопротивление катушки, если сдвиг фаз между напряжением и током составляет 60° . $\{4,1 \text{ Ом}\}$

Лекция 14

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

14.1. Электромагнитное поле

Обобщая результаты опытов Х. К. Эрстеда по воздействию электрического тока на магнитную стрелку, опытов Фарадея по электромагнитной индукции и другие факты, Максвелл создал в рамках классической физики теорию электромагнитного поля.

В основе теории Максвелла лежат два положения:

1) всякое переменное электрическое поле порождает магнитное вихревое;

2) всякое переменное магнитное поле порождает электрическое вихревое (явление электромагнитной индукции).

Вихревое поле принято характеризовать векторной величиной, называемой вихрем, или ротором поля. Этот вектор приложен в центре поля перпендикулярно плоскости его силовых линий и направлен относительно них согласно правилу буравчика:

$$\text{rot}A = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \vec{k}. \quad (14.1)$$

В среде, не проводящей электрический ток, ротор напряженности индуцированного вихревого электрического поля прямо пропорционален скорости изменения напряженности магнитного поля:

$$\text{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (14.2)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость среды, знак «минус» соответствует правилу Ленца; \vec{B} – вектор индукции магнитного поля.

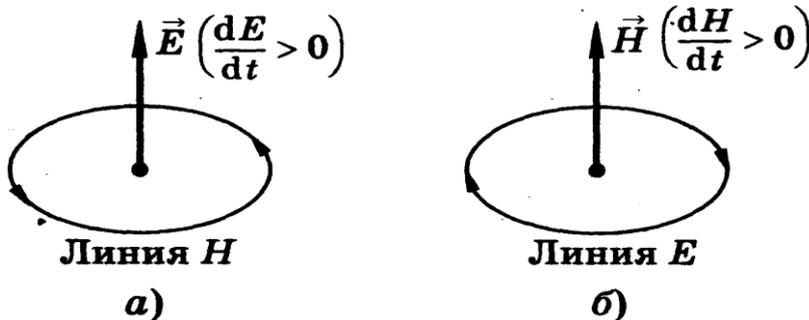


Рис. 14.1. Силовые линии электрического и магнитного полей

Вектор $\text{rot} \vec{E}$ при возрастании напряженности \vec{H} магнитного поля, т. е. $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} > 0$, направлен противоположно магнитному полю, при убывании – наоборот (рис. 14.1).

Изменение напряженности \vec{E} электрического поля в какой-либо точке пространства вызывает появление в смежных точках вихревого магнитного поля, напряженность \vec{H} которого изменяется.

Силовые линии магнитного поля \vec{H} охватывают линии электрического поля и расположены в перпендикулярных им плоскостях. Учитывая это, Максвелл назвал изменения напряженности электрического поля в диэлектрике или вакууме током смещения.

Совокупность переменных, взаимно индуктирующих друг друга вихревых электрического и магнитных полей называется *электромагнитным полем (ЭМП)*.

Электромагнитное поле распространяется от исходной точки по всем направлениям с определенной скоростью. Этот процесс называется *электромагнитной волной (ЭМВ)*.

14.2. Электромагнитные волны. Уравнения Максвелла

Источником электромагнитных волн в действительности может быть любой электрический колебательный контур или проводник, по которому течет переменный электрический ток. Поскольку электромагнитная волна может распространяться в среде, то уравнение волны должно описывать изменение векторов \vec{E} и \vec{H} как функции времени и положения:

$$E = f(\vec{r}, t), \quad H = f(\vec{r}, t). \quad (14.3)$$

Рассмотрим случай плоской гармонической электромагнитной волны, распространяющейся вдоль некоторого направления оси Ox . Пусть векторы \vec{E} и \vec{H} сохраняют постоянное направление в пространстве (плоско или линейно поляризованная волна). В момент времени $t = 0$, в исходной точке $x = 0$ создано переменное электрическое поле \vec{E} , которое индуцирует магнитное поле \vec{H} . Через промежуток времени dt в соседней точке на расстоянии dx напряженности полей будут $E + dE$ и $H + dH$.

Можно показать, что связь между скоростями изменения $\frac{\partial E}{\partial t}$ и $\frac{\partial H}{\partial t}$ по времени и вдоль заданного направления этих векторов существует в виде

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \quad (14.4 \text{ а})$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}. \quad (14.4 \text{ б})$$

Уравнения (14.4) называются уравнениями Максвелла для плоской гармонической электромагнитной волны. Найдем решение уравнений (14.4). Для этого уравнение (14.4 а) дифференцируем по x , а (14.4 б) – по времени t . Получаем:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 H}{\partial t \partial x}, \quad \frac{\partial^2 H}{\partial t \partial x} = \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}.$$

Решая совместно, находим:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad \text{или} \quad \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \nu^2 \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}, \quad (14.5)$$

где $\nu = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$.

Затем дифференцируем уравнение (14.4 а) по t и (14.4 б) по x :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x \partial t} = \mu_0 \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial x \partial t}.$$

Решая совместно, получим:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \quad \text{или} \quad \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = \nu^2 \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}, \quad (14.6)$$

где $\nu = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$.

Для вакуума скорость света

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Выражения (14.5) и (14.6) вместе представляют **волновое уравнение** электромагнитной волны. Его решение представим в форме плоской гармонической волны:

$$\begin{aligned} E &= E_m \cos \omega \left(t - \frac{x}{\nu} \right) \\ H &= H_m \cos \omega \left(t - \frac{x}{\nu} \right), \end{aligned} \quad (14.7)$$

где E, H – мгновенные; E_m, H_m – амплитудные значения напряженности;

ω – круговая частота векторов \vec{E} и \vec{H} ; $\nu = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ – скорость распространения волны вдоль направления Ox .

Таким образом, электромагнитная волна – это поперечная волна, у которой колебания векторов \vec{E} , \vec{H} происходит во взаимно перпендикулярных плоскостях синхронно (рис.14.2).

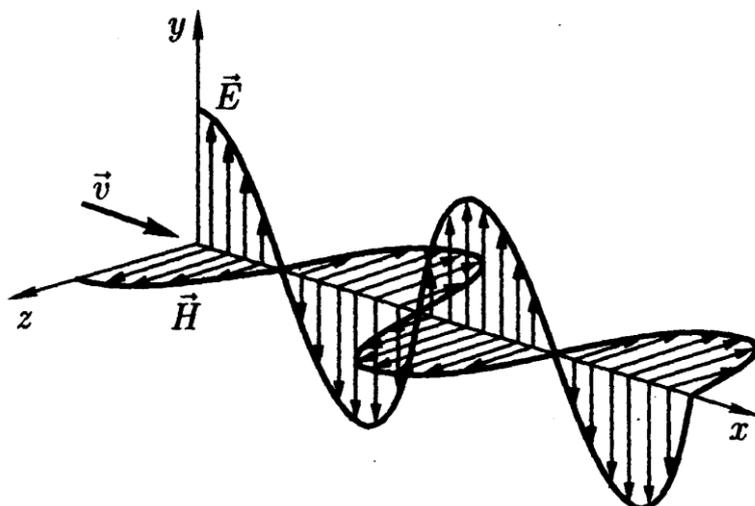


Рис. 14.2. Электромагнитная волна

Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме равна скорости распространения света (это послужило основанием для создания Максвеллом *электромагнитной теории света*). Учитывая, что абсолютный показатель преломления среды равен $n = c/v$, можно установить связь между n, ϵ, μ :

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}. \quad (14.8)$$

Свойства электромагнитных волн:

- они являются поперечными;
- скорость распространения в вакууме не зависит от частоты;
- происходит частичное поглощение волн диэлектриком;
- волны практически полностью отражаются от металлов;
- волны преломляются на границе диэлектриков;
- наблюдается интерференция, дифракция волн.

14.3. Энергетические характеристики электромагнитной волны

Возможность обнаружения электромагнитных волн указывает на то, что они переносят энергию. Энергия электромагнитного поля складывается из энергии электрического поля и энергии магнитного поля. Мгновенное значение объемной плотности энергии электромагнитного поля равно

$$w_{EH} = w_E + w_H = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2}. \quad (14.8)$$

Электрическая и магнитная составляющие электромагнитного поля в диэлектрике энергетически равноправны, следовательно, с учетом соотношения $H = \frac{B}{\mu_0}$ получим $\frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0}$, или

$$w_{EH} = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} EB. \quad (14.9)$$

Распространение электромагнитных волн, как и механических волн, сопровождается переносом энергии.

Поток энергии Φ – величина, равная энергии W , переносимой электромагнитной волной через данную поверхность за единицу времени:

$$\Phi = \frac{dW}{dt} [Bm]. \quad (14.10)$$

Интенсивность волны, или плотность потока энергии, I – величина, равная потоку энергии, переносимой через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны:

$$I = \frac{\Phi}{S} [Bm/m^2]. \quad (14.11)$$

Умножив плотность энергии w_{EH} на скорость v распространения волны в среде, получим модуль плотности потока:

$$I = wv = EH. \quad (14.12)$$

Вектор плотности потока электромагнитной волны называется **вектором Умова-Пойтинга**:

$$\vec{I}_v = [\vec{E}\vec{H}]. \quad (14.13)$$

Вектор \vec{I}_v показывает направление распространения волны. Он равен энергии, переносимой волной в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к направлению распространения волны. Различие между ними заключается в том, что вектор Умова-Пойтинга имеет смысл мгновенной величины, а интенсивность – величины, усредненной по времени.

14.4. Шкала электромагнитных волн

Из теории Максвелла вытекает, что различные электромагнитные волны, в том числе и световые, имеют общую природу. В связи с этим целесообразно представить всевозможные электромагнитные волны в виде единой шкалы (рис. 14.3).

Вся шкала условно подразделена на шесть диапазонов: **радиоволны** (длинные, средние и короткие), **инфракрасное, видимое, ультрафиолетовое, рентгеновское и гамма-излучение**. Эта классификация определяется

не только частотой, но и механизмом образования волн, либо возможностью зрительного восприятия их человеком.



Рис. 14.3. Шкала электромагнитных волн

Радиоволны обусловлены переменными токами в проводниках и электронными потоками (макроизлучатели). Инфракрасное, видимое и ультрафиолетовое излучения исходят из атомов, молекул и быстрых заряженных частиц (микроизлучатели). Рентгеновское излучение возникает при внутриатомных процессах, γ -излучение имеет ядерное происхождение.

Некоторые диапазоны перекрываются, так как волны одной и той же длины могут образоваться в разных процессах. Так, наиболее коротковолновое ультрафиолетовое излучение перекрывается длинноволновым рентгеновским.

14.5. Воздействие электромагнитного излучения на человека

Источниками *электромагнитных полей* являются: атмосферное электричество, радиоизлучения, электрические и магнитные поля Земли, а так же искусственные источники (установки токов высокой частоты, радиовещание и телевидение, радиолокация, радионавигация и др.).

Источниками излучения *электромагнитной энергии* являются мощные телевизионные и радиовещательные станции, промышленные установки высокочастотного нагрева, а также многие измерительные, лабораторные приборы. Источниками излучения могут быть любые элементы, включенные в высокочастотную цепь.

Токи высокой частоты создают в воздухе излучения, имеющие ту же электромагнитную природу, что и инфракрасное, видимое, рентгеновское

и гамма-излучение. Различие между этими видами энергии – в длине волны и частоте колебаний, а значит, и в величине энергии кванта, составляющего электромагнитное поле.

Интенсивность электромагнитного поля в какой-либо точке пространства зависит от мощности генератора и расстояния от него. На характер распределения поля в помещении влияет наличие металлических предметов и конструкций, которые являются проводниками, а также диэлектриков, находящихся в ЭМП.

При эксплуатации электроэнергетических установок и воздушных линий электропередач напряжением выше 330 кВ в пространстве вокруг токоведущих частей возникает сильное электромагнитное поле, влияющее на здоровье людей.

Эффект воздействия электромагнитного поля на биологический объект принято оценивать количеством электромагнитной энергии, поглощаемой этим объектом при нахождении его в поле. При малых частотах (в данном случае 50 Гц) электромагнитное поле можно рассматривать состоящим из двух полей (электрического и магнитного), практически не связанных между собой. Электрическое поле возникает при наличии напряжения на токоведущих частях электроустановок, а магнитное – при прохождении тока по этим частям. Поэтому допустимо рассматривать отдельно друг от друга влияние, оказываемое ими на биологические объекты.

Установлено, что в любой точке поля в электроустановках сверхвысокого напряжения (50 Гц) поглощенная телом человека энергия магнитного поля примерно в 50 раз меньше поглощенной им энергии электрического поля. На основании этого был сделан вывод, что отрицательное действие электромагнитных полей электроустановок сверхвысокого напряжения (50 Гц) обусловлено электрическим полем, то есть нормируется напряженностью E [кВ/м].

Первичным проявлением действия электромагнитной энергии является нагрев, который может привести к изменениям и даже к повреждениям тканей и органов.

С уменьшением длины волны биологическая активность радиоволн возрастает. Волны ВЧ-диапазона (10^3 -10 м) заметно поглощаются биологическими тканями, а для УВЧ (10-1 м) и СВЧ-диапазонов (1 - 10^{-3} м) это поглощение становится очень значительным. Особенно эффективно поглощают такие волны ткани со значительным содержанием воды, что приводит к их сильному нагреванию. Большое выделение тепла опасно для органов и тканей, имеющих плохую систему кровоснабжения, например, для хрусталика. Так, радиоизлучение с длиной волны 10-12 см может повысить температуру в задней части хрусталика на 20 °С, что приводит к возникновению катаракты (помутнению хрусталика).

Многочисленные повторные облучения малой интенсивности могут приводить к стойким функциональным расстройствам центральной нерв-

ной системы. Степень биологического воздействия электромагнитных полей на организм человека зависит от частоты колебаний, напряженности и интенсивности поля, длительности его воздействия. Биологическое воздействие полей разных диапазонов неодинаково. Изменения, возникающие в организме под воздействием электромагнитных полей, чаще всего обратимы.

В результате длительного пребывания в зоне действия электромагнитных полей наступают преждевременная утомляемость, сонливость или нарушение сна, появляются частые головные боли, наступает расстройство нервной системы и др. При систематическом облучении наблюдаются стойкие нервно-психические заболевания, изменение кровяного давления, замедление пульса, трофические явления (выпадение волос, ломкость ногтей и т. п.).

Для защиты здоровья человека на государственном уровне приняты нормативные документы, определяющие предельно допустимые величины воздействия электромагнитных полей. Организацией, контролирующей соблюдение норм электромагнитного воздействия, является санитарно-эпидемиологическая служба.

14.5. Использование электромагнитных полей в медицине

В физиотерапии широко используются методы лечения, основанные на взаимодействии электромагнитного излучения с тканями организма.

Индуктотермия – это метод электролечения, при котором определённые участки тела больного нагреваются под воздействием переменного, преимущественно высокочастотного (от 10 до 40 МГц), электромагнитного поля. Это поле индуцирует в тканях организма вихревые электрические токи. Сила вихревых токов пропорциональна электропроводимости среды, поэтому токи наиболее интенсивны в жидких средах организма, обладающих значительной электропроводимостью (кровь, лимфа и др.). В подвергаемых воздействию вихревых токов областях тела образуется большее или меньшее количество теплоты, повышается обмен веществ, усиливается кровообращение, а, следовательно, и поступление питательных веществ и удаление продуктов жизнедеятельности тканей, понижаются тонус мышечных волокон и возбудимость нервов – уменьшаются боли. Всё это создаёт условия для быстрого рассасывания воспалительного очага, даже глубоко расположенного, и для лечения заболеваний периферических нервов. Подведение генерируемой аппаратом энергии электромагнитного поля к пациенту осуществляется посредством гибкого кабеля (кабельный электрод), изогнутого в виде цилиндрической или плоской спирали. Больной во время процедуры испытывает ощущение приятного тепла.

Ультравысокочастотная терапия (УВЧ-терапия) использует в лечебных целях переменные электромагнитные поля с частотой колебаний в диапазоне 30-300 МГц. В УВЧ-терапии действующий фактор – электрическая составляющая электромагнитного поля. В основе его лечебного действия лежит влияние на электрически заряженные частицы тканей организма, обуславливающее тепловой и так называемый осцилляторный эффекты. Особенностью теплового действия является селективность, т.е. локальный нагрев внутренних органов преимущественно за счёт выделения теплоты в тканях с низкой электропроводностью. Осцилляторный эффект заключается в динамических перестройках во внутренних структурах водных и белковых молекул, что ведёт к изменению функционального состояния и активности обменотрофических процессов в тканях. Применение электрического поля не в непрерывном, а в импульсном режиме позволяет ограничить нежелательный тепловой и максимально усилить осцилляторный эффект. УВЧ-терапию проводят преимущественно в виде местных процедур с помощью двух электродов, оставляя между ними и поверхностью тела воздушный зазор; её назначают в виде курса процедур (3-10) продолжительностью 8-10 мин каждая. Для УВЧ-терапии характерно противовоспалительное, рассасывающее, антиспастическое и обезболивающее действие. Её применяют при острых воспалительных процессах во внутренних органах, гнойных процессах в костях (остеомиелит) и мягких тканях (панариций, фурункул, карбункул), воспалительных заболеваниях периферической нервной системы, суставов, лимфатических узлов.

Дециметровая терапия (ДМВ-терапия) – метод, при котором с лечебными целями применяют дециметровые волны длиной 69,65 и 33 см (частота электромагнитного поля от 433 до 915 МГц). В нашей стране аппаратура работает на частоте 460 МГц, в Западной Европе – 433 МГц, в США – 915 МГц.

Действие микроволн на организм имеет ряд особенностей, зависящих от их физических свойств. Микроволны, как и свет, можно сконцентрировать в достаточно узкий пучок, что позволяет их локализовать на определённом участке тела.

При ДМВ-воздействии отражение происходит в основном от кожи. В то же время толщина кожи и подкожной жировой клетчатки существенно не влияет на отражение. В результате создаются условия для более равномерного послойного поглощения энергии дециметрового диапазона волн. Часть поглощенной энергии переходит в тепло (тепловое действие), в физико-химические (осцилляторный) эффекты.

Первичные механизмы взаимодействия ДМВ с тканями человека определяются конформационными процессами в белковых структурах клетки, в частности метахондрий, явлениями поляризации на мембранах и изменением их проницаемости, когерентным колебанием молекул, главным образом связанной воды, а также взаимодействием собственных зарядов

электрически активных элементов клетки с воздействующим электромагнитным полем.

При воздействии ДМВ большая часть поглощенной энергии превращается в тепло. В живых тканях повышение температуры идёт и за счёт активизации местных обменных процессов. Локальное воздействие ДМВ в дозах, близких к терапевтическим, обычно не вызывает повышения температуры тела человека. Под влиянием образовавшегося в тканях тепла происходит расширение сосудов, усиливается кровоток, что ведёт к охлаждению кровью тканей и уравниванию теплопродукции и теплоотдачи.

Подкожная жировая клетчатка васкуляризирована слабо и охлаждающее действие крови в этой ткани проявляется незначительно. Поэтому следует избегать продолжительных и интенсивных воздействий дециметровыми волнами, которые могут привести к перегреванию подкожной жировой ткани.

Минимальной продолжительностью дециметрового воздействия до появления эффективного повышения температуры следует считать длительность процедуры от 3 до 5 минут, а максимальной – 30 минут.

В результате образовавшегося тепла и осцилляторного эффекта в тканях активизируется местный метаболизм, микроциркуляция, изменяется содержание биологически активных веществ (листамин, серотонин и др.), уровень электрических процессов.

Сантиметроволновая терапия (СМВ-терапия) – метод, при котором с лечебными целями применяют электромагнитные волны длиной 12,6 и 12,2 см (частота 2375 и 2450 МГц). Физические свойства СМВ определяют их действия на организм человека. При СМВ частота ЭМП близка частоте инфракрасной области оптического излучения, поэтому все физические законы, которым подчиняется свет, применимы к этому виду энергии в большей степени, чем при всех других частотах ЭМП.

Взаимодействие СМВ со средой сопровождается поглощением, отражением, преломлением, дифракцией и интерференцией. Особенностью СМВ является большая степень отражения (от 25 до 75 %) в зависимости от толщины подкожного жирового слоя, расстояния излучения от поверхности тела.

Другая особенность этого вида излучения состоит в возможности возникновения в живых тканях «стоячих» волн из-за отражения электромагнитной волны и наложения её на падающую волну. Вследствие этого в области, имеющей максимум электромагнитной энергии, может образоваться большое количество теплоты и вызвать перегревание вплоть до ожога тканей. Подобные условия иногда возникают в подкожном жировом слое в результате отражения СМВ на границе жир-мышца (последнее является одним из недостатков СМВ-терапии). Глубина проникновения СМВ в ткани составляет 3-5 см.

Интенсивность поглощения СВВ поверхностными слоями тканей человека ведёт к значительному их нагреву, более сильному, чем при ДМВ. Первичные механизмы взаимодействия с тканями человека обусловлены осцилляторными и тепловыми компонентами действия. Температура в тканях повышается на 5 градусов. Минимальная продолжительность воздействия на одну область составляет 2-3 мин.

Облучение СВВ ведёт к возникновению рефлекторной и нейрогуморальной реакцией. Под его влиянием расширяются сосуды, увеличивается число функционирующих капилляров, усиливается крово- и лимфоток, оказывается противовоспалительное рассасывающее действие, повышается неспецифическая иммунологическая активность организма.

Микроволновая терапия (СВЧ-терапия) – это метод лечения, основанный на использовании энергии микроволн – электромагнитного поля сверхвысокой частоты. Микроволны (микрорадиоволны, СВЧ-колебания) имеют длину от 1 м до 1 мм и частоту колебаний соответственно – от 300 до 300 000 МГц. В спектре электромагнитных радиоволн они занимают промежуточное место между волнами ультравысокой частоты и инфракрасными лучами. Этим обусловлены физические свойства микроволн, характерные как для радиоволн ультравысокой частоты (способность проникать в биологические ткани), так и для инфракрасных лучей (отражение, преломление, поглощение биологическими тканями).

Механизм действия микроволн на организм складывается из двух процессов: первичного (непосредственного влияния микроволны на ткани организма) и вторичного, возникающих в ответ на него нейрорефлекторных и нейрогуморальных реакций целостного организма. Первичное влияние проявляется в зоне локального воздействия и состоит из теплового и нетеплового компонентов. Тепловой компонент проявляется нагревом тканей за счёт эндогенного тепла, которое образуется в результате трения, возникающего при движениях свободных ионов электролитов тканей и колебаний дипольных молекул вокруг своей оси в процессе ориентировки их по направлению силовых линий электромагнитного поля, а также за счёт выделения тепла молекулами воды при поглощении ими энергии микроволн. Частота колебаний поля молекул воды совпадает с частотой СВЧ-колебаний, поэтому наибольшее образование тепла происходит в тканях, содержащих значительное количество воды, – в крови, лимфе, мышцах, тканях паренхиматозных органов. Нетепловой (экстратермический, осцилляторный) компонент механизма действия микроволн заключается в различных внутримолекулярных физико-химических и электрохимических изменениях и в структурных перестройках, возникающих под влиянием энергии микроволн в сложных биокolloидных системах (изменение осмотического давления, поверхностного напряжения, проницаемости клеточных мембран, коллоидного состояния цитоплазмы и межклеточной жидкости, ориентирование элементов крови и поляризованных ветвей белковых

макромолекул в направлении силовых линий электромагнитного поля, резонансное поглощение энергии колебаний отдельными макромолекулами, аминокислотами и др.). Эти изменения при адекватной дозировке СВЧ-терапии отражают функциональное состояние клеток, тканей и органов. Соотношение теплового и нетеплового компонентов в действии микроволн определяется дозировкой воздействия: при малой мощности преобладает нетепловой, а при большой мощности – тепловой компонент.

Контрольные вопросы

- Какова природа электромагнитного поля? Какими векторами она определяется?
- Сформулируйте основные положения, лежащие в основе теории Максвелла.
- Запишите и объясните уравнения Максвелла.
- Покажите, каким образом из уравнений Максвелла можно получить волновое уравнение.
- Запишите уравнение плоской гармонической электромагнитной волны.
- Что называют объемной плотностью энергии электромагнитного поля и от чего она зависит?
- Каков физический смысл вектора Умова-Пойтинга?
- Разъясните, что общего у вектора Умова-Пойтинга и интенсивности электромагнитной волны? Чем они различаются?
- Как распределяется шкала электромагнитных волн?
- Назовите источники электромагнитного излучения.
- Каково взаимодействие электромагнитных волн с тканями организма?
- Назовите методы защиты организма от неконтролируемых воздействий электромагнитным излучением.
- Какие методы физиотерапии основаны на взаимодействии электромагнитного излучения с тканями?
- В чем проявляется лечебный эффект физиотерапии УВЧ-излучения и микроволновой терапии?

Задачи для самостоятельного решения

14.1. Станция работает на длине волны 30 м. Сколько колебаний несущей частоты происходит в течение одного периода звуковых колебаний с частотой 5 кГц? $\{ 2 \cdot 10^3 \}$

14.2. На какой частоте суда передают сигнал бедствия, если по международному соглашению длина радиоволны *SOS* равна 600 м? {500 кГц}

14.3. Рассчитать длину волны электромагнитного излучения с частотой 1240 кГц. {240 м}

14.4. В физиотерапии часто применяются электромагнитные волны с частотой 460 МГц. Определить длину волны в свободном пространстве ($\varepsilon = 1$) и в мягких тканях ($\varepsilon = 80$). {0,7 м; 0,1 м}

14.5. Солнечной постоянной называется поверхностная плотность потока излучения, получаемого от Солнца, на границе земной атмосферы. Она равна 1,36 кВт/м². Определите среднюю плотность энергии солнечного излучения на орбите Земли. { $4,5 \cdot 10^{-6}$ Дж/м³ }

14.6. Определите амплитуду колебаний напряженности электрического поля электромагнитного излучения, посылаемого на Землю Солнцем, на границе земной атмосферы. {0,7 кВ/м}

14.7. Амплитуда колебаний напряженности электрического поля в электромагнитной волне равна E . Чему равна амплитуда колебаний индукции B магнитного поля? { $B = E\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ }

14.8. Электромагнитная волна с частотой 4 МГц переходит из немагнитной среды с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 3$ в вакуум. Определите приращение ее длины волны. {31,7 м}

14.9. Два параллельных провода, одни концы которых изолированы, а другие индуктивно соединены с генератором электромагнитных колебаний, погружены в спирт. При соответствующем подборе частоты колебаний в системе возникают стоячие волны. Расстояние между двумя узлами стоячих волн на проводах равно 0,5 м. Принимая диэлектрическую проницаемость спирта $\varepsilon = 26$, а его магнитную проницаемость $\mu = 1$, определите частоту колебаний генератора. {58,6 МГц}

14.10. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны составляет 18,8 В/м. Определите интенсивность волны, т. е. среднюю энергию, приходящуюся за единицу времени на единицу площади, расположенной перпендикулярно направлению распространения волны. { 0,47 Вт/м² }

Лекция 15

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

15.1. Интерференция волн

При наложении волн от двух или нескольких источников одинаково направленных гармонических колебаний каждая частица среды совершает колебания, параметры которого определяют в соответствии с принципом суперпозиций. Если частота и фазы совпадают, то в одних точках среды происходит усиление, а в других – ослабление колебаний. Для волн, имеющих различные частоты колебания, положение точек в среде не меняется. Аналогичные явления наблюдаются в случае взаимодействия электромагнитных волн.

Пусть монохроматическая световая волна распространяется в пространстве и описывается обычным уравнением

$$E = E_{1m} \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (15.1)$$

Если в данную точку приходят 2 волны одинаковой частоты, описываемые уравнениями:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{1m} \cos(\omega t + \varphi_{10}) \\ E_2 &= A_{2m} \cos(\omega t + \varphi_{20}) \end{aligned} \quad (15.2)$$

то результирующее поле равно их геометрической сумме

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad (15.3)$$

и амплитуда результирующего колебания

$$E_m^2 = E_{1m}^2 + E_{2m}^2 + 2E_{1m}E_{2m} \cos(\varphi_{20} - \varphi_{10}) \quad (15.4)$$

Учитывая, что при распространении света в однородной среде интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды световой волны $J \sim E^2$,

$$J = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1 J_2} \cos(\varphi_{20} - \varphi_{10}) \quad (15.5)$$

Для некогерентных волн $\cos(\varphi_{20} - \varphi_{10})$ непрерывно меняется, принимая с равной вероятностью значения от -1 до $+1$, т.е. среднее значение по времени $\cos(\varphi_{20} - \varphi_{10}) = 0$, тогда

$$J = J_1 + J_2 \quad (15.6)$$

Таким образом, для некогерентных источников при наложении волн интенсивность равна сумме интенсивностей, создаваемых каждой из волн в отдельности.

Когерентными называются колебания или волны одинаковой частоты, имеющие постоянную разность фаз.

При наложении когерентных волн, как следует из (15.5), происходит перераспределение светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах энергия волн концентрируется, т. е. возникают максимумы интенсивности, а в других волны ослабляют друг друга, т. е. образуются минимумы интенсивности. Наложение когерентных волн называется **интерференцией волн**. Особенно отчетливо проявляется интерференция в том случае, когда интенсивность обеих интерферирующих волн одинакова: $J_1 = J_2$. Максимум интенсивности волн, согласно (15.5), наблюдается при условии, когда $\cos(\varphi_{20} - \varphi_{10}) = 1$, и достигает величины $J = 4J_1$. Интерференционные минимумы образуются в точках пространства, где волны накладываются в противофазе, т. е. $\cos(\varphi_{20} - \varphi_{10}) = -1$ и $J_{\min} = 0$.

Для некогерентных волн при $J_1 = J_2$ интенсивность взаимодействующих волн $J = 2J_1$ во всех точках зоны наложения волн.

Когерентные световые волны можно получить, разделив (с помощью отражения или преломления) волну, излучаемую одним источником, на две части.

Пусть когерентные волны исходят из точек S_1 и S_2 . До точки взаимодействия волна интенсивностью I_1 проходит в среде с показателем n_1 путь s_1 , а вторая волна интенсивностью I_2 распространяется в среде с n_2 и

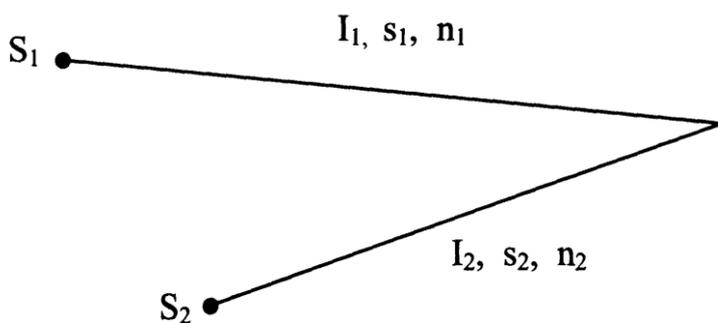


Рис. 15.1. Взаимодействие волн от двух источников

проходит путь s_2 (рис. 15.1).

Если в точке S_1 фаза колебаний равна ωt , то первая волна возбуждает в точке наложения колебание

$$E_1 \cos \omega \left(t - \frac{s_1}{v_1} \right), \text{ а вторая -}$$

$$E_2 \cos \omega \left(t - \frac{s_2}{v_2} \right).$$

Здесь $v_1 = \frac{C}{n_1}$ и $v_2 = \frac{C}{n_2}$ – фазовые скорости волны.

Разность фаз колебаний, возбуждаемых в точке наложения, будет

$$\begin{aligned} \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 &= \omega \left(t - \frac{s_2}{v_2} \right) - \omega \left(t - \frac{s_1}{v_1} \right) \Rightarrow \\ \Delta\varphi &= \omega \left(\frac{s_1}{v_1} - \frac{s_2}{v_2} \right) = \frac{2\pi}{TC} (s_1 n_1 - s_2 n_2). \end{aligned} \quad (15.7)$$

Произведение геометрического пути волны на показатель преломления среды, т. е. Sn , называют оптической длиной пути, а разность этих путей

$$\delta = S_1 n_1 - S_2 n_2 = L_1 - L_2 \quad (15.8)$$

– *оптической разностью хода* интерферирующих волн.

На основании (15.7) и (15.8) получим связь между разностью фаз и оптической разностью хода интерферирующих волн:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta, \text{ или } \delta = \frac{\lambda}{2\pi} \Delta\varphi. \quad (15.9)$$

Из формулы (15.5) следует, что максимумы и минимумы амплитуды результирующей волны будут наблюдаться в тех точках пространства, для которых $\cos \Delta\varphi = 1$, $\Delta\varphi = 2k\pi$ и $\cos \Delta\varphi = -1$, $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$ соответственно, где $k = 0, 1, 2, \dots$

Используя соотношение (15.9), получим условия максимума и минимума интенсивности света при интерференции, выраженные через оптическую разность хода:

$$\delta = \frac{\lambda}{2\pi} 2k\pi = k\lambda \text{ (max)}, \quad (15.10)$$

$$\delta = \frac{\lambda}{2\pi} (2k + 1)\pi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \text{ (min)}. \quad (15.11)$$

Следовательно, максимум интенсивности при интерференции наблюдается в тех точках, для которых оптическая разность хода равна целому числу длин волн, минимум – в тех точках, для которых оптическая разность хода равна нечетному числу полуволн.

15.2. Опыт Юнга

Одним из наиболее убедительных доказательств волновой природы света было открытие явления *интерференции света*. Каждый знает, что если над столом включить сначала одну лампу, а затем другую, то на столе станет светлее, но интерференционная картина с чередованием светлых и темных полос не образуется. Можно подумать, что этот факт опровергает гипотезу о волновой природе света. Но английский ученый Томас Юнг был первым, кто понял, что от двух независимых источников света интерференционная картина не получится. Поэтому он пропустил свет через узкое отверстие S , затем с помощью двух отверстий S_1 и S_2 разделил этот пучок на два пучка (рис. 15.2). Пучки, расширяясь за счет дифракции, накладывались друг на друга. Если в опыте использовался монохроматиче-

ский (одноцветный) свет, то в местах наложения двух световых пучков наблюдалась центральная светлая полоса. По бокам от нее чередовались темные и светлые полосы, т. е. наблюдалась интерференция света.

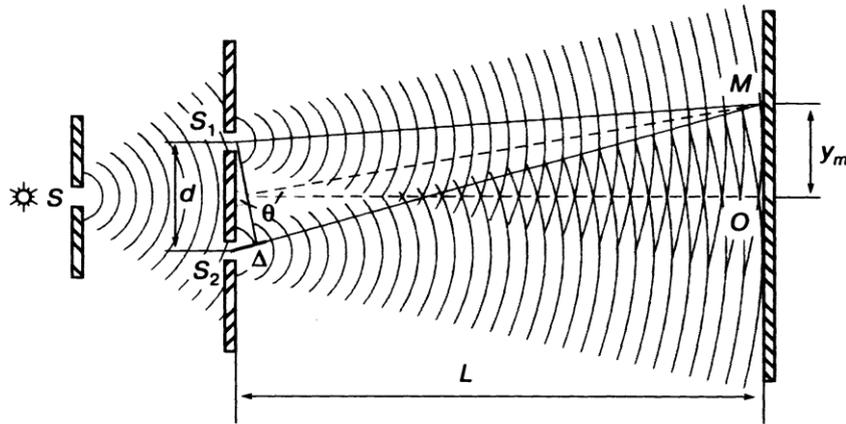


Рис. 15.2. Схема опыта Юнга

В точку O в центре экрана, находящуюся на одинаковых расстояниях от источников S_1 и S_2 , световые волны приходят в одинаковой фазе. Поэтому в точке O наблюдается так называемый нулевой максимум интенсивности света. В других точках экрана максимум возникает при выполнении условия равенства разности хода целому числу длин волн:

$$\delta = k\lambda. \quad (15.12)$$

В точках экрана, для которых выполняется условие равенства разности хода нечетному числу полуволен

$$\delta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad (15.13)$$

наблюдаются минимумы интенсивности света.

При условии $L \gg d$ и малых значениях угла θ для максимумов будут выполняться приближенные равенства

$$\delta = d \sin \theta, \quad (15.14)$$

$$y_m = L \operatorname{tg} \theta \approx L \sin \theta. \quad (15.15)$$

Из формул (15.13), (15.14) и (15.15) следует, что расстояние y_m от нулевого максимума до максимума с номером k равно:

$$y_m = L\delta / d = Lk\lambda / d. \quad (15.16)$$

Величины L, k, d и y_m можно измерить при проведении эксперимента. Это позволило Юнгу впервые измерить длину световой волны:

$$\lambda = y_m d / Lk. \quad (15.17)$$

Из выражения (15.16) следует, что положение интерференционного максимума в опыте Юнга зависит от длины световой волны. В опыте с белым светом Юнг наблюдал белую полосу в месте нулевого максимума и разложенные в разноцветный спектр полосы в местах максимумов более высоких порядков. Это доказывало, что белый свет является смесью световых волн разной длины.

15.3. Интерференция в тонких пленках

Хорошо известно, что пятна бензина на поверхности воды или поверхность мыльного пузыря имеют радужную окраску. Возникновение окраски объясняется интерференцией света, отраженного от передней и задней сторон тонкой пленки.

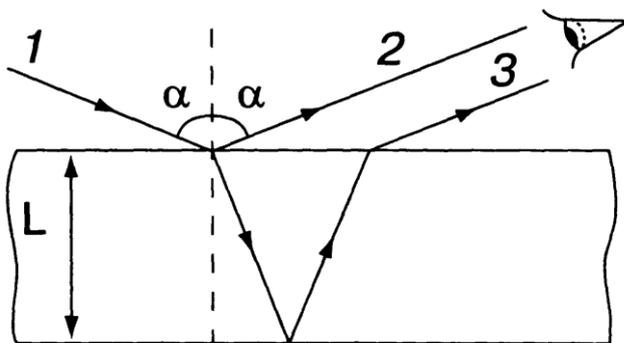


Рис. 15.3. Интерференция в тонких пленках

Пусть луч 1 монохроматического света падает из воздуха на переднюю поверхность мыльной пленки под некоторым углом α (рис.15.3). В точке падения наблюдаются явления отражения и преломления света. Отраженный луч 2 возвращается в воздушную среду. Преломленный луч отражается от задней поверхности пленки и, преломившись на передней поверхности, выходит в воздушную среду (луч 3) параллельно лучу 2.

Пройдя через оптическую систему глаза, лучи 2 и 3 пересекаются на сетчатке, где и происходит их интерференция.

Расчеты показывают, что для мыльной пленки, находящейся в воздушной среде, разность хода между лучами 2 и 3 вычисляется по формуле

$$\delta = 2L\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \lambda/2, \quad (15.18)$$

где L – толщина пленки, n – показатель ее преломления; λ – длина световой волны в вакууме.

Для пленки бензина на поверхности воды получается аналогичная формула без слагаемого $\lambda/2$:

$$\delta = 2L\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (15.19)$$

Различие связано с тем, что при отражении света от **оптически более плотной среды** его фаза изменяется на π , что равносильно изменению оптической длины пути луча 2 на $\lambda/2$. При отражении от менее

плотной среды изменения фазы не происходит. У пленки бензина на поверхности воды отражение от более плотной среды происходит *дважды*. Поэтому добавка $\lambda/2$ появляется у обоих интерферирующих лучей. При нахождении разности хода она уничтожается.

Максимум интерференционной картины получается для тех углов зрения (α), которые удовлетворяют условию:

$$\text{мыльная пленка} - \delta = 2L\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2k + 1)\lambda/2;$$

$$\text{пленка бензина} - \delta = 2L\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Если бы мы смотрели на пленку, освещенную монохроматическим светом, то мы бы видели несколько полос соответствующего цвета, разделенных темными промежутками. При освещении пленки белым светом мы видим интерференционные максимумы различных цветов. Пленка при этом приобретает радужную окраску.

15.4. Просветление оптики

Явление интерференции применяется для улучшения качества оптических приборов (*просветление оптики*) и получения *высокоотражающих покрытий*. Прохождение света через каждую преломляющую поверхность линзы, например, через границу «стекло – воздух», сопровождается отражением $\approx 4\%$ падающего потока (при показателе преломления стекла $\approx 1,5$). Так как современные объективы содержат большое количество линз, то число отражений в них велико, а поэтому велики и потери светового потока. Для устранения указанных недостатков осуществляют так называемое *просветление оптики* – это сведение к минимуму коэффициентов отражения поверхностей оптических систем путем нанесения на них прозрачных пленок, толщина которых соизмерима с длиной волны оптического излучения. Для этого на свободные поверхности линз наносят тонкие пленки с показателем преломления, меньшим, чем у материала линзы. При отражении света от границ раздела «воздух – пленка» и «пленка – стекло» возникает интерференция когерентных лучей 1 и 2 (рис. 15.4). Толщину пленки d и показатели преломления стекла n_c и пленки n можно подобрать так, чтобы волны, отраженные от обеих поверхностей пленки, гасили друг друга. Для этого их амплитуды должны быть равны, а оптическая разность хода равна $\delta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$. Расчет показывает, что амплитуды отраженных волн равны, если

$$n = \sqrt{n_c}. \quad (15.20)$$

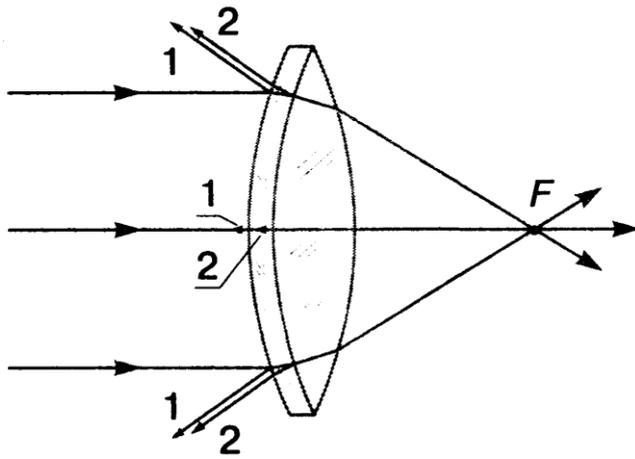


Рис. 15.4. Просветление оптических элементов

Так как n_c, n и показатель преломления воздуха n_0 удовлетворяют условиям $n_c > n > n_0$, то потеря полуволны происходит на обеих поверхностях; следовательно, условие минимума (предполагаем, что свет падает нормально)

$$2nd = (2k + 1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad (15.21)$$

где nd – *оптическая толщина пленки*.

Обычно принимают $k = 0$, тогда

$$nd = \frac{\lambda_0}{4}. \quad (15.22)$$

Таким образом, если выполняется условие (15.22) и оптическая толщина пленки равна $\lambda_0/4$, то в результате интерференции наблюдается гашение отраженных лучей. Так как добиться одновременного гашения для всех длин волн невозможно, то это обычно делается для наиболее восприимчивой глазом длины волны $\lambda_0 \approx 0,55$ мкм. Поэтому объективы с просветленной оптикой имеют синевато-красный оттенок.

15.5. Интерферометры и их применение в медицине

На использовании интерференции света основано действие *интерферометров*. Интерферометры предназначены для измерения показателей преломления прозрачных сред; для контроля формы, микрорельефа и деформации поверхностей оптических деталей; для обнаружения примесей в газах (используются в санитарной практике для контроля чистоты воздуха в помещениях и шахтах).

На рисунке 15.5 показана упрощенная схема интерферометра Жамена, который предназначен для измерения показателей преломления газов и жидкостей, а также для определения концентрации примесей в воздухе.

Лучи белого света проходят через два отверстия (метод Юнга), а затем через две одинаковые кюветы K_1 и K_2 , заполненные веществами с различными показателями преломления, один из которых известен. Если бы показатели преломления были одинаковы, то *белый* интерференционный максимум нулевого порядка располагался бы в центре экрана. Различие в

показателях преломлений приводят к появлению оптической разности хода при прохождении кювет. В результате максимум нулевого порядка (его называют ахроматическим) смещается относительно центра экрана.

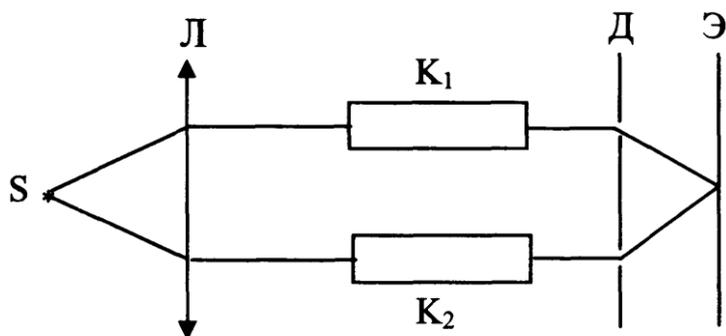


Рис. 15.5. Ход лучей в интерферометре:

S – источник, узкая щель, освещенная монохроматическим светом; Л – линза, в фокусе которой находится источник; К – одинаковые кюветы длины L ; Д – диафрагма с двумя щелями; Э – экран

По величине смещения определяют второй (неизвестный) показатель преломления. Приведем без вывода формулу для определения разности между показателями преломления:

$$\Delta n = n_2 - n_1 = k\lambda / L, \quad (15.23)$$

где k – число полос, на которое сместился ахроматический максимум; L – длина кюветы.

С помощью интерферометра Жамена можно определять разницу в показателях преломления с точностью до шестого десятичного знака. Столь высокая точность позволяет обнаруживать даже небольшие загрязнения воздуха.

Контрольные вопросы

- Как можно определить амплитуду результирующего колебания при наложении двух волн?
- Дайте определение интерференции света.
- Чем отличается интерференция от простого сложения световых волн?
- Что такое когерентные источники света, когерентные волны?
- Что называется оптической разностью хода?
- Как оптическая разность хода связана с разностью фаз интерферирующих волн?
- Сформулируйте условия усиления и ослабления интерферирующих волн.
- В чем суть опыта Юнга?
- Объясните явление интерференции в тонких пленках.
- Объясните устройство интерферометра Жамена.
- В каких исследованиях используются интерферометры.

Задачи для самостоятельного решения

15.1. На пути луча света перпендикулярно ему поставлена стеклянная пластинка ($n = 1,5$) толщиной $l = 1$ мм. На сколько при этом изменится оптическая длина пути? {0,5 мм}

15.2. Оптическая разность хода двух когерентных лучей в некоторой точке экрана $\delta = 4,36$ мкм. Каков будет результат интерференции света в этой точке экрана, если длина волны света равна: а) 670,9 нм; б) 435,8 нм; в) 536,0 нм? {а) Минимум; б) максимум; в) частичное гашение}

15.3. Как и во сколько раз изменится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране Э в опыте Юнга (см. рис. 15.2), если зеленый светофильтр ($\lambda_1 = 500$ нм) заменить красным ($\lambda_2 = 650$ нм)? {Возрастет в 1,3 раза}

15.4. На толстую стеклянную пластинку, покрытую тонкой пленкой с показателем преломления $n = 1,4$, падает нормально параллельный пучок монохроматического света с $\lambda = 0,6$ мкм. Отраженный свет максимально ослаблен вследствие интерференции. Определите минимальную толщину пленки. {0,1 мкм}

15.5. Найдите минимальную толщину пленки и ее показатель преломления при условии, что пленка нанесена на стеклянную поверхность для создания минимального отражения в желто-зеленой области ($\lambda = 555$ нм) – области наибольшей чувствительности человеческого глаза. {113,7 нм; $n = 1,22$ }

15.6. Радиус кривизны плосковыпуклой линзы $R = 4$ м. Чему равна длина волны падающего на линзу света, если радиус пятого светлого кольца Ньютона в отраженном свете $r_5 = 3,6$ мм? {0,72 мкм}

15.7. Одна из причин, по которой невозможно наблюдать интерференцию в толстых пленках (пластинка) заключается в нестрогой монохроматичности света: интерференционные картины от различных длин волн накладываются друг на друга. Рассчитайте предельную толщину стеклянной ($n = 1,5$) плоскопараллельной пластинки для наблюдения интерференции в отраженном свете при нормальном падении лучей. Предполагается, что длина волны света изменяется в интервале от $\lambda_1 = 600$ нм до $\lambda_2 = 600,2$ нм. {0,6 мм}

15.8. Для просветления оптики применяют тонкие пленки. Какой толщины должна быть пленка, чтобы пропускать без отражения свет длины волны $\lambda = 550$ нм? Показатель преломления пленки $n = 1,22$. { $h = \lambda/4n = 113$ нм}

15.9. Лучи света, падающие на тонкую прозрачную пластинку под углом $\alpha = 45^\circ$, окрашивают ее при отражении в зеленый цвет. Как будет

меняться цвет пластинки при изменении угла падения лучей? {При увеличении угла окраска пластинки будет постепенно меняться в сторону фиолетового цвета; при уменьшении угла – наоборот}

15.10. Как по внешнему виду отличить просветленную оптику? {Так как нельзя одновременно погасить свет всех длин волн, то добиваются гашения света, соответствующего середине спектра. Оптика приобретает фиолетовую окраску}.

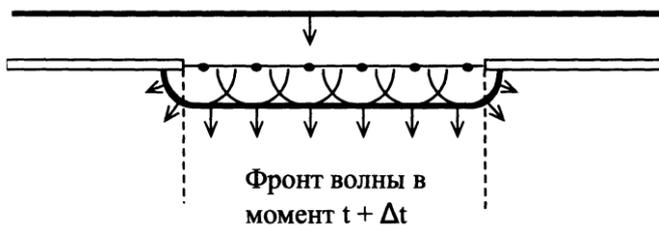
Лекция 16

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

16.1. Принцип Гюйгенса–Френеля

1. Согласно *принципу Гюйгенса*, каждая точка волнового фронта является центром когерентных вторичных волн. Огибающая этих волн дает положение фронта волны в следующий момент времени.

Поясним применение принципа Гюйгенса на следующем примере. Пусть на преграду с отверстием падает плоская волна, фронт которой параллелен преграде. Каждая точка волнового фронта, выделяемого отверсти-



ствием, служит центром вторичных сферических волн.

На рисунке 16.1 показано, что огибающая волн проникает в область геометрической тени, границы которой помечены штриховой линией.

Рис. 16.1. Образование вторичных волн на волновом фронте

Принцип Гюйгенса ничего не говорит об интенсивности вторичных волн. Этот недостаток был устранен Френелем, который

дополнил принцип Гюйгенса представлением об интерференции вторичных волн и их амплитудах. Дополненный таким образом принцип Гюйгенса получил название принципа Гюйгенса-Френеля.

2. Согласно *принципу Гюйгенса–Френеля* величина световых коле-

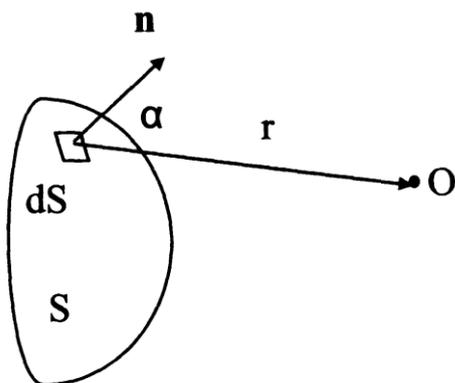


Рис. 16.2. Распространение потока света при интерференции

баний в некоторой точке O есть результат интерференции в этой точке когерентных вторичных волн, испускаемых *всеми* элементами волновой поверхности. Амплитуда каждой вторичной волны пропорциональна площади элемента dS , обратно пропорциональна расстоянию r до точки O и убывает при возрастании угла α между нормалью \vec{n} к элементу dS и направлением на точку O (рис. 16.2).

16.2. Дифракция волн

Первое научное описание явления, в котором наблюдалось отклонение света от прямолинейного направления, было дано в книге итальянского ученого Франческо Гримальди в 1665 г. Он обнаружил, что при помещении непрозрачного предмета на пути узкого пучка солнечного света в темной комнате тень от предмета оказывается шире, чем она должна быть при строго прямолинейном распространении света. Кроме того, по краям тени он наблюдал цветные полосы. Следовательно, свет отклонялся у края предмета и заходил в область геометрической тени. Это явление Гримальди назвал *дифракцией света*.

Для наблюдения явления дифракции света достаточно проколоть иглой в листке бумаги отверстие диаметром 0,2-0,5 мм, поднести этот листок близко к глазу и посмотреть сквозь малое отверстие на яркий источник света. Вместо ожидаемой яркой светлой точки в таком опыте наблюдается светлый круг с размытым краем и система из нескольких светлых колец, окружающих этот светлый круг (рис. 16.3).

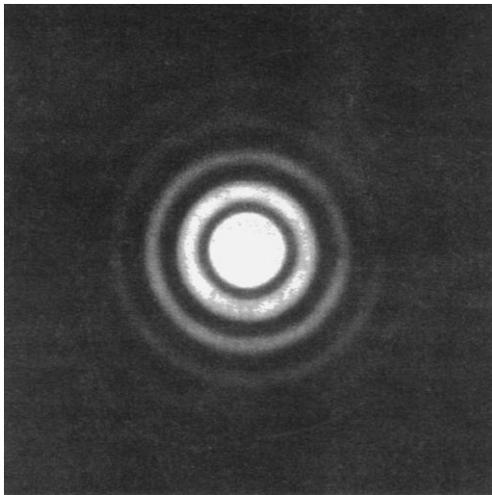


Рис. 16.3. Дифракция света от круглого отверстия

Дифракцией называют отклонение волны от законов прямолинейного распространения.

Наиболее важными случаями дифракции являются:

- 1) огибание волной краев препятствия, расположенного на пути волны;
- 2) рассеяние волны на дисперсных включениях или неоднородных средах.

Чем уже препятствие, тем сильнее огибание его краев волной. При ширине препятствия, близкой к длине волны, тень за препятствием не образуется. Угол, на который отклоняются лучи от первоначального направления распространения волны при взаимодействии с препятствием, называется углом дифракции.

16.3. Дифракция на щели в параллельных лучах

Рассмотрим дифракцию плоской монохроматической волны, падающей параллельно на экран с узкой прямолинейной щелью АВ (рис. 16.4). Дифракцию плоской волны (в параллельных лучах) называют дифракцией Фраунгофера. Все точки фронта волны АВ внутри щели являются центрами когерентных вторичных волн. Лучи, соответствующие этим волнам,

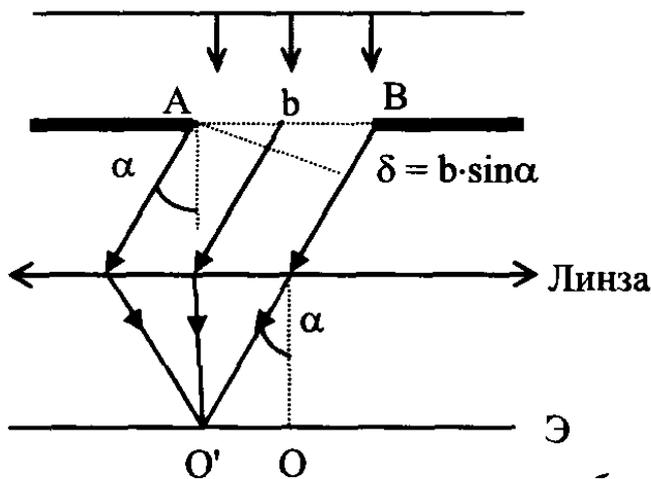


Рис. 16.4. Дифракция света на узкой щели в параллельных лучах

отклоняются под различными углами у оси пучка. Если на пути параллельных лучей поставить собирающую линзу, то они соберутся в ее фокальной плоскости, интерферируя между собой. Оптическая разность хода от крайних лучей щели равна $\delta = b \sin \alpha$. Разобьем фронт волны внутри щели на зоны так, чтобы разность хода между крайними лучами в каждой зоне равнялась половине длины волны $\lambda/2$. При данной ширине « b » щели число таких зон зависит от длины волны λ

и от угла α наклона лучей. Так как разность хода между крайними лучами в щели равна $b \sin \alpha$, то число зон Френеля

$$n = \frac{\delta}{\lambda/2} = \frac{2b \sin \alpha}{\lambda}. \quad (16.1)$$

В зависимости от соотношения между b , α и λ число зон может быть четным или нечетным. В каждых двух соседних зонах имеются симметрично расположенные лучи с разностью хода $\lambda/2$, которые фокусируются в точке O' и, интерферируя между собой, взаимно гасятся друг друга. Поэтому, если при данном угле α наклона лучей на ширине щели укладывается четное число зон, то результатом интерференции в точке O' будет минимум – темная линия. Если при другом угле α_1 наклона лучей, на ширине щели укладывается нечетное число зон Френеля (последняя зона может быть и не полной), то на экране, интерферируя между собой, лучи всех четных зон попарно взаимно гасятся друг друга; лучи оставшейся нечетной зоны образуют светлую полосу – максимум, но значительно менее яркий, чем нулевой максимум.

Направления (угол α) на максимумы определяются условием:

$$\frac{2b \sin \alpha}{\lambda} = 2k + 1 \Rightarrow \sin \alpha_{\max} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2b}. \quad (16.2)$$

Направление на минимумы определяется условием:

$$\frac{2b \sin \alpha}{\lambda} = 2k \Rightarrow \sin \alpha_{\min} = 2k \frac{\lambda}{2b}. \quad (16.3)$$

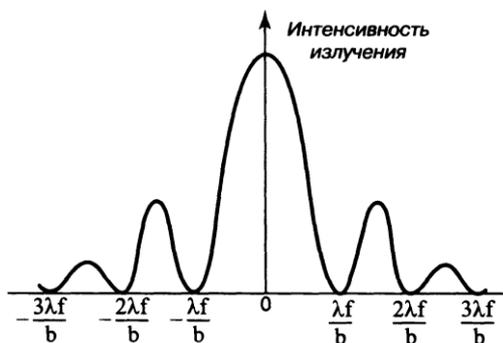


Рис. 16.5. Распределение интенсивности света в дифракционном спектре

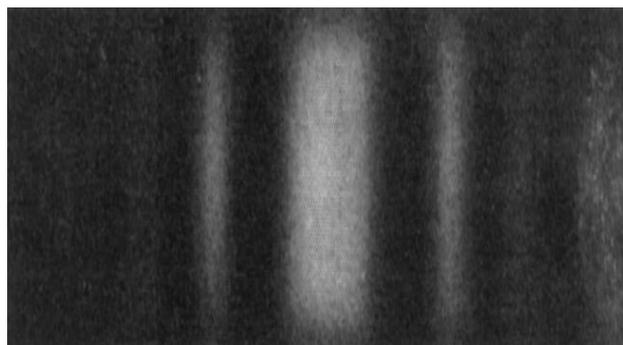


Рис. 16.6. Фотография дифракционного спектра от узкой щели

Таким образом, в результате дифракции света в узкой щели на экране наблюдается картина чередующихся светлых полос – интерференционных максимумов, разделенных темными линиями – интерференционными минимумами. На рисунке 16.5 показано распределение интенсивности света при дифракции на одной щели (f – фокусное расстояние линзы).

При наблюдении источника света через узкую щель дифракционная картина состоит из центральной светлой полосы и нескольких более слабых светлых полос, расположенных симметрично относительно центральной полосы и параллельно ей (рис. 16.6).

16.4. Дифракционная решетка

Дифракционная решетка представляется собой стеклянную пластину, на которой алмазным острием наносится большое количество параллельных штрихов N . Неповрежденное стекло между штрихами служит щелями решетки. Расстояние между центрами соседних щелей называется периодом или постоянной решетки $d = a + b$ (рис. 16.7, а).

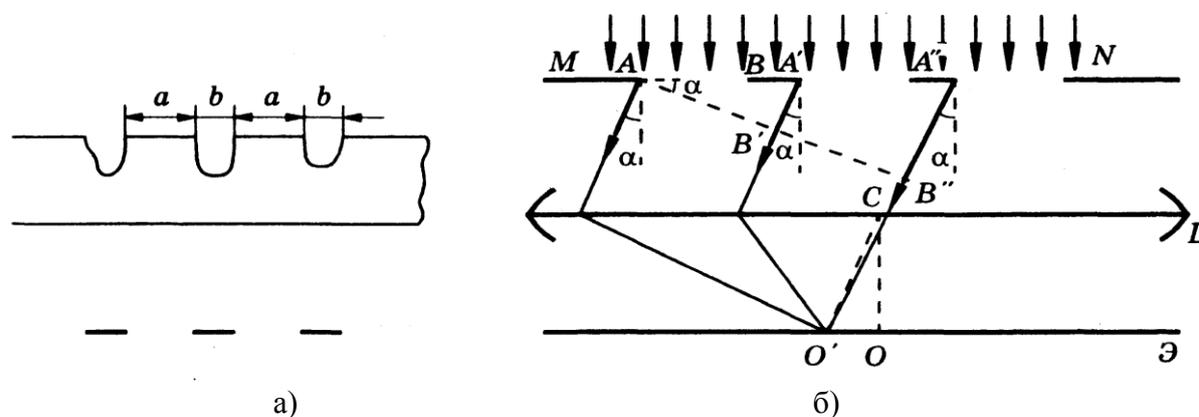


Рис. 16.7. Дифракция света на дифракционной решетке

Если на дифракционную решетку перпендикулярно к ней падает плоская монохроматическая волна, то во всех щелях образуются когерентные вторичные волны и происходит дифракция. В фокальной плоскости линзы, расположенной позади решетки, при этом будет происходить интерференция лучей, прошедших через каждую отдельную щель, так и лучей, прошедших через все щели решетки и отклонившихся на одинаковый угол α .

Результирующая картина будет состоять из множества максимумов и минимумов различной интенсивности (рис. 16.8). Наиболее интенсивными являются максимумы, которые образуются в результате интерференции лучей, идущих под одним углом. Эти максимумы называются главными.

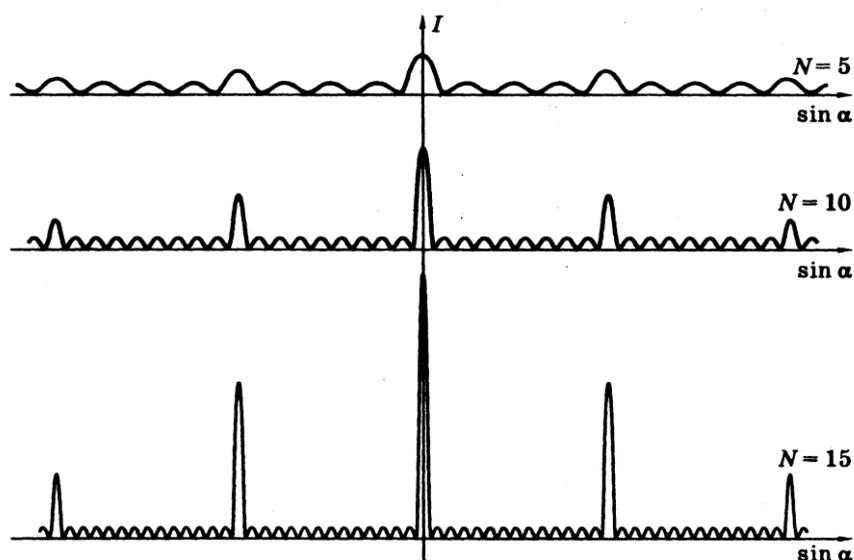


Рис. 16.8. Распределение интенсивности при разных значениях N

Теоретические расчеты показывают, что образование главных максимумов происходят в направлениях, для которых разность хода δ равняется нулю или целому числу волн:

$$\delta = d \sin \varphi = \pm m\lambda, \text{ где } m = 0, 1, 2, \dots \quad (16.4)$$

Это уравнение называется **формулой дифракционной решетки**.

Основная формула дифракционной решетки (16.4) позволяет определить длину волны света, если измерить угол, под которым наблюдается соответствующий максимум. Таким образом, дифракционная решетка позволяет получать и анализировать спектры сложного света.

Дифракционные решетки являются главным оптическим элементом ряда приборов: спектрографов, спектрофотометров, спектроанализаторов, монохроматоров и др.

16.5. Спектральные характеристики решетки

Угловая дисперсия – величина, равная отношению изменения угла, под которым наблюдается дифракционный максимум, к изменению длины волны:

$$D = d\alpha / d\lambda, \quad d\lambda \ll \lambda. \quad (16.5)$$

Угловая дисперсия характеризует степень пространственного (углового) разделения дисперсионных максимумов лучей с разной длиной волны и вычисляется по формуле:

$$D \frac{k}{d \cos \alpha} = \frac{k}{\sqrt{d^2 - k^2 \lambda^2}}, \quad (16.6)$$

где k – порядок максимума, α – угол, под которым он наблюдается.

Угловая дисперсия тем выше, чем больше порядок k спектра и чем меньше период решетки (d).

Разрешающая способность (разрешающая сила) дифракционной решетки - величина, характеризующая ее способность давать раздельное изображение двух близких спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$):

$$R = \lambda / \Delta\lambda, \quad (16.7)$$

где $\Delta\lambda$ – минимальная разность длин волн двух монохроматических линий равной интенсивности, которые еще можно различить в спектре.

Величина разрешающей способности вычисляется по формуле

$$R = kN, \quad (16.8)$$

где k – порядок максимума, а N – число штрихов решетки.

Из формулы видно, что близкие линии, которые сливаются в спектре первого порядка, могут восприниматься отдельно в спектрах второго или третьего порядков.

16.6. Дифракция рентгеновского излучения на пространственных структурах

Дифракция света может происходить не только на плоских (щель, отверстие), но и на пространственных трехмерных структурах. Большое практическое значение имеет дифракция электромагнитных волн рентгеновского излучения на пространственной решетке кристаллов. Идея такого эксперимента принадлежит М. Лауэ. Своим опытом он 1912 году доказал волновую природу рентгеновского излучения.

Для отчетливого наблюдения дифракционной картины должно выполняться определенное соотношение между длиной волны и параметром

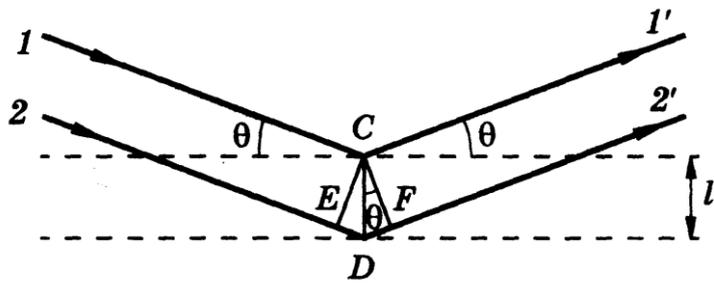


Рис. 16.9. Дифракция электромагнитного излучения на трехмерных структурах

периодической структуры. Оптимальным условиям соответствует примерно одинаковый порядок этих величин. Учитывая, что расстояние между рассеивающими центрами (атомами) в кристалле ($\sim 10^{-10}$ м) приблизительно равно длине волны рентгеновского излучения,

можно считать, что кристалл для этих лучей является трехмерной дифракционной решеткой.

На рисунке 16.9 штриховыми линиями показаны две соседние кристаллографические плоскости. Взаимодействие рентгеновского излучения с атомами и возникновение вторичных волн можно рассматривать упрощенным методом как отражение от плоскостей. Пусть на кристалл под углом скольжения θ падают рентгеновские лучи 1 и 2, 1' и 2' – отраженные (вторичные) лучи, CE и CF – перпендикуляры к падающим и отраженным лучам соответственно. Разность хода отраженных лучей 1' и 2'

$$\delta = |DE| + |DF| = 2l \sin \theta, \quad (16.9)$$

где l – межплоскостное расстояние.

Максимумы интерференции при отражении возникают в случае, когда разность хода равна целому числу длин волн:

$$2l \sin \theta = k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (16.10)$$

Это соотношение называется формулой Брэгга-Вульфа. Если известна длина волны рентгеновского излучения и измерен угол θ , отвечающий условию (16.10), то можно определить межплоскостное (межатомное) расстояние l . На этом основан рентгеноструктурный анализ.

Рентгеноструктурный анализ – метод определения структуры вещества путем исследования закономерностей дифракции рентгеновского излучения на изучаемых образцах.

Рентгеновские дифракционные картины очень сложны, так как кристалл представляет собой трехмерный объект, и рентгеновские лучи могут дифрагировать на различных плоскостях под разными углами. Если вещество представляет собой монокристалл, то дифракционная картина представляет собой чередование темных (засвеченных) и светлых (незасвеченных) пятен (рис. 16.10, а). В том случае, когда вещество представляет собой смесь большого числа очень маленьких кристалликов (как в металле или порошке), возникает серия колец (рис. 16.10, б). Каждое кольцо соответствует дифракционному максимуму определенного порядка k , при этом рентгенограмма образуется в виде окружностей (рис. 16.10, б).

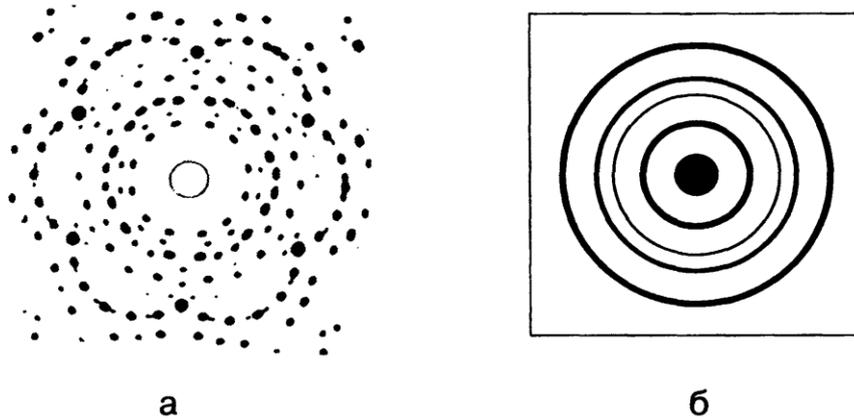


Рис. 16.10. Рентгенограмма для монокристалла (а), рентгенограмма для поликристалла (б)

Рентгеноструктурный анализ используют и для исследования структур биологических систем. Например, этим методом была установлена структура ДНК.

Контрольные вопросы

- В чем заключается явление дифракции света?
- Сформулируйте принцип Гюйгенса–Френеля. Какое отношение имеет этот принцип к объяснению дифракции света?
 - Что называют зонами Френеля? С какой целью разбивают волновую поверхность (фронт волны) на эти зоны?
 - Какая дифракционная картина возникает при попадании плоскопараллельного светового пучка на узкую длинную щель, расположенную в плоской непрозрачной преграде? Укажите соответствующие формулы.
 - Поясните на конкретном примере роль соотношения длины волны и размеров неоднородности для возможности наблюдения дифракции.
 - Объясните дифракцию света на дифракционной решетке. Укажите формулы для главных максимумов и добавочных минимумов.
 - Какова роль минимума от одной щели в формировании дифракционной картины от дифракционной решетки?
 - Что называют дифракционным спектром?
 - Для чего вводятся такие характеристики, как угловая дисперсия и разрешающая способность?
 - Объясните пример с дифракцией сферической волны на круглом отверстии.
 - Почему дифракционная решетка разлагает белый свет в спектр?
 - Как определить наибольший порядок спектра дифракционной решетки?
 - Почему на кристаллах не наблюдается дифракция видимого света и наблюдается дифракция рентгеновского излучения?
 - Какое практическое применение имеет формула Вульфа-Брэгга?

Задачи для самостоятельного решения

16.1. На щель падает нормально монохроматический свет. Угол отклонения лучей, соответствующих второму минимуму, равен $2^{\circ}18'$. Сколько длинам волн падающего света равна ширина щели? $\{50\lambda\}$

16.2. На дифракционную решетку падает нормально свет. При этом максимум второго порядка для длины волны $0,65$ мкм соответствует углу $\varphi_1 = 45^{\circ}$. Найдите угол, соответствующий максимуму третьего порядка для $0,50$ мкм. $\{54^{\circ}40'\}$

16.3. Монохроматический свет $0,6$ мкм падает нормально на дифракционную решетку, содержащую 400 штрихов на 1 мм. Определите угол отклонения, соответствующий максимуму наивысшего порядка. Найдите общее число дифракционных максимумов, которые дает решетка. $\{\text{Общее число максимумов} - 9, \varphi_{\max} = 73^{\circ}44'\}$

16.4. Дифракционная решетка, имеющая 500 штрихов на 1 мм, образует спектр на экране, отстоящем от линзы на 1 м. Определите, на каком расстоянии друг от друга будут находиться фиолетовые границы спектров второго порядка. $\{0,87\text{ м}\}$

16.5. Могут ли перекрываться спектры первого и второго порядков дифракционной решетки при освещении ее видимым светом ($\lambda_1 = 400$ нм и $\lambda_2 = 760$ нм)? $\{\text{Не могут}\}$

16.6. Определите угловую дисперсию дифракционной решетки для 589 нм в спектре первого порядка. Постоянная решетки $d = 2,5 \cdot 10^{-4}$ см. $\{D = 4,16 \cdot 10^5 \text{ рад/м}\}$

16.7. Постоянная дифракционной решетки $d = 0,02$ мм, ширина решетки 1 см. Можно ли, пользуясь этой решеткой, увидеть раздельно в спектре первого порядка дублет желтой линии ртути ($\lambda_1 = 576,96$ нм, $\lambda_2 = 579,06$ нм)? $\{\text{Можно}\}$

16.8. Рентгеновское излучение с длиной волны $0,163$ нм падает на кристалл каменной соли. Найдите межплоскостное расстояние кристаллической решетки каменной соли, если дифракционный максимум первого порядка наблюдается при угле скольжения $\vartheta = 17^{\circ}$. $\{0,279 \text{ нм}\}$

16.9. Вычислите радиусы первых трех зон Френеля, если расстояние от источника монохроматического света до волновой поверхности равно 1 м, расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения – 2 м. Длина волны – 600 нм. $\{0,63 \text{ мм}; 0,89 \text{ мм}; 1,09 \text{ мм}\}$

Лекция 17

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

17.1. Основные понятия

Основной характеристикой световой волны является электрический вектор \vec{E} .

Плоскостью колебаний световой волны называют плоскость, в которой колеблется вектор напряженности \vec{E} . Плоскость колебаний определяется направлением распространения волны.

Плоскость, в которой совершает колебания вектор индукции магнитного поля \vec{E} , называют **плоскостью поляризации**.

Атом или любая колеблющаяся заряженная частица излучают электромагнитную волну, у которой плоскость колебания вектора \vec{E} строго фиксирована. Но любое светящееся тело состоит из огромного числа частиц. Излучение любой из них никак не связано с излучением соседней, поэтому плоскость колебаний вектора \vec{E} у каждой из них не зависит от соседней. В суммарном излучении, которое испускается таким телом, колебания вектора \vec{E} происходят во всех направлениях, перпендикулярных лучу.

Свет, у которого вектор \vec{E} колеблется беспорядочно одновременно во всех направлениях, перпендикулярных лучу, называется **естественным** или **неполяризованным** (рис. 17.1). Типичный пример неполяризованного света – солнечное излучение, излучение ламп накаливания, ламп дневного света и т. п.

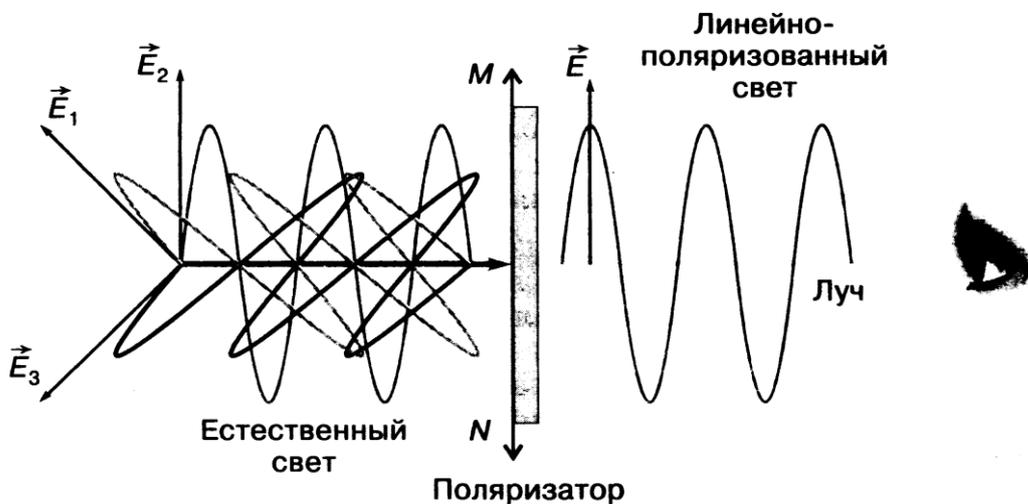


Рис. 17.1. Прохождение естественного света через поляризатор

Исследования явлений отражения и прохождения естественного света через некоторые кристаллы показали, что при некоторых условиях из пучка естественного света можно получить пучок света, в котором колебания вектора \vec{E} происходят только в одной плоскости. Такой свет называется *линейно-поляризованным* (или *плоскополяризованным*). Процесс выделения из естественного света световых колебаний с одним определенным направлением электрического вектора называется *поляризацией света*. Устройство, с помощью которого осуществляется поляризация света, называется *поляризатором* (рис. 17.2). В качестве поляризаторов могут использоваться некоторые кристаллы, обладающие способностью пропускать колебания, электрический вектор \vec{E} которых параллелен одному особому направлению в кристалле, и сильно поглощать колебания, вектор \vec{E} которых перпендикулярен этому направлению.

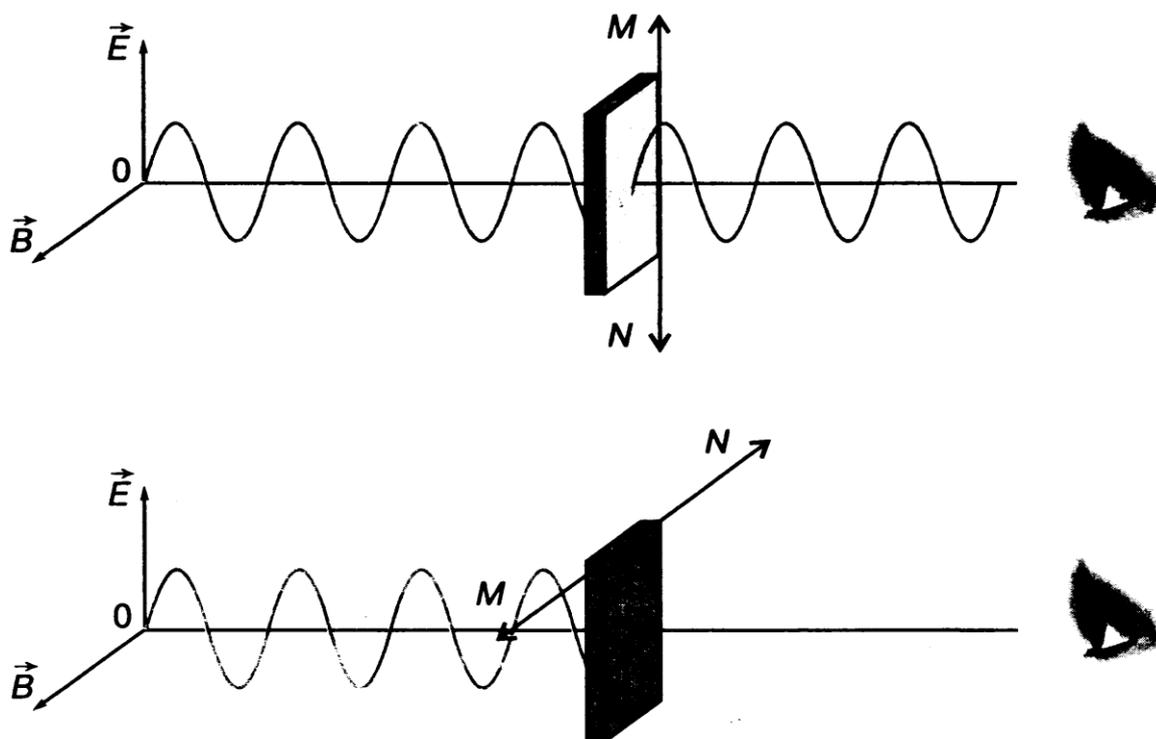


Рис. 17.2. Роль поляризатора при прохождении линейно-поляризованного света

Устройство, которое позволяет выяснить, является данный световой пучок естественным светом или поляризованным, какова плоскость колебаний света, называется *анализатором*. Анализатор по своей конструкции ничем не отличается от поляризатора. Разница в функциях: поляризатор выделяет из естественного света пучок с одним направлением колебаний вектора \vec{E} , а анализатор определяет, каково направление этих колебаний. Именно поэтому поляризаторы и анализаторы носят общее название – *поляроиды*.

17.2. Закон Малюса

Рассмотрим только полную *линейную поляризацию*, при которой из поляризатора выходит плоскополяризованный свет (рис. 17.1). Поляризатор пропускает только *проекцию* светового вектора \vec{E} на некоторую плоскость, которую называют *главной плоскостью поляризатора*. Эта плоскость проходит через точку падения луча, а ее пространственная ориентация определяется устройством поляризатора.

Пусть плоскополяризованный свет с амплитудой электрического вектора \vec{E}_0 падает на анализатор. Опыт показывает, что через него пройдет не весь падающий поток, а только некоторая составляющая, равная

$$E = E_0 \cos \varphi, \quad (17.1)$$

где φ – угол между главными плоскостями поляризатора P и анализатора A (рис. 17.3).

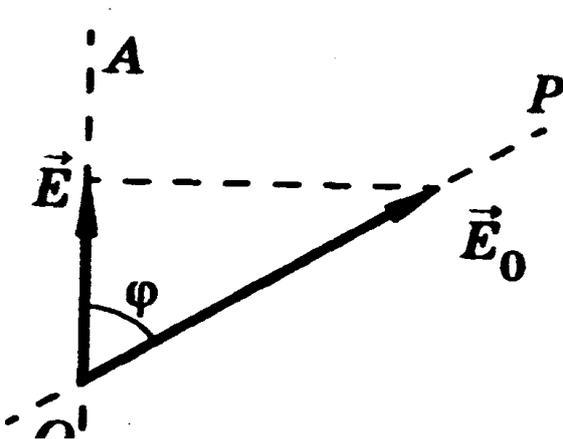


Рис. 17.3. Проекция электрического вектора волны на направление пропускания анализатора

Так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды колебаний $I \sim E^2$, то получаем

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (17.2)$$

где I_0 – интенсивность света, падающего на анализатор; I – интенсивность прошедшего света.

Уравнение (17.2) выражает закон *Малюса*.

Как следует из закона Малюса, если на пути поляризованного света поставить анализатор и поворачивать его вокруг луча, определяющего направление распространения, то интенсивность выходящего света будет меняться от некоторого максимального значения I_0 до нуля. Такой метод исследования позволяет определить степень поляризации света.

Степенью поляризации называется величина

$$p = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (17.3)$$

Для естественного света $I_{\max} = I_{\min}$ и $p = 0$, для линейно поляризованного света $I_{\min} = 0$ и $p = 1$.

17.3. Способы получения поляризованного света

Поляризация при отражении и преломлении. При падении светового луча на границу раздела двух изотропных диэлектриков (например, воздуха и стекла) он частично отражается, а частично проникает во вторую среду. При этом оба луча оказываются *частично поляризованными*. В отраженном луче преобладают направления вектора \vec{E} , перпендикулярные плоскости падения, а в преломленном – параллельные данной плоскости. Степень поляризации зависит от угла падения и показателя преломления. При некотором угле падения i_B отраженный луч будет поляризован полностью, а степень поляризации преломленного луча будет максимальной (рис. 17.4). Эта закономерность была обнаружена шотландским физиком

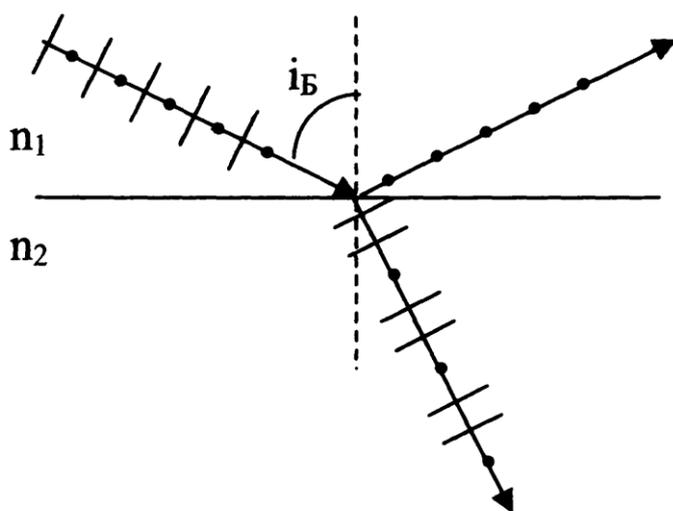


Рис. 17.4. Поляризация света при падении под углом Брюстера

Д. Брюстером. Угол i_B называют *углом Брюстера*, а закономерность определяется условием:

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21}, \quad (17.4)$$

где n_{21} – показатель преломления второй среды относительно первой.

Степень поляризации преломленного луча может быть значительно повышена путем многократного преломления. Так, при прохождении одной стеклянной пластинки степень поляризации преломленного луча не пре-

вышает 15 %. Но после прохождения стопы из 16 наложенных друг на друга пластинок вышедший свет будет поляризован практически полностью.

Такая совокупность пластинок называется *стопой Столетова*. К недостаткам этого метода следует отнести низкую интенсивность полученного поляризованного света.

Поляризация при двойном лучепреломлении. Большинство прозрачных кристаллов обладают явлением, получившим название *двойного лучепреломления*. Это явление состоит в том, что упавший на кристалл луч света разделяется внутри кристалла на два луча, распространяющихся с разными скоростями и в различных направлениях.

Отличительным признаком кристаллического состояния служит *анизотропия* – зависимость физических свойств (механических, тепловых, электрических, оптических) вещества от направления.

У анизотропных кристаллов один из преломленных лучей подчиняется обычному закону преломления, в частности, он лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормально к преломляющей поверхности. Этот луч назван обыкновенным лучом и обозначается буквой o . Другой луч e назван необыкновенным лучом, для него не выполняется закон преломления. Отношение синуса угла падения и угла преломления не остается постоянным при изменении угла падения. Даже при нормальном падении света на кристалл необыкновенный луч отклоняется от нормали (рис. 17.5). Примерами одноосных кристаллов могут служить исландский шпат, кварц, турмалин.

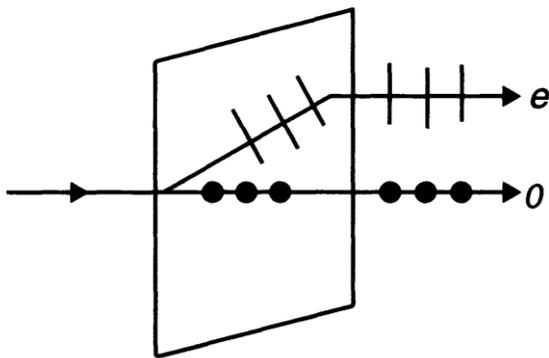


Рис. 17.5. Поляризация света при двойном лучепреломлении

Исследования обыкновенного и необыкновенного лучей показывают, что они полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях.

Плоскость, проходящая через направление луча света и оптическую ось кристалла, называется **главной плоскостью** (или **главным сечением** кристалла). Колебания светового вектора (вектора напряженности \vec{E} электрического поля) в обыкновенном луче происходят перпендикулярно главной плоскости, в не-

обыкновенном – в главной плоскости (рис. 17.5). Неодинаковое преломление обыкновенного и необыкновенного лучей указывает на различие для них показателей преломления.

Очевидно, что при любом направлении обыкновенного луча колебания светового вектора перпендикулярны оптической оси кристалла, поэтому обыкновенный луч распространяется по всем направлениям с одинаковой скоростью и, следовательно, показатель преломления n_o для него есть величина постоянная.

Для необыкновенного луча угол между направлением колебаний светового вектора и оптической осью отличен от прямого и зависит от направления луча, поэтому необыкновенные лучи распространяются по различным направлениям с разными скоростями. Следовательно, показатель преломления n_e необыкновенного луча является переменной величиной, зависящей от направления луча. Таким образом, обыкновенный луч подчиняется закону преломления (отсюда и название «**обыкновенный**»), а для необыкновенного луча этот закон не выполняется. После выхода из кристалла, если не принимать во внимание поляризацию во взаимно перпендикулярных плоскостях, эти два луча ничем друг от друга не отличаются.

Двулучепреломляющие кристаллы непосредственно не используются как поляризаторы, так как пучки обыкновенных и необыкновенных лучей слишком мало разведены или даже перекрываются. Однако из этих кристаллов изготавливаются специальные поляризационные призмы.

Призма Николя. Поляризационные призмы построены по принципу полного отражения одного из лучей от границы раздела, в то время как другой луч с другим показателем преломления проходит через эту границу. Типичным представителем поляризационных призм является **призма Николя**, называемая часто **ником**.

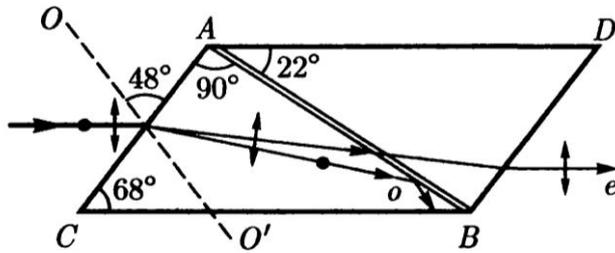


Рис. 17.6. Оптическая схема призмы Николя

Призма Николя (рис. 17.6) представляет собой двойную призму из исландского шпата, склеенную вдоль линии AB канадским бальзамом с $n = 1,55$.

Оптическая ось OO' призмы составляет с входной гранью угол 48° . На передней грани призмы естественный луч, параллельный ребру CB , раздваивается на два луча: обыкновенный ($n_o = 1,66$) и необыкновенный ($n_e = 1,51$).

При соответствующем подборе угла падения, равного или большего предельного, обыкновенный луч испытывает полное отражение (канадский бальзам для него является средой оптически менее плотной), а затем поглощается зачерненной боковой поверхностью CB . Необыкновенный луч выходит из кристалла параллельно падающему лучу, незначительно смещенному относительно него (ввиду преломления на наклонных гранях AC и BO).

Поляроиды. На ином принципе основаны поляризаторы, изготовляемые из турмалина, герпатита (сернокислый иод-хинин) и некоторых других кристаллов, которые наряду с двойным лучепреломлением обладают еще свойством поглощать один из лучей значительно сильнее, чем другой (**дихроизм**). Так, в пластинке турмалина толщиной около 1 мм обыкновенным луч практически полностью поглощается, и вышедший свет является плоскополяризованным.

Из мелких кристалликов герпатита выкладывают значительные площади на целлулоидной пленке. Для их ориентации используют электрическое поле. Такие устройства (**поляроиды**) могут работать как поляризаторы и анализаторы.

Основным недостатком турмалина и поляроидов по сравнению с ником являются их плохие спектральные характеристики. Белый свет после прохождения этих поляризованных устройств становится окрашенным, в то время как николь прозрачен в видимой части спектра.

Достоинство поляроидов – большая поверхность, что позволяет использовать широкие световые пучки.

17.4. Вращение плоскости поляризации. Поляриметрия

Некоторые кристаллы, растворы многих органических веществ (сахара, кислоты, алкалоиды и др.), а также некоторые жидкости обнаруживают способность вращать плоскость колебаний поляризованного света. Такие вещества называются *оптически активными*.

Пусть монохроматический свет падает от источника S на систему «поляризатор P – анализатор A » (рис. 17.7, а), которые поставлены скрещенно. В этом случае свет до наблюдателя не дойдет, так как анализатор не пропускает в соответствии с законом Малюса ($\varphi = 90^\circ$) плоскополяризованный свет.

Если между поляризатором и анализатором поместить кварцевую пластинку так, чтобы свет проходил вдоль ее оптической оси (штриховая линия на рис. 17.7, б), то в общем случае свет дойдет до наблюдателя. Если же анализатор повернуть на некоторый угол, то можно вновь добиться затемнения. Это свидетельствует о том, что кварцевая пластинка вызвала поворот плоскости поляризации на угол, равный углу поворота анализатора для получения затемнения. В зависимости от взятого вещества вращение плоскости поляризации может происходить вправо и влево, причем эти два направления условились относить к наблюдателю, к которому свет приближается. Различают право- и левовращающие вещества.

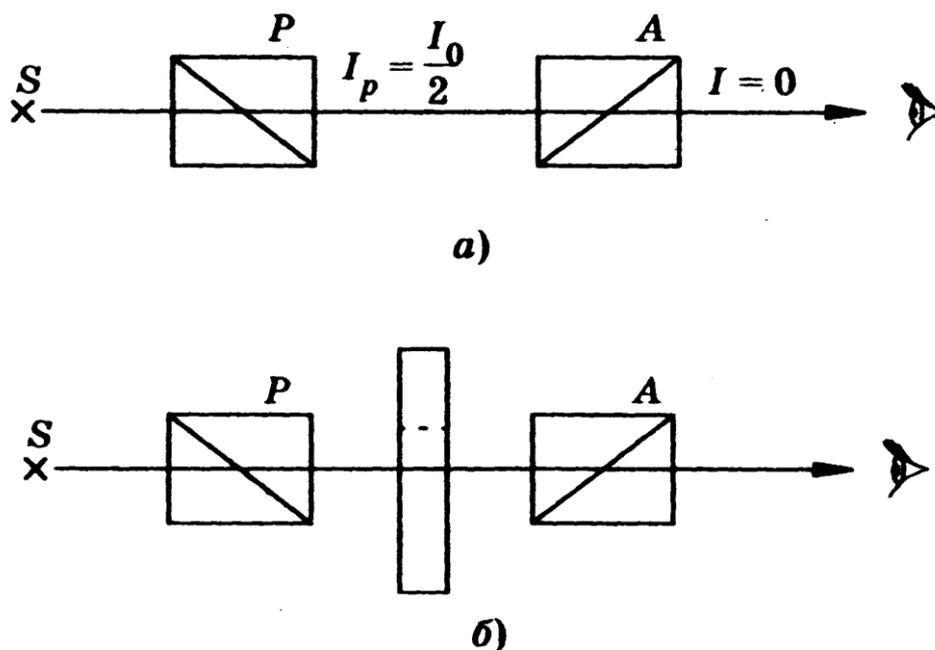


Рис. 17.7. Схема для исследования поляризационных свойств света

Явление вращения плоскости поляризации указывает на определенную асимметрию, свойственную оптически активным средам. Оно заключается в том, что в таких средах направление вращения по и против часо-

вой стрелки физически не эквивалентны. Молекулярные массивы таких сред состоят из молекул, структура которых представляет зеркальное отображение одна другой.

Поэтому, если, например, вещество, образованное молекулами (см. рис. 17.7, а) правовращающее, то вещество, образованное молекулами (см. рис. 17.7, б) будет левовращающим.

Для растворов оптически активных веществ угол φ вращения плоскости поляризации монохроматического света зависит от природы вещества, температуры, концентрации C и длины столба раствора l :

$$\varphi = \frac{\alpha}{100} Cl, \quad (17.5)$$

здесь α – коэффициент, называемый удельным вращением.

Удельное вращение – это увеличенный в 100 раз угол вращения для столба длиной 10 см при концентрации вещества 1 г на 100 мл раствора (при температуре $t = 20^\circ \text{C}$) на длине волны $\lambda = 589 \text{ нм}$ (желтая линия Д паров натрия). Для глюкозы $\varphi = 52,8^\circ$.

При изменении длины волны света будет меняться угол вращения φ :

$$\varphi \approx a/\lambda^2, \quad (17.6)$$

где a является константой данного вещества. Это соотношение называют **законом Био**.

Метод исследования, использующий явление вращения плоскости колебаний поляризованного света, называемый **поляризацией**.

Чтобы исключить влияние длины волны света на угол вращения, поляриметрия производится в монохроматическом свете, который получается с помощью соответствующего светофильтра. Если оптически активный раствор осветить белым светом, то для различных длин волн угол вращения плоскости будет разный, и на экране можно наблюдать цветовую радугу. Это явление называется дисперсией оптической активности, а метод – спектрополяризацией.

В медицине поляриметрия используется для измерения оптически активных веществ в растворе (сахара в моче).

17.5. Исследование биологических тканей в поляризованном свете

Рассматривая прозрачные биологические объекты в микроскопе, трудно выявить различные структуры, поэтому приходится применять некоторые специальные методики; в их числе **поляризационная микроскопия**.

Поляризационный микроскоп аналогичен обычному биологическому микроскопу, но имеет поляризатор перед конденсором и анализатор в тубусе между объективом и окуляром. Предметный столик может вращаться вокруг оптической оси микроскопа. Таким образом, объект освещают поляризованными лучами и рассматривают через анализатор.

Если скрестить поляризатор и анализатор, то поле зрения будет темным, таким же оно останется при помещении на предметный столик изотропных прозрачных тел. Анизотропные предметы изменят поле зрения в соответствии с тем влиянием, которое они окажут на направление плоскости колебаний поляризованного света. Так как некоторые ткани (мышечная, костная, нервная) обладают оптической анизотропией, то возможна поляризационная микроскопия биологических объектов. При скрещенных поляризаторе и анализаторе будут видны только те волокна, анизотропия которых изменяет направление поляризации света.

Поляризованный свет можно использовать в модельных условиях для оценки механических напряжений, возникающих в костных тканях. Этот метод основан на явлении *фотоупругости*, которое заключается в возникновении оптической анизотропии в первоначально изотропных твёрдых телах под действием механических нагрузок.

Из прозрачного изотропного материала, например плексигласа, создают плоскую модель кости. В скрещенных поляроидах эта модель незаметна, так как выглядит темной. Прикладывая нагрузку, вызывают анизотропию плексигласа, что становится заметным по характерной интерференционной картине светлых и темных полос и пятен. По этой картине, а также по ее изменению при увеличении или уменьшении нагрузки можно делать выводы о механических напряжениях, возникающих в модели, а, следовательно, и в натуре.

Контрольные вопросы

- Что такое плоскополяризованная волна (плоскополяризованный свет)? Что такое плоскость поляризации?
- Чем естественный свет отличается от плоскополяризованного?
- Что называют поляризатором и анализатором?
- Сформулируйте закон Малюса.
- Запишите выражение для закона Брюстера и объясните его смысл.
- Назовите и объясните способы получения поляризованного света.
- Объясните явление двойного лучепреломления. Какой луч называют обыкновенным и какой необыкновенным?
- Дайте определения понятия анизотропия.

- Объясните принцип устройства и работы призмы Николя.
- Приведите примеры поляроидов. Каков механизм их действия?
- В чем заключается явление вращения плоскости поляризации?
- Что выражает закон Био?
- Что такое поляриметрия и спектрополяриметрия?
- Объясните, какие исследования биологических тканей следует проводить в поляризованном свете.

Задачи для самостоятельного решения

17.1. При переходе луча света из стекла в воду предельный угол полного отражения оказался равным $i_{np} = 62^\circ$. Под каким углом на поверхность стекла должен падать луч, идущий в воде, чтобы отраженный луч был полностью поляризован? {48,5°}

17.2. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы отраженный от поверхности озера свет был полностью поляризован? Показатель преломления воды равен 1,33. {37°}

17.3. Между скрещенными поляризатором и анализатором поставлен николю так, что его главная плоскость повернута на угол 45° относительно главных плоскостей поляризатора и анализатора. Во сколько раз интенсивность света, вышедшего из анализатора, будет меньше интенсивности естественного света, падающего на поляризатор? При прохождении каждого поляризованного устройства потери на отражение и поглощение света составляют 5 %. {В 10 раз}

17.4. Пучок естественного света падает на систему из 4 николей, главная плоскость каждого из которых повернута на угол $\varphi = 60^\circ$ относительно главной плоскости предыдущего николя. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, проходящего через эту систему? Поглощением света пренебречь. {В 128 раз}

17.5. Найдите скорости распространения обыкновенного и необыкновенного лучей света в кварце в направлении, перпендикулярном оптическими оси. Какова разность фаз у этих волн по выходе из кварцевой пластинки толщиной 1 мм? Длина волны света в вакууме равна 589,3 нм (желтая линия натрия), $n_o = 1,5442$, $n_e = 1,5533$. { $v_o = 1,94 \cdot 10^8$ м/с; $v_e = 1,93 \cdot 10^8$ м/с; $\Delta\varphi = 95,96$ рад}

17.6. Пучок плоскополяризованного света, длина волны которого 650 нм, падает нормально на пластинку исландского шпата, вырезанную

параллельно его оптической оси. Найдите длины волн обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле, если показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей равны $n_o = 1,6584$ и $n_e = 1,4864$. { $3,92 \cdot 10^{-7}$ м; $4,36 \cdot 10^{-7}$ м }

17.7. Определите, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через два поляризатора, расположенные так, что угол между их главными плоскостями равен 45° , а в каждом из николей теряется 5 % интенсивности падающего на него света. { В 4,43 раза }

17.8. Предельный угол полного отражения для пучка света на границе кристалла каменной соли с воздухом равен $40,5^\circ$. Определите угол Брюстера при падении света из воздуха на поверхность этого кристалла. { 57° }

17.9. Плоскополяризованный свет, длина волны которого в вакууме $\lambda = 600$ нм, падает на пластинку исландского шпата перпендикулярно его оптической оси. Принимая показатели преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей соответственно $n_o = 1,66$ и $n_e = 1,49$, определите длины волн этих лучей в кристалле. { $\lambda_o = 361$ нм, $\lambda_e = 403$ нм }

17.10. Естественный монохроматический свет падает на систему из двух скрещенных николей, между которыми находится кварцевая пластинка толщиной 4 мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего через эту систему, если удельное вращение кварца равно 15 угл. град/мм? { В 2,67 раза }

Лекция 18

ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

18.1. Развитие представлений о природе света

История развития учения о природе света говорит о сложности этого явления, поэтому на различных этапах изучения менялась точка зрения о его природе. Согласно корпускулярной теории света, развитой И. Ньютоном в конце XVII столетия, свет представлял собой поток особых частиц, испускаемых раскаленными телами. Эта теория подтверждалась законами геометрической оптики, но не могла объяснить явления интерференции, дифракции и поляризации света. По теории, выдвинутой Гюйгенсом, свет представлял собой продольные волны, распространяющиеся в заполняющем всю Вселенную упругом эфире. Однако лишь в начале XIX века волновая теория была надежно обоснована работами Т. Юнга и О. Френеля. Они установили конечность световых волн, дали полное объяснение интерференции, дифракции и поляризации света. В 1865 г. Д. Максвелл, основываясь на одинаковости скорости распространения электромагнитных и световых волн, высказал гипотезу об электромагнитной природе света. В дальнейшем это было подтверждено опытами Г. Герца и особенно П. Лебедева, который с помощью линейного вибратора малых размеров получил электромагнитные волны $\lambda = 6$ мм и осуществил с ними характерные оптические явления: интерференцию, поляризацию, двойное лучепреломление в кристаллах серы. Следующим этапом развития учения о природе света была гипотеза М. Планка (1900) о том, что свет испускается и поглощается дискретно, отдельными порциями, или квантами. Эта гипотеза получила подтверждение в работах А. Эйнштейна (1905) по фотоэффекту. В результате появилась квантовая теория света, согласно которой свет представляет собой поток особых частиц – квантов электромагнитного поля, называемых фотонами. Фотон имеет определенную энергию и импульс, а масса покоя равна нулю. Фотоны излучаются электронами атомов при переходе электрона с возбужденного на стационарный уровень.

Волновые свойства света проявляются в явлениях распространения (интерференция, дифракция, отражение, преломление). Поэтому при изучении этих явлений используется главным образом волновая теория, хотя она и не учитывает прерывности волны.

Корпускулярные свойства проявляются преимущественно при взаимодействии света с веществом (фотоэффект, давление света, излучение и поглощение и др.), которое и рассматривается главным образом с точки зрения фотонной теории.

18.2. Основные понятия световых волн

Основной характеристикой световых волн является частота колебаний ν векторов напряженности электромагнитного поля \vec{E} и \vec{H} , и длина волны λ :

$$\lambda = cT = \frac{c}{\nu},$$

где c – скорость света в вакууме, $c = 299792458 \pm 1,2$ м/с.

При решении многих задач, связанных с распространением света, можно использовать законы геометрической оптики, основанные на представлении о световом луче как линии, вдоль которой распространяется энергия световой волны. В однородной среде световые лучи прямолинейны. Геометрическая оптика – это предельный случай волновой оптики при стремлении длины волны к нулю ($\lambda \rightarrow 0$).

При анализе волновых явлений пользуются геометрическими представлениями о лучах и о поверхностях волны.

Лучом называют воображаемую линию в пространстве или среде, указывающую направление распространения волны.

Поверхностью или **фронтом** волны называют геометрическое место точек среды, до которых волна распространилась к любому заданному моменту времени.

Другими словами, поверхность волны можно определить как совокупность точек среды, колебания которых происходят в одинаковой фазе.

Скорость перемещения в пространстве поверхностей одинаковой фазы гармонической волны называются **фазовой скоростью волны**.

В однородной среде поверхности волны от точечного источника имеют форму сфер: такая волна называется **сферической**, ее лучами являются радиусы сферы. Участок сферической поверхности на значительном расстоянии от источника может рассматриваться как плоскость. Такая волна называется **плоской**.

Отражение света – явление, происходящее на границе раздела двух сред, в результате которого световой луч изменяет направление своего распространения, оставаясь в первой среде. Характер отражения зависит от соотношения между размерами неровностей отражающей поверхности и длиной волны падающего излучения. Когда неровности расположены хаотично, а их размеры имеют порядок длины волны или превышают ее, возникает **диффузное отражение** – рассеяние света по всевозможным направлениям. Именно вследствие диффузного отражения несамосветящиеся тела становятся видимыми при отражении света от их поверхностей. Если размеры неровностей малы по сравнению с длиной волны, то возникает направленное, или **зеркальное**, отражение света.

18.3. Закон отражения

Для зеркального отражения направление отраженной волны можно определить с помощью принципа Гюйгенса.

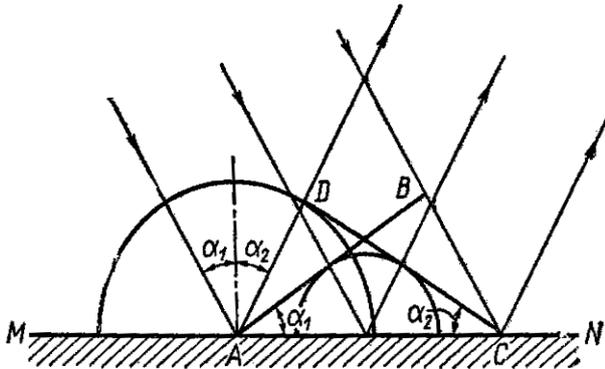


Рис. 18.1. Отражение волн от границы раздела двух сред

Пусть АВ есть фронт плоской монохроматической волны в момент t_1 . В момент времени t_2 волновой фронт займет положение СД (рис. 18.1). За время $\Delta t = t_2 - t_1$ вторичная волна из точки А пройдет расстояние $AD = BC = v\Delta t$. Из равенства $\triangle ABC = \triangle ADC$ следует, что $\angle BAC = \angle DCA$, а, следовательно, равны между собой углы отражения α_2 и падения α_1 .

Угол отражения равен углу падения $\angle \alpha_2 = \angle \alpha_1$.

18.4. Закон преломления света

Рассмотрим луч света, падающий на границу раздела двух сред под некоторым углом α . Часть светового потока отразится, а остальной поток будет распространяться в среде. Угол распространения лучей с перпендикуляром в точке падения будет составлять значение, равное β . Это явление называется **преломлением**, или **рефракцией света**.

Направление преломленной волны можно определить на основании

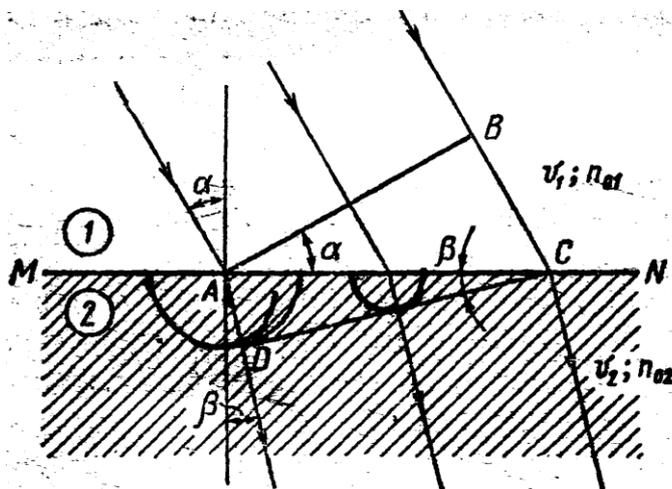


Рис. 18.2. Преломление света

принципа Гюйгенса. Пусть АВ есть фронт плоской монохроматической волны, подошедшей к границе MN в момент времени t_1 . В момент времени t_2 фронт волновой поверхности займет положение DC (рис. 18.2). За время $\Delta t = t_2 - t_1$, вторичная волна из точки А пройдет путь $AD = v_2\Delta t$. Вторичная волна из точки В, продолжая распространяться в первой среде, пройдет расстояние $BC = v_1\Delta t$.

Через время Δt фронт волны займет положение DC . $\angle BAC$ равен углу падения α , а $\angle ACD$ – углу преломления β . Из $\triangle BAC$ следует: $BC = AC \sin \alpha = v_1 \Delta t$, из $\triangle ACD$: $AD = AC \sin \beta = v_2 \Delta t$. Разделим первое равенство на второе:

$$\frac{BC}{AD} = \frac{AC \sin \alpha}{AC \sin \beta} = \frac{v_1 \Delta t}{v_2 \Delta t} \quad \text{или} \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (18.1)$$

Отношение скорости c распространения света в вакууме к скорости v распространения в данной среде $n_0 = c/v$ называется **абсолютным показателем преломления** данной среды.

При переходе света из одной среды в другую учитывается относительный показатель преломления второй среды относительно первой:

$$n_{21} = \frac{n_{02}}{n_{01}} = \frac{c}{v_2} \frac{v_1}{c} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (18.2)$$

Следовательно, закон преломления:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21}. \quad (18.3)$$

Падающий, преломленный лучи и перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости.

Отношение синусов углов падения и преломления есть величина постоянная для двух данных сред, равная отношению показателю преломления второй среды относительно первой.

Показатель преломления зависит от длины волны света. Его обычно относят к монохроматическому желтому излучению паров натрия ($\lambda = 589$ нм).

18.5. Полное внутреннее отражение

Рассмотрим переход света из среды с большим показателем преломления n_1 (оптически более плотной) в среду с меньшим показателем преломления n_2 (оптически менее плотную). На рисунке 18.3 показаны лучи, падающие на границу стекло-воздух. Для стекла показатель преломления $n_1 = 1,52$, для воздуха $n_2 = 1,00$.

Увеличение угла падения приводит к увеличению угла преломления до тех пор, пока угол преломления не станет равным 90° . При дальнейшем увеличении угла падения падающий луч не преломляется, а **полностью**

отражается от границы раздела. Это явление называется **полным внутренним отражением**.

Оно наблюдается при падении света из более плотной среды на границу с менее плотной средой и состоит в следующем. Если угол падения превышает предельный для данных сред угол, то преломления на границе раздела не происходит и падающий свет отражается полностью.

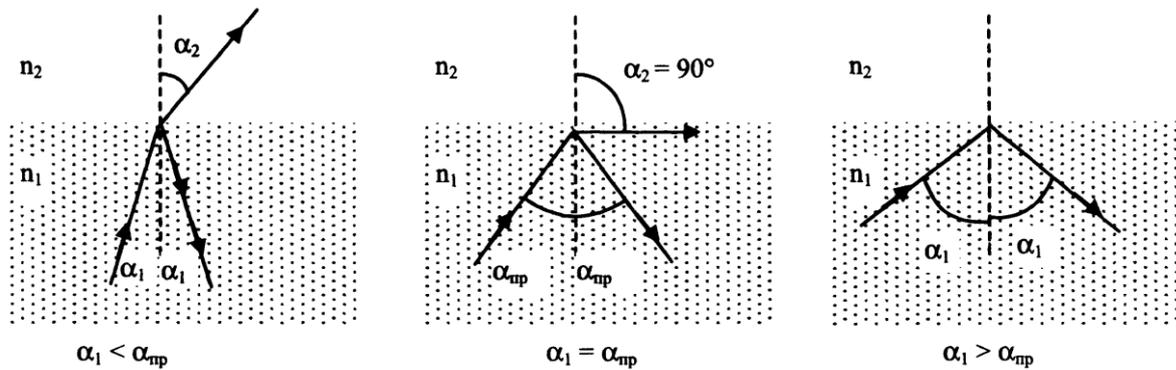


Рис. 18.3. Возникновение полного внутреннего отражения

Предельный угол падения определяется соотношением

$$\sin \alpha_{пред} = n_2 / n_1. \quad (18.4)$$

Сумма интенсивностей отраженного и преломленного лучей равна интенсивности падающего луча. При увеличении угла падения интенсивность отраженного луча растет, а интенсивность преломленного луча убывает и для предельного угла падения становится равной нулю.

18.6. Линзы

Линзы представляют собой прозрачные тела, ограниченные двумя поверхностями (одна из них обычно сферическая, иногда цилиндрическая, а вторая – сферическая или плоская), преломляющими световые лучи, способные формировать оптические изображения предметов.

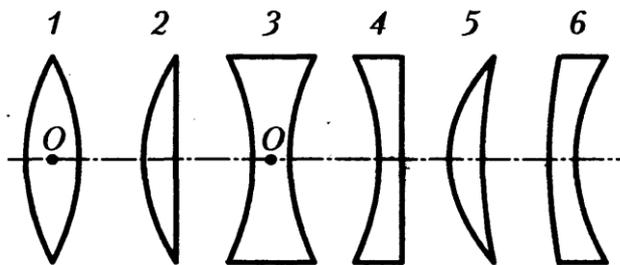


Рис. 18.4. Виды линз

Материалом для линз служат: стекло, кварц, кристаллы, пластмассы. По внешней форме (рис. 18.4) линзы делятся на: 1) двояковыпуклые; 2) плосковыпуклые; 3) двояковогнутые; 4) плосковогнутые; 5) выпукловогнутые; 6) вогнуто-выпуклые.

По оптическим свойствам линзы делятся на **собирающие** и **рассеивающие**.

Линза называется *тонкой*, если ее толщина (расстояние между ограничивающими поверхностями) значительно меньше по сравнению с радиусами поверхностей, ограничивающих линзу. Прямая, проходящая через центры кривизны поверхностей линзы, называется *главной оптической осью*.

Для всякой линзы существует точка, называемая *оптическим центром линзы*, лежащая на главной оптической оси и обладающая тем свойством, что лучи проходят сквозь нее, не преломляясь. Оптический центр O линзы для простоты будем считать совпадающим с геометрическим центром средней части линзы.

Построение изображений, даваемых линзой. Пусть предмет AB находится на расстоянии d от собирающей линзы значительно дальше фокуса. Высота предмета $AB = h$ больше размера линзы, что почти всегда бывает на практике (рис. 18.5). Из точки A выходит световой пучок; часть его, закрашенная на рисунке, проходит через линзу и собирается в точке A' , которая является изображением точки A . Чтобы найти положение точки A' , проводят через оптический центр линзы плоскость MN , перпендикулярную главной оптической оси. Для построения изображения точки можно выбрать любые два из трех стандартных (характерных) лучей:

- а) луч, параллельный главной оптической оси, который после преломления проходит через главный фокус;
- б) луч, совпадающий с побочной оптической осью и проходящий без преломления оптический центр линзы;
- в) луч, проходящий через главный фокус, за линзой идущий параллельно главной оптической оси.

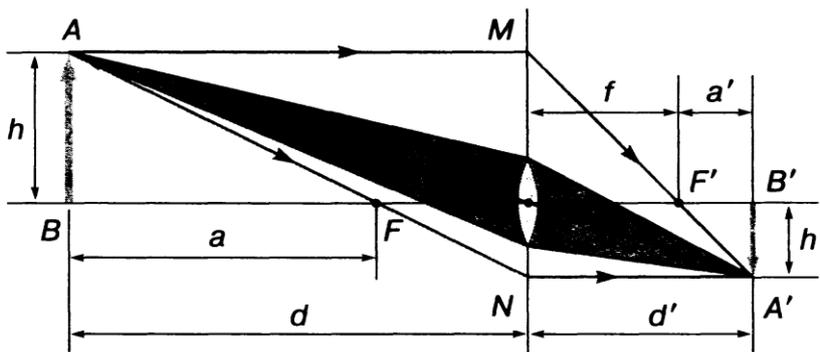


Рис. 18.5. Ход лучей в собирающей линзе

Построив изображение точки A' , опускаем перпендикуляр на главную оптическую ось и находим точку B' , которая является изображением точки B . Если же предмет имеет более сложную форму, нужно тем же способом построить изображение

основных точек, определяющих форму предмета. В данном случае мы получили действительное перевернутое уменьшенное изображение. Так как ход любого светового луча обратим, то если в том месте, где находится изображение, поместить предмет, его увеличенное изображение окажется там, где раньше располагался предмет. Нетрудно убедиться, что если предмет будет находиться между линзой и главным фокусом, то глаз, рас-

положенный за линзой, увидит мнимое прямое увеличенное изображение. Рекомендуем выполнить это построение.

Рассеивающая линза дает мнимое прямое уменьшенное изображение предмета.

Формула линзы. Расстояние d от тонкой линзы до предмета, расстояние d' до изображения и фокусное расстояние f связаны формулой. Выведем ее.

Пусть двояковыпуклая линза дает изображение высотой h' предмета AB , расположенного на расстоянии $BF = a$ от левого фокуса линзы; изображение $A'B'$ расположено на расстоянии $B'F' = a'$ от правого фокуса линзы (см. рис. 18.5). Из подобия треугольников $A'B'F'$ и $F'CM$, а также треугольников ABF и FCN имеем

$$\frac{h'}{a'} = \frac{h}{f}; \quad \frac{h'}{f} = \frac{h}{a}. \quad (18.5)$$

Определим поперечное увеличение $\beta = h'/h$, даваемое линзой, из обоих выражений:

$$\beta = \frac{h'}{h} = \frac{f}{a} = \frac{a'}{f}. \quad (18.6)$$

Отсюда следует формула Ньютона:

$$aa' = f^2. \quad (18.7)$$

Но расстояние до предмета $d = a + f$, а расстояние до изображения $d' = a' + f$. Подставляя выражения для a и a' в формулу Ньютона, получим:

$$(d - f)(d' - f) = f^2 \quad (18.8)$$

или после приведения подобных членов:

$$dd' = d'f + df. \quad (18.9)$$

Разделив обе части выражения на $dd'f$, получим

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}. \quad (18.10)$$

Это соотношение носит название **формулы линзы**.

В формуле линзы следует учитывать знаки входящих в нее величин. Принято считать фокусное расстояние собирающей линзы положительным числом, фокусное расстояние рассеивающей линзы – отрицательным. Расстояния от предмета до линзы и от действительного изображения до линзы считают положительными числами, расстояние от линзы до мнимого изображения – отрицательным числом.

Опыт показывает, что фокусное расстояние линзы зависит от радиусов кривизны ее поверхностей, а также показателей преломления веществ

ва, из которого изготовлена линза, и окружающей ее среды. Можно показать, что для линзы, у которой поверхности имеют разные радиусы кривизны, справедлива формула:

$$\frac{1}{f} = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (18.11)$$

В этой формуле n_2 – показатель преломления линзы, n_1 – показатель преломления окружающей среды линзы, R_1 и R_2 – радиусы кривизны поверхностей линзы.

Величина, обратная фокусному расстоянию, называется ее **оптической силой**:

$$D = \frac{1}{f}. \quad (18.12)$$

Единица оптической силы линзы в СИ – диоптрия (дптр). 1 дптр – это оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м.

18.7. Глаз как оптическая система

Устройство глаза. Говоря об оптических системах, надо, прежде всего, проанализировать работу глаза – совершенной системы, созданной природой в ходе эволюции. Устройство глаза показано на рисунке 18.6.

Наружную оболочку глазного яблока образует склера 1, она защищает внутреннее содержание глаза и обеспечивает его жесткость. На передней поверхности склера переходит в тонкую прозрачную роговицу 2, через которую в глаз проникает свет. За роговицей расположена радужная оболочка 3 с отверстием – зрачком 4. Радужная оболочка представляет собой мышечное кольцо, окрашенное пигментом. Это кольцо, сжимаясь или растягиваясь, меняет размеры зрачка и тем самым световой поток, попадающий в глаз, т. е. действует как диафрагма.

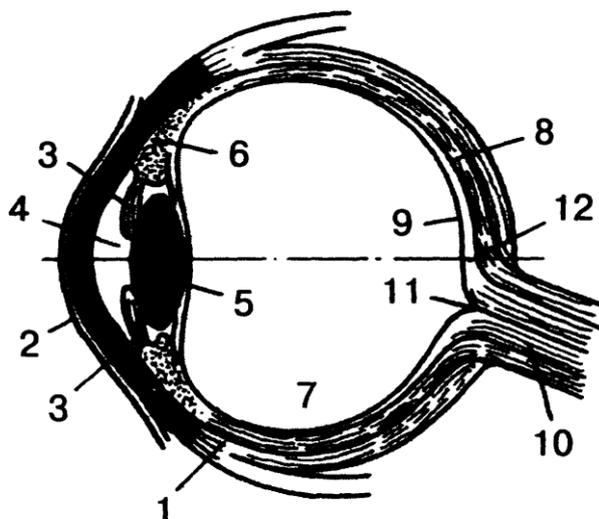


Рис. 18.6. Строение глаза

За радужной оболочкой находится хрусталик 5 – эластичное линзоподобное тело. С помощью цилиарной связки 6, которая может натягиваться и расслабляться, меняются радиусы кривизны

За радужной оболочкой находится хрусталик 5 – эластичное линзоподобное тело. С помощью цилиарной связки 6, которая может натягиваться и расслабляться, меняются радиусы кривизны

визны поверхности хрусталика и тем самым его оптическая сила. Полость между роговицей и хрусталиком заполнена водянистой влагой; за хрусталиком находится стекловидное тело 7. Роговица, водянистая влага, хрусталик и стекловидное тело образуют оптическую систему, аналогичную линзе с оптической силой около 58,5 дптр. Оптический центр этой системы расположен на расстоянии около 5 мм от роговицы; оптическая ось изображена на рисунке 18.6 штрихпунктиром.

Сетчатка 9 представляет собой полусферу, состоящую из рецепторных клеток, имеющих форму колбочек и палочек. Всего в глазе человека 125 млн палочек и 6,5 млн колбочек. Эти светочувствительные клетки находятся на задней поверхности сетчатки, которая лежит на сосудистой оболочке 8. В некоторой области сбоку от оптической оси нервные клетки сетчатки объединяются и образуют зрительный нерв 10, выходящий из глаза. В этом месте нет ни палочек, ни колбочек, и потому оно образует нечувствительное к свету «слепое пятно» 11. В центре сетчатки, на оптической оси, находится центральная ямка 12 – область наибольшей остроты зрения. Здесь сосредоточены светочувствительные колбочки, с помощью которых глаз ощущает цвета. В остальных участках сетчатки расположены в основном палочки.

Под действием света в палочках происходит перестройка особого вещества – зрительного пурпура (родопсина). Родопсин – это соединение одной из форм витамина А (ретинола) с белком сетчатки (оксином). Под действием света ретинен переходит из одной формы в другую (из цис- в транс-форму). Это вызывает генерацию в клетке нервного импульса, который через зрительный нерв передается в мозг. Генерация импульса происходит за счет энергии, запасенной в рецепторной клетке, свет играет лишь роль «пускового механизма» для реакции. Этим объясняется высокая чувствительность палочек – каждая палочка способна реагировать на один квант света.

Палочки осуществляют так называемое сумеречное зрение, с помощью которого различаются размеры и форма предметов, но не их цвета. Цветовое зрение осуществляется с помощью колбочек, что возможно, если изображение предмета попадает на центральную ямку. Есть три типа колбочек, которые различно реагируют на разные участки спектра. Одни из них лучше реагируют на зеленый свет, другие – на красный и третьи – на синий.

Промежуточные цвета воспринимаются при одновременном раздражении двух или трех типов колбочек. В зависимости от степени раздражения каждого из этих типов колбочек мозг получает различные серии нервных импульсов и интерпретирует это как разные цвета.

Аккомодация. В оптической системе глаза *хрусталик* 5 представляет собой бесцветное тело, напоминающее по форме двояковыпуклую линзу. Передняя поверхность хрусталика менее выпукла, чем задняя. Интерес-

но, что показатель преломления хрусталика различен в различных его частях – от 1,405 до 1,454. Мышца, фиксирующая хрусталик, может изменять его кривизну. Изменение кривизны хрусталика определяет способность глаза к **аккомодации** – изменению оптической силы глаза. Именно поэтому согласно формуле линзы (18.10) при разных расстояниях d от предмета возможно сохранение постоянным расстояния d' от центра глаза до сетчатки.

Близорукость и дальновзоркость. Аккомодация происходит произвольно. Как только глаз переводится с одного предмета на другой, нарушается резкость изображения, о чем в мозг приходит сигнал. Обратный сигнал из мозга к цилиарной мышце вызывает ее сокращение или растяжение до тех пор, пока не получится резкое изображение. Точка, которую глаз видит при расслабленной цилиарной мышце, называется **дальней точкой**; точка, видимая при максимальном напряжении, – **ближней точкой**. Для нормального глаза дальняя точка лежит бесконечно далеко, ближняя точка – на расстоянии около 15-20 см от глаза.

При близорукости дальняя точка лежит на конечном расстоянии, иногда при сильной близорукости – очень близко от глаза. Соответственно приближается и ближняя точка, поэтому близорукие люди для лучшей видимости приближают предметы к глазу. Близорукость вызывается либо вытянутостью глазного яблока, либо спазмом цилиарной мышцы. Коррекция близорукости производится с помощью очков с рассеивающими линзами (рис. 18.7, а, б).

Дальновзоркость вызвана либо укороченностью глазного яблока, либо слабой аккомодацией, что приводит к удалению ближней точки от глаза.

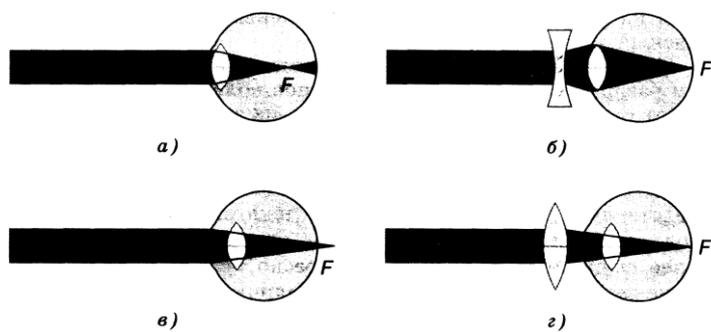


Рис. 18.7. Коррекция зрения с помощью линз

Дальновзоркость обычно возникает в старческом возрасте, когда хрусталик теряет упругость, но встречается и врожденная дальновзоркость. Для коррекции этого недостатка глаза применяются очки с собирающими линзами (рис. 18.7, в, г).

Бинокулярное зрение.

Рассматривая предмет двумя глазами, мы получаем на сетчатке каждого из них несколько различные изображения. В то же время мы воспринимаем один предмет, но видим его стереоскопически, т. е. объемно. Представление о глубине пространства возникает благодаря тому, что, направляя оба глаза на один объект, мы усилием глазных мышц поворачиваем их так, чтобы их оптические оси пересекались на предмете. Угол α между осями называется **углом конвергенции**. Расстояние между глазами (база) равно $b = 5$ см, а расстояние до

предмета $d > 25$ см. Следовательно, угол конвергенции $\alpha \approx b/d$ меняется от нуля (дальняя точка) до 10° (ближняя точка).

Одновременные и произвольные аккомодация и конвергенция позволяют оценить глубину пространства и расстояние до предметов значительно лучше, чем при зрении одним глазом.

Цветовая чувствительность глаза. Глаз человека обладает различной чувствительностью к разным участкам спектра.

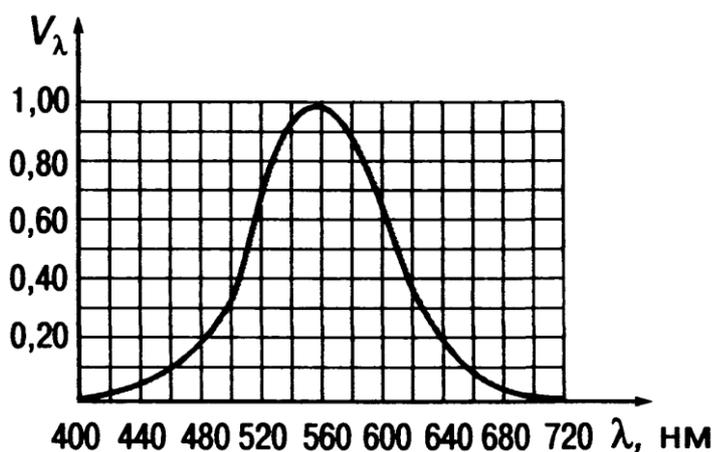


Рис. 18.8. Зависимость чувствительности глаза человека к различным участкам спектра света

Кривая видности (рис. 18.8) характеризует чувствительность глаза к свету с различными длинами волн при нормальной освещенности. **Относительная спектральная световая эффективность** V_λ равна отношению чувствительности глаза к свету с данной длиной волны к чувствительности глаза к свету с длиной волны 555 нм. Эта кривая имеет максимум при $\lambda = 555$ нм. Кривая видности резко падает к краям: при длине

волны 400 нм чувствительность глаза меньше в 2500 раз, чем при 555 нм. Интересно то, что при очень слабых освещенностях кривая видности расширяется. Природа многие миллионы лет приспособлявала глаз человека к солнечному излучению. Видимой области спектра соответствует 40 % всего излучения Солнца, падающего на Землю.

Глаз человека обладает удивительной способностью к **адаптации** – приспособлению к различным световым потокам, мощность которых изменяется на двенадцать порядков – от 10^{-17} до 10^{-5} Вт. При увеличении яркости зрачок сужается и снижается чувствительность колбочек и палочек. Наилучшим для глаза является поперечник зрачка, равный 2-3 мм. При таком размере зрачка некоторые люди могут различать два объекта, видимые под углом в несколько угловых минут.

Разрешающая способность глаза. Явление дифракции ставит предел для разрешающей способности многих оптических инструментов и человеческого глаза.

В результате дифракции бесконечно удаленный точечный источник воспринимается глазом как светлое пятно с угловым радиусом, равным примерно одной угловой минуте. Две светящиеся точки могут восприниматься глазом как отдельные источники света при условии, если угловое

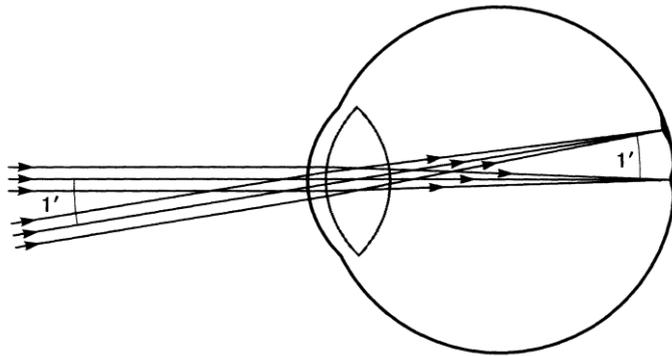


Рис. 18.9. Разрешающая способность глаза

расстояние между ними, называемое **углом зрения**, превышает угловой радиус центрального дифракционного светлого пятна от одного точечного источника (рис. 18.9). Следовательно, разрешающая способность человеческого глаза равна примерно одной угловой минуте.

Это соответствует тому факту, что расстояние между двумя соседними палочками или колбочками равно примерно 5 мкм.

С уменьшением освещенности разрешающая способность глаза ухудшается, как говорят, падает острота зрения.

18.8. Волоконная оптика

Явление полного внутреннего отражения используется в гибких световодах.

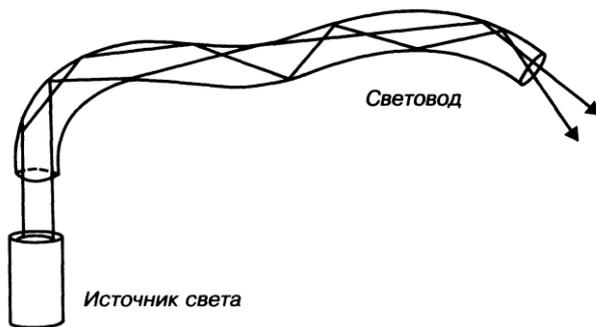


Рис. 18.10. Распространение света в волноводах

Если свет направить на торец тонкого стеклянного волокна, окруженного оболочкой с меньшим показателем преломления угла, то свет будет распространяться по волокну, испытывая полное отражение на границе стекло-оболочка. Такое волокно называется **световодом**. Изгибы световода не препятствуют прохождению света (рис. 18.10).

В современных световодах потери света в результате его поглощения весьма малы (порядка 10 % на 1 км), что позволяет использовать их в волоконно-оптических системах связи.

В медицине жгуты из тонких световодов используют для изготовления эндоскопов, которые применяются для визуального исследования полых внутренних органов. Число волокон в эндоскопе достигает миллиона.

С помощью отдельного световодного канала, уложенного в общий жгут, осуществляется передача лазерного излучения с целью лечебного воздействия на внутренние органы.

Контрольные вопросы

- Какова природа света? Как исторически менялось представление о природе света?
- Объясните значение понятий: луч, фронт волны, фазовая скорость.
- Сформулируйте и объясните закон отражения.
- Покажите, как на основе геометрических представлений можно доказать закон преломления?
- При каких условиях наблюдается явление полного внутреннего отражения? Запишите формулу для определения предельного угла полного внутреннего отражения.
- Как можно использовать явление полного внутреннего отражения в гибких световодах?
- Что такое линза? Какие они бывают?
- Что называют главной оптической осью, оптическим центром?
- Как строят изображение, даваемое линзой? Что понимают под увеличением?
- Выведите формулу тонкой линзы.
- Что понимают под фокусным расстоянием тонкой линзы, оптической силой?
- Каковы основные элементы глаза и их функции?
- Каков механизм зрения?
- Что такое аккомодация? Как она осуществляется?
- В чем заключаются явления близорукости и дальнозоркости?
- В чем особенность бинокулярного зрения?
- Что такое относительная спектральная световая эффективность?
- Какова разрешающая способность глаза, чем она определяется?

Задачи для самостоятельного решения

18.1. Параллельный пучок света падает на поверхность воды под углом 60° . Ширина пучка в воздухе 5 см. Определите ширину пучка в воде. {7,6 см}

18.2. Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластинку под углом 60° . Показатель преломления стекла 1,5. Какова толщина пластинки, если при выходе из нее луч сместился на 1 см? {2 см}

18.3. Двояковыпуклая стеклянная линза, расположенная в воздухе, имеет одинаковые преломляющие поверхности. При каком радиусе кривизны поверхностей линзы фокусное расстояние ее будет равно 30 см? Стекло линзы – легкий крон. {0,3 м}

18.4. У линзы, находящейся в воздухе, фокусное расстояние – 5 см, а у погруженной в жидкость – 20 см. Найдите показатель преломления жидкости. Стекло линзы – легкий крон. {1,38}

18.5. Предмет расположен на расстоянии 40 см от линзы, имеющей оптическую силу 5 дптр. Вторая линза с оптической силой 6 дптр расположена на расстоянии 60 см от первой линзы. Определить, где находится изображение и каково поперечное увеличение, даваемое системой. { $d'_2 = 1$ м, $\beta = 5$ }

18.6. Расстояние наилучшего зрения для дальновзоркого глаза равно 40 см. Какие очки следует использовать для чтения на расстоянии 25 см? {1,5 дптр}

18.7. Человек носит очки с оптической силой -2,25 дптр. Каково для него расстояние наилучшего зрения без очков? {16 см}

18.8. Шкаф высотой 180 см расположен на расстоянии 2 м от наблюдателя. Каков размер изображения шкафа на сетчатке? Под каким углом зрения виден шкаф? Оптическая сила глаза 58,5 дптр. { ≈ 15 мм; $\approx 48,5^\circ$ }

18.9. Человек переводит взгляд с неба на раскрытую книгу. Как изменится оптическая сила хрусталика? Считайте, что книга расположена на расстоянии 25 см. { $\Delta D = 4$ дптр }

18.10. Школьник, читая книгу без очков, держит ее на расстоянии 20 см от глаз. Какие очки должен носить этот школьник для чтения на расстоянии 25 см? {-1 дптр}

Лекция 19

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ТЕЛ И ПОГЛОЩЕНИЕ

19.1. Характеристики теплового излучения

Тепловое (или температурное) излучение, обусловленное возбуждением атомов и молекул тел при их взаимодействии друг с другом, происходит при температурах выше абсолютного нуля. При этом каждое тело одновременно испускает и поглощает падающие на тело излучение от окружающих тел. Под тепловым излучением понимается испускание электромагнитных волн за счет внутренней энергии тел. Все остальные виды излучения, возбуждаемые за счет любого вида энергии, кроме тепловой, объединяются под общим названием люминесценция. Например: окисляющийся на воздухе фосфор светится за счет энергии, выделяемой при химическом превращении.

Среднюю мощность излучения за время, значительно большее периода световых колебаний, принимают за *поток излучения* Φ . В СИ он выражается в *ваттах* (Вт).

Поток излучения, испускаемый 1 м² поверхности, называют *энергетической светимостью* R :

$$R = \Phi / S. \quad (19.1)$$

Она выражается в *ваттах на квадратный метр* (Вт/м²).

Нагретое тело излучает электромагнитные волны различной длины волны. Выделим небольшой интервал длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$. Энергетическая светимость, соответствующая этому интервалу, пропорциональна ширине интервала:

$$dR(\lambda) = r(\lambda)d\lambda, \quad (19.2)$$

где $r(\lambda)$ – *спектральная плотность энергетической светимости*, или (*испускательная способность*) тела, равная отношению энергетической светимости узкого участка спектра к спектральной ширине этого участка, Вт/м³.

$$r_\lambda = dR(\lambda) / d\lambda. \quad (19.3)$$

Зависимость спектральной плотности энергетической светимости от длины волны называют *спектром излучения* тела.

Проинтегрировав (19.2), получим выражение для *энергетической светимости тела*:

$$R = \int_0^{\infty} r(\lambda)d\lambda. \quad (19.4)$$

Интегрирование ведется по всему диапазону длин волн, чтобы учесть весь спектр теплового излучения.

Способность тела поглощать энергию электромагнитного излучения характеризуют **коэффициентом поглощения**, равным отношению потока излучения, поглощенного данным телом, к потоку излучения, упавшего на него:

$$\alpha = \frac{\Phi_{\text{пол.}}}{\Phi_{\text{пад.}}} \quad (19.5)$$

Так как коэффициент поглощения зависит от длины волны, то (19.5) записывают для потоков монохроматического излучения, и тогда это отношение определяет **монохроматический коэффициент поглощения**:

$$\alpha(\lambda) = \frac{\Phi_{\text{пол.}}(\lambda)}{\Phi_{\text{пад.}}(\lambda)} \quad (19.6)$$

Из (19.5) следует, что коэффициенты поглощения могут принимать значения от «0» до «1». Особенно хорошо поглощают излучение тела черного цвета: черная бумага, ткани, бархат, сажа, платиновая чернь. Плохо поглощают электромагнитное излучение тела с белой и зеркальной поверхностями.

Тело, коэффициент поглощения которого равен единице для всех частот и при любой температуре, называют **черным**. Оно поглощает все падающее на него излучение во всем спектральном диапазоне ($\alpha = \alpha(\lambda) = 1$).

Черных тел в природе нет, это понятие – физическая абстракция. Моделью черного тела является маленькое отверстие в замкнутой непрозрачной полости (рис. 19.1). Луч, попавший в это отверстие, многократно отразившись от стенок, почти полностью будет поглощен. В дальнейшем именно эту модель будем принимать за черное тело.

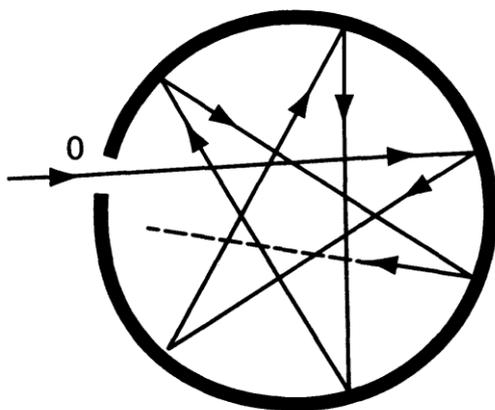


Рис. 19.1. Схема модели абсолютно черного тела

Тело, коэффициент поглощения которого меньше единицы и не зависит от длины волны света, падающего на него, называют **серым**. Серых тел в природе нет, однако в определенном интервале длин волн некоторые тела излучают и поглощают как серые. Так, например, кожу человека можно считать серым телом, имеющим коэффициент поглощения приблизительно 0,9 для инфракрасной области спектра.

19.2. Закон Кирхгофа

Между испускательной и поглощательной способностью любого тела имеется связь. Анализируя условия равновесия излучения для различных тел, Кирхгоф установил: отношение испускательной способности тела к его поглощательной способности не зависит от природы тела и для всех тел является одной и той же универсальной функцией от температуры:

$$\left(\frac{r_T}{\alpha_T}\right)_1 = \left(\frac{r_T}{\alpha_T}\right)_2 = \dots = \left(\frac{r_T}{\alpha_T}\right)_{ч.т.} = f(\lambda, T). \quad (19.7)$$

Эту функцию называют функцией Кирхгофа, она определяет испускательную способность абсолютно черного тела:

$$f(\lambda, T) = \left(\frac{r_{\lambda, T}}{\alpha_{\lambda, T}}\right)_{ч.т.} = (\varepsilon_{\lambda, T})_{ч.т.}, \text{ так как } \alpha_{\lambda, T} = 1, \quad (19.8)$$

где $\varepsilon_{\lambda, T}$ – спектральная плотность энергетической светимости черного тела.

Из закона Кирхгофа следует, что тела при определенной температуре излучают преимущественно те длины волн, которые они при этой температуре сильнее всего поглощают и наоборот. Таким образом, если стенки полости модели, рассматриваемой выше, поддерживать при некоторой температуре T , то из отверстия

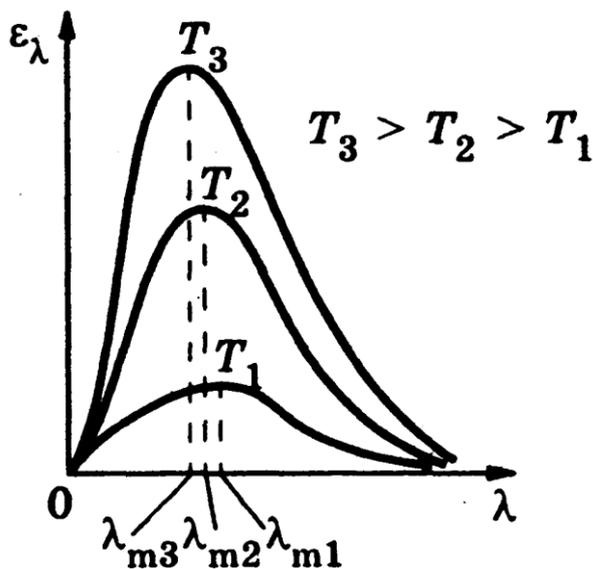


Рис. 19.2. Спектр излучения абсолютно черного тела в зависимости от температуры

выходит излучение, близкое к спектральному составу излучения абсолютно черного тела при этой температуре. Разлагая это излучение в спектр с помощью дифракционной решетки и измеряя интенсивность различных участков спектра, можно найти экспериментально вид функции $f(\lambda, T)$. На рисунке 19.2 представлены кривые, которые относятся к различным значениям температуры T абсолютно черного тела. Площадь, охватываемая кривой, дает излучательную способность абсолютно черного тела при соответствующей температуре.

19.3. Законы излучения черного тела

Австрийский физик Й. Стефан, анализируя экспериментальные данные (1879), и Л. Больцман, применяя термодинамический метод (1884), установили, что энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры

$$R_e = \sigma T^4. \quad (19.9)$$

Коэффициент пропорциональности σ называется постоянной Стефана–Больцмана, он равен $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2\text{К}^4$.

Закон Стефана–Больцмана, определяя зависимость энергетической светимости R_e от температуры, не дает ответа относительно спектрального состава излучения черного тела. Из графика (рис. 19.2) следует, что с повышением температуры максимум испускательной способности сдвигается в область более коротких длин волн. С увеличением длины волны энергия излучения круто нарастает, а затем постепенно снижается, и спектр простирается в инфракрасную область. При более низких температурах максимум энергии излучения находится в инфракрасной области.

Длина волны, которой соответствует максимальная энергия излучения зависит от температуры тела. Эту зависимость устанавливает **закон Вина** (закон смещения): *длина волны, на которую приходится максимум значения спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его абсолютной температуре T :*

$$\lambda_m = b/T, \quad (19.10)$$

где b – постоянная Вина, ее экспериментальное значение равно $b = 2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$.

С повышением температуры максимум энергии абсолютно черного тела смещается в сторону более коротких волн. Закон Вина для нечерных тел выполняется только качественно. Это связано с тем, что эта формула получена на основе классического представления.

В 1900 г. Планк выдвинул гипотезу о том, что электромагнитные волны излучаются и распространяются в пространстве дискретно (порциями). Каждая порция или квант имеет определенное количество энергии. Энергия кванта пропорциональна частоте излучения:

$$\varepsilon = h\nu, \text{ где } \nu = \frac{c}{\lambda}, \quad \varepsilon = \frac{h}{\lambda}, \quad (19.11)$$

где $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ – постоянная Планка.

Используя законы статистической физики, Планк получил формулу для функции распределения равновесного излучения абсолютно черного тела в единичном интервале длины волн:

$$(\varepsilon_{\lambda,T})_{q.m.} = \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}, \quad (19.12)$$

где c – скорость света в вакууме, k – постоянная Больцмана.

Формула Планка не только полностью согласуется с опытными данными, но из неё путем преобразований можно получить формулы законов Стефана–Больцмана и Вина.

19.4. Излучение Солнца

Наиболее мощным источником теплового излучения, обуславливающим жизнь на Земле, является Солнце.

Поток солнечной радиации, приходящийся на 1 м^2 площади граничной поверхности земной атмосферы, составляет 1370 Вт. Эту величину называют *солнечной постоянной*. В зависимости от высоты Солнца над горизонтом путь, проходимый солнечными лучами в атмосфере, изменяется в довольно больших пределах (рис. 19.3) с максимальным различием в 30 раз. Даже при самых благоприятных условиях на 1 м^2 площади поверхности Земли падает поток солнечной радиации 1120 Вт. В июле в Москве при наивысшем стоянии Солнца это значение достигает только 930 Вт. В остальное время дня потери в атмосфере еще больше. Ослабление радиации атмосферой сопровождается изменением ее спектрального состава. На рисунке 19.4 показан спектр солнечного излучения, измеренный на границе земной атмосферы (кривая 1) и на поверхности Земли (кривая 2) при наивысшем стоянии Солнца. Кривая 1 близка к спектру черного тела, ее максимум соответствует длине волны 480 нм, что, по закону Вина, позволяет

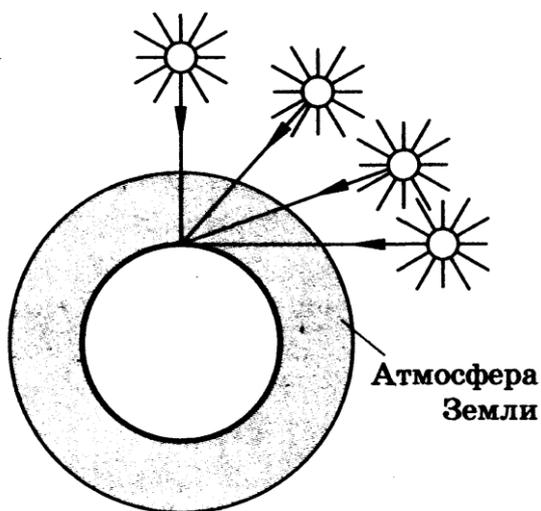


Рис. 19.3. Прохождение солнечного света через атмосферу Земли (на рисунке граница атмосферы изображена условно)

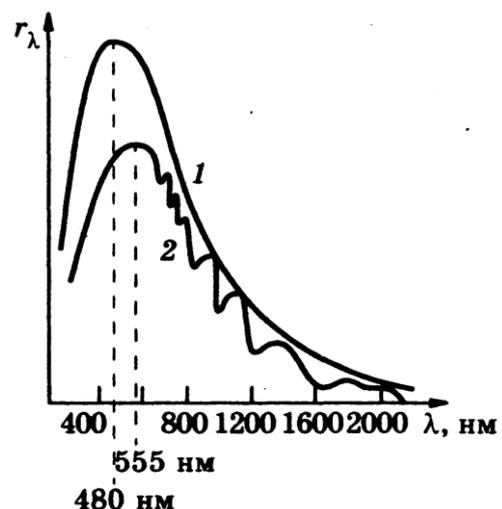


Рис. 19.4. Спектр солнечного излучения

определить температуру поверхности Солнца – около 6000 К. Кривая 2 является существенно более сложной, она имеет много линий поглощения, ее максимум расположен около 555 нм.

Интенсивность прямой солнечной радиации измеряют *актинометром*. Принцип действия его основан на использовании нагревания зачерненных поверхностей тел, происходящего от солнечной радиации.

19.5. Теплоотдача организма. Понятие о термографии

Тело человека имеет определенную температуру благодаря терморегуляции, существенной частью которой является *теплообмен организма с окружающей средой*. Рассмотрим некоторые особенности такого теплообмена, предполагая, что температура окружающей среды ниже температуры тела человека.

Теплообмен происходит посредством теплопроводности, конвекции, испарения и излучения (поглощения). Трудно указать распределение отдаваемого количества теплоты между перечисленными процессами, так как оно зависит от многих факторов: состояния организма (температура, эмоциональное состояние, подвижность и т. д.), состояния окружающей среды (температура, влажность, движение воздуха и т. п.), одежды (материал, форма, цвет, толщина). Однако можно сделать приближенную и усредненную оценки для лиц, не имеющих особой физической нагрузки и проживающих в условиях умеренного климата.

Так как теплопроводность воздуха мала, то этот вид теплоотдачи очень незначителен. Более существенна конвекция, она может быть не только обычной, естественной, но и вынужденной, при которой воздух обдувает тело. Большую роль для уменьшения конвекции играет одежда. В условиях умеренного климата 15-20 % теплоотдачи человека осуществляется конвекцией.

Испарение происходит с поверхности кожи и легких, при этом имеет место около 30 % теплопотерь.

Наибольшая доля теплопотерь (около 50 %) приходится на излучение во внешнюю среду от открытых частей тела и одежды. Основная часть этого излучения относится к инфракрасному диапазону с длиной волны от 4 до 50 мкм. Излучательные потери человека равны разности *испущенного* потока и *поглощенного* потока излучения окружающей среды. Мощность излучения телом человека рассчитывается по формуле:

$$P = S\delta(T_1^4 - T_0^4), \quad (19.13)$$

где S – площадь поверхности; δ – приведенный коэффициент поглощения кожи (одежды), рассматриваемой как *серое тело*; T_1 – температура поверхности тела (одежды); T_0 – температура окружающей среды.

Термография – диагностический метод, основанный на измерении и регистрации теплового излучения поверхности тела человека или его отдельных участков.

19.6. Светолечение

Светолечением (фототерапией) называют применение в лечебных целях инфракрасного, видимого и ультрафиолетового излучений. При фототерапии используют как естественное излучение Солнца, так и искусственные источники электромагнитного излучения.

Действие световой энергии на организм человека определяется её интенсивностью (мощностью источника и расстоянием до облучаемой поверхности), длительностью облучения и глубиной проникновения электромагнитных волн, которая зависит от длины световой волны. Глубина проникновения наибольшая у инфракрасных и видимых лучей, а наименьшая – у ультрафиолетовых.

Покраснение кожи – эритема – может появиться через несколько минут после начала облучения (например, инфракрасными лучами) или спустя скрытый (латентный) период (2-8 ч) при действии ультрафиолетовых лучей. Степень реакции кожи зависит от её чувствительности на разных участках тела к различным лучам, от возраста, времени года и других факторов. Она может изменяться при некоторых патологических состояниях, приёме лекарственных веществ.

В фототерапии применяют калорические (тепловые) и люминесцирующие искусственные источники света. Калорические источники (лампы накаливания) излучают инфракрасные и видимые лучи.

Лампа Минина представляет собой лампу накаливания с рефлектором, локализирующим излучение в необходимом направлении. Источником излучения служит лампа накаливания мощностью 20-60 Вт из бесцветного или синего стекла.

Светотепловая ванна представляет собой полуцилиндрический каркас, состоящий из двух половин, соединенных подвижно между собой. На внутренней поверхности каркаса, обращенной к пациенту, укреплены лампы накаливания мощностью 40 Вт. В таких ваннах на биологический объект действуют инфракрасное и видимое излучения, а также нагретый воздух, температура которого может достигать 70°C.

Лампа Соллюкс представляет собой мощную лампу накаливания, помещенную в специальный рефлектор на штативе. Источником излучения служит лампа накаливания мощностью 500 Вт (температура вольфрамовой нити 2800 °С, максимум излучения приходится на длину волны 2 мкм).

К люминесцирующим источникам (излучение обусловлено электрическими, химическими и другими процессами) относятся ртутно-кварцевые, люминесцентные эритемные и дуговые бактерицидные лампы.

Ультрафиолетовое облучение (местное или общее) применяют для компенсации ультрафиолетовой недостаточности организма, повышения его сопротивляемости к различным инфекциям (например, гриппу). Ультрафиолетовая терапия используется как болеутоляющее и противовоспалительное средство при заболеваниях суставов, периферической нервной (невриты, невралгии, радикулиты), мышечной (миозиты), дыхательной (бронхиты, плевриты) систем, при кожных, гинекологических заболеваниях, нарушениях обмена веществ, некоторых формах туберкулёза.

19.7. Поглощение света

Световая волна, проходя через вещество, возбуждает вынужденные колебания электронов, атомов, на что затрачивается часть ее энергии. Эта энергия волны переходит в другие виды энергии вещества. Такой процесс называется поглощением света. Бугером было установлено, что в каждом последующем слое одинаковой толщины поглощается одинаковая часть потока энергии падающей на него световой волны.

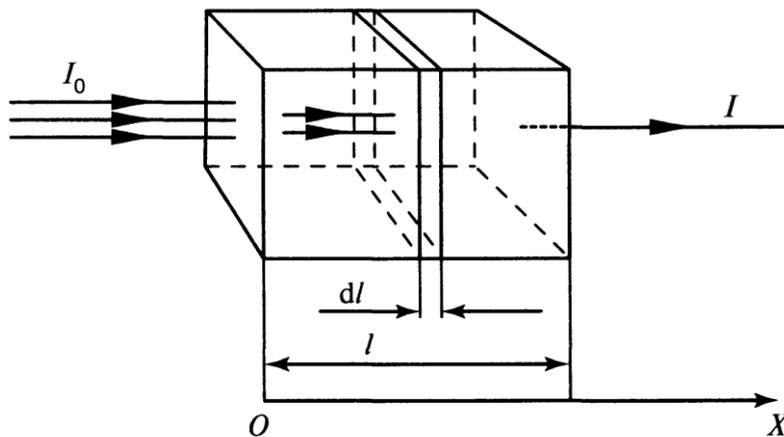


Рис. 19.5. Взаимодействие света с веществом

Рассмотрим слой вещества толщиной l , на который падает волна интенсивности I_0 . Выделим на расстоянии x от поверхности слой среды толщины dl (рис. 19.5). Убывание dI_l интенсивности I волны вследствие поглощения света этим слоем, по закону Бугера, пропорционально величине dl :

$$-dI_l = \alpha_\lambda \cdot I dl. \quad (19.14)$$

Преобразуем (19.14), разделяя переменные:

$$\frac{dI_l}{I} = -\alpha_\lambda \cdot dl. \quad (19.15)$$

Чтобы найти полное поглощение волны на толщине l необходимо решить дифференциальное уравнение первого порядка. Для этого обе час-

ти уравнения проинтегрируем

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\alpha_\lambda \int_0^l dl \quad \text{или} \quad \ln \frac{I}{I_0} = -\alpha_\lambda l. \quad (19.16)$$

Потенцируя по основанию натурального логарифма, получим

$$I = I_0 \cdot e^{-\alpha_\lambda l}. \quad (19.17)$$

Выражение (19.17) определяет интенсивность волны, прошедшей в веществе расстояние, равной l , с коэффициентом поглощения α_λ . Коэффициент α_λ характеризует поглощательную способность вещества. Он зависит от химической природы вещества, а также от длины волны света. Как видно из формулы (19.17), показатель поглощения α_λ – это величина, обратная расстоянию l , на котором интенсивность волны света уменьшается в $e = 2,718281828\dots$ раз.

Ослабление света при рассеянии также подчиняется закону Бугера. Формула, учитывающая как поглощение, так и рассеяние света, имеет вид:

$$I = I_0 e^{-(\alpha_\lambda + \delta)l}, \quad (19.18)$$

δ – показатель ослабления света вследствие рассеяния.

Бер показал, что поглощение монохроматического света окрашенными веществами (при условии, что растворитель не поглощает света данной длины волны и раствор имеет не высокую концентрацию) подчиняется закону Бугера. При этом показатель поглощения α_λ пропорционален концентрации C вещества в растворе (закон Бера):

$$\alpha_\lambda = \chi \cdot C,$$

где χ – показатель поглощения для раствора единичной концентрации.

Тогда формула закона Бугера-Бера принимает вид:

$$I = I_0 e^{-\chi C l}. \quad (19.19)$$

Отношение $\tau = I / I_0$ (19.20)

называется коэффициентом пропускания или прозрачностью раствора.

Величину $D = \lg \frac{I_0}{I} = \lg \tau$ (19.21)

называют относительной плотностью. Она удобна тем, что линейно связана с концентрацией вещества.

Используя десятичные логарифмы, формулу (19.19) закона Бугера-Бера можно представить в виде:

$$I = I_0 \cdot 10^{-\chi' C l}. \quad (19.22)$$

Здесь $\chi' = \chi / 2,3$. Из этой формулы следует, что оптическая плотность раствора

$$D = \chi'Cl. \quad (19.23)$$

Если два раствора одного и того же вещества $\chi'_1 = \chi'_2$ с концентрацией C_1 и C_2 при толщине слоев l_1 и l_2 поглощают свет одинаково, то, следовательно, их оптические плотности равны ($D_1 = D_2$), то есть

$$\chi'_1 C_1 l_1 = \chi'_2 C_2 l_2,$$

откуда
$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{l_2}{l_1}.$$

Таким образом, получили, что концентрации растворов обратно пропорционально толщине слоев. На этом основан метод определения концентрации вещества в растворе, называемый концентрационной колориметрией.

Контрольные вопросы

- Что называют тепловым излучением тел? Каким телам присуще такое излучение?
- Дайте определение таких физических характеристик, как поток излучения, энергетическая светимость, спектральная плотность энергетической светимости и коэффициент поглощения.
- Дайте определение черного тела и объясните, что является моделью этого тела. Какие тела называют серыми?
- Сформулируйте закон Кирхгофа.
- Попытайтесь объяснить с позиций атомной физики закон Кирхгофа.
- Проанализируйте формулу Планка. Какая гипотеза была выдвинута Планком для вывода этой формулы?
- Изобразите на графике спектр излучения черного тела для нескольких различных температур.
- Сформулируйте закон Стефана–Больцмана.
- Сформулируйте закон смещения Вина.
- Чем различаются спектры излучения Солнца, полученные за пределами земной атмосферы и на поверхности Земли?
- Объясните, как происходит теплообмен организма с окружающей средой?
- Каково действие световой энергии на организм человека? В чем суть светолечения?
- Что называют термографией?
- Покажите вывод формулы, выражающей закон Бугера.

Задачи для самостоятельного решения

19.1. Спектральная плотность энергетической светимости черного тела в некотором интервале длин волн равна $\varepsilon_l = 3 \cdot 10^4 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{нм})$. Определите соответствующую спектральную плотность энергетической светимости серого тела, имеющего ту же температуру и коэффициент поглощения $\alpha = 0,8$. {24 кВт/м² · нм}

19.2. Энергетические светимости черного и серого тел одинаковы и равны $R_e = 500 \text{ Вт}/\text{м}^2$. Найдите температуры этих тел. Коэффициент поглощения серого тела $\alpha = 0,5$. {306 К; 352 К}

19.3. Определите энергию, излучаемую через смотровое окошко печи в течение $t = 1$ мин. Температура печи $T = 1500 \text{ К}$, площадь смотрового окошка $S = 10 \text{ см}^2$. Считать, что печь излучает как черное тело. {17,2 кДж}

19.4. Рассчитать мощность тепловых потерь раздетого человека при температуре окружающей среды $t_c = 27 \text{ }^\circ\text{С}$. Температура поверхности кожи $t_k = 34 \text{ }^\circ\text{С}$. Площадь поверхности тела среднего человека равна $1,8 \text{ м}^2$. {72 Вт}

19.5. Определить, во сколько раз отличаются энергетические светимости участков поверхности тела человека, имеющих температуры 34 и $33 \text{ }^\circ\text{С}$ соответственно? {В 1,013 раза}

19.6. При диагностике методом термографии опухоли молочной железы пациентке дают выпить раствор глюкозы. Через некоторое время регистрируют тепловое излучение поверхности тела. Клетки опухолевой ткани интенсивно поглощают глюкозу, в результате чего их теплопродукция возрастает. На сколько градусов при этом меняется температура участка кожи над опухолью, если излучение с поверхности возрастает на 1 % (в 1,01 раза)? Начальная температура участка тела равна $37 \text{ }^\circ\text{С}$. { $\Delta T = 0,77 \text{ К}$ }

19.7. На какую длину волны приходится максимум излучения человеческого тела, если средняя температура его поверхности равна $36 \text{ }^\circ\text{С}$? {9,35 мкм}

19.8. Испускательная способность некоторого источника максимальна на длине волны $1,8 \text{ мкм}$. Какова температура источника? { $T = 1600 \text{ К}$ }

19.9. На сколько градусов увеличилась температура тела человека, если поток излучения с поверхности тела возрос на 4 %? Начальная температура тела равна $35 \text{ }^\circ\text{С}$. { $\Delta T = 3 \text{ }^\circ\text{С}$ }

19.10. В комнате стоят два одинаковых чайника, содержащие равные массы воды при $90 \text{ }^\circ\text{С}$. Один из них никелированный, а другой темный. Какой из чайников быстрее остынет? Почему?

Лекция 20

ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

20.1. Волновые свойства частиц. Волна де Бройля

Важным этапом в создании квантовой механики явилось установление волновых свойств микрочастиц. Гипотеза о волновых свойствах частиц была высказана французским физиком Луи де Бройлем (1924). До этого господствовала теория, согласно которой свет есть электромагнитная волна. Однако после работ Планка (тепловое излучение), Эйнштейна (фотоэффект) и других стало очевидным, что *свет обладает корпускулярными свойствами*.

Чтобы объяснить некоторые физические явления, необходимо рассматривать свет как поток частиц – фотонов. Корпускулярные свойства света не отвергают, а дополняют его волновые свойства. Итак, *фотон – элементарная частица, движущаяся со скоростью света, обладающая волновыми свойствами и имеющая энергию $\varepsilon = h\nu$, где ν – частота световой волны*.

Логично считать, что и другие частицы – электроны, нейтроны – также обладают волновыми свойствами.

Выражение для импульса фотона p_f получается из известной формулы Эйнштейна $\varepsilon = mc^2$, соотношений $\varepsilon = h\nu$ и $p_f = mc$:

$$p_f = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \quad (20.1)$$

где c – скорость света в вакууме, λ – длина световой волны.

Эта формула была использована де Бройлем и для других микрочастиц массой m , движущихся со скоростью v : $p = mv = \frac{h}{\lambda}$, откуда

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}. \quad (20.2)$$

Де Бройль считал, что движение частицы описывается волновым процессом с характеристической длиной волны λ в соответствии с формулой (20.2). Эти волны называют *волнами де Бройля*.

Гипотеза де Бройля была столь необычной, что многие крупные физики-современники не придали ей какого-либо значения. Несколькими годами позже эта гипотеза получила экспериментальное подтверждение: была обнаружена дифракция электронов.

20.2. Дифракция электронов

Найдем зависимость длины волны электрона от ускоряющего напряжения U электрического поля, в котором он движется. Изменение кинетической энергии электрона равно работе сил поля:

$$\Delta E = A, \text{ или } \frac{mv^2}{2} = eU. \quad (20.3)$$

Выразим отсюда скорость v и, подставив ее в (20.2), получим

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}. \quad (20.4)$$

Из последнего выражения можно определить, что для получения пучка электронов с достаточной энергией, которые можно зафиксировать на экране осциллографа, необходимо ускоряющее напряжение порядка 1 кВ.

Волновые свойства электронов были обнаружены экспериментально в 1927 г. английскими физиками К. Девиссоном, Л. Джермером и независимо Д. Томсоном и российским физиком П. Тартаковским в опытах по дифракции электронов.

На рисунке 20.1 представлена схема экспериментальной установки Девиссона и Джермера для исследования отражения пучка электронов от поверхности монокристалла. Пучок электронов 2, испускаемый электронной пушкой 1, рассеивается на кристалле 3. Число отраженных в данном направлении электронов регистрируется прибором 4. Изменяя положение кристалла и приемного устройства, можно исследовать зависимость интенсивности отраженного пучка от угла падения. На рисунке 20.2 представлены результаты одного из опытов. Если провести через начало координат прямую под некоторым углом φ к поверхности кристалла, то длина отрезка от начала координат до пересечения графика с этой прямой даст значение интенсивности электронного потока, отраженного от кристалла при падении под данным углом. Наличие максимумов и минимумов интенсивности при изменении угла падения получает качественное и количественное объяснение, если рассматривать кристалл как дифракционную решетку.

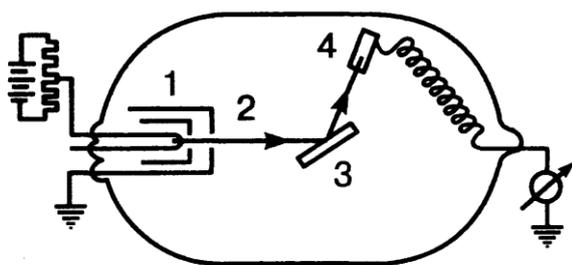


Рис. 20.1. Схема экспериментальной установки Девиссона и Джермера

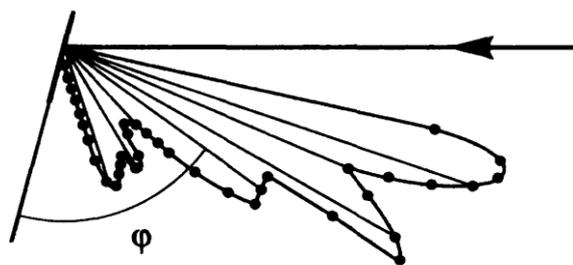


Рис. 20.2. Дифракция рентгеновских лучей

Схема опыта Д. Томсона по наблюдению дифракции электронов при их прохождении сквозь тонкий листок золота представлена на рисунке 20.3. На фотопластинке за листком золота вокруг центрального пятна обнаруживаются чередующиеся светлые и темные кольца (рис. 20.4). Радиусы центрального пятна и колец изменяются с изменением скорости электронов и соответствуют результатам расчета дифракции волн де Бройля в кристалле.

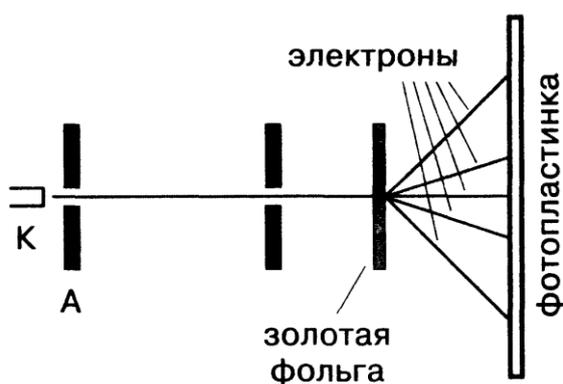


Рис. 20.3. Схема опыта Д. Томсона

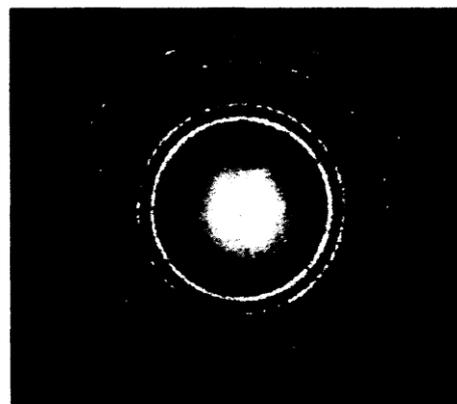


Рис. 20.4. Дифракционный спектр рентгеновских лучей

Волновыми свойствами, согласно представлениям де Бройля, должны обладать любые материальные объекты. Но почему же эти свойства не обнаруживаются в опытах с макроскопическими телами? Для ответа на этот вопрос вычислим дебройлевскую длину волны тела массой 1 г, движущегося со скоростью 0,5 м/с:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{10^{-3} \cdot 0,5} \approx 10^{-30} \text{ м.}$$

Значение длины волны получилось на 20 порядков меньше размеров атомов! Волновой эффект такой малости невозможно обнаружить. Вместе с тем в настоящее время экспериментально обнаружены волновые свойства не только электронов и других элементарных частиц, но атомов и молекул.

20.3. Соотношения неопределенностей

Одним из важных положений квантовой механики являются соотношения неопределенностей, предложенные В. Гейзенбергом. Существуют различные пары физических величин (называемые *канонически сопряженными переменными*), которые могут быть одновременно определены лишь с ограниченной точностью.

Пусть одновременно измеряют положение и импульс частицы, при этом неопределенности в измерении координаты и проекции импульса на

эту координатную ось, например x , равны соответственно Δx и Δp_x .

В классической физике нет каких-либо ограничений, запрещающих с любой степенью точности одновременно измерить как одну, так и другую величину, т. е. $\Delta x \rightarrow 0$ и $\Delta p_x \rightarrow 0$.

В квантовой механике положение принципиально иное: Δx и Δp_x соответствующие одновременному определению x и p_x , связаны зависимостью

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{h}{2\pi}. \quad (20.5)$$

Таким образом, *чем точнее определена координата x , тем менее точно определена соответствующая проекция импульса p_x* , и наоборот. Аналогично для y и z :

$$\Delta y \Delta p_y \geq \frac{h}{2\pi}; \quad \Delta z \Delta p_z \geq \frac{h}{2\pi}. \quad (20.6)$$

Формулы (20.5), (20.6) называют *соотношениями неопределенностей для координат и импульсов*. Вычисления, проделанные для электрона, показывают, что его локализация внутри атомного ядра невозможна, так как в этом случае неопределенность его скорости должна превысить величину скорости света. Действительно, если $\Delta x \approx 10^{-14}$ м (размер ядра атома), то из (20.5) следует, что величина Δp_x должна превысить

$$\frac{h}{2\pi \Delta x} = 1,06 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}/(\text{м} \cdot \text{с}),$$

следовательно, неопределенность скорости (Δv) электрона

$$\Delta v \geq \frac{\Delta p_x}{m_e} = \frac{1,06 \cdot 10^{-20}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 1,16 \cdot 10^{10} \text{ м/с}, \text{ тогда как скорость света равна } 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

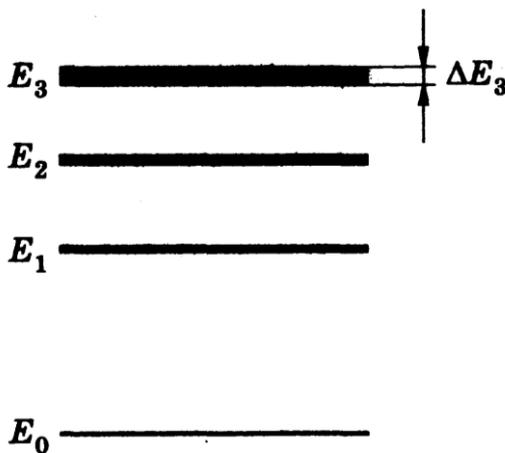


Рис. 20.5. Энергетическая диаграмма состояний

Еще одной парой канонически сопряженных переменных являются энергия частицы E и время t . Соотношение неопределенностей для этих переменных имеет вид

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}, \quad (20.7)$$

где ΔE – неопределенность энергии некоторого состояния системы; Δt – время его существования.

Соотношение (20.7) означает, что чем короче время существования какого-либо состояния системы, тем больше неопределенность значения энергии этого состояния. Энергетические уровни (дискретные значения энергии) E_1 , E_2 и т. д. имеют некоторую ширину (рис. 20.5), зависящую от времени пребывания (времени жизни)

системы в состояниях, соответствующих этим уровням энергии. «Размытость» уровней приводит к неопределенности энергии излучаемого фотона (ΔE) и его частоты ($\Delta \nu$) при переходе системы с одного энергетического уровня на другой:

$$\Delta E = \Delta(h\nu) = h\Delta\nu. \quad (20.8)$$

Экспериментально это проявляется в уширении спектральных линий.

20.4. Основные положения квантовой механики

Квантовая механика представляет собой теорию, устанавливающую законы движения и взаимодействия микрочастиц (нуклонов) и фотонов с учетом их двойственных корпускулярно-волновых свойств.

В классической физике положения в пространстве микрочастиц определяется ее координатами и временем, а состояние движения – скоростью. Зная исходные координаты и скорость, можно найти траекторию движения и конечное положение частиц. Это хорошо работает для макротел, движущихся с малыми скоростями $v \ll c$.

Основным положением квантовой механики является невозможность точной локализации частицы в той или иной точке пространства. Это также невозможно сделать по отношению к волне. В связи с этим понятия «координаты» и «траектории» в квантовой механике не имеют смысла, но в ней сохраняются понятия «масса», «импульс» и «момент количества движения».

Состояние движения микрочастиц в квантовой механике описываются некоторой волновой функцией (Ψ -функция). Эта функция не определяет положение частицы в пространстве или ее траекторию движения, но дает возможность определить вероятность, с которой частица может быть обнаружена в различных точках заданного пространства. Уравнения, определяющие волновую функцию в общем виде (волновое уравнение), было составлено Шрёдингером.

Ограничимся рассмотрением волнового уравнения для простейшего случая – свободно, равномерно и прямолинейно движущейся частицы вдоль оси x . В этом случае волна де Бройля является плоской монохроматической волной, а дифференциальное уравнение бегущей волны дает следующее решение:

$$S = A \sin 2\pi \left(\nu t - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (20.9)$$

Применительно к Ψ -функции с учетом величин, характеризующих движущуюся частицу (энергия E и импульс P , а также известных соотношений $\lambda = h/p$ и $\nu = E/h$), уравнение (20.9) можно представить в виде:

$$\Psi = \Psi_0 \sin \frac{2\pi}{h} (Et - px), \quad (20.10)$$

где Ψ – мгновенное значение функции, Ψ_0 – амплитудное значение функции.

Такой вид имеет функция для случая свободного движения частицы. Представим это уравнение в дифференциальной форме, для чего дифференцируем его дважды по x :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -\frac{4\pi^2}{h^2} \cdot p^2 \Psi_0 \sin \frac{2\pi}{h} (Et - px) = -\frac{4\pi^2 p^2}{h^2} \Psi. \quad (20.11)$$

Отсюда получаем:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{4\pi^2 p^2}{h^2} \Psi = 0. \quad (20.12)$$

В данном случае энергия частицы является кинетической, поэтому

$$E = E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} \quad \Rightarrow \quad p^2 = 2mE_k.$$

Подставим в (20.12), получим:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} E_k \Psi = 0. \quad (20.13)$$

Если частица движется в силовом поле, то ее полная энергия E состоит из потенциальной U и кинетической E_k . Тогда ее кинетическая энергия равна $E_k = E - U$, а уравнение движения примет вид:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U) \Psi = 0. \quad (20.14)$$

В таком виде уравнение было представлено Шрёдингером. Оно описывает только стационарные режимы (движение электрона на стационарной орбите в атоме).

Важнейшим положением квантовой механики является утверждение о том, что вероятность η нахождения частицы в заданном объеме ΔV пропорциональна квадрату амплитуды Ψ^2 волновой функции, описывающей состояние движения частицы:

$$\eta = \Psi^2 \Delta V.$$

Перенося эти рассуждения на движения микрочастиц (прямолинейное, равномерное движение электрона), можно сказать, что вероятность нахождения электрона в данной точке пространства пропорциональна квадрату амплитуды его волнового поля.

Таким образом, рассматривая корпускулярные и волновые свойства микрообъектов, надо учитывать, что волновые свойства проявляются преимущественно в процессах распространения (движения) микрообъектов, корпускулярные – при их взаимодействии с веществом. Если попытаться представить свойства микрочастиц, используя обычные понятия квантовой физики, то можно сказать, что электрон при движении размазывается в пространстве как некоторый волновой процесс и собирается в материальную точку при взаимодействии с веществом.

Контрольные вопросы

- Что такое фотон? Какими он обладает свойствами?
- В чем суть гипотезы де Бройля?
- Объясните эксперименты по дифракции электронов?
- Сформулируйте основные положения соотношения неопределенностей.
- Запишите аналитические выражения канонически сопряженных переменных.
- Сформулируйте основные положения квантовой механики.
- Запишите уравнение Шредингера для случая равномерного и прямолинейного движения частицы.
- Каков физический смысл решения уравнения Шредингера?

Задачи для самостоятельного решения

20.1 Электрон разогнали в электрическом поле при напряжении 30 В. Найдите длину волны де Бройля этого электрона. $\{ 2,2 \cdot 10^{-10} \text{ м} \}$

20.2. Определите длину волны де Бройля для атомов водорода при температуре 10^3 К . $\{ \approx 8,0 \cdot 10^{-11} \text{ м} \}$

20.3. С какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы соответствующая ему волна де Бройля имела длину, равную: а) длине волны света зеленого цвета ($\lambda_1 = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$); б) длине волны рентгеновского излучения ($\lambda_2 = 1,2 \cdot 10^{-11} \text{ м}$)? Какие разности потенциалов электрического поля необходимо приложить, чтобы разогнать электрон до таких скоростей? $\{ 1) v_1 \approx 1,32 \cdot 10^3 \text{ м/с}, \Delta\varphi_1 \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ В}; 2) v_2 \approx 6 \cdot 10^7 \text{ м/с}, \Delta\varphi_2 \approx 10^4 \text{ м/с} \}$

20.4. Найдите длину волны де Бройля для электрона, получившего ускорение в электрическом поле напряжением 10 кВ. $\{ \lambda \approx 1,23 \cdot 10^{-11} \text{ м} \}$

20.5. Сравните длины волн де Бройля для электрона и шарика массой $m = 1$ г, если их скорости одинаковы и равны $v = 100$ м/с. { $\lambda_1 = 7,27 \cdot 10^{-6}$ м, $\lambda_2 = 6,63 \cdot 10^{-33}$ м }

20.6. Проекция скорости электрона на некоторое направление может быть найдена с неопределенностью $\Delta v = 10$ м/с. Какова неопределенность Δx соответствующей координаты электрона? { $\Delta x > 1,15 \cdot 10^{-5}$ м }

20.7. Длительность возбужденного состояния атома водорода соответствует примерно $\Delta t = 10^{-8}$ с. Какова будет неопределенность энергии ΔE возбужденного состояния водорода? { $6,55 \cdot 10^{-5}$ м }

20.8. Определите, как изменится ширина линии в спектре испускания атома ртути ($\lambda = 254$ нм) при уменьшении длительности возбужденного состояния атома от 10^{-8} с до 10^{-10} с. { Увеличится на $3,37 \cdot 10^{-15}$ м }

20.9. Минимальная энергия светового импульса зеленого света ($\lambda = 500$ нм), обнаруживаемого глазом человека, составляет $2 \cdot 10^{-17}$ Дж на поверхности роговицы глаза. Определите, сколько фотонов зеленого света создают такой импульс. { Около 50 фотонов }

Лекция 22

РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

22.1. Основные понятия

В 1895 г. немецкий физик Рентген, проводя опыты по прохождению тока между двумя электродами в вакууме, обнаружил, что экран, покрытый люминесцентным веществом (солью бария), светится, хотя разрядная трубка закрыта черным картонным экраном – так было открыто излучение, проникающее через непрозрачные преграды, названное Рентгеном X-лучами.

Было обнаружено, что рентгеновское излучение, невидимое для человека, поглощается в непрозрачных объектах тем сильнее, чем больше атомный номер (плотность) преграды, поэтому рентгеновские лучи легко проходят через мягкие ткани человеческого тела, но задерживаются костями скелета.

Немецкий физик Лауэ предположил, что рентгеновские лучи являются таким же электромагнитным излучением, как лучи видимого света, но с меньшей длиной волны, и к ним применимы все законы оптики, в том числе возможна дифракция.

В дальнейшем было установлено, что рентгеновское излучение – электромагнитные волны с длиной волны от 100 до 10^{-3} нм. На шкале электромагнитных волн рентгеновское излучение занимает область между ультрафиолетовым излучением и γ -излучением.

22.2. Источники рентгеновского излучения

Естественными источниками рентгеновского излучения являются некоторые радиоактивные изотопы. Искусственным источником рентгеновских лучей является рентгеновская трубка, в которой есть два электрода – катод и анод. При нагреве катода происходит электронная эмиссия. Электроны, вылетающие из катода, ускоряются электрическим полем $U = 1-500$ кВ и ударяются о поверхность анода (рис. 22.1).

Когда электрон вылетает из катода, электрическое поле заставляет его лететь по направлению к аноду, при этом скорость его непрерывно возрастает, электрон несет магнитное поле, напряженность которого растет с ростом скорости электрона. Достигая поверхности анода, электрон резко тормозится, при этом уменьшается магнитная индукция и, в соответствии с теорией Максвелла, появляется электромагнитная волна в определенном интервале (*тормозное излучение*).

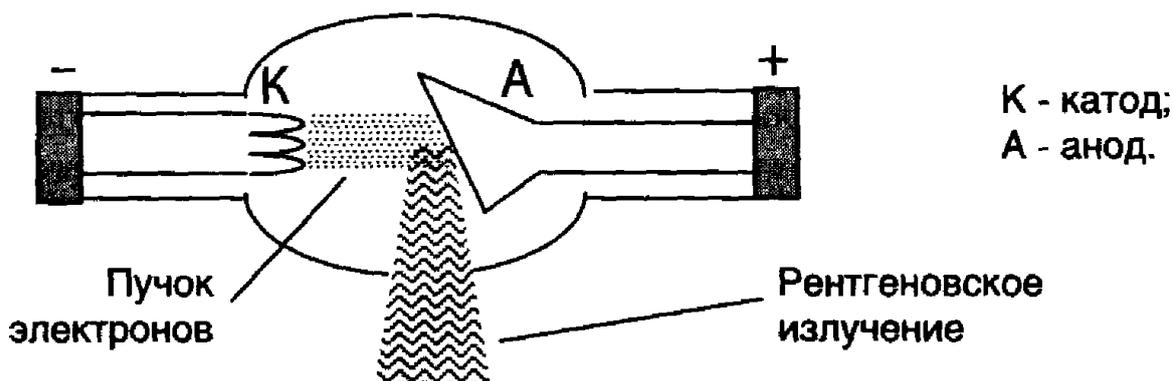


Рис. 22.1. Схема рентгеновской трубки

Кинетическая энергия электрона частично передается веществу анода и идет на его нагревание ΔQ , а частично расходуется на создание рентгеновского кванта:

$$eU = \Delta Q + h\nu. \quad (22.1)$$

Распределение между ΔQ и $h\nu$ носит случайный характер. В силу последнего свойства кванты, порожденные различными электронами, имеют различные частоты и длины волн. Поэтому спектр тормозного рентгеновского излучения является сплошным. Типичный вид спектральной плотности потока рентгеновского излучения показан на рисунке 22.2.

Распределение интенсивности излучения по длинам волн зависит от материала анода рентгеновской трубки и приложенного напряжения, при этом со стороны коротких волн эта кривая начинается с некоторой пороговой минимальной длины волны, зависящей от приложенного напряжения.

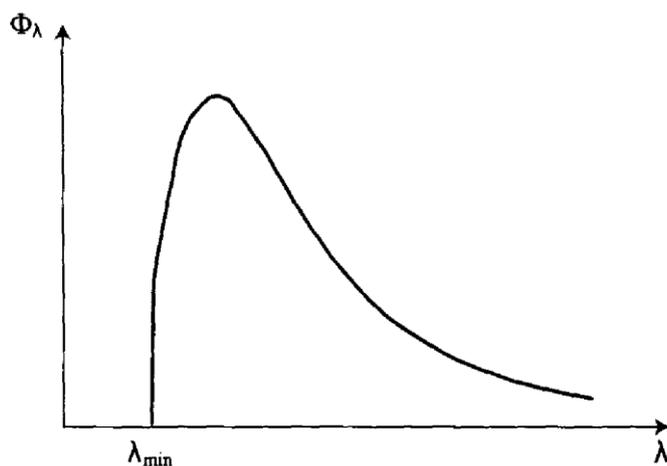


Рис. 22.2. Типичный спектр рентгеновской трубки

Совокупность лучей со всеми возможными длинами волн образует непрерывный спектр, и длина волны, соответствующая максимальной интенсивности, в 1,5 раза превышает минимальную длину волны.

Расчеты показывают, что поток (Φ) тормозного рентгеновского излучения прямо пропорционален квадрату напряжения U между анодом и катодом, силе тока I в трубке и атомному номеру Z вещества анода:

$$\Phi = kZU^2 I. \quad (22.2)$$

22.3. Характеристическое рентгеновское излучение. Закон Мозли

Увеличивая ускоряющее напряжение между катодом и анодом рентгеновской трубки, можно заметить на фоне сплошного спектра появление отдельных линий линейчатого спектра, который соответствует *характеристическому* рентгеновскому излучению.

Это объясняется тем, что энергия бомбардирующих анод электронов и первичных квантов излучения становится достаточной для вырывания электронов из внутренних оболочек атомов вещества анода либо выбивания электронов с одних энергетических уровней и перехода их на другие. Возникает метастабильное состояние, и для перехода к стабильному состоянию необходим перескок электронов в обратном направлении. Этот скачок сопровождается выделением кванта энергии и возникновением рентгеновского излучения. В отличие от рентгеновских лучей с непрерывным спектром, у этого излучения очень узкий интервал длин волн и высокая интенсивность (*характеристическое излучение*).

Образовавшиеся при этом вакантные места заполняются электронами с верхних оболочек, в результате чего на фоне тормозного излучения появляются резкие линии излучения. Частоты этих линий зависят от природы вещества анода, поэтому их и называли *характеристическими*.

Состояние атома с вакансией во внутренней оболочке неустойчиво. Электрон одной из внешних оболочек может заполнить эту вакансию, и атом при этом испускает избыток энергии в виде фотона характеристического излучения:

$$\nu_{nm} = \frac{W_n - W_m}{h}.$$

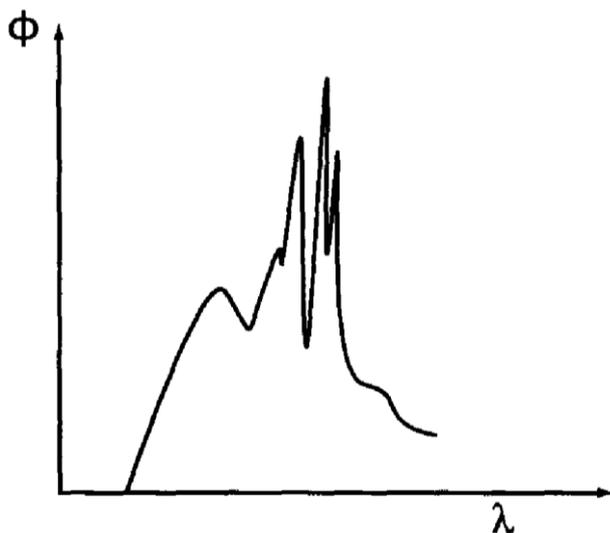


Рис. 22.3. Спектр рентгеновской трубки в случае характеристического излучения

Полный спектр рентгеновской трубки представляет собой наложение характеристического спектра на спектр тормозного излучения (рис. 22.3).

Английский физик Генри Мозли в 1913 г. установил *закон*, названный его именем (*закон Мозли*), связывающий частоты линий рентгеновского спектра с атомным номером испускающего их элемента Z :

$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{n} \right),$$

где $k = 3, 4, 5, \dots$; $n = k + 1, k + 2, k + 3, \dots$; $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ — постоянная Ридберга;

σ — постоянная, учитывающая экранирующую роль окружающих ядро электронов.

Закон Мозли позволил по измерению длин волн λ рентгеновских лучей **точно** установить атомный номер элемента. Он сыграл большую роль при размещении элементов в таблице Менделеева.

Вследствие высокой интенсивности и узкого интервала длин волн характеристическое рентгеновское излучение является основным типом излучения, используемым в научных исследованиях и медицинских целях.

22.4. Взаимодействие рентгеновского излучения с веществом

При распространении электромагнитных волн рентгеновского диапазона в веществе в зависимости от энергии кванта $h\nu$ наблюдаются два типа взаимодействия: рассеяние и фотоэффект.

1. Если энергия рентгеновского кванта недостаточна для внутренней ионизации атома (выбивания электрона с внутренних оболочек), то имеет место упругое взаимодействие. Оно характеризуется изменением направления движения кванта с сохранением первоначальной энергии. Такой тип рассеяния называют **упругим** или **когерентным**.

2. В случаях, когда энергия рентгеновского кванта намного больше энергии внутренней ионизации атома, выбивается электрон, приобретающий определенную кинетическую энергию, а излучаемый квант распространяется под некоторым углом относительно первоначального направления распространения. При этом длина волны рассеянных квантов больше длины волны падающего излучения. Рассеяние рентгеновского излучения с изменением волны называют **некогерентным**, а само явление – **эффектом Комптона**.

3. При **фотоэффекте** рентгеновское излучение поглощается атомом, в результате чего он ионизируется. Энергия поглощенного кванта затрачивается на работу выхода электрона и на его кинетическую энергию. Фотоэффект сопровождается характеристическим рентгеновским излучением, так как после выбивания внутренних электронов происходит заполнение вакантных мест электронами внешних оболочек. Это явление называют **флюоресценцией**.

Рентгеновские лучи, также как и обычный свет, способны напрямую засвечивать фотографическую эмульсию. Однако без флюоресцирующего слоя для этого требуется в 30-100 раз большая экспозиция (то есть доза). Преимуществом этого метода (известного под названием **безэкранная рентгенография**) является большая резкость изображения.

В полупроводниковых детекторах рентгеновские лучи производят пары электрон-дырка в *p-n*-переходе диода, включённого в запирающем направлении. При этом протекает небольшой ток, амплитуда которого пропорциональна энергии и интенсивности падающего рентгеновского из-

лучения. В импульсном режиме возможна регистрация отдельных рентгеновских фотонов и измерение их энергии.

Отдельные фотоны рентгеновского излучения могут быть также зарегистрированы при помощи газонаполненных детекторов ионизирующего излучения (счётчик Гейгера, пропорциональная камера и др.).

22.5. Медицинская рентгенодиагностика

Развитие техники рентгеновских исследований значительно сократило время экспозиции и улучшило качество изображений, позволяющих изучать даже мягкие ткани.

Флюорография. Этот метод диагностики заключается в фотографировании теневого изображения с просвечивающего экрана. Пациент находится между источником рентгеновского излучения и плоским экраном из люминофора (обычно иодида цезия), который под действием рентгеновского излучения светится. Биологические ткани той или иной степени плотности создают тени рентгеновского излучения, имеющие разную степень интенсивности. Врач-рентгенолог исследует теневое изображение на люминесцентном экране и ставит диагноз. В прошлом рентгенолог, анализируя изображение, полагался на зрение. Сейчас имеются разнообразные системы, усиливающие изображение, выводящие его на телевизионный экран или записывающие данные в память компьютера.

Рентгенография. Запись рентгеновского изображения непосредственно на фотопленке называется рентгенографией. В этом случае исследуемый орган располагается между источником рентгеновского излучения и фотопленкой, которая фиксирует информацию о состоянии органа в данный момент времени. Повторная рентгенография дает возможность судить о его дальнейшей эволюции. Рентгенография позволяет весьма точно исследовать целостность костных тканей, которые состоят в основном из кальция и непрозрачны для рентгеновского излучения, а также разрывы мышечных тканей. С ее помощью лучше, чем стетоскопом или прослушиванием, анализируется состояние легких при воспалении, туберкулезе или наличии жидкости. При помощи рентгенографии определяются размер и форма сердца, а также динамика его изменений у пациентов, страдающих сердечными заболеваниями.

Контрастные вещества. Прозрачные для рентгеновского излучения части тела и полости отдельных органов становятся видимыми, если их заполнить контрастным веществом, безвредным для организма, но позволяющим визуализировать форму внутренних органов и проверить их функционирование. Контрастные вещества пациент либо принимает внутрь (как, например, бариевые соли при исследовании желудочно-

кишечного тракта), либо они вводятся внутривенно (как, например, иодсодержащие растворы при исследовании почек и мочевыводящих путей). Однако в последние годы эти методы вытесняются методами диагностики, основанными на применении радиоактивных атомов и ультразвука.

Компьютерная томография. В 1970-х годах был развит новый метод рентгеновской диагностики, основанный на полной съемке тела или его частей. Изображения тонких слоев («срезов») обрабатываются компьютером, и окончательное изображение выводится на экран монитора. Такой метод называется **компьютерной рентгеновской томографией**. Он широко применяется в современной медицине для диагностики инфильтратов, опухолей и других нарушений мозга, а также для диагностики заболеваний мягких тканей внутри тела. Эта методика не требует введения инородных контрастных веществ и потому является быстрой и более эффективной, чем традиционные методики.

Рентгеновское излучение является ионизирующим. Оно воздействует на ткани живых организмов и может быть причиной лучевой болезни, лучевых ожогов и злокачественных опухолей. По причине этого при работе с рентгеновским излучением необходимо соблюдать меры защиты. Считается, что поражение прямо пропорционально поглощённой дозе излучения. Рентгеновское излучение является мутагенным фактором.

22.6. Биологическое действие рентгеновского излучения

Вредное биологическое действие рентгеновского излучения обнаружилось вскоре после его открытия Рентгеном. Оказалось, что новое излучение может вызвать что-то вроде сильного солнечного ожога (эритему), сопровождающегося, однако, более глубоким и стойким повреждением кожи. Появлявшиеся язвы нередко переходили в рак. Во многих случаях приходилось ампутировать пальцы или руки. Случались и летальные исходы. Было установлено, что поражения кожи можно избежать, уменьшив время и дозу облучения, применяя экранировку (например, свинец) и средства дистанционного управления. Но постепенно выявились и другие, более долговременные последствия рентгеновского облучения, которые были затем подтверждены и изучены на подопытных животных.

К эффектам, обусловленным действием рентгеновского излучения, а также других ионизирующих излучений (таких, как гамма-излучение, испускаемое радиоактивными материалами), относятся:

- 1) временные изменения в составе крови после относительно небольшого избыточного облучения;
- 2) необратимые изменения в составе крови (гемолитическая анемия) после длительного избыточного облучения;

- 3) рост заболеваемости раком (включая лейкемию);
- 4) более быстрое старение и ранняя смерть;
- 5) возникновение катаракт.

Биологические эксперименты на мышах, кроликах и мушках (дрозофилах) показали, что даже малые дозы систематического облучения больших популяций вследствие увеличения темпа мутации приводят к вредным генетическим эффектам. Большинство генетиков признает применимость этих данных и к человеческому организму. Что же касается биологического воздействия рентгеновского излучения на человеческий организм, то оно определяется уровнем дозы облучения, а также тем, какой именно орган тела подвергался облучению. Так, например, заболевания крови вызываются облучением кроветворных органов, главным образом костного мозга, а генетические последствия – облучением половых органов, могущим привести также и к стерильности.

Накопление знаний о воздействии рентгеновского излучения на организм человека привело к разработке национальных и международных стандартов на допустимые дозы облучения, опубликованных в различных справочных изданиях. Кроме рентгеновского излучения, которое целенаправленно используется человеком, имеется и так называемое рассеянное, побочное излучение, возникающее по разным причинам, например, вследствие рассеяния из-за несовершенства свинцового защитного экрана, который это излучение не поглощает полностью. Кроме того, многие электрические приборы, не предназначенные для получения рентгеновского излучения, тем не менее генерируют его как побочный продукт. К таким приборам относятся электронные микроскопы, высоковольтные выпрямительные лампы (кенотроны), а также кинескопы устаревших цветных телевизоров. Производство современных цветных кинескопов во многих странах находится сейчас под правительственным контролем.

22.7. Рентгенотерапия

Рентгенотерапия – это метод лечения различных заболеваний с использованием рентгеновского излучения. Генератором рентгеновских лучей служит специальная рентгеновская трубка с радиоактивным веществом. В основном рентгенотерапия применяется для лечения онкологических заболеваний. Такое лечение основано на том, что ионизирующая радиация обладает способностью губительно воздействовать на клетки, вызывая различные несовместимые с жизнеспособностью клеток мутации, при этом, чем активнее происходят процессы размножения и роста, тем сильнее и разрушительнее воздействие излучения.

Известно, что клетки злокачественной опухоли отличаются активным ростом и размножением, вытесняя из соответствующего органа нор-

мальные клетки. Однако, в отличие от здоровых тканей, опухолевые структуры не способны к выполнению функций этого органа, они могут лишь расти и размножаться. Именно поэтому раковые клетки являются идеальной мишенью для рентгеновских лучей. Однако быстрым ростом и размножением отличаются не только злокачественные опухолевые образования, но и ряд нормальных структур организма: кроветворные клетки в губчатом веществе костей, половые клетки, структуры иммунной системы, некоторые эндокринные железы и др. Поэтому при лучевой терапии повреждаются не только ткани злокачественной опухоли, но и клетки, которые не только вполне нормальны, но даже необходимы для полноценного функционирования всего организма в целом. В результате у пациента развиваются симптомы, характерные для так называемой лучевой болезни: рвота, тошнота, ухудшение гематологических показателей (т. е. состава крови). Также характерно выпадение волос, в том числе ресниц, ослабление иммунитета, общая слабость, повышенная утомляемость. Кроме того, на участке рентгеновского воздействия могут образоваться ожоги, язвы и подкожные кровоизлияния из-за повышения ломкости сосудистой стенки.

В зависимости от степени и глубины воздействия лечение рентгеновскими лучами имеет свою классификацию. Так, рентгенотерапия бывает поверхностной или глубокой, а также местной (действие на определённый орган или его участок) или тотальной (общее воздействие на весь организм). Более безопасным по отношению к окружающим здоровым тканям является поверхностное воздействие на опухоль. Однако к такой рентгенотерапии можно прибегнуть лишь тогда, когда существует возможность непосредственного доступа к злокачественному новообразованию, т. е. при близком её расположении к поверхности тела или в ходе операции при обнажении поражённого раком органа. Чтобы максимально обезопасить здоровые клетки от ненужного воздействия радиации, лечащий врач проводит тщательное обследование больного для определения точной локализации злокачественной опухоли.

Рентгенотерапия, хоть и является достаточно эффективным методом борьбы с раковыми образованиями, особенно на начальной стадии их развития, не может использоваться в качестве монотерапии, т. е. должна применяться в комплексе с другими лечебными мероприятиями. Так, эффект от рентгеновского лечения значительно повышается при совместном применении с химиопрепаратами. Нередко с целью профилактики раковых рецидивов курс рентгенотерапии назначается пациентам, у которых опухоль была удалена оперативным путём.

Рентгенотерапия позволяет избавляться не только от злокачественных, но также и от некоторых доброкачественных образований, например, от бородавок. Для этого достаточно использовать гораздо меньшие дозы излучения.

Следует отметить, что рентгенотерапия используется не только для лечения опухолей, но и для терапии других заболеваний. Такой метод лечения патологии неопухолевого происхождения используется при неэффективности других методов. Чаще всего пациентами в таких случаях становятся люди пенсионного возраста, которым ввиду противопоказаний для применения различных терапевтических процедур назначают курс рентгенотерапии. К преимуществам такого способа лечения относятся минимум противопоказаний, а также противовоспалительный, антиаллергический и обезболивающий эффекты. Кроме того, для лечения неопухолевых заболеваний достаточно низких доз облучения, поэтому характерные «лучевые» побочные последствия у таких пациентов наблюдаются редко.

Контрольные вопросы

- Что понимают под рентгеновским излучением?
- Какие известны источники рентгеновского излучения? Объясните, почему экран телевизора может быть источником рентгеновского излучения.
- Объясните принцип работы рентгеновской трубки. На какие параметры рентгеновского излучения влияют напряжение и ток накала в рентгеновской трубке?
- Объясните механизмы возникновения тормозного и характеристического рентгеновского излучений.
- Почему спектр тормозного рентгеновского излучения непрерывный, а характеристического – линейчатый?
- Объясните, при каких условиях возникают когерентное и некогерентное рассеяние, а также фотоэффект.
- Сформулируйте и объясните закон Мозли.
- Какие известны взаимодействия рентгеновского излучения с веществом?
- Расскажите об основных методах медицинской рентгенодиагностики.
- Какое действие оказывает рентгеновское излучение на биологические объекты
- Расскажите о методах рентгенотерапии.

Задачи для самостоятельного решения

22.1. Найдите коротковолновую границу тормозного рентгеновского излучения (частоту, длину волны и энергию фотонов) при напряжении в рентгеновской трубке: а) 2 кВ; б) 20 кВ. {а) $5 \cdot 10^{17}$ Гц; $6 \cdot 10^{-10}$ м; $3,3 \cdot 10^{-16}$ Дж; б) $5 \cdot 10^{18}$ Гц; $0,6 \cdot 10^{-10}$ м; $3,3 \cdot 10^{-15}$ Дж}

22.2. Найдите напряжение в рентгеновской трубке, если коротковолновая граница тормозного рентгеновского излучения расположена: а) около 10^{-10} м; б) около $5 \cdot 10^{-10}$ м. {а) 12,3 кВ; б) 2,46 кВ}

22.3. Теневая проекция при рентгеноскопии недостаточно контрастна. Каким способом можно улучшить качество изображения: за счет изменения напряжения или тока накала? В какую сторону нужно изменять выбранный параметр: увеличения или уменьшения? {Увеличения}

22.4. В каком случае произойдет большее увеличение потока рентгеновского излучения: при увеличении вдвое силы тока, но сохранении напряжения, или, наоборот, при увеличении вдвое напряжения, но сохранении силы тока? Как можно увеличить силу тока, не изменяя напряжения в рентгеновской трубке? {При увеличении напряжения; уменьшить балластное сопротивление трубки}

22.5. Найдите поток рентгеновского излучения при $U = 10$ кВ, $I = 1$ мА. Анод изготовлен из вольфрама. Скольким фотонам в секунду соответствует этот поток, если допустить, что излучается электромагнитная волна, длина волны которой равна $\frac{3}{2}$ от длины волны, соответствующей границе тормозного рентгеновского излучения? {7,4 мВт; $6,9 \cdot 10^{12}$ фотонов/с}

22.6. Во сколько раз изменится поток рентгеновского излучения, если вольфрамовый анод в рентгеновской трубке заменить на анод, сделанный из алюминия или из плутония? {Уменьшится в 5,7 раза; увеличится в 1,3 раза}

22.7. Для рентгенодиагностики мягких тканей применяют контрастные вещества. Например, желудок и кишечник заполняют кашеобразной массой сульфата бария $BaSO_4$. Сравните массовые коэффициенты ослабления сульфата бария и мягких тканей (воды). {Массовый коэффициент ослабления больше в 354 раза у сульфата бария}

22.8. Сравните массовые коэффициенты ослабления рентгеновского излучения аминокислотой глицином NH_2CH_2COOH и углеводом $CH_2OH(CHOH)_4COH$. {Различаются в 2,4 раза}

22.9. При некогерентном рассеянии под углом 90° происходит уменьшение длины волны излучения на величину $\Delta\lambda$. Определите соотношение $\Delta\lambda / \lambda$, если $\lambda = 10^{-5}$ нм. {245}

Лекция 23

ФИЗИКА АТОМОВ И МОЛЕКУЛ

23.1. Доказательства сложной структуры атомов

Первые экспериментальные результаты, из которых можно было сделать вывод о существовании внутри атомов электрических зарядов, были получены Майклом Фарадеем в 1833 г. при изучении электролиза. Фарадей установил, что электрический ток в растворе электролита – это упорядоченное движение ионов; на один ион любого одновалентного химического элемента в среднем приходится одинаковый электрический заряд. Минимальный заряд иона назвали *элементарным электрическим зарядом*, его приближенное значение $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл.

В опытах Фарадея не измерялись заряды отдельных ионов, поэтому утверждение о существовании внутри атомов положительных и отрицательных элементарных электрических зарядов долгое время оставалось только гипотезой.

В 1897 г. английский физик Джозеф Джон Томсон выполнил ряд экспериментов по изучению электрического разряда в разреженных газах, термоэлектронной эмиссии и фотоэффекта. В результате этих опытов он установил, что при пропускании электрического тока через газы, при нагревании вещества и при его освещении ультрафиолетовым светом из атомов любого химического элемента вырываются совершенно одинаковые отрицательно заряженные частицы. Эти частицы позже были названы *электронами*.

Электрический заряд отдельных электронов впервые измерил американский физик Роберт Милликен в 1909 г. Заряд у всех электронов оказался равным по модулю значению элементарного заряда, полученному в опытах по электролизу. Масса электрона оказалась примерно в 2000 раз меньше массы атома самого легкого из веществ – атома водорода. Она равна примерно $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг. Открытие электрона и обнаружение электронов в составе всех атомов было первым доказательством сложности их строения.

Дискретность энергетических уровней атомов была доказана опытами Франка и Герца по возбуждению атомов электронным ударом. Вакуумная камера (рис. 23.1а.), заполненная ртутными парами под невысоким давлением, содержит подогреваемый катод К (источник электронов), две сетки C_1 и C_2 , анод А. На сетку C_1 подается напряжение U_y , ускоряющее электроны. Это напряжение регулируется потенциометром П, и измеряется

вольтметром В. Вторая сетка C_2 соединена с первой, а между ней и анодом приложено небольшое напряжение, тормозящее электроны. В опыте наблюдалось изменение тока I_A в анодной цепи при постепенном повышении напряжения U_y , кратного напряжению $U_y = 4,9$ В.

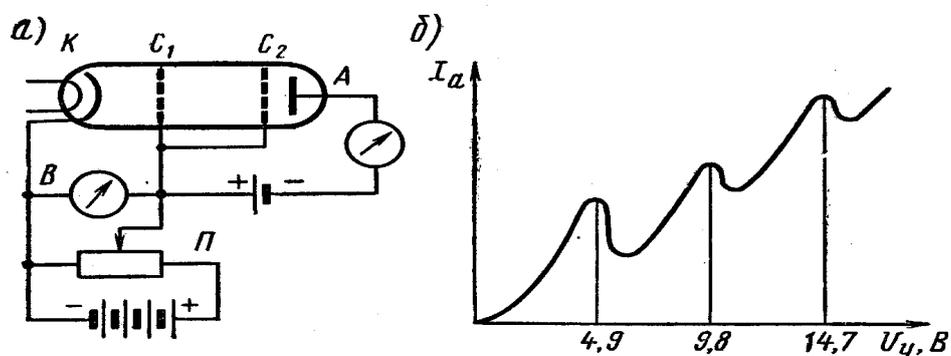


Рис. 23.1. Схема опыта Франка и Герца

Результаты опыта объясняются так: электроны, ускоренные полем между катодом и первой сеткой, попадают в эквипотенциальное пространство между сетками, где и соударяются с атомами ртути. В начале при невысокой энергии электронов соударения упругие. Электроны не теряют кинетической энергии и за счет неё, преодолевая тормозящее поле, достигают анода, создавая ток в цепи. С ростом U_y сила тока возрастает и при напряжении $U_y = 4,9$ В энергия электронов становится достаточной, чтобы вызвать неупругий удар. При этом электроны передают практически всю энергию атомам ртути и уже не могут преодолеть тормозящее поле, в результате чего I_A снижается. При большей энергии электронов соударения вновь делаются упругими, и ток возрастает до тех пор, пока энергия электронов не станет кратной энергии неупругого удара.

Таким образом, опыты Франка и Герца показали, что электроны при столкновении с атомами ртути передают атомам только определенные порции энергии, причем $4,9$ эВ – наименьшая возможная порция энергии (наименьший квант энергии), которая может быть поглощена атомом ртути в основном энергетическом состоянии.

Атомы ртути, получившие при соударении с электронами энергию ΔE , переходят в возбужденное состояние и должны возвратиться в основное, излучая световой квант с частотой $\nu = \frac{\Delta E}{h}$. По известному значению $\Delta E = 4,9$

эВ можно вычислить длину волны излучения: $\lambda = \frac{hc}{\Delta E} \approx 255$ нм. Опыт действительно обнаружил одну ультрафиолетовую линию $\lambda = 254$ нм.

23.2. Понятие о теории Бора

Н. Бор анализируя данные экспериментов, предложил модель атома, которая базируется на двух постулатах:

1) внутренняя энергия атома дискретна, она может принимать только определенные значения, характерные для данного атома. Состояния атома, соответствующие этим уровням энергии, являются стационарными. В таком состоянии атом не излучает электромагнитных волн, несмотря на движение электрона.

2) переход атома из одного стационарного состояния в другое сопровождается испусканием или поглощением монохроматического электромагнитного излучения, частота которого обусловлена энергией, равной разности энергетических уровней $\Delta E_{21} = E_2 - E_1$:

$$\nu_{21} = \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{\Delta E_{21}}{h}. \quad (23.1)$$

Бор считал, что дозволённым стационарным состояниям энергии соответствует движение электрона по орбитам определенного радиуса. Эти орбиты должны удовлетворять условию, при котором момент импульса L_e электрона кратен постоянной Планка:

$$L_e = m_e v_n r_n = n \hbar, \quad (23.2)$$

где m_e – масса электрона; v_n – скорость его на орбите; r_n – радиус орбиты; n – целое число; $h = 6,628 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, $\hbar = h/2\pi$.

Бор определил энергетические уровни для атома водорода из условий движения электрона на стационарных орбитах. Для атома водорода сила взаимного притяжения протона и электрона (сила Кулона) уравновешивается центростремительной силой, удерживающей электрон на орбите радиуса r_n :

$$F_K = m_e a_c, \quad (23.3)$$

где $F_K = k \frac{e^2}{r_n^2}$; $a_c = \frac{v_n^2}{r_n}$.

Подставляя последние выражения в (23.3), получим:

$$k \frac{e^2}{r_n^2} = \frac{m_e v_n^2}{r_n} \Rightarrow m_e v_n^2 r_n = k e^2. \quad (23.4)$$

Возведем в квадрат уравнение (23.2), получим:

$$m_e^2 v_n^2 r_n^2 = n^2 \hbar^2. \quad (23.5)$$

Поделим выражение (23.5) на (23.4), тогда

$$m_e r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{k e^2}, \quad (23.6)$$

где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon}$.

Из этого выражения можно найти радиусы разрешенных орбит электрона для атома водорода:

$$r_n = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0\epsilon}{m_e e^2} n^2. \quad (23.7)$$

Из (23.7) следует, что радиусы стационарных орбит атома водорода пропорциональны квадрату квантового числа n^2 .

Для первой, основной, орбиты $n=1$ радиус можно вычислить, если подставить значения констант $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, $\epsilon = 1$ (для вакуума), $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл:

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}. \quad (23.8)$$

Используя выражение (23.4) и (23.2), найдем скорость движения электрона на этой орбите:

$$m_e v_n r_n v_n = k e^2 \quad \text{и} \quad m_e v_n r_n = n \hbar \quad \Rightarrow \quad n \hbar v_n = k e^2,$$

$$v_n = \frac{k e^2}{n \hbar} = 2,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}. \quad (23.9)$$

Потенциальная энергия E_p электростатического взаимодействия электрона с ядром в атоме водорода определяется формулой

$$E_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}. \quad (23.10)$$

Кинетическая энергия электрона при движении по круговой орбите равна:

$$E_k = \frac{m_e v_n^2}{2}. \quad (23.11)$$

При использовании формулы (23.4) выражение для квадрата скорости электрона примет вид

$$m_e v_n^2 r_n = k e^2 \quad \text{или} \quad m_e v_n^2 r_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \quad \Rightarrow \quad v_n^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m r_n}.$$

Подставив значение v_n^2 в формулу кинетической энергии (23.11), получим

$$E_k = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_n}. \quad (23.12)$$

Полная энергия E системы из атомного ядра и электрона, обращающегося по круговой орбите радиусом r , равна:

$$E = E_{\delta} + E_k = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} + \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}. \quad (23.13)$$

Подставляя выражение (23.7), определяющее радиусы стационарных орбит в атоме водорода, получим:

$$E = -\frac{m_e e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (23.14)$$

Целое число $n = 1, 2, 3, \dots$ называется **главным квантовым числом**.

Формула (23.14) позволяет рассчитать энергии орбит в зависимости от квантового числа: $n = 0$ (основной уровень), $n = 1$, $E_1 = -13,55$ эВ; $n = 2$, $E_2 = -3,38$ эВ; $n = 3$, $E_3 = -1,5$ эВ, и т. д. В связи с тем, что с увеличением радиуса орбиты отрицательные значения энергии электрона убывают по абсолютной величине, можно считать, что энергетические уровни при этом повышаются.

Стационарный уровень с наименьшей энергией называется основным. Он соответствует состоянию атома, не подвергающегося никаким внешним воздействиям. Остальные стационарные уровни называются возбужденными.

С ростом квантового числа n разность между соседними уровнями по абсолютной величине уменьшается

$$\Delta E_{21} < \Delta E_{32} < \Delta E_{34} \dots \Delta E_{n-(n+1)}.$$

Возбуждение атома наблюдается в случаях, когда ему сообщена дополнительная энергия извне (соударение с другим атомом, поглощение фотона, действие радиоактивного излучения и т. д.). Возбужденное состояние неустойчиво. Оно длится в среднем 10^{-8} с, а затем электрон возвращается на основной уровень. За это время излучается фотон, уносящий дополнительную энергию, а атом переходит в основное состояние. Электрон может возвращаться на основную орбиту не только единым переходом, но и по ступенькам через промежуточные уровни, при этом будут излучаться несколько фотонов

$$h\nu = E_3 - E_1; \quad h\nu' = E_3 - E_2; \quad h\nu'' = E_2 - E_1.$$

Расчет спектра водорода был серьезным успехом теории Бора. При этом удалось объяснить происхождение различных серий в спектре водорода. Серия Лаймана, например, возникает при переходах атомов из возбужденных состояний в основное состояние (т. е. на первый энергетический уровень), серия Бальмера – при переходах атомов из второго, третье-

го и более высоких возбужденных состояний в первое возбужденное состояние, т. е. на второй энергетический уровень.

Теория Бора получила подтверждение в опытах по изучению спектра атомов водорода. Однако попытка применить ее к спектрам более сложных атомов встретила затруднения.

23.3. Линейчатый спектр атома водорода

Исследования спектров излучения разреженных газов (спектров излучения отдельных атомов) показали, что каждому газу присущ определенный линейчатый спектр, состоящий из отдельных спектральных линий или групп близко расположенных линий. Самым изученным является спектр наиболее простого атома – атома водорода.

Швейцарский ученый И. Бальмер (1825-1898) подобрал эмпирическую формулу, описывающую все известные в то время спектральные линии атома водорода в видимой области спектра:

$$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots), \quad (23.15)$$

где $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ – постоянная Ридберга.

Из выражения (23.15) вытекает, что спектральные линии, отличающиеся различными значениями n , образуют группу или серию линий, называемую **серией Бальмера**. С увеличением n линии серии сближаются; значение $n = \infty$ определяет границу серии, к которой со стороны больших частот примыкает сплошной спектр.

В дальнейшем (в начале XX в.) в спектре атома водорода было обнаружено еще несколько серий. В ультрафиолетовой области спектра находится **серия Лаймана**:

$$\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n = 2, 3, 4, \dots). \quad (23.16)$$

В инфракрасной области спектра были обнаружены:

серия Пашена

$$\nu = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n = 4, 5, 6, \dots); \quad (23.17)$$

серия Брэкета

$$\nu = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n = 5, 6, 7, \dots); \quad (23.18)$$

серия Пфунда

$$\nu = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n = 6, 7, 8, \dots); \quad (23.19)$$

серия Хэмфри

$$\nu = R\left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (n = 7, 8, 9, \dots). \quad (23.20)$$

Все приведенные выше серии в спектре атома водорода могут быть описаны одной формулой, называемой **обобщенной формулой Бальмера**:

$$\nu = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad (23.21)$$

где m имеет в каждой данной серии постоянное значение, $m = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ (определяет серию); n принимает целочисленные значения, начиная с $m+1$ (определяет отдельные линии этой серии).

Исследование более сложных спектров – спектров паров щелочных металлов (например, Li, Na, K) – показало, что они представляются набором незакономерно расположенных линий. Ридбергу удалось разделить их на три серии, каждая из которых располагается подобно линиям бальмеровской серии.

Приведенные выше сериальные формулы подобраны эмпирически и долгое время не имели теоретического обоснования, хотя и были подтверждены экспериментально с очень большой точностью. Приведенный выше вид сериальных формул, удивительная повторяемость в них целых чисел, универсальность постоянной Ридберга свидетельствуют о глубоком физическом смысле найденных закономерностей, вскрыть который в рамках классической физики оказалось невозможным.

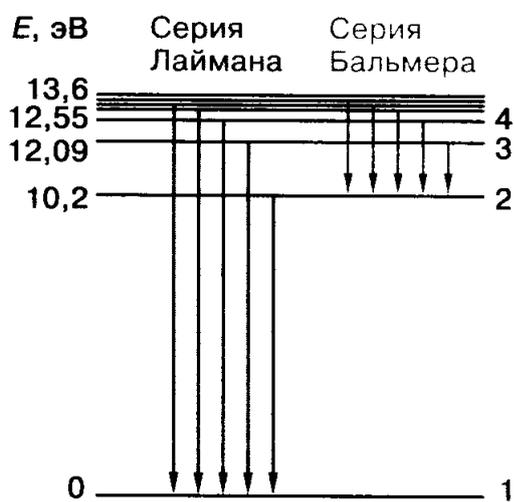


Рис. 23.2. Спектры атома водорода

Расчет спектра водорода был серьезным успехом теории Бора. При этом удалось объяснить происхождение различных серий в спектре водорода (рис. 23.2). Серия Лаймана, например, возникает при переходах атомов из возбужденных состояний в основное состояние (т. е. на первый энергетический уровень), серия Бальмера – при переходах атомов из второго, третьего и более высоких возбужденных состояний в первое возбужденное состояние, т. е. на второй энергетический уровень.

23.4. Принцип соответствия

Представления, развитые Бором на начальном этапе, не отражают содержания современной квантовой теории. Более того, попытка соединения классических представлений (определенная траектория и скорость электрона) и квантовых идей (квантование момента импульса, излучение кванта света) ведет к неразрешимым внутренним противоречиям в теории. Действительно, если представлять атом водорода состоящим из ядра и электрона, движущегося по круговой орбите, то согласно классической теории электрон должен излучать электромагнитные волны с частотой, равной частоте его обращения вокруг ядра.

Вычислим эту частоту для n -й орбиты. С этой целью разделим скорость v движения электрона по n -й круговой орбите на длину окружности этой орбиты. После несложных преобразований получим с учетом формулы (23.21):

$$\nu_n = \frac{v}{2\pi r_n} = \frac{m_e e^4}{32\pi^3 \epsilon_0 h^3} \cdot \frac{1}{n^3} = \frac{2b}{n^3}. \quad (23.22)$$

Согласно этой формуле частоты обращения электрона на первой и второй круговых орбитах равны соответственно:

$$n = 1, \nu_1 = 2b, \quad n = 2, \nu_2 = \frac{b}{4}.$$

Действительная частота света, излучаемого при переходе из второго стационарного состояния в первое, определяется уравнением (23.21) для $m = 1$ и $n = 2$:

$$\nu_{21} = b\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3b}{4}. \quad (23.23)$$

Частота света ν_{21} , излучаемого при переходе из второго стационарного состояния в первое, существенно отличается от частот обращения электрона на первой и второй стационарных круговых орбитах. Следовательно, излучение света при переходе атома водорода из второго стационарного состояния в первое нельзя описать, опираясь на классические представления о движения и механизме излучения электрических заряженных частиц.

Однако развитие квантовой физики не привело к опровержению основных, фундаментальных законов классической физики – законов сохранения энергии, импульса, момента импульса, электрического заряда. Более того, согласно **принципу соответствия**, сформулированному Н. Бором, законы квантовой физики включают в себя законы классической физики, и при определенных условиях можно обнаружить возможность плавного перехода, близкого схождения квантовых и классических представлений о свойствах микросистем. Таким образом, квантовые и классические представления взаимодополняют друг друга.

Контрольные вопросы

- Какие экспериментальные факты свидетельствуют о сложности атома?
- Какая частица, входящая в состав любого атома, была открыта раньше всех остальных?
- Является ли Периодический закон Д.И. Менделеева доказательством существования сложной внутренней структуры атомов химических элементов?
- Сформулируйте постулаты Бора.
- Получите формулы для вычисления радиуса орбиты электрона в атоме водорода, скорости электрона, энергетических состояний атома.
- Как объясняется происхождение линейчатых спектров теорией Бора?
- Почему линейчатые спектры у каждого химического элемента свои, а все атомы одного химического элемента излучают свет с одинаковым линейчатым спектром?
- Поясните происхождение спектральных серий в линейчатом спектре водорода с помощью представлений о переходах электронов с одной орбиты на другую и с помощью энергетической диаграммы.
- Какое соотношение между квантовыми и классическими законами устанавливается принципом соответствия Бора?

Задачи для самостоятельного решения

23.1. Докажите, что в атоме водорода силы гравитационного взаимодействия много меньше кулоновского взаимодействия, и ими можно пренебречь. $\{ F_{\text{кул}}/F_{\text{гр}} \approx 2,3 \cdot 10^{39} \}$

23.2. Считая радиус атома водорода равным $5,3 \cdot 10^{-11}$ м, определите скорость и частоту обращения электрона согласно планетарной модели атома. $\{ v \approx 2,19 \cdot 10^6 \text{ м/с}, \nu \approx 6,57 \cdot 10^{15} \text{ Гц} \}$

23.3. Определите отношение скорости электрона на орбите (см. задачу 23.2) к скорости света в вакууме. $\{ v/c = 0,007 \}$

23.4. Определите кинетическую, потенциальную и полную энергию электрона на орбите радиусом $5,3 \cdot 10^{-11}$ м. $\{ \approx 13,6 \text{ эВ}; \approx -27,2 \text{ эВ}; \approx -13,6 \text{ эВ} \}$

23.5. На рисунке 23.2 представлена энергетическая диаграмма состояний атома водорода. Определите длину волны излучения, испускаемого при переходе атома с энергетического уровня 3 на уровень 2. $\{ \approx 655 \text{ нм} \}$

23.6. По диаграмме (см. рис. 23.2) определите частоту света, поглощаемого при переходе с уровня 1 на уровень 3. $\{ \approx 2,93 \cdot 10^{15} \text{ Гц} \}$

23.7. Вычислите радиус первой боровской круговой орбиты электрона в атоме водорода и скорость движения электрона по этой орбите. $\{ r_1 \approx 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}, v \approx 2,19 \cdot 10^6 \text{ м/с} \}$

23.8. Вычислите радиус боровской круговой орбиты электрона в атоме водорода для $n = 100\,000$ и частоту электромагнитного излучения, испускаемого при переходе со ста тысяч первой круговой орбиты на соты тысячную. Поясните, почему атомы водорода в таких состояниях обычно не наблюдаются. $\{ \approx 0,529 \text{ м}; 6,58 \text{ Гц} \}$

23.9. При каком минимальном значении энергии электронов, сталкивающихся с атомами водорода, может наблюдаться возникновение всех возможных линий в спектре водорода? $\{ 13,6 \text{ эВ} \}$

Лекция 24

ОПТИЧЕСКИЕ КВАНТОВЫЕ ГЕНЕРАТОРЫ

24.1. Создание инверсной населенности

Физической основой работы лазера служит явление *индуцированного излучения*.

Излучение, испускаемое при самопроизвольном переходе атома из одного состояния в другое, называется *спонтанным* (самопроизвольным). Спонтанное излучение различных атомов происходит некогерентно, так как каждый атом начинает и заканчивает излучать независимо от других.

В 1916 г. А. Эйнштейн предсказал, что переход электрона с верхнего энергетического уровня на нижний с излучением фотона может происходить под влиянием внешнего электромагнитного поля с частотой, равной собственной частоте перехода. Такое излучение называют *вынужденным* или *индуцированным*.

Вероятность индуцированного излучения резко возрастает при совпадении частоты электромагнитного поля с собственной частотой излучения возбужденного атома, возникающего при переходе на более низкий энергетический уровень (резонансный эффект). Таким образом, в результате взаимодействия возбужденного атома с фотоном, частота которого равна частоте перехода, получаются два совершенно одинаковых по энергии и направлению движения фотона-близнеца (рис. 24.1).

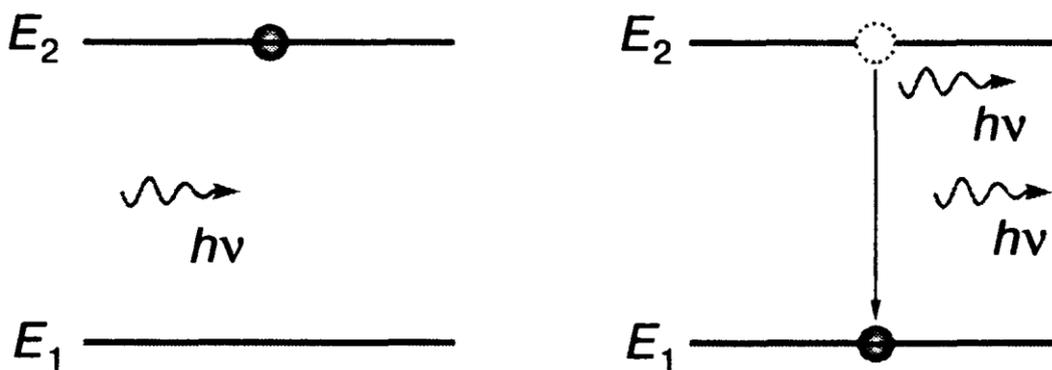


Рис. 24.1. Индуцированное излучение кванта электроном

С точки зрения волновой теории атом излучает электромагнитную волну, одинаковую по направлению распространения, частоте, фазе и поляризации с той, которая вынудила атом излучать. Особенностью индуцированного излучения является его монохроматичность и когерентность. Для того чтобы мощность светового излучения увеличилась после прохо-

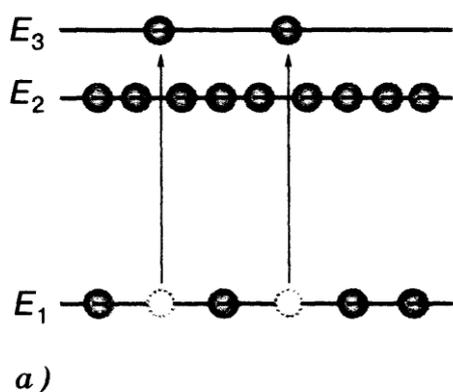
ждения через вещество, больше половины атомов вещества должны находиться в возбужденном состоянии.

Состояние вещества, в котором меньше половины атомов находятся в возбужденном состоянии, называется состоянием с *нормальной населенностью* энергетических уровней.

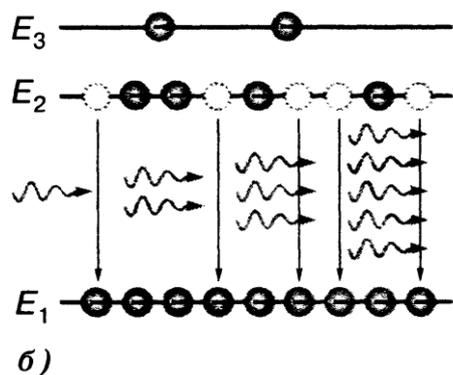
Состояние, при котором больше половины атомов вещества находятся в возбужденном состоянии, называется состоянием с *инверсной* (от лат. *inversion* – переверачивать) населенностью уровней. В веществе с инверсной населенностью уровней возбужденных атомов больше, чем невозбужденных. На пути фотонов чаще встречаются возбужденные атомы, чем атомы в основном состоянии, поэтому индуцированное излучение фотонов происходит чаще, чем их поглощение. В результате при прохождении света нужной частоты через вещество с инверсной населенностью уровней поток света усиливается, а не ослабляется.

Перевод вещества в состояние с инверсной населенностью энергетических уровней трудно выполним, так как в возбужденном состоянии атомы обычно находятся лишь $10^{-9} - 10^{-7}$ с, а затем самопроизвольно переходят в основное состояние. Чем больше атомов находится в возбужденном состоянии, тем больше совершается таких переходов.

Однако некоторые атомы имеют возбужденные состояния, в которых



они могут находиться довольно длительное время (например, 10^{-3} с). Такие состояния называются *метастабильными*. Вещество, в котором имеются метастабильные уровни, может использоваться для усиления света.



Пусть атомы вещества в результате поглощения фотонов или другого взаимодействия переводятся из основного состояния с энергией E_1 в возбужденное состояние с энергией E_3 с коротким временем жизни (рис. 24.2, а). Затем совершается самопроизвольный переход этих атомов на метастабильный уровень с энергией E_2 . В результате таких процессов на метастабильном уровне можно создать инверсную населенность. При прохождении в веществе фотона с энергией, равной разности энергий метастабильного и основного состояний

$$h\nu_{21} = E_2 - E_1$$

происходит лавинообразный процесс усиления света за счет индуцированного излучения (рис. 24.2, б).

Рис. 24.2. Возникновение индуцированного излучения в оптически активной среде

24.2. Принцип действия лазера

Система атомов с инверсной населенностью уровней способна не только усиливать, но и генерировать электромагнитное излучение. Для работы в режиме генератора необходима положительная обратная связь, при которой часть сигнала с выхода устройства подается на его вход. Для этого активная среда, в которой создается инверсная населенность уровней, располагается в резонаторе, состоящем из двух параллельных зеркал. Функциональная схема лазера показана на рисунке 24.3. Рабочее тело (активная среда) представляет собой длинный узкий цилиндр, торцы которого закрыты двумя зеркалами. Одно из зеркал (1) полупрозрачно. Такая система называется оптическим резонатором.

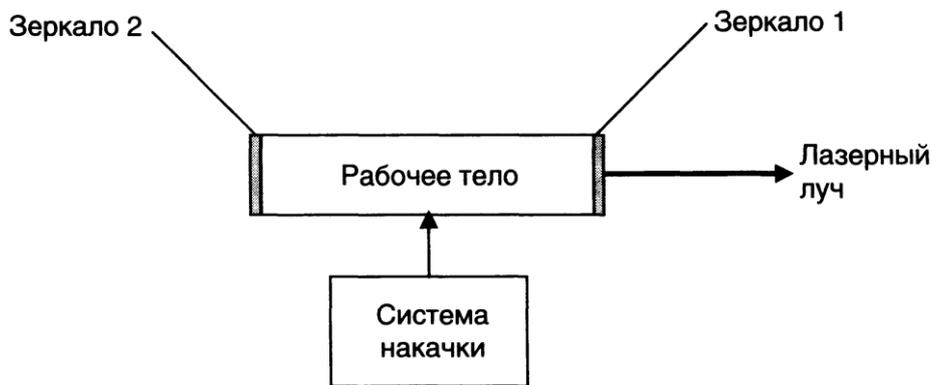


Рис. 24.3. Схематическое устройство лазера

Система накачки переводит частицы с основного уровня E_1 на поглощательный уровень E_3 , откуда они безызлучательно переходят на метастабильный уровень E_2 , создавая его инверсную населенность. После этого начинаются спонтанные излучательные переходы $E_2 \rightarrow E_1$ с испусканием монохроматических фотонов:

$$h\nu_{21} = E_2 - E_1.$$

Фотоны спонтанного излучения, испущенные под углом к оси резонатора, выходят через боковую поверхность и в процессе генерации не участвуют. Их поток быстро иссякает.

Фотоны, которые после спонтанного излучения движутся вдоль оси резонатора, многократно проходят через рабочее тело, отражаясь от зеркал. При этом они взаимодействуют с возбужденными частицами, инициируя вынужденное излучение. За счет этого происходит лавинообразное нарастание индуцированных фотонов, движущихся в том же направлении. Многократно усиленный поток фотонов выходит через полупрозрачное зеркало, создавая мощный пучок почти параллельных когерентных лучей. Фактически лазерное излучение порождается *первым* спонтанным фото-

ном, который движется вдоль оси резонатора. Это и обеспечивает когерентность излучения.

Таким образом, лазер преобразует энергию источника накачки в энергию монохроматического когерентного света. Эффективность такого преобразования, т. е. КПД, зависит от типа лазера и лежит в диапазоне от долей процента до нескольких десятков процентов. У большинства лазеров КПД составляет 0,1-1 %.

24.3. Свойства лазерного излучения

Лазерное излучение по своим свойствам значительно отличается от излучения обычных источников света. Отметим его характерные особенности.

1. **Когерентность.** Излучение является **высококогерентным**, что обусловлено свойствами вынужденного излучения. При этом имеет место не только временная, но и пространственная когерентность: разность фаз в двух точках плоскости, перпендикулярной направлению распространения, сохраняется постоянной.

2. **Коллимированность.** Лазерное излучение является **коллимированным**, т.е. все лучи в пучке почти параллельны друг другу. На большом расстоянии лазерный пучок лишь незначительно увеличивается в диаметре. Так как угол расходимости мал, то интенсивность лазерного пучка слабо убывает с расстоянием. Это позволяет передавать сигналы на огромные расстояния при малом ослаблении их интенсивности.

3. **Монохроматичность.** Лазерное излучение является в **высокой степени монохроматическим**, т. е. содержит волны практически одинаковой частоты (ширина спектральной линии составляет $\Delta\lambda \approx 0,01$ нм).

4. **Высокая мощность.** С помощью лазера можно обеспечить очень высокую мощность монохроматического излучения – до 10^5 Вт в непрерывном режиме. Мощность импульсных лазеров на несколько порядков выше.

5. **Высокая интенсивность.** В импульсных лазерах интенсивность лазерного излучения очень высока и может достигать $I = 10^{14}—10^{16}$ Вт/см² (средняя интенсивность солнечного света вблизи земной поверхности $I = 0,1$ Вт/см²).

6. **Высокая яркость.** У лазеров, работающих в видимом диапазоне, **яркость** лазерного излучения (сила света с единицы поверхности) очень велика. Даже самые слабые лазеры имеют яркость 10^{15} кд/м² (для сравнения: яркость Солнца 10^9 кд/м²).

7. **Давление.** При падении лазерного луча на поверхность тела создается **давление** (P). При полном поглощении лазерного излучения, падающего перпендикулярно поверхности, создается давление $P = I/c$, где I –

интенсивность излучения, c – скорость света в вакууме. При полном отражении величина давления в два раза больше. Для интенсивности $I = 10^{14} \text{ Вт/см}^2 = 10^{18} \text{ Вт/м}^2$ $P = 3,3 \cdot 10^9 \text{ Па} = 33\,000 \text{ атм}$.

24.4. Использование лазерного излучения в медицине

Воздействие лазерного излучения на биологические объекты условно можно разделить на 3 группы:

- невозмущающее воздействие (не оказывающее заметного действия на объекты);
- фотохимическое действие (поглощение квантов излучения запускает химическую реакцию или возбуждает биологическую системы);
- фоторазрушение (за счет избыточного тепла или возбуждения ударных волн).

Лазерная диагностика представляет собой невозмущающее воздействие на биообъект, использующее *когерентность* лазерного излучения. Перечислим основные методы диагностики.

Интерферометрия. При отражении лазерного излучения от шероховатой поверхности возникают вторичные волны, которые интерферируют между собой. В результате образуется картина темных и светлых пятен (спеклов), расположение которых дает информацию о поверхности биообъекта (метод спеклоинтерферометрии).

Голография. С помощью лазерного излучения получают трехмерное изображение объекта. В медицине этот метод позволяет получать объемные изображения внутренних полостей желудка, глаза и т. д.

Рассеяние света. При прохождении остронаправленного лазерного пучка через прозрачный объект происходит рассеяние света. Регистрация угловой зависимости интенсивности рассеянного света (метод нефелометрии) позволяет определять размеры частиц среды (от 0,02 до 300 мкм) и степень их деформации. При рассеянии может изменяться поляризация света, что также используется в диагностике (метод поляризационной нефелометрии).

Эффект Доплера. Этот метод основан на измерении доплеровского сдвига частоты ЛИ, который возникает при отражении света даже от медленно движущихся частиц (метод аненометрии). Таким способом измеряется скорость кровотока в сосудах, подвижность бактерий и т. д.

Лазерная масс-спектрометрия. Этот метод используют для исследования химического состава объекта. Мощные пучки лазерного излучения испаряют вещество с поверхности биообъекта. Пары подвергают масс-спектральному анализу, по результатам которого судят о составе вещества.

Лазерный анализ крови. Лазерный луч, пропускаемый через узкий кварцевый капилляр, по которому прокачивается специально обработанная

кровь, вызывает флуоресценцию ее клеток. Флуоресцентное свечение затем улавливается чувствительным датчиком. Это свечение специфично для каждого типа клеток, проходящих поодиночке через сечение лазерного луча. Подсчитывается общее число клеток в заданном объеме крови. Определяются точные количественные показатели по каждому типу клеток.

Метод фоторазрушения. Его используют для исследования поверхностного *состава* объекта. Мощные пучки лазерного излучения позволяют брать микропробы с поверхности биообъектов путем испарения вещества и последующего масс-спектрального анализа этого пара.

Лазерная терапия использует лазерное излучение низкой интенсивности (0,1-10 Вт/см²). Такое действие не вызывает заметного изменения биологических систем в процессе облучения. Излучение видимого и ультрафиолетового диапазона способствует протеканию фотохимических реакций.

Терапия с помощью красного света. Излучение He-Ne-лазера с длиной волны 632,8 нм используется с противовоспалительной целью для лечения ран, язв, ишемической болезни сердца. Лечебный эффект связан с влиянием света этой длины волны на пролиферативную активность клетки. Свет выступает в роли регулятора клеточного метаболизма.

Терапия с помощью синего света. Лазерное излучение с длиной волны в синей области видимого света используется, например, для лечения желтухи новорожденных. Это заболевание – следствие резкого возрастания в организме концентрации билирубина, который имеет максимум поглощения в синей области. Если облучать детей лазерным излучением такого диапазона, то билирубин распадается, образуя водорастворимые продукты.

Фотодинамическая терапия опухолей. Фотодинамическая терапия (ФДТ) используется для удаления опухолей, доступных для облучения светом. ФДТ основана на применении локализующихся в опухолях фотосенсибилизаторов, повышающих чувствительность тканей при их последующем облучении видимым светом. Разрушение опухолей при ФДТ основано на трех эффектах: 1) прямое фотохимическое уничтожение клеток опухоли; 2) повреждение кровеносных сосудов опухоли, приводящее к ишемии и гибели опухоли; 3) возникновение воспалительной реакции, мобилизирующей противоопухолевую иммунную защиту тканей организма.

Для облучения опухолей, содержащих фотосенсибилизаторы, используется лазерное излучение с длиной волны 600-850 нм. В этой области спектра глубина проникновения света в биологические ткани максимальна. Фотодинамическая терапия применяется при лечении опухолей кожи, внутренних органов: легких, пищевода (при этом к внутренним органам лазерное излучение доставляется с помощью световодов).

Использование лазерного излучения в хирургии. В хирургии высокоинтенсивные лазеры используются для рассечения тканей, удаления па-

тологических участков, остановки кровотечения, сваривания биотканей. Выбирая должным образом длину волны излучения, его интенсивность и длительность воздействия, можно получать различные хирургические эффекты. Так, для разрезания биологических тканей используется сфокусированный луч непрерывного CO₂-лазера, имеющего длину волны $\lambda = 10,6$ мкм, мощность $2 \cdot 10^3$ Вт/см².

Применение лазерного луча в хирургии обеспечивает избирательное и контролируемое воздействие. Лазерная хирургия имеет ряд преимуществ:

- бесконтактность, дающая абсолютную стерильность;
- селективность, позволяющая выбором длины волны излучения дозированно разрушать патологические ткани, не затрагивая окружающие здоровые ткани;
- бескровность (за счет коагуляции белков);
- возможность микрохирургических воздействий (благодаря высокой степени фокусировки луча).

Укажем **некоторые области хирургического применения лазеров.**

Лазерная сварка тканей. Соединение рассеченных тканей представляет собой необходимый этап многих операций. Сваривание одного из стволов крупного нерва осуществляется в контактном режиме с использованием припоя, который каплями из пипетки подается по месту лазерования.

Разрушение пигментированных участков. Лазеры, работающие в импульсном режиме, используются для разрушения пигментированных участков. Данный метод (*фототермолиз*) используется для лечения ангиом, татуировок, склеротических бляшек в кровеносных сосудах и т.п.

Лазерная эндоскопия. Внедрение эндоскопии произвело коренной переворот в оперативной медицине. Чтобы избежать больших открытых операций, лазерное излучение доставляется к месту воздействия с помощью волоконно-оптических световодов, которые позволяют подводить лазерное излучение к биотканям внутренних полых органов. При этом значительно снижается риск инфицирования и возникновения послеоперационных осложнений.

Лазерный пробой. Короткоимпульсные лазеры в сочетании со световодами применяют для удаления бляшек в сосудах, камней в желчном пузыре и почках.

Лазеры в офтальмологии. Использование лазеров в офтальмологии позволяет выполнять бескровные оперативные вмешательства без нарушения целостности глазного яблока. Это операции на стекловидном теле, приваривание отслоившейся сетчатки, лечение глаукомы путем «прокалывания» лазерным лучом отверстий (диаметром 50-100 мкм) для оттока внутриглазной жидкости. Послойная абляция тканей роговицы применяется при коррекции зрения.

Контрольные вопросы

- Что понимают под спонтанным и индуцированным излучением?
- Чем отличается состояние вещества с нормальной населенностью уровней от состояния с инверсной населенностью?
- Какие уровни называют метастабильными?
- Объясните назначение основных узлов и элементов конструкции лазера.
- Какие функции выполняют активная среда, зеркала?
- За счет чего достигается инверсная населенность уровней в оптически активной среде?
- Перечислите основные свойства лазерного излучения.
- Каковы основы взаимодействия лазерного излучения с биологическими объектами?
- Расскажите об основных направлениях применения лазерного излучения в медицине?

Задачи для самостоятельного решения

24.1. Импульсный лазер на основе ионов неодима генерирует излучение с длиной волны $\lambda = 1,055$ мкм. Мощность импульса $N = 100$ МВт, его длительность $\tau = 1$ нс. Найти энергию импульса и число фотонов, которые содержит лазер. $\{0,1 \text{ Дж}, N = 5,3 \cdot 10^{17}\}$

24.2. Фотоны обладают импульсом, поэтому, попадая на поверхность тела, свет оказывает давление (аналогично давлению, которое оказывают молекулы газа на стенки сосуда). Интенсивность излучения, создаваемого одним из лазеров, составляет половину от интенсивности солнечного излучения на границе земной атмосферы. Какое давление создают лучи такого лазера, попадая по нормали на поверхность черного тела? Найти связь между давлением света и средним значением объемной плотности энергии электромагнитного поля. $\{p = (2 - \alpha)\omega_{\text{ев}}\}$

24.3. Полагая, что излучение лазера соответствует длине волны $\lambda = 600$ нм, найдите плотность потока фотонов (число фотонов, проходящее в единицу времени через площадку единичной площади). $\{2 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}\}$

24.4. Используя данные задачи 24.2, вычислите объемную плотность энергии лазерного излучения. $\{2,25 \text{ мкДж/м}^3\}$

24.5. Мощность рубинового лазера в импульсе равна $N = 100$ МВт, площадь сечения излучающего стержня $s = 0,5 \text{ см}^2$. Какое давление оказы-

вает луч такого лазера на поверхность тела, имеющего коэффициент поглощения $\alpha = 0,8$? {8 кПа}

24.6. Для объяснения возможности двухфотонного поглощения света определите энергию импульсов лазерного излучения интенсивностью $I = 10^{10}$ Вт/м², если длительность импульса: а) 30 пс и б) 10 нс. Площадь сечения лазерного луча принять равным $s = 3$ мм². {а) 0,9 мкДж; б) 0,3 мкДж}

24.7. Диапазон длин волн лазерного излучения, применяемого в медицине, лежит в пределах от $\lambda_{\min} = 0,193$ мкм до $\lambda_{\max} = 10,6$ мкм. Определить границы частотного диапазона лазерного излучения: ν_{\min} и ν_{\max} . { $2,8 \cdot 10^{13}$ Гц; $1,5 \cdot 10^{15}$ Гц }

24.8. Определить диапазон энергии квантов для лазеров, применяемых в медицине, по данным задачи 24.7. Ответ выразить в электронвольтах. { $\varepsilon_{\min} = 0,115$ эВ; $\varepsilon_{\max} = 6,4$ эВ }

24.9. Энергия импульса лазера равна $W_u = 1$ Дж при длительности импульса $\tau = 10^{-8}$ с. Определить мощность импульса. { $P = 10^8$ Вт }

24.10. Найти энергии квантов (эВ) лазерного излучения, используемого в медицине: а) терапия: $\lambda = 0,63$ мкм, красный цвет; б) хирургия: рассечение ткани, $\lambda = 10,6$ мкм, инфракрасное излучение; в) коагуляция: $\lambda = 1,06$ мкм, инфракрасное излучение; г) офтальмология: коррекция зрения, $\lambda = 0,193$ мкм, инфракрасное излучение; д) лечение отслойки сетчатки: $\lambda = 0,514$ мкм, красный цвет. {а) $\varepsilon = 1,97$ эВ; б) $\varepsilon = 0,115$ эВ; в) $\varepsilon = 1,15$ эВ; г) $\varepsilon = 6,4$ эВ; д) $\varepsilon = 2,38$ эВ }

Лекция 25

ФИЗИКА ЯДРА. РАДИОАКТИВНОСТЬ

25.1. Строение ядра

Ядро простейшего атома – атома водорода – состоит из одной элементарной частицы, называемой протоном. Ядра всех остальных атомов состоят из двух видов частиц: протонов и нейтронов. Эти частицы носят название *нуклонов*.

В свободном состоянии протоны и нейтроны – самостоятельные частицы, но в ядре они могут взаимно превращаться и тогда рассматриваются как различные состояния одной и той же частицы. Протон имеет положительный заряд $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, нейтрон заряда не имеет. Масса покоя близка к 1 а.е.м. (точные значения масс: протона – 1,007595 а.е.м., нейтрона – 1,008982 а.е.м.).

Одной из важнейших характеристик атомного ядра является зарядовое число Z , равное атомному номеру элемента. Оно определяет величину заряда ядра: $q = Ze$. Число нуклонов (т.е. суммарное число протонов и нейтронов) в ядре обозначается буквой A и называется массовым числом ядра. Число нейтронов в ядре равно $N = A - Z$. Для обозначения ядер применяется символ ${}^A_Z X$ (${}^A_Z X$), где A – массовое число, Z – атомный номер. Аналогично обозначают протон – ${}^1_1 p$ и нейтрон – ${}^1_0 n$.

Ядра с одинаковыми Z , но разными A называются изотопами. Большинство химических элементов имеет по несколько стабильных изотопов, например, кислород ${}^8_8 O^{16}$, ${}^8_8 O^{17}$, ${}^8_8 O^{18}$;

водород ${}^1_1 H$ $Z = 1$ $N = 0$ – протий – обычный,

D ${}^2_1 H$ $Z = 1$ $N = 1$ – дейтерий – тяжелый водород,

T ${}^3_1 H$ $Z = 1$ $N = 2$ – тритий сверхтяжелый водород.

В природе встречаются элементы с атомным номером Z от 1 до 92, исключая технеций (Tc , $Z = 43$) и прометий (Pm , $Z = 61$). Остальные трансурановые элементы (с Z от 93 до 107) были получены искусственным путем различных ядерных реакций.

В первом приближении ядро атома можно считать шаром, радиус которого определяется формулой:

$$r = r_0 \sqrt[3]{A}, \quad (25.1)$$

где $r_0 = 1,3 \text{ ф}$, $= 1,3 \cdot 10^{-15} \text{ м}$.

Из формулы (25.1) следует, что объем ядра пропорционален числу нуклонов в ядре. Таким образом, плотность вещества во всех ядрах примерно одинакова и равна

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{1,66 \cdot 10^{-27}}{4/3 \pi \cdot 1,3 \cdot 10^{-5} \cdot A^{1/3}} = 1,8 \cdot 10^{17} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Спин ядра равен сумме спинов составляющих ядро нуклонов. Так как спины нуклонов в ядре по большей части антипараллельны, то значение спина ядра не превышает единиц \hbar (при четном числе нуклонов – ноль или целое число \hbar , при нечетном полученное число \hbar).

25.2. Ядерные силы

Огромная энергия связи нуклонов в ядре указывает на то, что между нуклонами имеется очень интенсивное взаимодействие. Это взаимодействие носит характер притяжения. Оно удерживает нуклоны на расстояниях порядка 10^{-15} м друг от друга, несмотря на сильное кулоновское взаимодействие (отталкивание) между протонами. Ядерное взаимодействие между нуклонами получило название **сильного взаимодействия**. Его можно описать с помощью поля ядерных сил.

Перечислим отличительные особенности этих сил:

1) ядерные силы являются короткодействующими. Их радиус действия имеет порядок 10^{-15} м. На расстояниях, существенно меньших 10^{-15} м, притяжение нуклонов сменяется отталкиванием;

2) ядерные силы – сильнодействующие. Они на несколько порядков выше, чем силы любых других известных в природе взаимодействий;

3) сильное взаимодействие не зависит от заряда нуклонов. Ядерные силы, действующие между двумя протонами, протоном и нейтроном и двумя нейтронами, имеют одинаковую величину. Это свойство называют зарядовой независимостью ядерных сил;

4) ядерные силы не являются центральными. Их нельзя представлять направленными вдоль прямой, соединяющей центры взаимодействующих нуклонов;

5) ядерные силы обладают свойством насыщения. Это означает, что каждый нуклон в ядре взаимодействует с ограниченным числом нуклонов, поэтому при увеличении числа нуклонов в ядре ядерные силы не возрастают, как это имеет место для сил электростатического отталкивания между протонами.

Устойчивость атомных ядер зависит от общего числа A нуклонов в ядре. Наиболее прочными являются легкие ядра с небольшим числом ну-

клонов и одинаковым числом протонов и нейтронов, особенно если эти числа четные. По мере увеличения общего числа нуклонов в ядре, причем со значительным избытком нейтронов по отношению к протонам ($N/Z > 1,6$) устойчивость ядер ослабляется, а поэтому у элементов последнего ряда таблицы Менделеева происходит самопроизвольный распад, который называется радиоактивностью.

В настоящее время принята следующая модель строения ядра. Ядерные силы имеют особую, обменную природу, которая объясняется законами квантовой механики и не имеет аналогов в классической физике. Нуклоны в ядре непрерывно обмениваются особыми частицами (квантами ядерного поля), которые называются π -мезонами. Принято считать, что нуклон состоит из центральной части, окруженной облаком виртуальных π -мезонов, которыми он непрерывно обменивается с окружающими его нуклонами. В процессе обмена, когда один нуклон поглощает π -мезон, испущенный другим нуклоном, возникают силы притяжения между нуклонами. Мезоны не являются составными частями протонов и нейтронов, а испускаются и поглощаются подобно тому, как атомы испускают и поглощают кванты электромагнитного поля – фотоны. Протон, испустивший положительный π -мезон, превращается в нейтрон, а нейтрон после захвата π -мезона превращается в протон:



Обмен виртуальной частицей между нуклонами происходит за время порядка 10^{-23} с, поэтому установить существование этих частиц в ядре затруднительно. Свободные π -мезоны были обнаружены в космическом излучении, а затем получены в лабораторных условиях при взаимодействии частиц с высокой энергией, что подтверждает их реальность. В природе встречаются положительные, отрицательные и нейтральные π -мезоны.

25.3. Энергия связи ядра

Энергия связи – это энергия, которая выделяется при образовании ядер из свободных нуклонов. Энергия связи равна энергии, которую необходимо затратить, чтобы разрушить ядро. Энергию связи можно рассчитать, взяв разность между общей потенциальной энергией $E_{своб}$ свободных нуклонов и потенциальной энергией этих же нуклонов $E_{яд}$, связанных в ядре силами взаимного притяжения

$$E_{св} = E_{своб} - E_{яд}. \quad (25.2)$$

Масса ядра $M_{яд}$ всегда меньше суммы масс входящих в него частиц.

Это обусловлено тем, что при объединении нуклонов в ядро выделяется энергия связи нуклонов друг с другом. По соотношению Эйнштейна $E = mc^2$, выделению энергии связи должно соответствовать уменьшению массы покоя ядра. Следовательно, энергия покоящегося ядра меньше суммарной энергии невзаимодействующих покоящихся нуклонов на величину

$$E_{св} = (Zm_p + Nm_n - M_{яд})c^2. \quad (25.3)$$

Минимальная энергия $E_{св}$, которую нужно затратить для разделение атомного ядра на составляющие его нуклоны, называется *энергией связи ядра*.

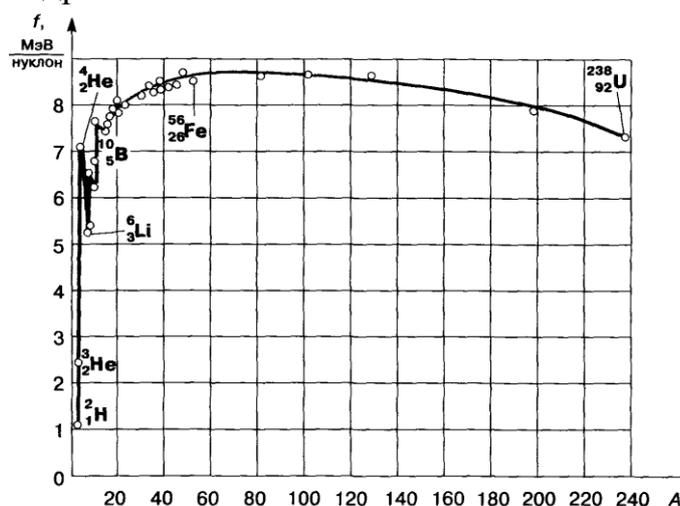


Рис. 25.1. Энергия связи ядер в зависимости от массового числа

Отношение энергии связи ядра $E_{св}$ к массовому числу A называется *удельной энергией связи* нуклонов в ядре.

Наибольшее значение удельной энергии связи наблюдается у атомов, расположенных в средней части периодической таблицы Менделеева (см. рис. 25.1).

Удельная энергия связи нуклонов у разных атомных ядер неодинакова. Сначала с ростом массового числа A она увеличивается до 1,1 МэВ/нуклон в ядре дейтерия до 8,8 МэВ/нуклон у изотопа железа $^{56}_{26}\text{Fe}$, а далее с ростом массового числа постепенно убывает и снижается до 7,6 МэВ/нуклон у изотопа урана $^{238}_{92}\text{U}$.

Удельная энергия связи нуклонов в ядре в сотни тысяч раз превосходит энергии связи электрона в атомах.

25.4. Радиоактивность

Естественной радиоактивностью называется самопроизвольное превращение ядер неустойчивых изотопов одного химического элемента в ядра изотопов других элементов с испусканием особого рода излучения. Естественная радиоактивность сопровождается испусканием определенных частиц: α , β -излучений, антинейтрино, а также электромагнитного

γ -излучения. Естественная радиоактивность наблюдается у тяжелых ядерных элементов, располагающихся в таблице Менделеева за свинцом.

Альфа-излучение – это поток частиц (α -частиц) с высокой кинетической энергией, которые представляют собой ядра гелия. Эта частица состоит из двух протонов и двух нейтронов и обозначается ${}_2\alpha^4$ или ${}_2^4\text{He}$.

Бета-излучение – это поток частиц (β -частиц) с высокой кинетической энергией, которые представляют либо электроны (у большинства радиоактивных элементов), либо позитроны (у искусственно полученных изотопов). Позитрон – это частица подобная электрону, но с положительным зарядом. Обозначаются β^- – электрон, β^+ – позитрон.

Гамма-излучение имеет электромагнитную природу и представляет собой поток фотонов с высокой энергией и длиной волны от 0,1 нм и меньше.

В одном акте распада из ядер данного вещества выбрасываются частицы только одного вида: альфа или бета. Соответственно различают три основных вида радиоактивного распада ядер: альфа-распад, бета-электронный распад и бета-позитронный. Любой из этих распадов может сопровождаться излучением гамма-квантов.

Для ядер тяжелых элементов (урановой группы) характерен альфа-распад, при этом уменьшается общее число нуклонов в ядре и оно становится более устойчивым.

Альфа-распад происходит по схеме



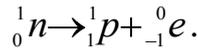
где X – обозначен химический символ распадающегося ядра; буквой Y – химический символ образующегося дочернего ядра.

Альфа-распад обычно сопровождается испусканием дочерним ядром γ -квантов. Примером могут служить изотопы урана

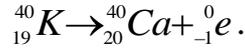


Механизм α -распада можно представить следующим образом: два протона и два нейтрона, взаимодействуя в процессе внутриядерного движения, образуют α -частицу. Время ее жизни приблизительно 10^{-21} с, а затем она распадается на отдельные нуклоны. При определенных условиях некоторые из образовавшихся альфа-частиц могут преодолеть потенциальный барьер, образуемый ядерными силами, и оторваться от ядра.

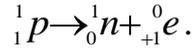
Бета-распад происходит у ядер, неустойчивость которых связана с неблагоприятным соотношением числа нейтронов и протонов. Если в ядре имеется избыток нейтронов, то происходит электронный β -распад, при котором один из нейтронов превращается в протон, при этом в ядре рождается электрон:



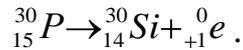
Он выбрасывается из ядра, и оно становится более устойчивым, но массовое число остается без изменений. Например:



При позитронном β -распаде один из протонов превращается в нейтрон, при этом в ядре рождается позитрон:



Распад фосфора с образованием кремния:



Бета-излучение одного и того же элемента содержит частицы с различной энергией (скоростью движения): от самой малой до некоторой максимальной величины. График зависимости относительного числа частиц $\frac{dN}{N}$, энергия которых заключена в интервале между ε и $\varepsilon + d\varepsilon$ имеет непрерывный спектр β -излучения.

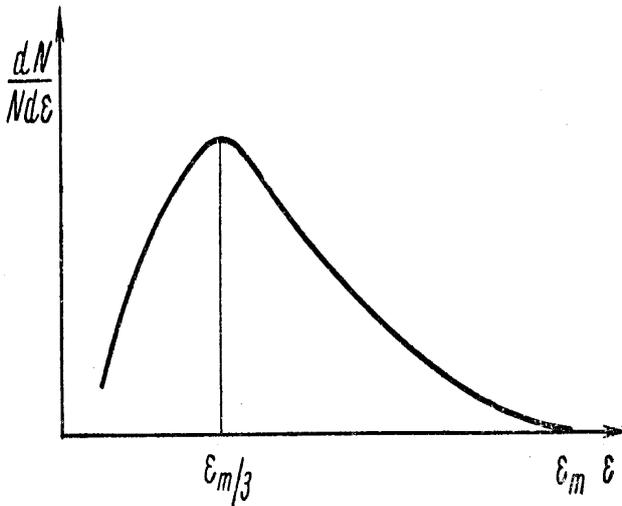
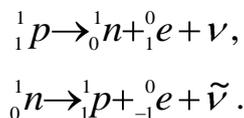


Рис. 25.2. Энергетический спектр электронов, испускаемых ядрами при β -распаде

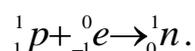
На рисунке 25.2 изображен энергетический спектр электронов, испускаемых ядрами при β -распаде. Площадь, охватываемая кривой, дает общее число электронов N , испускаемых в единицу времени, dN — число электронов, энергия которых заключена в интервале от $d\varepsilon$ до ε_{\max} и соответствует разности между массой материнского ядра и массами электронов и дочернего ядра. Следовательно, распады, при которых энергия электрона ε меньше ε_{\max} , протекают с кажущимся нарушением закона сохранения энергии. Чтобы объяснить исчезновение энергии $\varepsilon_{\max} - \varepsilon$, В. Паули высказал в 1932 году предположение, что при β -распаде вместе с электроном испускается еще одна частица, которая уносит с собой энергию $\varepsilon_{\max} - \varepsilon$. Так как эта частица никак себя не обнаруживает, следовало признать, что она нейтральна и обладает весьма малой массой. Ферми предложил назвать эту частицу нейтрино (маленький нейтрон). Таким образом, испускаемая вместе с позитроном

частица была названа нейтрино (обозначается ν), частица, испускаемая вместе с электроном – антинейтрино $\bar{\nu}$.

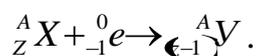
С учетом выбрасывания нейтрино и антинейтрино уравнения взаимного превращения нуклонов можно записать:



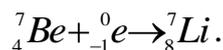
Превращение протона в нейтрон может произойти также путем захвата ядром одного из электронов с ближайшей к ядру оболочки:



Это явление называется электронным захватом или K -захватом и описывается уравнением



Это явление в природе встречается редко. Пример: превращение изотопа бериллия в литий



Искусственной радиоактивностью называется радиоактивность изотопов, полученных в результате ядерных реакций. Искусственная радиоактивность связана с нарушением стабильности атомного ядра. Для нарушения устойчивости ядер необходимо увеличить в составе ядра число нейтронов. Это достигается облучением нейтронным потоком ядер любого химического элемента.

25.5. Закон радиоактивного распада

Особенностью радиоактивного распада является то, что ядра одного и того же элемента распадаются не сразу все, а постепенно с течением времени. Момент распада отдельного ядра не может быть указан заранее, однако теория позволяет установить вероятность распада одного ядра за единицу времени. Эта вероятность характеризуется коэффициентом, который называется **постоянной распада** λ . Величина, обратная постоянной распада, $\tau = 1/\lambda$ называется средней продолжительности жизни ядра.

Основной закон радиоактивного распада: **за равные промежутки времени распадается одинаковая доля ядер данного элемента.**

Из закона следует, число ядер dN , распадающихся за промежуток времени dt , пропорционально числу N ядер, еще не распавшихся к началу данного промежутка времени, и промежутку времени dt :

$$-dN = \lambda N dt, \quad (25.4)$$

где λ – постоянная распада. Знак минус указывает на убывание со временем величины N .

Для нахождения закона распада всех N ядер радиоактивного вещества проинтегрируем дифференциальное уравнение (25.4):

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^{\tau} dt, \quad (25.5)$$

получим $\ln \left| \frac{N}{N_0} \right| = -\lambda \tau \Rightarrow \ln N - \ln N_0 = -\lambda \tau$

$$N = N_0 e^{-\lambda \tau}, \quad (25.6)$$

где N_0 – количество ядер в начальный момент; N – количество не распавшихся атомов в момент времени τ .

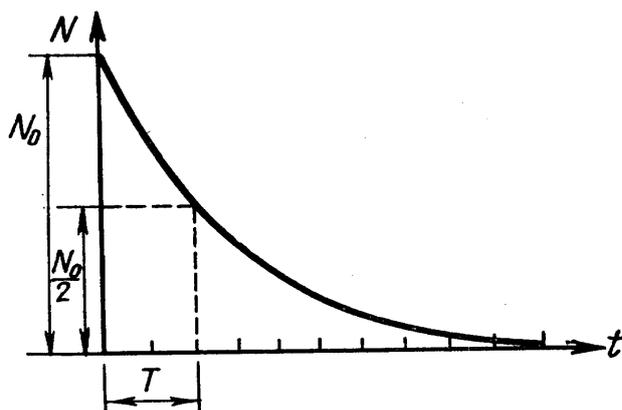


Рис. 25.3. График зависимости числа нераспавшихся ядер от времени

Выражение (25.6) представляет аналитическую запись основного закона радиоактивного распада и показывает, что число нераспавшихся ядер убывает со временем по экспоненте (рис. 25.3).

Количество ядер, распавшихся за время τ , определяется выражением

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda \tau}). \quad (25.7)$$

Время, за которое распадается половина первоначального количества ядер, называется

периодом полураспада T . Это время определяется условием

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda T}, \quad (25.8)$$

откуда получаем

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (25.9)$$

У разных химических элементов период полураспада различается в весьма широких пределах, например: $^{238}\text{U} - 4,5 \cdot 10^9$ лет; $^{60}\text{Co} - 5,3$ года; $^{24}\text{Na} - 15,06$ ч; $^8\text{Li} - 0,89$ с.

На практике используется понятие активность распада, которую характеризуют числом распадов за одну секунду. Активность – это скорость распада данного количества радиоактивного элемента, она равна

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N = \frac{0,693 \cdot N}{T_{1/2}}. \quad (25.10)$$

Из выражения (25.10) следует, что активность элемента пропорциональна числу ядер и обратно пропорциональна его периоду полураспада. По мере распада ядер активность данной массы элемента убывает. Активность в любой момент t времени можно вычислить, используя соотношение

$$A_t = A_0 e^{-\lambda t}, \quad (25.11)$$

где A_0 – активность в начальный момент времени $t = 0$.

25.6. Проникающая и ионизирующая способность радиоактивного излучения

В результате радиоактивного распада α , β -частицы и γ -кванты получают высокую кинетическую энергию. Проникая в вещество, они взаимодействуют с электронами атомов, выбивают их с орбит и, таким образом, ионизируют вещество. Энергия, полученная при ионизации, приводит атомы в возбужденно состояние, это возбуждение может сниматься излучением в оптическом диапазоне или активацией молекул, приводящей к фотохимическим реакциям.

По мере проникания частиц радиоактивного излучения вглубь вещества и взаимодействия с электронами атомов их энергия уменьшается. Наибольшую глубину проникновения частиц в вещество называют *пробегом*.

При распространении в веществе α -частица присоединяет два электрона и превращается в атом ${}^2_4\text{He}$. Отрицательная β -частица (электрон) остается в свободном состоянии или присоединяется к какому-либо атому или иону вещества. Положительная β -частица (позитрон) соединяется со свободным электроном и превращается в два γ -фотона. Гамма-фотон поглощает электрон при взаимодействии.

Таким образом, чем выше ионизирующая способность частиц радиоактивного излучения, тем меньше их проникающая способность. Ионизирующая способность частиц радиоактивного излучения атомов пропорциональна их кинетической энергии и второй степени заряда. Это обусловлено тем, что взаимодействие заряженных частиц с электроном атомов вещества происходит преимущественно через их электрические поля при сближении на достаточно малое расстояние.

Альфа-частицы проникают в вещество относительно неглубоко. Пробег в воздухе в зависимости от энергии частиц колеблется от 2 до 8,5 см. В тканях организма они проникают на глубину до 0,1 мм. Благода-

ря малой глубине проникания защитой от α -частиц может служить тонкий слой любого вещества (одежда, плотная бумага, целлофан и т. д.). Основную опасность α -частицы представляют при попадании на слизистые оболочки дыхательных или пищеварительных путей. Бета-частица (электроны и позитроны) производят значительно менее интенсивную ионизацию, чем α -частицы, поэтому проникают в ткани человека на глубину до нескольких сантиметров. Для защиты от β -излучения может служить слой толщиной 1-2 см практически любого вещества: дерева, стекла, легкого металла и т. д.

Гамма-фотоны отличаются высокой проникающей способностью. Пробег их в воздухе составляет сотни метров. Ткани организма человека γ -излучение проходит насквозь. Ослабление интенсивности γ -излучения в однородной среде происходит по экспоненциальному закону. Для защиты от γ -излучения могут применяться только толстые слои воды, земли или бетона, тяжелые металлы толщиной в несколько сантиметров (свинец).

25.7. Биофизические основы действия ионизирующего излучения на организм

Под ионизирующим излучением понимают: радиоактивное α, β, γ -излучение, жесткое рентгеновское излучение, потоки протонов и нейтронов.

Частицы и кванты, обладающие значительной энергией при взаимодействии с живой тканью, вызывают изменение структуры молекул вещества. Одним из результатов такого взаимодействия является радиолиз воды. Явление радиолиза воды заключается в ионизации, а затем в распаде ионизированной молекулы воды. Распад связан с образованием ненасыщенных радикалов Н и ОН, которые не несут электрических зарядов, но имеют ненасыщенные валентности и поэтому обладают исключительно высокой химической активностью. При этом образуют соединения типа H_2O_2 и H_2O (гидропероксид), также являющиеся сильными окислителями.

Первичные процессы ионизации не вызывают больших нарушений в тканях. Токсическое действие излучения связано со вторичными реакциями, при которых происходит разрыв связей внутри сложных органических молекул. Кроме того, происходит образование активных биохимических продуктов биологического порядка, которые развиваются лавинообразно и приводят к состоянию организма, называемому лучевой болезнью.

25.8. Дозиметрия ионизирующего излучения

Основной характеристикой излучения, учитывающей действие его на вещество, является энергия излучения, поглощенная единицей массы вещества за время излучения. Эта величина называется *поглощенной дозой* излучения D и определяется:

$$D = E/m. \quad (25.12)$$

За единицу поглощенной дозы в системе СИ принят *грей* (Гр). 1 Гр равен поглощенной дозе излучения, при которой облученному веществу массой 1 кг передается энергия ионизирующего излучения 1 Дж:

$$1 \text{ Гр} = 1 \text{ Дж/1 кг.}$$

Иногда используется внесистемная единица – рад: 1 рад = 0,01 Гр.

Физическое воздействие любого ионизирующего излучения на вещество связано прежде всего с ионизацией атомов и молекул. Количественной мерой действия ионизирующего излучения служит *экспозиционная доза*, которая характеризует ионизирующее действие излучения на воздух. Экспозиционная доза равна отношению электрического заряда ионов одного знака, возникающих в сухом воздухе при его облучении фотонами, к массе воздуха:

$$X = q/m.$$

В системе СИ единицей экспозиционной дозы является кулона на килограмм (Кл/кг). 1 Кл/кг равен такой дозе, при которой в сухом воздухе массой 1 кг создаются ионы, несущие электрический заряд каждого знака, равный 1 Кл.

До сих пор употребляется внесистемная единица экспозиционной дозы – рентген (Р). Рентген – это доза рентгеновского и γ -излучений, которая в результате полного ионизирующего действия в 1 см³ чистого воздуха при 0°С и нормальном давлении образует округленно 2 млрд пар ионов.

Действие излучения зависит не только от общей дозы поглощенного излучения, но и от скорости нарастания дозы, т.е. величины dD/dt .

Для количественной характеристики этого явления вводится понятие мощности дозы излучения:

$$P = \frac{\Delta D}{\Delta t}.$$

Единицы мощности дозы излучения:

1) Для поглощенной дозы – Ватт на килограмм (Вт/кг) и рад в секунду (рад/с);

2) Для экспозиционной дозы Ампер на килограмм (А/кг) и рентген в час (Р/ч) или микрорентген в секунду (мкР/ч).

Контрольные вопросы

- Как связан заряд атомного ядра с порядковым номером химического элемента в таблице Д. И. Менделеева?
- Почему заряд ядра определяет химические свойства атома?
- Что такое изотопы? Почему изотопы одного химического элемента обладают одинаковыми химическими свойствами?
- Как зависит объем ядра от его массы?
- Что такое атомная единица массы? Чему она равна?
- На основании каких факторов можно сделать вывод о существовании ядерных сил как особых сил взаимодействия нуклонов в атомном ядре?
- Каковы особенности ядерных сил? Что такое свойство насыщения ядерных сил, и как оно объясняется?
- Почему протон и нейтрон часто рассматривают как одну ядерную частицу – нуклон – в двух разных состояниях? Почему масса атомного ядра не равна сумме масс свободных протонов и нейтронов, из которых оно состоит?
- Что такое энергия связи ядра? Что такое удельная энергия связи атомного ядра?
- Какие атомные ядра не способны к самопроизвольному радиоактивному распаду?
- Что такое альфа-распад? Как изменяются заряд и масса ядра при альфа-распаде? Как возникает гамма-излучение при альфа-распаде?
- Что такое бета-распад? Какие превращения происходят в атомном ядре при бета-распаде?
- Что понимают под искусственной радиоактивностью?
- Сформулируйте закон радиоактивного распада и получите аналитическое выражение закона.
- Что такое постоянная распада, период полураспада, активность радиоактивного элемента?
- От чего зависит проникающая и ионизирующая способность радиоактивного излучения?
- Каковы биофизические основы действия ионизирующего излучения на организм.
- Дайте определение основных характеристик ионизирующего излучения.

Задачи для самостоятельного решения

25.1. Однозарядные ионы изотопа цезия массой 133 а.е.м. разгоняются в электрическом поле при напряжении 2000 В и движутся в однород-

ном магнитном поле масс-спектрографа. Определите радиус окружности, по которой движутся ионы, если индукция магнитного поля 0,25 Тл. { $\approx 29,7$ см}

25.2. В масс-спектрографе с индукцией магнитного поля 0,25 Тл в электрическом поле при напряжении 2000 В разгоняются однозарядные ионы изотопов калия с массами 39 и 41 а.е.м. На каком расстоянии друг от друга будут находиться на фотопластинке образованные ими линии спектра, если траектории их движения будут полуокружностями? {4,1 мм}

25.3. Вычислите энергию связи ядра атома дейтерия 2_1H . Масса ядра атома дейтерия 2_1H равна 2,01355 а.е.м. {2,226 МэВ}

25.4. Вычислите удельную энергию связи нуклонов в ядре атома урана ${}^{238}_{92}U$. Масса ядра атома урана ${}^{238}_{92}U$ равна 238,00032 а.е.м. {8,477 МэВ}

25.5. Какое ядро образуется в результате альфа-распада ядра изотопа радия ${}^{226}_{88}Ra$? { ${}^{222}_{86}Rn$ }

25.6. Какое ядро образуется в результате электронного бета-распада ядра изотопа меди ${}^{66}_{29}Cu$? { ${}^{66}_{30}Zn$ }

25.7. Какое ядро образуется в результате позитронного бета-распада ядра брома ${}^{64}_{29}Br$? { ${}^{64}_{28}Ni$ }

25.8. Период полураспада ядер изотопа йода ${}^{131}_{53}I$ равен 8 сут. Сколько радиоактивных ядер этого изотопа останется в образце через 80 сут, если начальная масса образца равна 40 г? { $1,8 \cdot 10^{20}$ }

25.9. В организме человека содержание калия составляет примерно 0,19 % от его массы. Радиоактивный изотоп ${}^{40}_{19}K$ в природной смеси изотопов составляет 0,012 %, период полураспада изотопа 1,24 млрд лет. Сколько ядер изотопа калия ${}^{40}_{19}K$ распадается за 1 с в тканях вашего организма (масса 50 кг)? { $3 \cdot 10^3$ расп/с}

25.10. 1 г углерода животного или растительного происхождения испускает 15,3 бета-частиц за 1 мин за счет радиоактивного распада ядер изотопа углерода ${}^{14}_6C$. Каков период полураспада этого изотопа, если известно, что 133 атома данного изотопа приходится на 10^{14} атомов других изотопов углерода? {5720 лет}

Лекция 21

ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ

21.1. Основные понятия

Вещества в природе могут излучать свет не только при нагревании тел, но и при других явлениях, например: электрическом разряде в газе, некоторых химических процессах (гниение органических веществ, окисление фосфора, свечение светлячков и морских микроорганизмов и др.).

Люминесценция – неравновесное излучение, избыточное при данной температуре над тепловым излучением тела и имеющее длительность, большую периода световых колебаний.

Первая часть этого определения приводит к выводу, что люминесценция не является тепловым излучением, поскольку любое тело при температуре выше 0 K излучает электромагнитные волны, а такое излучение является тепловым.

Вторая часть показывает, что люминесценция не является таким видом свечения, как отражение и рассеяние света, тормозное излучение заряженных частиц и др. Период световых колебаний составляет примерно 10^{-15} с, поэтому длительность, по которой свечение можно отнести к люминесценции, больше – примерно 10^{-10} с. Признак длительности свечения дает возможность отличить люминесценцию от других неравновесных процессов.

В зависимости от способов возбуждения различают:

- **фотолюминесценцию** (под действием света ультрафиолетового и коротковолновой части видимого света);
- **рентгенолюминесценцию** (под действием рентгеновского излучения);
- **катодолюминесценцию** (под действием электронов);
- **электролюминесценцию** (под действием электрического поля);
- **радиолюминесценцию** (при возбуждении ядерным излучением, например, γ -излучением, нейтронами, протонами);
- **хемилюминесценцию** (при химических превращениях);
- **триболюминесценцию** (при растирании и раскалывании некоторых кристаллов, например сахара).

По длительности свечения условно различают: **флуоресценцию** ($t \leq 10^{-8}$ с) и **фосфоресценцию** – свечение, продолжающееся заметный промежуток времени после прекращения возбуждения.

Люминесценция является избирательным свойством тел, она не может принять равновесный характер. Она прекращается, как только будет израсходована энергия этого процесса, излучаемая фотонами. Люминесценция происходит одновременно с тепловым излучением и независимо от него.

21.2. Механизмы фотолюминесценции. Правило Стокса

Фотолюминесценция начинается с возбуждения атома или молекулы фотоном внешнего излучения с некоторой частотой ν . В результате атом переходит с основного энергетического уровня (1) на один из возбужденных уровней (2). Далее возможны три варианта:

1. Атом (молекула) возвращается на основной уровень с испусканием фотона, частота которого равна частоте поглощенного фотона: $\nu_{\lambda} = \nu$ (рис. 21.1, а). Такая люминесценция называется *резонансной*.

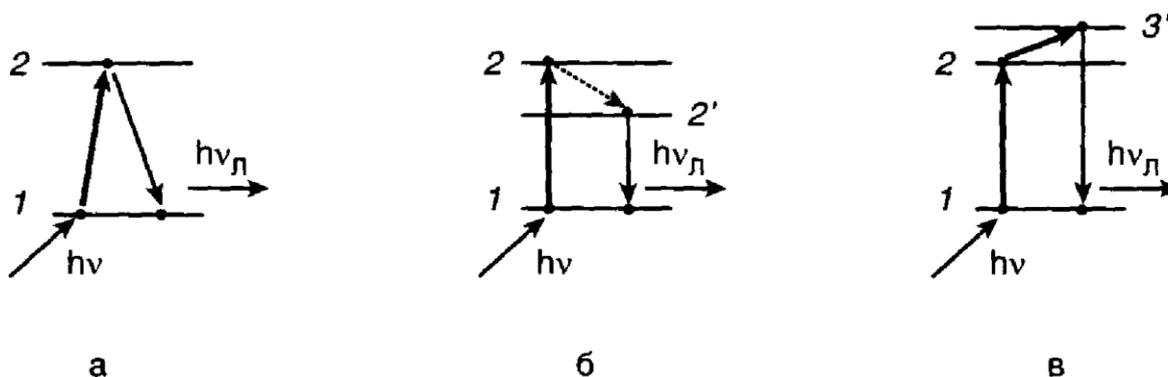


Рис. 21.1. Возможные варианты снятия возбуждения электрона

2. Возбужденный атом взаимодействует с окружающими его атомами и безызлучательно переходит на нижний возбужденный уровень (2'). Затем он переходит на основной уровень, испуская фотон меньшей частоты: $\nu_{\lambda} < \nu$ (рис. 21.1, б). Такая люминесценция называется *стоксовой* (в честь Дж. Г. Стокса).

3. Возбужденный атом взаимодействует с окружающими его атомами и переходит на верхний возбужденный уровень (3'). Затем он переходит на основной уровень, испуская фотон большей частоты: $\nu_{\lambda} > \nu$ (рис. 21.1, в). Такая люминесценция называется *антистоксовой*.

При фотолюминесценции атомы и молекулы вещества поглощают падающие на них фотоны с одной длиной волны λ_1 , возбуждаются и излучают фотоны с иной длиной волны λ_2 . Из экспериментов следует, что люминесцентное излучение обычно имеет большую длину волны, чем излу-

чение, возбуждающее люминесценцию. Это отражено правилом Стокса: *при люминесценции спектр излучения в целом и его максимумы сдвинуты по отношению к спектру поглощенного излучения в сторону более длинных волн.*

Это объясняется тем, что люминесценция – квантовый процесс: каждый фотон высвечивается за счет одного поглощенного фотона при условии, что его длина волны соответствует условиям возбуждения люминесценции. Энергия поглощенного фотона может перейти полностью ко вторичному фотону. Однако чаще энергия вторичного фотона меньше, а, следовательно, длина волны λ_2 больше, чем длина волны λ_1 поглощенного фотона: $\lambda_2 > \lambda_1$. Это и отражает правило Стокса (рис. 21.2).

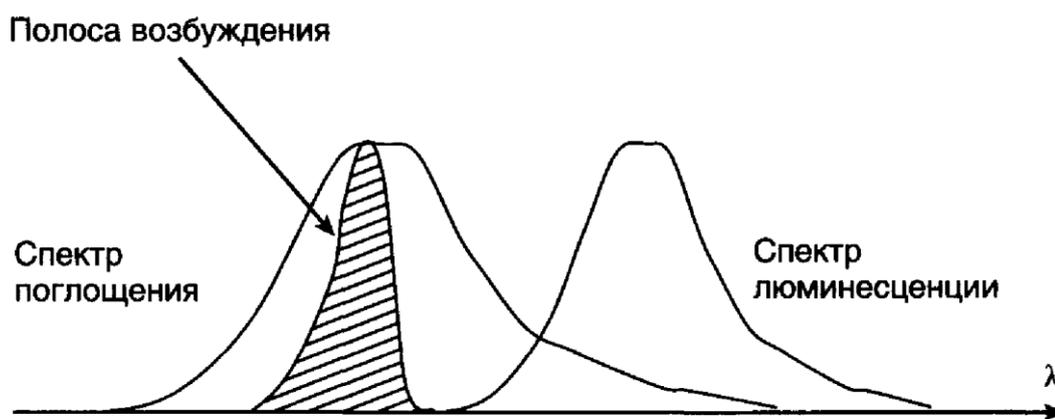


Рис. 21.2. Схема стоксовой люминесценции

Не все поглощенные веществом фотоны вызывают вторичное свечение, часть их расходуется на другие внутримолекулярные процессы, например, тепловой эффект. Для оценки количественного переизлучения фотонов введено понятие **выхода люминесценции**. Различают квантовый и энергетический выход. Квантовый выход измеряется отношением числа N квантов, высвечиваемых в единицу времени, к числу поглощаемых квантов N_n :

$$\eta_{KB} = \frac{N}{N_n} \cdot 100\% . \quad (21.1)$$

Энергетический выход измеряется отношением мощности вторичного излучения к мощности поглощенного:

$$\eta_\varepsilon = \frac{W}{W_n} = \frac{N h \nu_2}{N_n h \nu_1} = \frac{N \nu_2}{N_n \nu_1} = \frac{N \lambda_1}{N_n \lambda_2} = \eta_{KB} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} . \quad (21.2)$$

Выход люминесценции зависит от природы вещества и составляет от нескольких процентов до 70-80 %.

21.3. Хемилюминесценция

Хемилюминесценцией называют свечение, сопровождающее химические реакции. Наличие такого свечения означает, что энергия, которая выделяется на одной из стадий химического процесса, протекающего в системе, оказывается достаточной для образования одного из продуктов реакции в электронно-возбужденном состоянии. Это возбуждение снимается испусканием квантов электромагнитного излучения.

Среди огромного разнообразия химических реакций лишь единичные сопровождаются излучением в видимой или ультрафиолетовой областях спектра. Наиболее изучены следующие типы процессов, сопровождающихся свечением:

- *Биолюминесценция* – яркое, видимое простым глазом свечение некоторых бактерий, простейших, ракообразных, червей, моллюсков, рыб. Хорошо известна биолюминесценция светляков. Биолюминесценции обусловлена определенными ферментативными реакциями;

- *Хемилюминесценция* в системах, содержащих активные формы кислорода: пероксид водорода, супероксидный и гидроксидный радикалы, синглетный (электронно-возбужденный) кислород;

- *Хемилюминесценция*, сопровождающая *реакции ценного окисления* органических соединений. Основной вклад в слабую хемилюминесценцию (раньше ее называли *сверхслабым свечением*) тканей, гомогенатов, растворов и суспензий полиненасыщенных жирных кислот дает свечение, сопровождающее пероксидное окисление липидов;

- *Хемилюминесценция* при реакциях свободных радикалов, образовавшихся в результате действия физических факторов: при облучении системы ионизирующей радиацией (*радиохемилюминесценция*), после облучения видимым или УФ-светом (*фотохемилюминесценция*), при пропускании электрического тока через растворы (*электрохемилюминесценция*), при воздействии ультразвука (*сонолюминесценция*), при перемешивании растворов (*триболюминесценция*).

При облучении (или освещении) веществ в твердой фазе (как частный случай – при облучении биологических объектов, суспензий или растворов, замороженных жидким азотом) подвижность свободных радикалов резко ограничивается. Их реакции и сопутствующая хемилюминесценция активируются при нагревании и размягчении среды. Такое свечение называют *термолюминесценцией*.

21.4. Фотобиологические процессы

Фотобиологическими называются процессы, которые начинаются с поглощения квантов света молекулами, а заканчиваются физиологической реакцией организма.

К фотобиологическим процессам относятся фотосинтез, зрение, загар кожи, фотопериодизм и многие другие.

Особенностью биологического действия ультрафиолетового и видимого излучения (200-750 нм) является ярко выраженная зависимость биологического эффекта от длины волны излучения. Бактерицидные эффекты вызываются в диапазоне 200-315 нм, покраснение (эритема) кожи наиболее эффективно вызывается светом 280-315 нм, зрение – 400-750 нм, лечение желтухи новорожденных фиолетовым светом (около 400 нм). При фотосинтезе растения и фотосинтезирующие бактерии используют весь диапазон солнечного ультрафиолетового излучения, достигающего поверхности Земли (коротковолновая граница 285 нм), видимого света и даже ближнего инфракрасного излучения (иногда до 1000 нм). Меняя длину волны, можно избирательно инициировать те или иные фотобиологические процессы.

Дело в том, что разные фотобиологические процессы начинаются с поглощения квантов света разными молекулами, в свою очередь, положение полосы поглощения молекулы зависит от ее химической структуры.

Важной характеристикой воздействия света на биологические объекты является **спектр фотобиологического действия** – зависимость биологического эффекта от длины волны действующего света. Спектры действия позволяют определить, какая область спектра наиболее эффективно вызывает биологический процесс, а также определить природу молекул, ответственных за поглощение света в данном процессе.

Изучение спектров действия привело к принятому в медицине разделению УФ-излучения на три диапазона с различной биологической активностью: УФ-А (320-400 нм), УФ-В (280-320 нм) и УФ-С ($\lambda < 280$ нм). Оказалось, что УФ-В-излучение наиболее эффективно вызывает не только эритему, но также пигментацию и рак кожи, кроме того оно подавляет Т-клеточное звено иммунитета и вызывает многие другие эффекты у человека и животных. Отсюда понятно внимание, уделяемое состоянию озонового слоя атмосферы. Озон является естественным светофильтром, определяющим коротковолновую границу солнечного излучения, достигающего поверхности Земли. В ясный полдень на экваторе на высоте моря коротковолновая граница солнечного света располагается на уровне около 285 нм. Суммарно УФ-В-излучение составляет менее 1,5 % энергии солнечного света, но обуславливает наиболее острые фотобиологические эффекты. Уменьшение озонового слоя резко увеличивает количество УФ-В-излучения, что крайне опасно для живых организмов.

21.5. Использование люминесценции в биологии и медицине

Качественный анализ – определение наличия (или отсутствия) каких-либо веществ (молекул) по форме спектра люминесценции. При этом можно изучать структуру молекул вещества; межмолекулярное взаимодействие; химические превращения.

Количественный анализ – определение количества вещества по интенсивности спектра люминесценции (можно обнаружить массу вещества $m = 10^{-10}$ г).

Если люминофором является растворенное вещество, то при невысокой оптической плотности раствора интенсивность люминесценции пропорциональна концентрации раствора. Поэтому по интенсивности люминесценции можно судить о концентрации раствора. Для этого интенсивность люминесценции исследуемого раствора (I_x) сравнивают с интенсивностью люминесценции раствора (I_0), концентрация которого известна.

Макроанализ – наблюдение невооруженным глазом люминесценции объектов, облученных УФ-излучением:

- проверка качества и сортировка пищевых продуктов;
- сортировка фармакологических средств;
- свечение волос, чешуек, ногтей при диагностике их поражения грибком и лишаям.

Микроанализ – исследование люминесцирующих микрообъектов при помощи специальных люминесцентных микроскопов, в которых есть специальный осветитель, содержащий ртутную лампу со светофильтром, пропускающим УФ-излучение.

Флуоресцентные зонды. В некоторых медицинских исследованиях применяются специальные люминофоры, вводимые в организм и распределяющиеся по тканям в соответствии со своими свойствами. Такие люминофоры получили название **флуоресцентных зондов**. Например, при введении раствора такого люминофора в кровь он разносится по всему организму и диффундирует в дерму и эпидермис. Люминесценция возбуждается длинноволновым ультрафиолетовым излучением и наблюдается в видимом свете. В поверхностных тканях с пониженным кровоснабжением люминесценция появляется позже, чем в тканях с нормальным кровоснабжением.

Флуоресцентные метки. Флуоресцирующие молекулы можно ковалентно связывать с определенными молекулами, и затем эту систему вводить в исследуемый объект. Такие молекулы называются **флуоресцентными метками**. Примером является использование флуоресцентно меченых антител. Если добавить такие антитела к суспензии смеси клеток, то они связываются только с теми из них, на поверхности которых находятся специфические к данному антителу антигены. Возникает яркая лю-

минесценция определенных клонов клеток, наблюдаемая в люминесцентном микроскопе. Данная методика используется в иммунологических исследованиях крови.

Контрольные вопросы

- В чем суть явления люминесценции?
- По какому признаку можно отличить люминесценцию от явления отражения, рассеяния света, тормозного излучения?
 - Назовите основные типы люминесценции.
 - Почему явление люминесценции не может принимать равновесный характер?
 - Какие возможны механизмы реализации явления фотолюминесценции?
 - Сформулируйте правило Стокса. Как выполняется закон сохранения энергии в этом случае?
 - Что характеризует квантовый выход люминесценции, энергетический квантовый выход?
 - Сформулируйте определение хемилюминесценции.
 - Какие типы хемилюминесценции известны? Объясните их суть.
 - В чем проявляется механизм фотобиологических процессов?
 - Что понимают под спектром биологического действия?
 - Расскажите об основных направлениях использования явления люминесценции в биологии и медицине.

Задачи для самостоятельного решения

21.1. Как можно отличить люминесценцию от теплового излучения? {Люминесценция – «холодное» свечение, не подчиняющееся закону смещения Вина}

21.2. Найдите энергию ионизации (потенциал ионизации) атома водорода. { $22 \cdot 10^{-19}$ Дж}

21.3. Найдите квантовый выход фотохимической реакции, если вещество поглотило 100 кДж при $\lambda = 500$ нм, а количество вещества в образце уменьшилось от $100 \cdot 10^{-3}$ моль до $99 \cdot 10^{-3}$ моль. { $2,4 \cdot 10^{-3}$ }

21.4. Как изменится интенсивность фотолюминесценции, если увеличить оптическую плотность образца от 0,1 до 1 при фиксированной длине волны возбуждающего света? {Увеличится в 4,28 раза}

21.5. Два образца содержат флуоресцирующее вещество в концентрациях, различающихся в два раза. При возбуждении образцов монохроматическим светом оказалось, что поток флуоресценции концентрированного образца $I_{фл.2}$ превышает поток флуоресценции разбавленного $I_{фл.1}$ на 10%. Найти оптическую плотность (D_1) разбавленного образца. { $D_1=1$ }

21.6. Каким образом можно отличить оптическую плотность поглощения от оптической плотности рассеяния? { Оптическая плотность поглощения не зависит от расстояния от объекта до фотоприемника в отличие от оптической плотности рассеяния }

21.7. После импульсного возбуждения аминокислоты триптофана в водном растворе наблюдается флуоресценция, затухающая по экспоненциальному закону. Среднее время нахождения молекул триптофана в возбужденном состоянии составляет 4 нс. Подсчитать, какая доля возбужденных молекул перейдет в основное состояние за время, меньшее 4 нс, и за время, большее 4 нс. { 63 %; 37 % }

21.8. При добавлении к раствору флуоресцирующего вещества другого нефлуоресцирующего соединения (тушителя флуоресценции Q в молярной концентрации 10^{-2} М (моль/л)), интенсивность флуоресценции снизилась на 9 %. Вычислить константу скорости реакции тушения, если флуоресцирующая молекула находится в возбужденном состоянии в среднем в течение $\tau = 10^{-8}$ с. { $10^9 \text{ М}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ }

Лекция 12

БИОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОТЕНЦИАЛЫ

12.1. Основные понятия

Генерация и распространение электрических потенциалов – важнейшее физическое явление в живых клетках и тканях. Оно лежит в основе возбудимости клеток, регуляции внутриклеточных процессов, работы нервной системы, регуляции мышечного сокращения. В медицине на исследовании электрических полей, создаваемых биопотенциалами органов и тканей, основаны диагностические методы: электрокардиография, электроэнцефалография, электромиография и др.

В процессе жизнедеятельности в клетках и тканях могут возникать разности электрических потенциалов:

1) окислительно-восстановительные потенциалы – вследствие переноса электронов от одних молекул к другим;

2) мембранные – вследствие градиента концентрации ионов и переноса ионов через мембрану.

Биопотенциалом называют разность электрических потенциалов, образующихся между двумя точками клеток, тканей и организмов в процессе их жизнедеятельности.

Биопотенциалы, регистрируемые в организме, – это в основном мембранные потенциалы. Они имеют ионную природу и возникают вследствие разницы концентраций положительных и отрицательных ионов внутри и снаружи клетки.

12.2. Ионные потоки. Потенциал покоя

В покоящейся нормально функционирующей живой клетке всегда имеется разность потенциалов между цитоплазмой и окружающей средой, называемая **потенциалом покоя**. Потенциалы покоя имеют характер более или менее постоянной по величине разности потенциалов. При установлении равновесия диффузии через мембрану выравниваются значения электрохимического потенциала по разные стороны мембраны: $\mu_{\text{вн}} = \mu_{\text{нар}}$. В 1902 г. Бернштейн выдвинул гипотезу, согласно которой потенциал покоя обусловлен тем, что цитоплазматическая мембрана проницаема для ионов K^+ и на ней создается потенциал, описываемый

формулой Нернста

$$\varphi_M = \varphi_{\text{вн}} - \varphi_{\text{нар}} = \frac{RT}{ZF} \ln \frac{C_{\text{вн}}}{C_{\text{нар}}}, \quad (12.1)$$

где $C_{\text{нар}}(\varphi_{\text{нар}}); C_{\text{вн}}(\varphi_{\text{вн}})$ – концентрации K^+ (электрические потенциалы) снаружи и внутри клетки соответственно; F – число Фарадея, равное $9,65 \cdot 10^7 \frac{\text{Êë}}{\text{êîëü}}$; R – универсальная газовая постоянная; T – абсолютная температура; Z – заряд иона в единицу элементарного заряда.

В дальнейшем было установлено, что основной вклад в создание и поддержание потенциала покоя вносят потоки ионов K^+, Na^+, Cl^- . Суммарная плотность потока этих ионов с учетом их знаков

$$I = I_{Na^+} + I_{K^+} - I_{Cl^-}. \quad (12.2)$$

В живой клетке характерно не равновесное распределение веществ, а существование потоков в обе стороны через мембрану. В стационарном состоянии суммарная плотность потока равна нулю, т.е. число различных ионов, проходящих в единицу времени через мембрану внутрь клетки, равно числу входящих из клетки через мембрану:

$$I_{Na^+} + I_{K^+} - I_{Cl^-} = 0. \quad (12.3)$$

Величина мембранного потенциала покоя в стационарном состоянии определяется уравнением Гольдмана-Ходжкина-Катца:

$$\varphi_M = \frac{RT}{Z} \ln \frac{P_{Na} \left[N_A^+ \right]_{\text{вн}} + P_K \left[K^+ \right]_{\text{вн}} + P_{Cl} \left[Cl^- \right]_{\text{нар}}}{P_{Na} \left[N_A^+ \right]_{\text{нар}} + P_K \left[K^+ \right]_{\text{нар}} + P_{Cl} \left[Cl^- \right]_{\text{вн}}}. \quad (12.4)$$

Здесь квадратными скобками $\left[\right]_{\text{вн}}$ и $\left[\right]_{\text{нар}}$ обозначены концентрации ионов внутри и снаружи клетки; P – коэффициент проницаемости мембраны для соответствующего иона.

Величина потенциала покоя различная у различных клеток и может изменяться при изменении условий их жизнедеятельности. Повреждение клеток приводит обычно к повышению проницаемости мембран, в результате чего различие в коэффициентах проницаемости для ионов K^+ и N_A^+ уменьшается. Потенциал покоя при этом снижается (следует из уравнения 12.4).

12.3. Потенциал действия

Живые клетки при действии различных раздражителей (химических, механических, температурных и пр.) способны переходить в возбужденное состояние. При возбуждении нервных клеток или клеток мышц между внутриклеточной средой и окружающим раствором возникает изменение

мембранного потенциала, напоминающее затухающее колебание и называемое *потенциалом действия*. Переход клетки из состояния покоя в возбужденное состояние выглядит следующим образом. При действии раздражителя в мембране открываются каналы для ионов натрия (проницаемость мембраны возрастает более чем в 5000 раз). В результате отрицательный заряд с внутренней стороны мембраны становится положительным, что соответствует пику мембранного потенциала. Затем поступление натрия из внешней среды прекращается. В это время натриевые каналы закрываются, но открываются калиевые. Калий проходит в соответствии с градиентом концентрации из клетки до тех пор,



Рис. 12.1. Потенциал действия гигантского аксона кальмара

пока не восстановится первоначальный отрицательный заряд на мембране и, следовательно, мембранный потенциал не достигнет своего первоначального значения. Выход ионов калия из клетки продолжается дольше, чем это требуется для восстановления потенциала покоя. В резуль-

тате за пиком потенциала действия следует небольшой минимум (запаздывающий потенциал) (рис. 12.1).

12.4. Электрическое поле диполя

Электрический диполь – система двух равных по величине, но противоположных по знаку точечных электрических зарядов, расположенных на некотором расстоянии друг от друга l . Основной характеристикой диполя является его *электрический момент (дипольный момент)* – вектор, равный произведению заряда на плечо диполя l , направленный от отрицательного заряда к положительному: $\vec{P} = ql$.

Диполь является источником электрического поля, силовые линии и

эквипотенциальные поверхности которого изображены на рис. 12.2.

Центральная эквипотенциальная поверхность представляет собой плоскость, проходящую перпендикулярно плечу диполя через его середину. Все ее точки имеют нулевой потенциал ($\varphi = 0$). Она делит электрическое поле диполя на две половины, точки которых имеют соответственно положительные ($\varphi > 0$) и отрицательные ($\varphi < 0$) потенциалы.

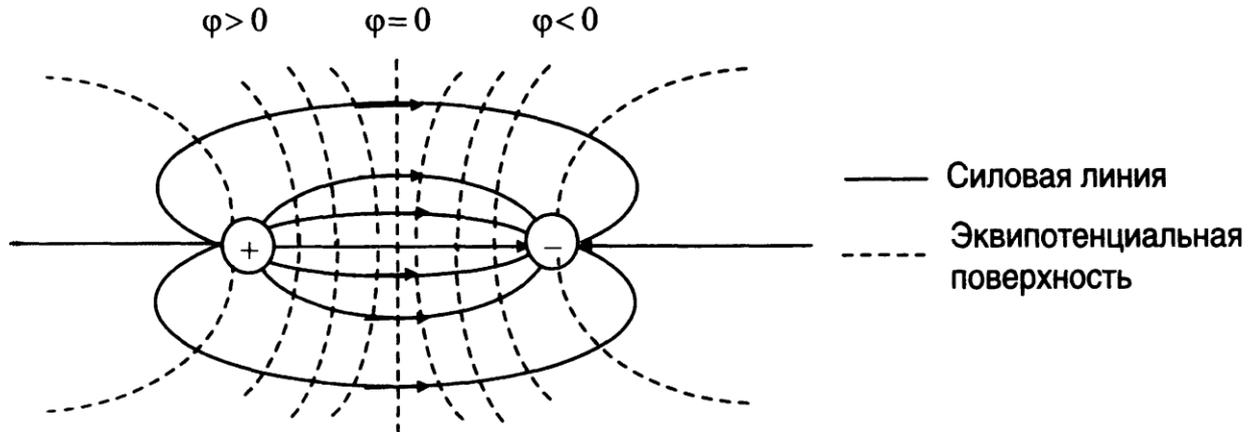
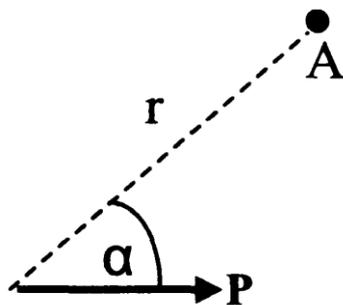


Рис. 12.2. Диполь и его диэлектрическое поле

Абсолютная величина потенциала зависит от дипольного момента \vec{P} , диэлектрической проницаемости среды ε и от положения данной точки поля относительно диполя.



Пусть диполь находится в непроводящей бесконечной среде и некоторая точка A удалена от его центра на расстояние $r \gg l$ (рис. 12.3). Обозначим через α угол между вектором \vec{P} и направлением на эту точку. Тогда потенциал, создаваемый диполем в точке A, определяется следующей формулой:

Рис. 12.3. Потенциал электрического поля, созданного диполем

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{P \cos \alpha}{r^2}. \quad (12.5)$$

Если диполь поместить в центр равностороннего треугольника, то он будет равноудален от всех его вершин. На рис. 12.4 диполь

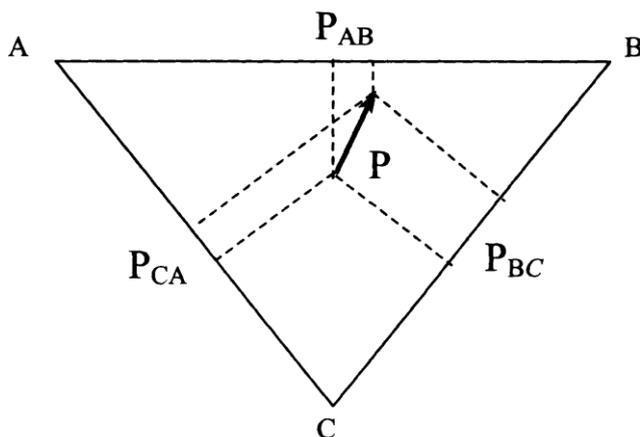


Рис. 12.4. Диполь в равностороннем треугольнике

изображен вектором дипольного момента – \vec{P} . Можно показать, что в этом случае разность потенциалов (напряжение) между двумя любыми вершинами прямо пропорциональна проекции дипольного момента на соответствующую сторону ($U_{AB} \sim P_{AB}$). Поэтому отношение напряжений между вершинами треугольника равно отношению проекций дипольного момента на соответствующие стороны:

$$U_{AC} : U_{AB} : U_{CB} = P_{AC} : P_{AB} : P_{CB}.$$

Сопоставляя величины проекций, можно судить о величине самого вектора и его расположении внутри треугольника.

12.5. Токовый диполь

Переход клетки из состояния покоя в возбужденное состояние связано с потоком ионов через мембрану за малый промежуток времени, т.е. возникает импульс тока. В результате реполяризации клетки вокруг нее возникает электрическое поле, а поэтому клетка и ее окружающая среда представляют собой токовый диполь.

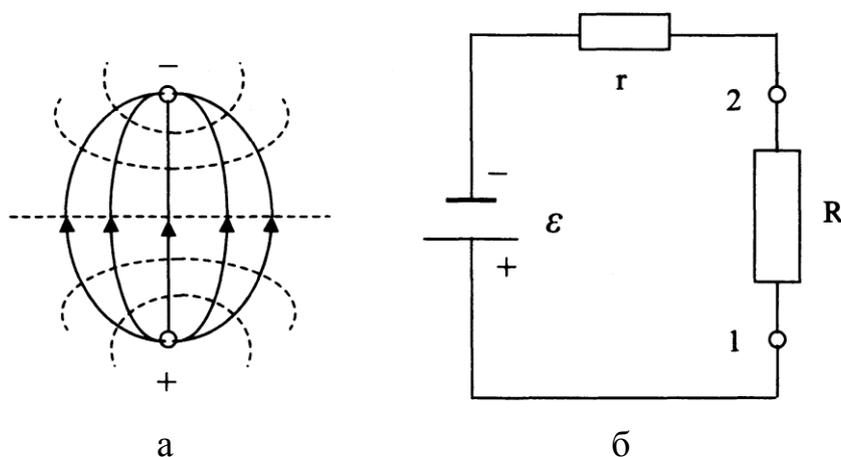


Рис. 12.8. Токовый диполь и его эквивалентная электрическая схема

На рис. 12.8б показана эквивалентная электрическая схема: R – сопротивление проводящей среды, в которой находятся электроды; r – внутреннее сопротивление источника, ε – его э.д.с.; положительный электрод (1) – *исток тока*; отрицательный электрод (2) – *сток тока*.

Электрической характеристикой токового диполя является векторная величина, называемая **дипольным моментом** (P_T).

Дипольный момент токового диполя – вектор, направленный от *стока* (–) к *истоку* (+) и численно равный произведению силы тока на плечо диполя:

$$P_T = IL. \quad (12.8)$$

Потенциал, создаваемый токовым диполем в точке А, удаленной от него на расстояние $r \gg L$, равен

$$\varphi = \frac{\rho}{4\pi} \frac{P_T \cos \alpha}{r^2}. \quad (12.9)$$

Здесь ρ – удельное сопротивление среды.

Теория токового диполя применяется для модельного объяснения возникновения потенциалов, регистрируемых при снятии кардиограмм.

12.7. Регистрация биопотенциалов. Теория отведений Эйнтховена

Биопотенциалы очень тонко отражают функциональное состояние органов, поэтому регистрация этих сигналов позволяет ставить диагноз заболевания. Регистрация биопотенциалов сердца называется электрокардиографией, головного мозга – электроэнцефалографией и периферических нервных стволов и мышц – электромиографией.

Основу электрокардиографии составляет теория Эйнтховена, позволяющая судить о биопотенциалах сердца косвенно, путем измерения потенциалов в определенных точках на поверхности тела человека.

В теории Эйнтховена сердце уподобляется электрическому диполю, находящемуся в однородной проводящей среде, которой являются окружающие ткани. В каждый момент деятельности сердца его дипольный электрический генератор создает вокруг электрическое поле, которое распространяется по проводящим тканям тела и создает потенциалы в его разных точках. Потенциал φ_0 электрического поля сердца складывается из дипольных потенциалов элементарных диполей отдельных клеток миокарда, находящихся в состоянии возбуждения. Поскольку в каждый момент кардиоцикла возбуждается сравнительно небольшой участок миокарда, расстояния r от всех диполей до точки измерения потенциала примерно равны друг другу.

$$\varphi_0 = \frac{\rho}{4\pi \cdot r} \sum_{j=1}^m P_j \cos \alpha_j, \quad (12.10)$$

где ρ – удельное сопротивление вещества (мембраны); m – число диполей (клеток в возбужденном состоянии). $P_j \cos \alpha_j$ – проекция вектора диполя \vec{P}_j . Сумму проекций в этом выражении можно рассматривать как проекцию вектора дипольного

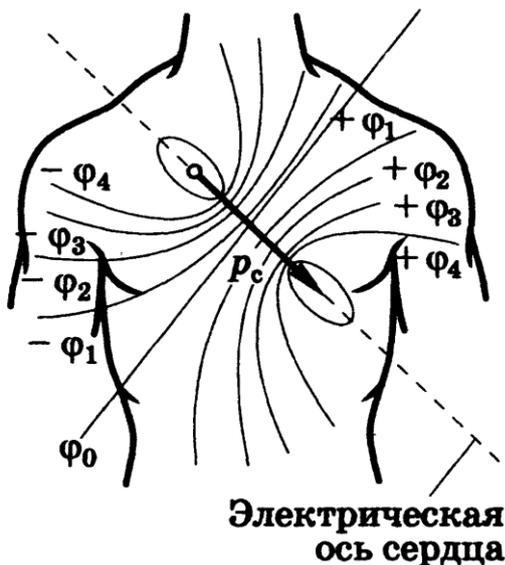


Рис. 12.9. Модель дипольного электрического генератора сердца

момента \vec{P}_C , у которого $\vec{P}_C = \sum_{j=1}^m \vec{P}_j$. Этот диполь называется

эквивалентным диполем сердца (интегрально-электрическим вектором). Экви-

потенциальные линии этого поля показаны линиями с соответствующим значением потенциала: $-\varphi_1, -\varphi_2, -\varphi_3, -\varphi_4; \varphi_0; +\varphi_1, +\varphi_2, +\varphi_3, +\varphi_4$ (рис. 12.9).

На рис. 12.9 показаны положения вектора \vec{P}_C и эквипотенциальных линий для момента времени, когда дипольный момент максимален. Это соответствует «зубцу» R вектора на электрокардиограмме (рис. 12.11).

Из формулы (12.10) следует, что потенциал в любой точке поля диполя пропорционален проекции вектора момента диполя на линию, соединяющую данную точку с центром диполя. Можно показать, что разность потенциалов в точках 1 и 2, находящихся на расстояниях r от центра диполя, прямо пропорциональна проекции вектора \vec{P}_C момента диполя на линию, соединяющие эти точки:

$$\varphi_1 - \varphi_2 \approx \sum_{j=1}^n P_j \cos \alpha_j. \quad (12.11)$$

Эйнтховен предложил регистрировать разности биопотенциалов сердца между каждыми двумя из трех электродов, расположенных в вершинах равностороннего ΔABC (рис. 12.10):

$$\varphi_A - \varphi_B = U_I, \varphi_B - \varphi_C = U_{II}, \varphi_C - \varphi_A = U_{III}.$$

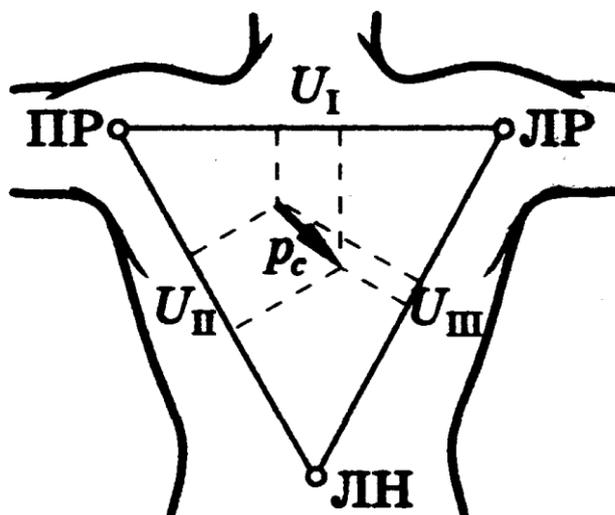


Рис. 12.10. Схема подключения электродов при регистрации биопотенциалов сердца

Каждая из этих разностей пропорциональна проекции вектора момента диполя. Сопоставляя проекции $\vec{P}_I, \vec{P}_{II}, \vec{P}_{III}$, можно судить о величине и направлении вектора:

$$\vec{P}_C = \vec{P}_I + \vec{P}_{II} + \vec{P}_{III}.$$

Возбуждение нервно-мышечной системы сердца осуществляется последовательно по различным областям сердца. Это приводит к тому, что вектор момента диполя изменяется как по величине,

так и по направлению. Точка приложения начала вектора \vec{P}_C постоянна —

это нервный узел в межпредсердной перегородке. Конец вектора \vec{P}_c за цикл работы сердца описывает сложную кривую в пространстве, состоящую из трех петель. Их принято обозначать P, QRS, T . При регистрации биопотенциалов сердца электроды располагаются в местах, которые можно считать электрически эквивалентными точками ΔABC Эйнтховена: на правом предплечье ПР, на левом предплечье ЛР и на левой голени ЛН. Конечности при этом служат просто как проводники.

По терминологии физиологов, разность биопотенциалов, регистрируемая между двумя точками тела, называется отведением. Каждые две точки наложения электродов образуют отведение: 1 – отведение ЛР-ПР, 2 – отведение ЛН-ПР, 3 – отведение ЛН-ЛР. Полученная кривая называется электрокардиограммой. Она отражает изменение по времени (за цикл работы сердца) проекции мгновенных значений вектора момента диполя сердца на линию соответствующего отведения.

Теоретический анализ электрокардиограмм сложен. Развитие кардиографии шло в основном эмпирическим путем. Катц указывал, что расшифровка электрокардиограмм производится на основе опыта, опирающегося лишь на самое элементарное понимание теории возникновения биопотенциалов. Данные ЭКГ обычно дополняют клиническую картину заболевания.

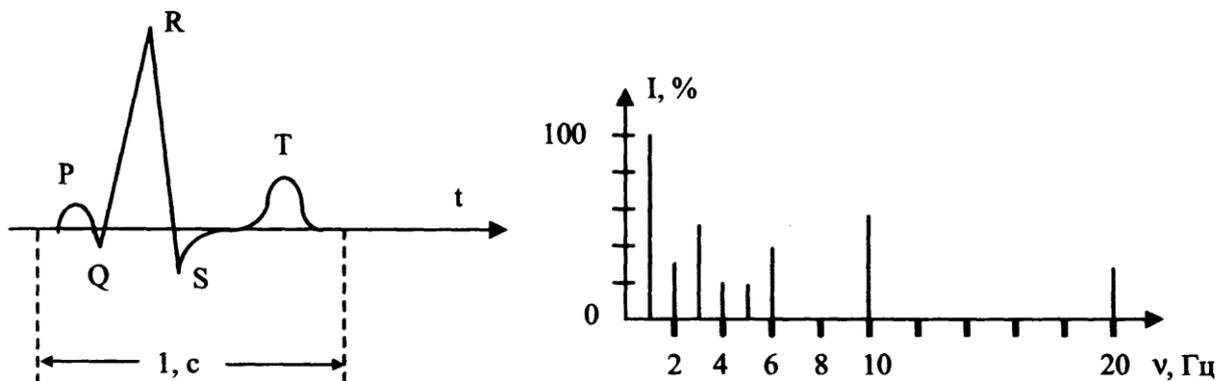


Рис. 12.11. Электрокардиограмма здорового человека и ее спектр:
 P – деполяризация предсердия; QRS – деполяризация желудочков;
 T – реполяризация. Частота пульса – 60 ударов в минуту

Вид электрокардиограммы для первого отведения показан на рис. 12.11. Она представляет собой график изменения во времени разности потенциалов, снимаемой двумя электродами соответствующего отведения за цикл работы сердца. Горизонтальная ось является не только осью времени, но и осью нулевого потенциала. ЭКГ представляет собой кривую, состоящую из трех характерных зубцов (P, QRS, T), разделенных

интервалом нулевого потенциала. Высота зубцов в различных отведениях обусловлена направлением электрической оси сердца, т.е. углом. Электрокардиограмма, записанная при норме в стандартных отведениях, характеризуется тем, что ее зубцы в разных отведениях будут неодинаковы по амплитуде.

ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. *Ремизов А.Н., Максина А.Г., Потапенко А.Я.* Медицинская и биологическая физика: учеб. для вузов. – 5-е изд. – М.: Дрофа, 2004.
2. *Ремизов А.Н., Максина А.Г.* Сборник задач по медицинской и биологической физике. – М.: Дрофа, 2001.
3. *Федорова В.Н., Фаустов Е.В.* Медицинская и биологическая физика. Курс лекций с задачами: учеб. пособие. – М.: ГЭОТЕР-Медиа, 2009.
4. *Ливенцев Н.М.* Курс физики для медицинских вузов: учеб.: в 2 т. – 6-е изд. – М.: Высшая школа, 1978.
5. *Антонов В.Ф. и др.* Биофизика. – М.: Владос, 2000.
6. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учеб. пособие для вузов. – 13-е изд. – М.: Академия, 2007.
7. *Ремизов А.Н., Потапенко А.Я.* Курс физики: учеб. для вузов. – 2-е изд. – М.: Дрофа, 2004.
8. *Савельев И.В.* Курс общей физики: в 3 т. – М.: Наука, 1989.
9. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики: в 5 т. – М.: Наука, 1977.

Дополнительная литература

1. *Пономаренко Т.Н.* Электромагнитотерапия и светолечение. – СПб.: Мир и семья, 1995.
2. Радиация, дозы, эффекты, риск. – М.: Мир, 1988.
3. *Родина Н.А.* Световые явления. – М.: Просвещение, 1986.
4. *Розенблюм Ю.З.* Оптометрия. – СПб.: Гиппократ, 1996.
5. *Сезонов Ю.И.* Сборник задач по физике. – М.: Высшая школа, 1989.
6. *Сивинцев Ю.В.* Радиация и человек. – М.: Знание, 1987.
7. *Сидоренко Е.И.* Лечение офтальмопатологии инфразвуком. – М.: 1998.
8. *Сомов Е.Е.* Клиническая анатомия органа зрения человека. – М.: МЕД прессинформ, 2005.
9. *Стасенко А.Л.* Теплота, человек и солнце. – М.: Наука, 1988. – (Б-чка «Квант», вып. 70).
10. *Кудряшов Ю.Б.* Радиационная биофизика (ионизирующее излучение) / под ред. В.К. Мазурика, М.Ф. Ломанова. – М.: Физматлит, 2004.
11. *Курьшева Н.И.* Глаукомная оптическая нейропатия. – М.: МЕД-прессинформ, 2006.
12. *Ландсберг Г.С.* Элементарный учебник физики. – М.: Наука, 1985.
13. *Макинтош Р., Машин У., Эпштейн Х.* Физика для анестезиологов. – М.: Медицинская литература, 1962.
14. Медицинская биофизика / под ред. В.О. Самойлова. – Л.: Изд-во Военно-медицинской акад., 1986.

15. *Мухарьямов Н.М.* Клиническая ультразвуковая диагностика. – М.: Медицина, 1987.
16. *Мэрион Дж.Б.* Общая физика с биологическими примерами. – М.: Высшая школа, 1986.
17. *Мэрион Дж.Б.* Физика и физический мир. – М.: Мир, 1975.
18. *Назаров А.М.* Вопросы и задачи по физике с производственным содержанием. – М.: Высшая школа, 1987.
19. *Новосельцева Т.Д.* Анатомия и физиология человека. – М., 2003.
20. *Обрубов С.А., Сидоренко Е.М., Федорова В.К., Дубовая Т.К., Древаль А.А.* Акустическая биомеханика глаза и ее значение для клиники. – М.: Изд-во РГМУ, 2001.

Учебное издание

Зубков Юрий Николаевич

**ЛЕКЦИИ
ПО МЕДИЦИНСКОЙ ФИЗИКЕ**

Учебное пособие для вузов

Директор Издательского центра *Т.В. Филиппова*
Подготовка оригинал-макета
Г.И. Петровой, Л.Г. Соловьевой, Е.Г. Туженковой

Подписано в печать 29.09.2011.
Формат 60 × 84/16. Гарнитура Times New Roman.
Усл. печ. л. 16,5. Уч.-изд. л. 16,9.
Тираж 350 экз. Заказ № 175 /

Оригинал-макет подготовлен в Издательском центре
Ульяновского государственного университета
Отпечатано с оригинал-макета в Издательском центре
Ульяновского государственного университета
432000, г. Ульяновск, ул. Л. Толстого, 42