



Ссылка на статью:

// Ученые записки УлГУ. Сер. Математика и информационные технологии. 2024, № 2, с. 79-90.

Поступила: 21.10.2024

Окончательный вариант: 17.12.2024

© УлГУ

УДК 681.5.075, 517.977.5

О решениях задачи математического и компьютерного моделирования системы регулирования температуры воздуха в жилом помещении

Сергеев С. С.

sergey.sergeev155@gmail.com

УлГУ, Ульяновск, Россия

В статье рассмотрена задача математического моделирования процесса терморегуляции в жилом помещении. На основе модели линейной динамической системы второго порядка в непрерывном времени построены стандартная управляемая и стандартная наблюдаемая модели с целью определения оптимальной модели для решения задачи терморегуляции путем исследования свойств устойчивости, полной управляемости и полной наблюдаемости всех трех моделей. В результате анализа выявлено, что все модели обладают свойствами полной управляемости и наблюдаемости при любых ненулевых значениях параметров. Следовательно, все три модели можно рекомендовать для решения задачи моделирования процесса терморегуляции. На основе одной из моделей решена задача оптимального управления с целью минимизации расхода энергии на нагрев помещений на заданном промежутке времени.

Ключевые слова: регуляция температуры помещения, линейная динамическая система, модель в пространстве состояний, устойчивость, полная управляемость, полная наблюдаемость, оптимальное управление

Введение

Моделирование процесса терморегуляции в жилых помещениях является одной из важнейших задач при строительстве жилых зданий и ремонтах квартир. Такие модели позволяют изучить процесс теплообмена между помещениями, находить оптимальное управление для нагревателя, оценивать параметры потерь теплоты и коэффициента теплообмена для выбора утеплительных материалов. Актуальность задачи моделирования процесса терморегуляции жилых помещений подтверждается большим числом публикаций. Так, в [1] решена задача математического моделирования теплопередачи через огражда-

ющую конструкцию. Авторами получено аналитическое и численное решение краевой задачи для стационарной теплопередачи через многослойную ограждающую конструкцию, а также сравнение полученного решения с действующей нормативной документацией. Вопросы разработки и исследования методов снижения затрат тепловой энергии на отопление зданий и сооружений за счет применения систем автоматизированного управления рассмотрено в [2]. Решение задачи энергоэффективного управления тепловым режимом зданий предложено в [3]. Вопросы математического моделирования радиатора системы отопления как объекта управления рассмотрены в [4]. Результаты моделирования микроклимата жилых помещений при различных типах отопительных приборов представлены в [5]. Статья [6] посвящена разработке методов и систем непрерывного инструментального контроля теплового режима помещения в условиях кондиционирования воздуха для оценки количественных параметров теплозащиты помещения. Работа [7] посвящена численному исследованию микроклимата жилого помещения, оборудованного системой управления микроклиматом, обозначаемой термином «умный дом».

В данной работе рассмотрим математическую модель системы регуляции температуры в жилом помещении, представленную дифференциальными уравнениями в непрерывном времени [8, 9]. Назовем данную математическую модель “физической” моделью (ФМ). Цель работы заключается в построении решений задачи математического и компьютерного моделирования системы регулирования температуры воздуха в жилом помещении. Для этого на основе рассмотренной математической модели построены стандартная управляемая и стандартная наблюдаемая модели, проведен анализ свойств устойчивости, полной управляемости и наблюдаемости физической (ФМ), стандартной управляемой (СУМ) и наблюдаемой (СНМ) моделей. Далее решена задача оптимального управления с целью минимизации расхода энергии на нагрев помещений на заданном промежутке времени. Компьютерное моделирование выполнено на языке Python.

1. Описание физической модели

Рассмотрим физическую модель (ФМ) системы регулирования температуры воздуха, представленную в пространстве состояний, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -k_1 - \frac{k}{cm_1} & k_1 \\ k_1 & -k_1 - \frac{k}{cm_2} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} \frac{1}{cm_1} \\ 0 \end{bmatrix} u(t), \\ z(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t). \end{cases} \quad (1)$$

где $x(t)$ – температуры воздуха ($^{\circ}\text{C}$) в комнатах, $u(t)$ – управление теплотой нагревателя (кДж/мин), C – теплоемкость воздуха (кДж/(кг · $^{\circ}\text{C}$)), m_1, m_2 – массы вещества в комнатах, k – потери за счет конвекции ($k > 0$), k_1 – коэффициент межкомнатной теплопередачи.

Из представления модели справедливы следующие замечания.

Замечание 1. Нагреватель влияет только на температуру первой комнаты, если добавить его и в другой комнате, то на место второго элемента вектора B нужно поставить коэффициент, аналогичный первому, но с другим значением коэффициента массы.

Замечание 2. На выходе мы получим результат измерения, соответствующий вектору состояния $x(t)$.

Замечание 3. Данную модель можно адаптировать под другие задачи путем изменения параметров C, k, k_1 , соответствующих другим веществам и емкостям, между которыми есть преграда.

2. Передаточная функция модели

Для построения моделей запишем общий вид передаточной функция линейной динамической системы (ЛДС) [10]:

$$G(s) = \frac{c_m s^m + c_{m-1} s^{m-1} + \dots + c_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}. \quad (2)$$

Как ранее отмечалось, на выходе мы наблюдаем два измерения, следовательно, передаточных функций будет две, каждая описывает соотношение между выходным и входным сигналами ЛДС. Получим:

$$G_1(s) = \frac{\frac{s}{Cm_1} + \frac{Ck_1m_2 + k}{C^2m_1m_2}}{s^2 + \frac{s(2Ck_1m_1m_2 + km_1 + km_2)}{Cm_1m_2} + \frac{k(Ck_1m_1 + Ck_1m_2 + k)}{C^2m_1m_2}}, \quad (3)$$

$$G_2(s) = \frac{\frac{k_1}{Cm_1}}{s^2 + \frac{s(2Ck_1m_1m_2 + km_1 + km_2)}{Cm_1m_2} + \frac{k(Ck_1m_1 + Ck_1m_2 + k)}{C^2m_1m_2}}.$$

3. Построение СУМ и СНМ

Модели СУМ и СНМ будем строить на основе физической модели (1) и передаточных функций (3).

Так как модель имеет два выхода, то в матрицу измерений H модели СУМ добавляется вторая строка. Для вычисления ее элементов используем передаточную функция следующего вида:

$$G_2(s) = \frac{h_{21} + h_{22}s}{s^2 + \frac{s(2Ck_1m_1m_2 + km_1 + km_2)}{Cm_1m_2} + \frac{Ckk_1m_1 + Ckk_1m_2 + k^2}{C^2m_1m_2}}. \quad (4)$$

В то же время, данная функция является второй передаточной функцией ФМ, следовательно: $h_{21} = \frac{k_1}{Cm_1}$, $h_{22} = 0$.

Таким образом, мы построили СУМ следующего вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -\frac{k(Ck_1m_1 + Ck_1m_2 + k)}{C^2m_1m_2} & -2k_1 - \frac{1}{Cm_2} - \frac{k}{Cm_1} \end{array} \right] x(t) + \\ \quad + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \\ z(t) = \left[\begin{array}{cc} \frac{Ck_1m_2 + k}{C^2m_1m_2} & \frac{1}{Cm_1} \\ \frac{k_1}{Cm_1} & 0 \end{array} \right] x(t). \end{array} \right. \quad (5)$$

Теперь построим модель СММ. Поскольку матрица F уже найдена при построении СУМ, остается найти матрицу B и вторую строку матрицы H . Система уравнений для вычисления матрицы B и ее решение представлены выражениями (6) и (7):

$$\left[\begin{array}{c} \frac{1}{Cm_1} \\ \frac{k_1}{Cm_1} + \frac{k}{C^2m_1m_2} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ \frac{2Ck_1m_1m_2 + km_1 + km_2}{Cm_1m_2} & 1 \end{array} \right] \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

$$b_1 = \frac{1}{Cm_1}, \quad b_2 = \frac{-Ck_1m_1 - k}{C^2m_1^2}. \quad (7)$$

Чтобы определить вторую строку матрицы H , используем передаточную функцию следующего вида:

$$G(s)_2 = \frac{b_1(-a_0h_2 + h_1(a_1 + s)) + b_2(h_1 + h_2s)}{a_0 + a_1s + s^2}. \quad (8)$$

Подставив в (8) найденные элементы матрицы B , приходим к следующей системе уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{k_1}{Cm_1} = \frac{h_1(-Ck_1m_1 - k)}{C^2m_1^2} + \frac{h_1 \cdot (2Ck_1m_1m_2 + km_1 + km_2)}{C^2m_1^2m_2} - \\ \quad - \frac{h_2(Ckk_1m_1 + Ckk_1m_2 + k^2)}{C^3m_1^2m_2}, \\ 0 = \frac{h_1}{Cm_1} + \frac{h_2(-Ck_1m_1 - k)}{C^2m_1^2}. \end{array} \right. \quad (9)$$

Решая (9), найдем: $h_1 = \frac{Ck_1m_1 + k}{Ck_1m_1}$, $h_2 = \frac{1}{k_1}$.

Построенная СММ выглядит следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = \left[\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ -\frac{k(Ck_1m_1 + Ck_1m_2 + k)}{C^2m_1m_2} & -2k_1 - \frac{1}{Cm_2} - \frac{k}{Cm_1} \end{array} \right] x(t) + \\ \quad + \begin{bmatrix} \frac{1}{Cm_1} \\ \frac{-Ck_1m_1 - k}{C^2m_1^2} \end{bmatrix} u(t), \\ z(t) = \left[\begin{array}{cc} \frac{1}{Ck_1m_1} & 0 \\ \frac{Ck_1m_1 + k}{Ck_1m_1} & \frac{1}{k_1} \end{array} \right] x(t). \end{array} \right. \quad (10)$$

Корректность построенных моделей проверена методом компьютерного моделирования при следующих параметрах: $x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $u(t) = 60$ кДЖ/мин, $C = 1$ кДж/(кг · °С), $m_1 = 57.6$ кг, $m_2 = 72$ кг, $k = 1.4$, $k_1 = 2.04$. Результаты вычислительного эксперимента представлены на рис.1 и рис. 2.

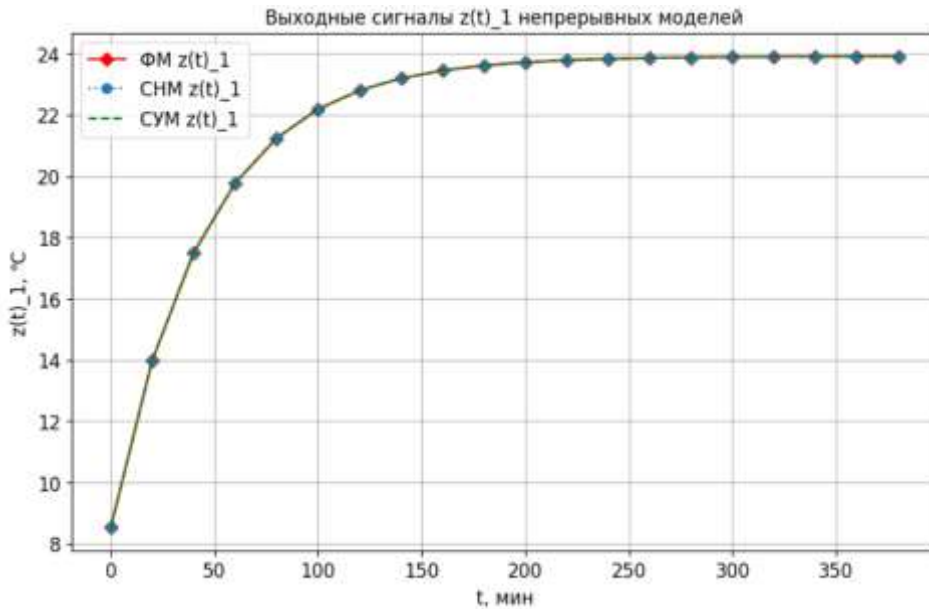


Рис. 1. Выходные сигналы $z(t)_1$ (температура в первой комнате): ФМ $z(t)_1$ – решение (1), СММ $z(t)_1$ – решение (10), СУМ $z(t)_1$ – решение (5).

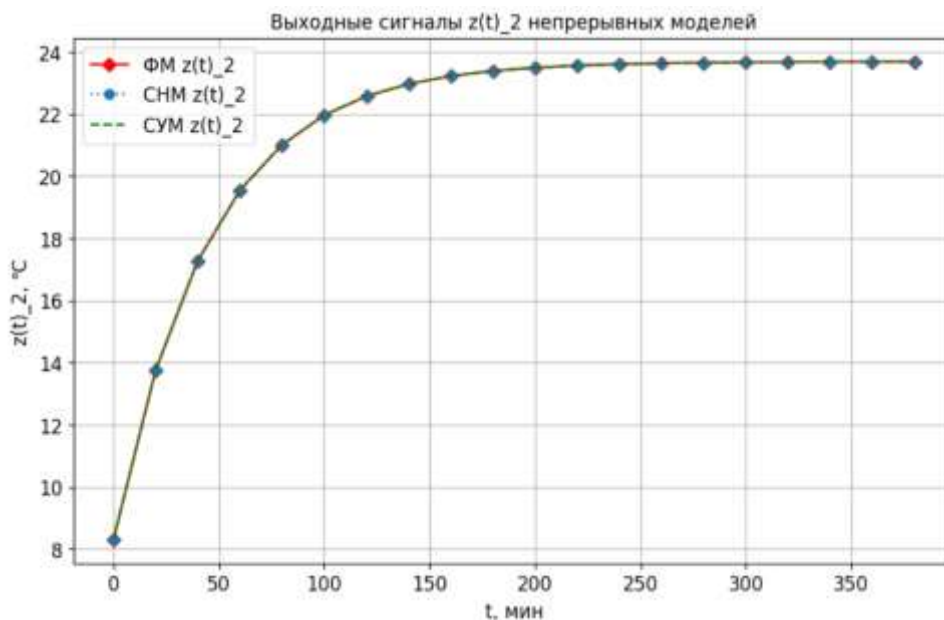


Рис. 2. Выходные сигналы $z(t)_2$ (температура во второй комнате): ФМ $z(t)_2$ – решение (1), СММ $z(t)_2$ – решение (10), СУМ $z(t)_2$ – решение (5).

На полученных графиках видно, что комнаты нагреваются с одинаковой скоростью и достигают температуры в 24 градуса за 260 минут. Поскольку выходные сигналы всех трех моделей совпадают при одинаковых значениях параметров, можно сделать вывод, что все модели одинаково описывают процесс терморегуляции.

4. Анализ свойств математических моделей

4.1. Анализ свойства устойчивости

Анализ устойчивости проведен с использованием критерия устойчивости Гурвица [11,13]. Матрица устойчивости для передаточных функций имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} \frac{2Ck_1m_1m_2 + km_1 + km_2}{Cm_1m_2} & 0 \\ 1 & \frac{Ckk_1m_1 + Ckk_1m_2 + k^2}{C^2m_1m_2} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Составим систему неравенств:

$$\begin{cases} 0 < \frac{2Ck_1m_1m_2 + km_1 + km_2}{Cm_1m_2}, \\ 0 < \frac{(2Ck_1m_1m_2 + km_1 + km_2)k(k_1m_1C + m_2k_1C + k)}{C^3m_1^2m_2^2}. \end{cases} \quad (12)$$

Решив ее, получаем условия устойчивости наших моделей:

$$\left\{ 0 < C, 0 < k, 0 < m_1, 0 < m_2, -\frac{k}{C(m_1 + m_2)} < k_1 \right\}. \quad (13)$$

4.2. Анализ свойства полной управляемости

Критерий полной управляемости. Модель является полностью управляемой, если ранг матрицы управляемости полный [10, 12]. Матрица управляемости имеет вид:

$$W_{CTI} = [B|FB|\dots|F^{n-1}B]. \quad (14)$$

Построим матрицы управляемости для моделей ФМ, СУМ и СНМ. Они представлены выражениями (15), (16) и (17):

$$W_{CTI} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Cm_1} & \frac{-k_1 - \frac{k}{Cm_1}}{Cm_1} \\ 0 & \frac{k_1}{Cm_1} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

$$W_{CTI} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2k_1 - \frac{k}{Cm_2} - \frac{k}{Cm_1} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

$$W_{CTI} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Cm_1} & \frac{-Ck_1m_1 - k}{C^2m_1^2} \\ \frac{-Ck_1m_1 - k}{C^2m_1^2} & \frac{2C^2k_1^2m_1^2 + 2Ckk_1m_1 + k^2}{C^3m_1^2} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Все матрицы имеют ранг 2, таким образом, модели ФМ, СУМ и СНМ являются полностью управляемыми при любых ненулевых значениях параметров.

4.3. Анализ свойства полной наблюдаемости

Критерий полной наблюдаемости. Модель является полностью наблюдаемой, если ранг матрицы наблюдаемости полный [10, 12]. Матрица наблюдаемости имеет вид:

$$M_{CTI} = [H^T | \dots | (HF^{n-1})^T]^T. \quad (18)$$

Построим матрицы наблюдаемости для моделей ФМ, СУМ и СНМ. Они представлены выражениями (19), (20) и (21):

$$M_{CTI} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -k_1 - \frac{k}{cm_1} & k_1 \\ k_1 & -k_1 - \frac{k}{cm_2} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

$$M_{CTI} = \begin{bmatrix} \frac{ck_1m_2+k}{c^2m_1m_2} & \frac{1}{cm_1} \\ \frac{k_1}{cm_1} & 0 \\ \frac{-k(ck_1m_1+ck_1m_2+k)}{c^3m_1^2m_2} & \frac{-ck_1m_1-k}{c^2m_1^2} \\ 0 & \frac{k_1}{cm_1} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

$$M_{CTI} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 + \frac{k}{ck_1m_1} & \frac{1}{k_1} \\ 0 & 1 \\ \frac{-k(ck_1m_1+ck_1m_2+k)}{c^2k_1m_1m_2} & -1 - \frac{k}{ck_1m_2} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Все матрицы имеют ранг 2, таким образом, модели ФМ, СУМ и СНМ являются полностью наблюдаемыми при любых ненулевых значениях параметров.

5. Решение задачи оптимального управления

С целью математического и компьютерного моделирования оптимального процесса нагрева воздуха в помещениях решим задачу оптимального управления: требуется нагреть комнаты до температуры x_T за заданное время T при минимальных расходах на управление количеством теплоты, выделяемой нагревателем, $u(t)$, при заданной начальной температуре $x(t_0)$.

Запишем дифференциальные уравнения для модели ФМ:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\left(k_1 + \frac{k}{cm_1}\right)x_1 + k_1x_2 + \frac{u(t)}{cm_1} = f_1(t), \\ \dot{x}_2 = k_1x_1 - \left(k_1 + \frac{k}{cm_2}\right)x_2 = f_2(t). \end{cases} \quad (22)$$

Запишем граничные условия:

$$\begin{cases} x_1(t_0) = x_1^0, \\ x_2(t_0) = x_2^0. \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} x_1(T) = x_1^T, \\ x_2(T) = x_2^T. \end{cases} \quad (24)$$

Запишем критерий оптимальности:

$$J(u) = \int_0^T \frac{u^2}{2} dt \rightarrow \min \quad (25)$$

Решим данную задачу методом множителей Лагранжа [13]. Для этого запишем Гамильтониан:

$$H = -0.5u^2 + \varphi_1 f_1(t) + \varphi_2 f_2(t).$$

Далее запишем уравнения Эйлера – Лагранжа:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = -k_1 \varphi_2 - \left(-k_1 - \frac{k}{cm_1}\right) \varphi_1, \\ \dot{\varphi}_2 = -k_1 \varphi_1 - \left(-k_1 - \frac{k}{cm_2}\right) \varphi_2. \end{cases} \quad (26)$$

Из условия стационарности находим выражение для u :

$$\frac{\partial H}{\partial u} = -1u + \frac{\varphi_1}{cm_1} = 0. \quad (27)$$

$$u = \frac{\varphi_1}{cm_1}. \quad (28)$$

Подставив u в уравнения модели и уравнения Эйлера-Лагранжа, получим следующую систему:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\left(k_1 + \frac{k}{cm_1}\right) x_1 + k_1 x_2 + \frac{\varphi_1}{c^2 m_1^2}, \\ \dot{x}_2 = k_1 x_1 - \left(k_1 + \frac{k}{cm_2}\right) x_2, \\ \dot{\varphi}_1 = -k_1 \varphi_2 - \left(-k_1 - \frac{k}{cm_1}\right) \varphi_1, \\ \dot{\varphi}_2 = -k_1 \varphi_1 - \left(-k_1 - \frac{k}{cm_2}\right) \varphi_2. \end{cases} \quad (29)$$

Решив (29), найдем функции $x_1(t)$ и $x_2(t)$, моделирующие процессы изменения температуры в комнатах.

Компьютерное моделирование проведено на языке Python при следующих параметрах: $C = 1$ кДж/(кг·°С), $m_1 = 57.6$ кг, $m_2 = 72$ кг, $k = 0.2$, $k_1 = 0.8$, $t_f = 30$, $x(0) = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$, $x(t_f) = \begin{bmatrix} 26 \\ 25.05 \end{bmatrix}$. Результаты вычислительных экспериментов представлены на рис. 3 и 4.

Похожие графики получаются для случая, когда начальные температуры немного отличаются, однако, для получения адекватных результатов требуется тщательно контролировать целевые параметры $x_1(t_f)$, $x_2(t_f)$: неудачно подобранные параметры могут привести к слишком резкому изменению температуры для компенсации теплопотерь. Возможно, столь резкое изменение тепловыделения невозможно в реальных условиях. На рис. 5 представлены результаты компьютерного моделирования в случае $x(t_f) = \begin{bmatrix} 27 \\ 25 \end{bmatrix}$.

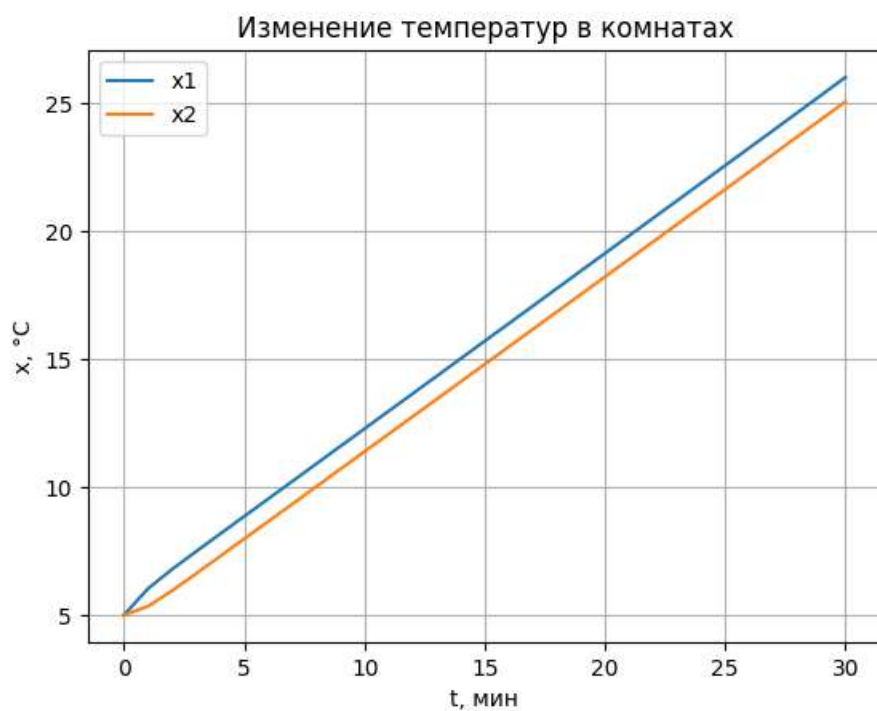


Рис. 3. Изменение температур в комнатах с течением времени (система (29)) при $x(t_f) = \begin{bmatrix} 26 \\ 25.05 \end{bmatrix}$

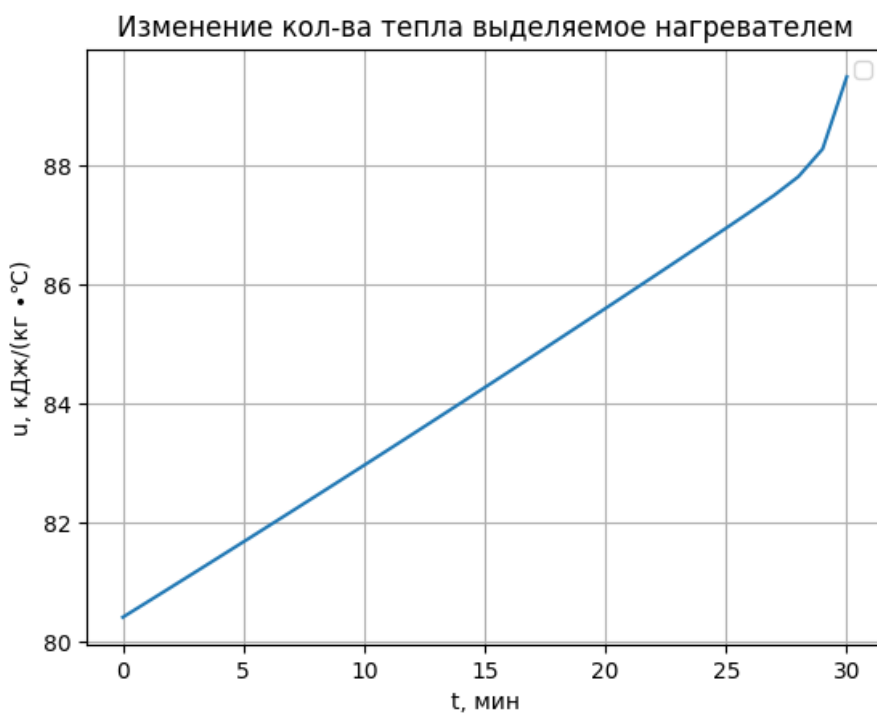


Рис. 4. Изменение количества тепла, выделяемого нагревателем с течением времени (система (28)) при $x(t_f) = \begin{bmatrix} 26 \\ 25.05 \end{bmatrix}$

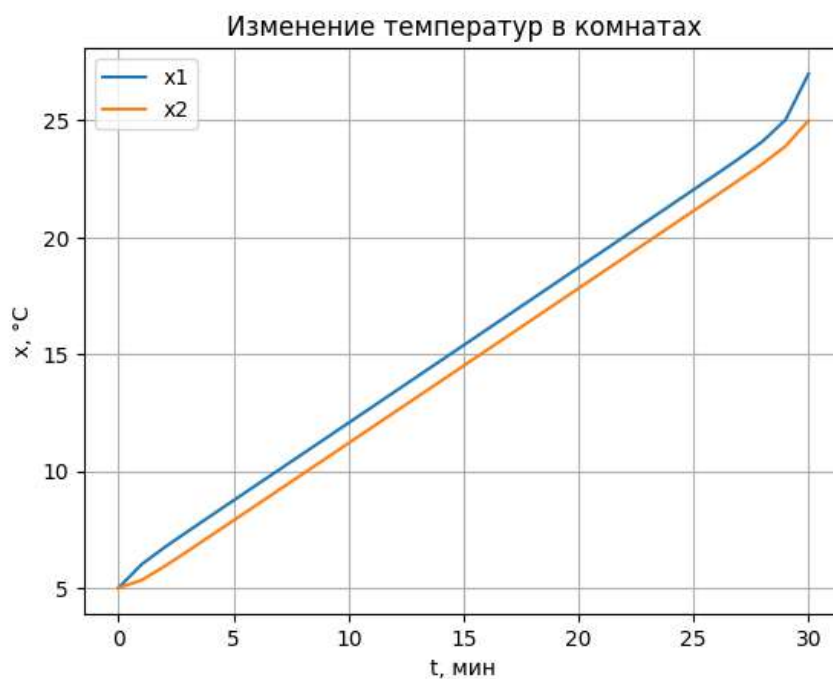


Рис. 5. Изменение температур в комнатах с течением времени (система (29)) при $x(t_f) = \begin{bmatrix} 27 \\ 25 \end{bmatrix}$

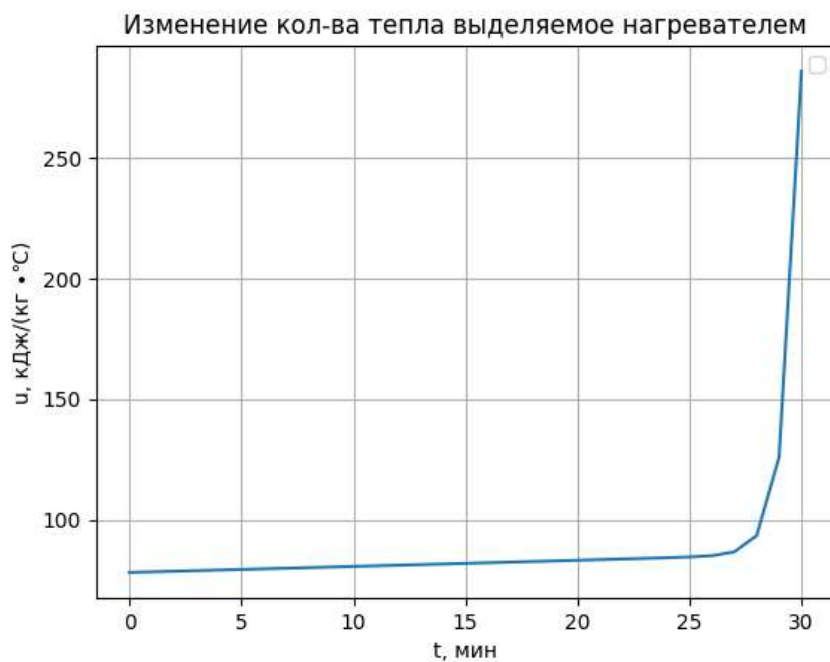


Рис. 6. Изменение количества тепла, выделяемого нагревателем с течением времени (система (28)) при $x(t_f) = \begin{bmatrix} 27 \\ 25 \end{bmatrix}$.

Таким образом, перед использованием построенной модели следует провести ряд испытаний при статичном параметре u , с целью изучения допустимых параметров температуры в комнатах. Также можно подобрать $x_2(t_f)$, в зависимости от разницы между $u(t_f)$ и

$u(t_f - 1)$. Небольшое различие между начальными температурами не мешают адекватному процессу регулирования температуры.

Заключение

В статье рассмотрены решения задач математического и компьютерного моделирования процесса терморегуляции в жилом помещении. Построены соответствующие математические модели в форме СУМ и СНМ, проанализированы их свойства устойчивости, полной наблюдаемости и управляемости, решена задача моделирования оптимального режима работы системы регулирования температуры воздуха в двух комнатах на заданном промежутке времени. Применялись методы теории динамических систем и оптимального управления. Построение компьютерных моделей и проведение вычислительных экспериментов выполнено на языке Python.

Результаты исследования показали, что все модели обладают свойствами полной управляемости и наблюдаемости при любых ненулевых значениях параметров. Следовательно, все три модели можно рекомендовать для решения задачи моделирования процесса терморегуляции в жилом помещении. Также получены условия устойчивости моделей. С точки зрения сложности вычислений, самой простой является модель ФМ. Данная модель затем была использована для решения задачи оптимального управления. Результаты вычислительных экспериментов показали, что построенная модель адекватно описывает процесс изменения температуры в комнатах, но требует подбора адекватных параметров $x_1(t_f)$, $x_2(t_f)$.

В заключение отметим, что построенные модели можно использовать для иных веществ в газообразном или жидком состоянии, в других условиях их пребывания или для моделирования ситуаций, когда в обеих комнатах есть нагреватели.

Список литературы

1. Гражданкин А. А., Иванченко В. Т., Письменский А. В. Математическое моделирование теплопередачи через ограждающую конструкцию // *Вестник БГТУ им. В. Г. Шухова*. 2020, № 6, с. 29–39.
2. Tarasov V.A, Tarasova V.V, Afanasyev V.V, Kovalev V.G, Orlov V.N. Mathematical modeling of the forecast and standby heating modes // *Power engineering: research, equipment, technology*. 2019, 21(3), p. 73–85.
3. Марьясин О. Ю., Колодкина А. С. Управление тепловым режимом зданий с использованием прогнозирующих моделей // *Вестн. Самар. Гос. Техн. Ун-та. Сер. Технические науки*. 2017, № 1 (53), с. 122–132.
4. Масляницын А. П., Масляницына Е. В., Краснова М. С. Математическое моделирование радиатора системы отопления как объекта управления // *Градостроительство и архитектура*. 2021, т.11, № 3, с. 38–44.

5. Дацюк Т. А., Ивлев Ю. П., Пужкал В. А. Результаты моделирования микроклимата жилых помещений при различных типах отопительных приборов // *Инженерно-строительный журнал*. 2021, №6, с. 12–21.
6. Куан, И. А. Математическое моделирование теплового режима помещения с кондиционером // *Сборник избранных статей научной сессии ТУСУР*. 2018. № 1–2, С. 76–78.
7. Цынаева А. А., Цынаева Е. А. Численное исследование микроклимата помещения с использованием СПО // *Труды ИСП РАН*. 2021, т. 33, вып. 5, с. 259–270.
8. Афанасьев В. Н., Колмановский В. Б. *Математическая теория конструирования систем управления*. М.: Высш. шк., 2003.
9. Денисов В. И., Чубич В. М., Черникова О. С., Бобылева Д. И. *Активная параметрическая идентификация стохастических линейных систем*. Новосибирск: Изд-во Новосибирского государственного технического университета, 2009.
10. Семушин, И. В., Цыганова, Ю. В. *Детерминистские модели динамических систем*. Ульяновск: УлГТУ, 2007.
11. Александров В.В., Лемак С.С., Парусников Н.А. *Лекции по механике управляемых систем*. М.: Изд-во Московского университета, 2020.
12. Dorf R. C., Bishop R. H. *Modern Control Systems. 13-th Ed.* Hoboken: Pearson Education, 2016.
13. Gajic Z. *Linear Dynamic Systems and Signals*. 1st Ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2002.

Solutions to the problem of mathematical and computer modeling of the air temperature control system in a residential building

Sergeev, S. S.

sergey.sergeev155@gmail.com

Ulyanovsk State University, Russia

This paper deals with the problem of mathematical modeling of the thermoregulation process in living space. On the basis of the second order continuous linear dynamic system model the standard controllable and standard observable models are constructed in order to determine the optimal model for solving the problem of thermoregulation by researching the properties of stability, complete controllability and complete observability of all three models. As a result, revealed that all models possess the properties of complete controllability and observability at any non-zero values of parameters. Consequently, all three models can be recommended for solving the problem of modeling the thermoregulation process. The optimal control problem was solved for one of models in order to minimize the energy consumption at a given time interval.

Keywords: living space temperature regulation, linear continuous dynamic system, state-space model, robustness, complete observability, complete controllability, optimal control