



Ссылка на статью:

// Ученые записки УлГУ. Серия Математика и информационные технологии. 2024, № 1, с. 28-34.

Поступила: 20.06.2024

Окончательный вариант: 05.07.2024

© УлГУ

УДК 531.391.5

## Математическое моделирование движения мобильных роботов под действием ПИ- и ПИД-регуляторов

Колегова Л.В., Сутыркина Е.А.\*

[\\*kea-ul@yandex.ru](mailto:kea-ul@yandex.ru)

Ульяновский государственный университет, Россия

---

Статья посвящена описанию программных продуктов, разработанных на основе открытого математического пакета Scilab версии 6.0.2 и предназначенных для моделирования управляемого движения трехзвенного робота-манипулятора и четырехколесного омни-робота. Предоставлено описание интерфейса программ с имеющимися интерактивными компонентами, включены снимки экрана, иллюстрирующие процесс взаимодействия пользователя с приложением на различных этапах.

*Ключевые слова:* многозвенный манипулятор, мобильный робот-манипулятор, подвижная платформа, управление движением, робастные и адаптивные методы управления

---

### Введение

Одним из важных факторов интенсивного развития транспортных систем, роботизированного производства является широкое применение мобильных роботов, мобильных роботов-манипуляторов. Это применение сопровождается повышением требований к универсальности, точности, надежности, энергозатратности и другим факторам эффективности структуры управления такими роботами.

Исключительно важной является теоретико-механическая постановка исследований, включающая в себя разработку строгой математической модели динамики робота, структуры управления им [1], в том числе, робастного относительно определенной части параметров системы. Поэтому актуальной остаётся проблема исследования динамики и управления мобильными роботами. Данная работа посвящена описанию программных продуктов, разработанных для математического моделирования управляемого движения робота-манипулятора. Робот-манипулятор представляет собой многозвенный манипулятор, уста-

новленный на движущийся по горизонтальной поверхности мобильной платформе с четырьмя омни-колесами. Исследование поставленной основной задачи было разделено на изучение задач динамики и управления мобильной платформой и трехзвенного манипулятора в отдельности.

## 1. Трехзвенный манипулятор

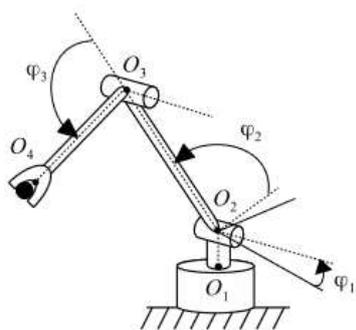


Рис. 1. Схема трехзвенного робота-манипулятора

Рассматривается математическая модель трехзвенного манипулятора с базовым звеном в виде вертикальной колонки, опирающейся на неподвижное основание и вращающейся вокруг своей вертикальной оси. Второе и третье звенья соединены последовательно с базовым звеном и между собой цилиндрическими шарнирами, позволяющими им вращаться в одной вертикальной плоскости.

Принимается, что звенья представляют собой твердые тела, третье звено имеет захват. Схематическая модель манипулятора представлена на рис. 1.

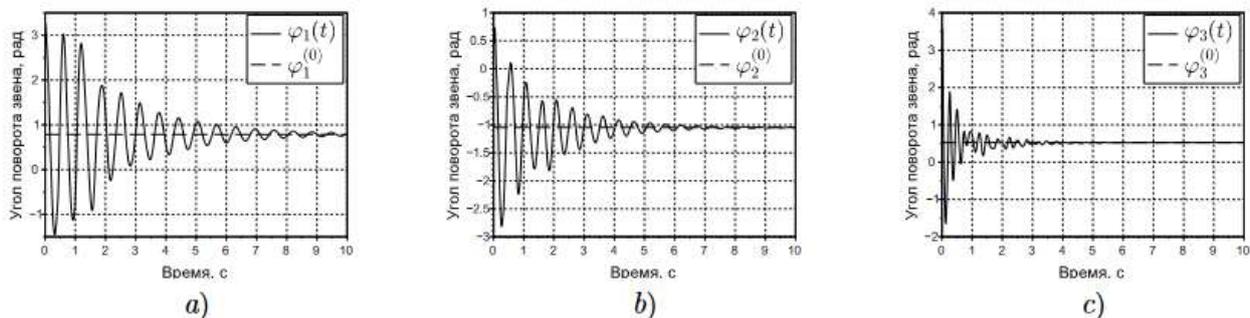
Данную модель можно принять за модель руки робота-манипулятора или за модель промышленного робота. Работа, посвященная исследованию управления таким манипулятором с использованием нелинейного ПИД-регулятора, учитывающего переменное запаздывание в измерении фазовых координат, ранее опубликована Л.В. Колеговой [2]. Дальнейшие исследования позволили составить ПИ-регулятор достаточно простой структуры [3], отсутствие датчиков скоростей в котором позволяет снизить затраты на его конструирование и эксплуатацию. Программная реализация полученных решений позволяет подтвердить теоретические результаты, а также изучить влияние параметров конкретной задачи на качество переходного процесса.

### Описание программного продукта

Разработанная программа предоставляет возможности численного решения задачи стабилизации заданных программных движений манипулятора. Исполняемый файл формата .sce запускающийся в среде математического пакета Scilab, версии не ниже 6.0.2. В программном продукте используются функции пакета Robotics Toolbox для создания модели роботизированной руки и дальнейшего изучения её поведения по ходу симуляции управляемого движения. В программе реализованы специфические функции, которые не могут быть выполнены стандартными средствами математического пакета: программирование универсального ПИ-регулятора и анимация движения. Программа позволяет моделировать и анализировать движение манипулятора под воздействием управляющего воздействия.

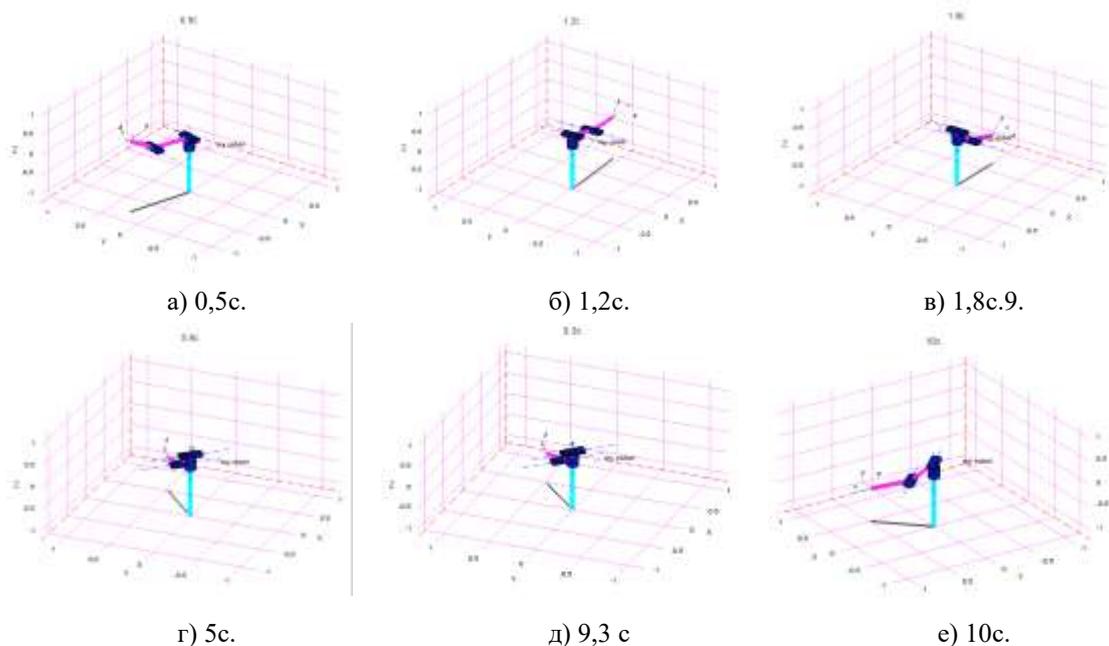
Для начала работы с программой необходимо запустить файл manipulatorTriple.sce. Далее задать параметры системы управления или запустить моделирование с уже заданными по умолчанию значениями.

После запуска программы на экране появится графическое окно с результатами численного моделирования движения робота-манипулятора (рис.2).



**Рис. 2.** Зависимости от времени углов поворота звеньев манипулятора:  
а) первое звено; б) второе звено; в) третье звено.

После того, как процесс численного интегрирования динамической системы будет завершен, в окне появится трёхмерная плоскость с координатной сеткой, на которой будет изображен процесс выхода робота на программную траекторию, см.рис.3а-3е.



**Рис. 3.** Анимация движения робота-манипулятора

По результатам численного моделирования можно сделать вывод, что выбранное управление обеспечивает стабилизацию описанного программного движения только при измерении угловых координат робота.

## 2. Мобильный четырехколесный омни-робот

Рассматривается четырехколесный всенаправленный мобильный робот, изображенный на рис. 4. Принятая модель платформы такова, что колеса размещены на концах диа-

гоналей квадратной конструкции, при этом оси их вращения ориентированы вдоль этих диагоналей. На внешней части каждого колеса установлены ролики, оси которых пересекают ось колеса под углом в 45 градусов. В данной модели не учитываются размеры и массы роликов, а также, что немаловажно, центр масс платформы не совпадает с её геометрическим центром (центром квадрата основания). Предполагается, что робот движется по горизонтальной поверхности и каждое колесо приводится в движение независимым двигателем постоянного тока.

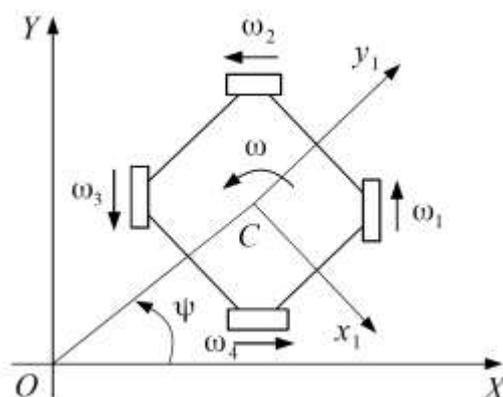


Рис. 4. Схема четырехколесного омни-мобильного робота.

Созданная математическая модель позволяет учесть проскальзывание колес при торможении или ускорении робота и основана на уравнениях движения в форме Эйлера. Структура управления роботом разработана таким образом, что обеспечивает стабилизацию заданного движения, даже если измеряются только декартовы координаты центра платформы и её угловое положение, с учетом возможного переменного запаздывания в системе обратной связи [4-6].

Для моделирования управляемого движения такого мобильного робота разработана программа для ЭВМ.

### Описание программного продукта

Разработанная программа представляет собой совокупность файлов формата .sce следующего содержания:

- `init.sce` – инициализационный файл, который необходимо запустить в среде `scilab`.
- `get_params.sce` – файл, содержащий функции сбора данных от пользователя в виде GUI-форм.
- `q0t.sce`, `q0.sce` – файлы, содержащие функции, описывающие программное движение и программную позицию робота соответственно.
- `general.sce` – файл содержит задание матриц, входящих в уравнения, описывающие движение робота.
- `system1.sce`, `system2.sce` – файлы, содержащие функции для численного интегрирования робота с выбранным управлением для решения задачи выхода на программное движение робота и программную позицию соответственно.

- plots1.sce, plots2.sce - файлы вывода полученных результатов математического моделирования для задачи слежения и позиционирования соответственно.

Для начала работы с программой, пользователь открывает файл init.sce в Scilab и запускает его, нажав F5, либо соответствующую кнопку на панели быстрого запуска.

Далее, в доступном формате – в виде графического интерфейса, пользователь выбирает задачу, численное решение которой он хочет получить, кликнув на соответствующую кнопку (см. рис. 5):

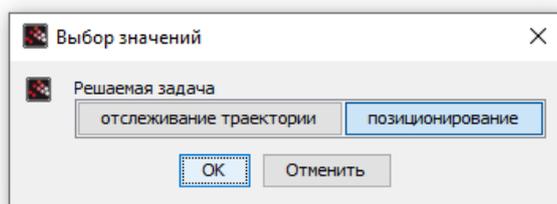
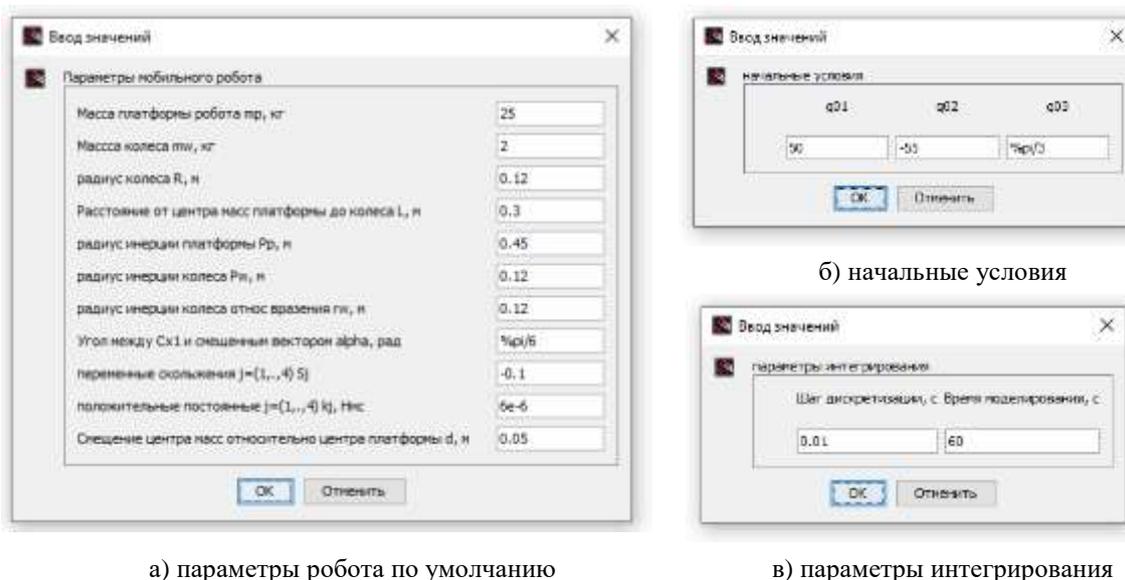


Рис. 5. Форма выбора решаемой задачи.

После чего на экране появляются окна для ввода параметров робота, начальных условий и параметров интегрирования (см. рис. 6).



а) параметры робота по умолчанию

б) начальные условия

в) параметры интегрирования

Рис. 6. GUI-интерфейс для работы с программой

Пользователь может согласиться со значениями по умолчанию, либо изменить их в соответствующих полях ввода. По окончании сего действия запускается процесс численного решения выбранной задачи.

После того, как математическое моделирование завершено, на экран выводятся его результаты в виде: 3-х статичных графиков движения компонент робота и анимированный процесс движения центра масс робота (рис. 7-8). Анализ графиков показывает, что реальная траектория центра масс робота асимптотически приближается к отслеживаемой траектории, отмеченной жирной линией, и к моменту времени  $t = 60$  с практически совпадает с ней. Полученные результаты позволяют утверждать о переносимости задачи для различных моделей цифрового регулятора.

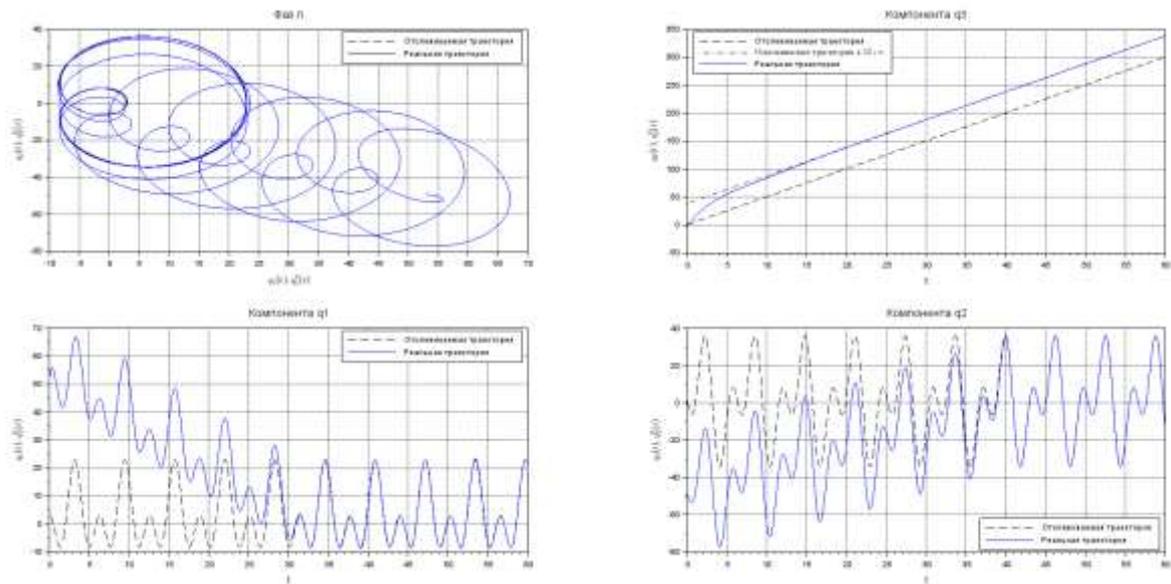


Рис. 7. Процесс стабилизации программного движения робота под действием управления.

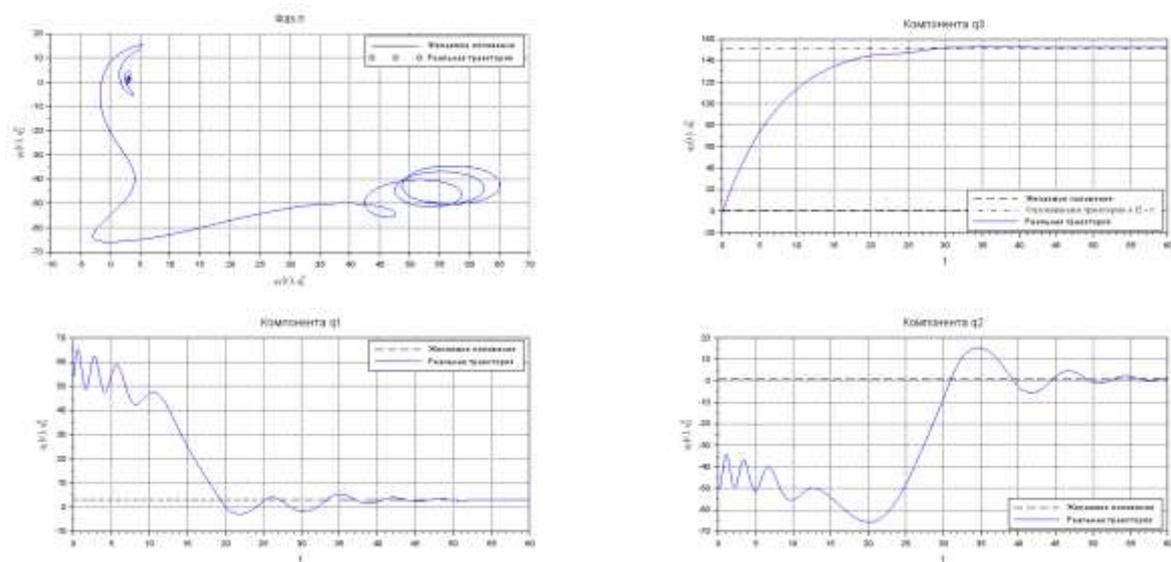


Рис. 8. Процесс стабилизации программной позиции робота под действием управления

## Заключение

Разработанные программные продукты позволяют моделировать и анализировать движение роботов, чтобы оптимизировать его управление. Они помогают понять, как различные параметры (такие как трение, крутящие моменты, начальные условия) влияют на стабилизацию движения и позиционирования робота. Полученные результаты могут быть использованы для разработки более эффективных алгоритмов управления и для тестирования различных моделей цифрового регулятора.

Работа выполнена при финансовой поддержке НИР по проекту РФФИ «Математические методы и новые информационные технологии конструирования систем управления мобильными роботами-манипуляторами», № 22–71–00062.

## Список литературы

1. Andreev A., Peregudova O. On global trajectory tracking control of robot manipulators in cylindrical phase space // *International Journal of Control*. 2020, v. 93, no. 12, p. 3003–3015.
2. Andreev A., Sutyркина K., Kolegova L. PID Controllers in the Trajectory Tracking Control Problem of Robotic Manipulators with Time-Delayed Feedback // *2023 9th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*. IEEE, 2023. P. 173–178.
3. Андреев А.С., Сутыркина Е.А. Об управлении движением мобильного робота с четырьмя омни-колесами // *Автоматизация процессов управления*. 2023, т. 74, № 4, с. 65–73.
4. Hu Y., Ge S.S., Su C.Y. Stabilization of Uncertain Nonholonomic Systems via Time-Varying Sliding Mode Control // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2004, v.49, p. 757–763
5. Andreev A.S., Peregudova O.A. On Time-Delayed Feedback Trajectory Tracking Control of a Mobile Robot with Omni-Wheels // *Proceedings of the 12th International Workshop on Robot Motion and Control, Poznan University of Technology, Poznan, Poland, July 8-10, 2019*. IEEE, 2019. P. 143–147.
6. Andreev A., Sutyркина K. Motion Stabilization Control of an Omni-Directional Mobile Robot with Four Wheels // *2023 5th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA)*. Lipetsk, Russian Federation, 2023, p.125–130.

## PI and PID Controllers in the Mathematical Modelling of Mobile Robots Motion

**Kolegova, L.V., Sutyркина, E.A.**\*

[\\*kea-ul@yandex.ru](mailto:kea-ul@yandex.ru)

Ulyanovsk State University, Russia

The article describes software products developed based on the open mathematical package Scilab version 6.0.2, intended for modeling the controlled motion of a three-link robotic manipulator and a four-wheeled omnidirectional robot. The interface of the programs with existing interactive components is described, including screenshots illustrating the user interaction with the application at various stages.

**Keywords:** multi-link manipulator, mobile robotic manipulator, mobile platform, motion control, robust and adaptive control methods