

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф – Программа вступительных испытаний		

**УТВЕРЖДАЮ:**  
Председатель приемной комиссии УлГУ  
Б.М. Костишко  
*Человек* 2023 г.



# ПРОГРАММА

вступительных испытаний по научной специальности

## 1.2.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ (ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ)

для поступающих на обучение по программам подготовки  
научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре  
Ульяновского государственного университета

Сведения о разработчиках:

ФИО	Аббревиатура кафедры	Ученая степень, звание
Цыганова Юлия Владимировна	КИТ	д.ф.-м.н., профессор

Ульяновск, 2023

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф – Программа вступительных испытаний		

## **1. Общие положения**

**1.1.** Программа вступительного испытания по специальной дисциплине соответствующей научной специальности программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре: 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (далее – Программа), сформирована на основе требований федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к программам аспирантуры по соответствующим направлениям (специальностям) подготовки. Программа разработана для поступления на обучение в аспирантуру УлГУ.

Программой устанавливается:

- форма, структура, процедура сдачи вступительного испытания;
- шкала оценивания;
- максимальное и минимальное количество баллов для успешного прохождения вступительного испытания;
- критерии оценки ответов.

Вступительное испытание проводится на русском языке.

**1.2.** Организация и проведение вступительного испытания осуществляется в соответствии с Правилами приема, утвержденными решением Ученого совета УлГУ, действующими на текущий год поступления.

**1.3.** По результатам вступительного испытания поступающий имеет право подать на апелляцию о нарушении, по мнению поступающего, установленного порядка проведения вступительного испытания и (или) о несогласии с полученной оценкой результатов вступительного испытания в порядке, установленном Правилами приема, действующими на текущий год поступления.

## **2. Форма, структура, процедура, программа вступительного испытания и шкала оценивания ответов**

**2.1.** Вступительное испытание по специальной дисциплине проводится в форме устного экзамена в соответствии с перечнем тем и (или) вопросов, установленных данной Программой.

**2.2.** Процедура проведения экзамена представляет собой сдачу экзамена в очной форме и (или) с использованием дистанционных технологий (при условии идентификации поступающих при сдаче ими вступительных испытаний): очно и дистанционно.

**2.3.** Результаты проведения вступительного испытания оформляются протоколом, в котором фиксируются вопросы экзаменаторов к поступающему. На каждого поступающего ведется отдельный протокол.

### **2.4. Программа экзамена.**

Примерный перечень тем и вопросов для подготовки к сдаче экзамена и формирования билетов.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф – Программа вступительных испытаний		

## 1.2.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ (ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ)

### Раздел 1. Общая часть.

1.1. Предмет и место математики в познании природы и общества. Этапы исторического развития математики.

### Раздел 2. Математический анализ.

- 2.1. Предел и непрерывность функций одной и нескольких переменных. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
- 2.2. Производная и дифференциал функций одной и нескольких переменных. Достаточные условия дифференцируемости.
- 2.3. Определенный интеграл и его свойства. Основная формула интегрального исчисления.
- 2.4. Числовые ряды. Абсолютная и условная сходимости. Признаки сходимости: Даламбера, интегральный, Лейбница.
- 2.5. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Непрерывность равномерно сходящегося ряда непрерывных функций.
- 2.6. Степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Радиус и интервал сходимости.
- 2.7. Криволинейный интеграл. Формула Грина.
- 2.8. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Неравенство Бесселя, равенство Парсеваля, сходимость ряда Фурье.

### Раздел 3. Алгебра и геометрия.

- 3.2. Прямая и плоскость, их уравнения. Взаимное расположение прямой и плоскости, основные задачи на прямую и плоскость.
- 3.3. Алгебраические линии и поверхности второго порядка, канонические уравнения, классификация.
- 3.4. Система линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы алгебраических уравнений.
- 3.5. Линейный оператор в конечномерном пространстве, его матрица. Норма линейного оператора.
- 3.6. Ортогональные преобразования евклидова пространства. Ортогональные матрицы и их свойства.
- 3.7. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные числа и собственные векторы.

### Раздел 4. Дифференциальные уравнения.

- 4.1. Теоремы существования и единственности решения уравнения первого порядка.
- 4.2. Системы линейных дифференциальных уравнений, свойства. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.
- 4.4. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.
- 4.5. Устойчивость по Ляпунову. Теорема об устойчивости по линейному приближению.
- 4.6. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и парабол.
- 4.7. Методы Ньютона и секущих для решений нелинейных уравнений.
- 4.7. Численные решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

### Раздел 5. Элементы теории вероятностей.

- 5.1. Аксиоматика теории вероятностей.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф – Программа вступительных испытаний		

- 5.2. Вероятность, условная вероятность. Независимость.
- 5.3. Случайные величины и векторы. Элементы корреляционной теории случайных векторов.
- 5.4. Центральная предельная теорема.
- 5.5. Элементы теории случайных процессов. Понятие винеровского и пуассоновского процессов.

#### **Раздел 6. Численные методы и компьютерные технологии.**

- 6.1. Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей. Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы поиска экстремума.
- 6.2. Вычислительные методы линейной алгебры.
- 6.3. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов.
- 6.4. Преобразования Фурье, Лапласа и др. Численные методы вейвлет-анализа.
- 6.5. Вычислительный эксперимент. Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа.
- 6.6. Алгоритмические языки. Представление о языках программирования высокого уровня. Пакеты прикладных программ.

#### **Раздел 7. Методы математического моделирования.**

- 7.1. Основные принципы математического моделирования. Математические модели в механике, гидро- и электродинамике. Универсальность математических моделей. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы.
- 7.2. Методы исследования математических моделей. Устойчивость. Проверка адекватности математических моделей.
- 7.3. Математические модели как объект научных исследований. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем.
- 7.4. Модели динамических систем. Детерминистские и стохастические системы. Наблюдаемость и управляемость динамических систем.
- 7.5. Задачи математического моделирования. Прямая и обратная задачи математического моделирования. Задача идентификации математических моделей.

### **ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ**

1. Вещественные функции вещественного аргумента. Два определения предела функции (по Коши, по Гейне) и их эквивалентность, единственность предела.
2. Арифметические свойства предела функций, непрерывность на отрезке: Критерий Коши существования предела функции.
3. Свойства функций, непрерывных на отрезке: о промежуточных значениях, ограниченность, вторая теорема Вейерштрасса.
4. Существование и непрерывность обратной функции. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва функции.
5. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
6. Вещественная функция нескольких переменных. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал и частные производные, их геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости.
7. Интегральные суммы Римана и два определения определенного интеграла (стандартное и через последовательности). Ограниченность функций, интегрируемых по

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф – Программа вступительных испытаний		

Риману.

8. Суммы Дарбу и критерий Дарбу интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций.
9. Интеграл как функция от его верхнего предела интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница.
10. Числовые ряды. Сходимость. Необходимое условие сходимости. Признаки сходимости: Даламбера и интегральный.
11. Условная и абсолютная сходимость числовых рядов. Признак Лейбница.
12. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Критерий Коши и признак Вейерштрасса равномерной сходимости.
13. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
14. Степенные ряды. Формула Коши-Адамара для радиуса сходимости. О равномерной сходимости, дифференцируемости и интегрируемости степенных рядов.
15. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение основных функций в степенные ряды.
16. Криволинейные интегралы первого и второго рода, их вычисление.
17. Формула Грина. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования.
18. Тригонометрическая ортонормированная система функций и ее замкнутость в пространстве кусочно-непрерывных функций.
19. Тригонометрические ряды Фурье, Сходимость по норме. Условия поточечной, равномерной и абсолютной сходимости тригонометрических рядов Фурье.
20. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве.
21. Уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей, прямой и плоскости.
22. Расстояния от точки до прямой, от точки до плоскости. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.
23. Канонические уравнения эллипса, параболы, гиперболы.
24. Приведение многочлена второго порядка от двух переменных к каноническому виду. Виды линий второго порядка.
25. Алгебраические поверхности второго порядка. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
26. Приведение многочлена второго порядка от трех переменных к каноническому виду (без доказательства). Виды поверхностей второго порядка.
27. Пространство решений однородной системы уравнений. Фундаментальная система решений.
28. Критерий совместности линейной системы (теорема Кронекера-Капелли).
29. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.
30. Линейный оператор в конечномерном пространстве, его матрица. Норма линейного оператора.
31. Ортогональные преобразования евклидова пространства. Ортогональные матрицы и их свойства.
32. Характеристический многочлен линейного оператора. Собственные числа и собственные векторы.
33. Теорема существования решения дифференциального уравнения первого порядка.
34. Теорема о единственности решения.
35. Система линейных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.
36. Решение линейного уравнения с постоянными коэффициентами.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф – Программа вступительных испытаний		

37. Устойчивость по Ляпунову. Устойчивость линейных систем.
38. Теоремы об устойчивости на основе функций Ляпунова.
39. Устойчивость по линейному приближению.
40. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и парабол.
41. Методы Ньютона и секущих для решений нелинейных уравнений.
42. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
43. Аксиоматика теории вероятностей.
44. Вероятность, условная вероятность. Независимость.
45. Случайные величины и векторы. Элементы корреляционной теории случайных векторов.
46. Центральная предельная теорема.
47. Элементы теории случайных процессов. Понятие винеровского и пуассоновского процессов.
48. Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей.
49. Численное дифференцирование и интегрирование.
50. Численные методы поиска экстремума.
51. Вычислительные методы линейной алгебры.
52. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений.
53. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов.
54. Преобразования Фурье, Лапласа и др. Численные методы вейвлет-анализа.
55. Вычислительный эксперимент. Принципы проведения вычислительного эксперимента.
56. Модель, алгоритм, программа.
57. Алгоритмические языки. Представление о языках программирования высокого уровня.
58. Пакеты прикладных программ.
59. Основные принципы математического моделирования.
60. Математические модели в механике, гидро- и электродинамике.
61. Универсальность математических моделей. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы.
62. Методы исследования математических моделей.
63. Устойчивость математических моделей.
64. Проверка адекватности математических моделей.
65. Математические модели как объект научных исследований.
66. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем.
67. Модели динамических систем.
68. Детерминистские и стохастические системы.
69. Наблюдаемость и управляемость динамических систем.
70. Задачи математического моделирования.
71. Прямая и обратная задачи математического моделирования.
72. Задача идентификации математических моделей.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф – Программа вступительных испытаний		

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА:

- Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ, т.1, т.2. – Проспект, 2006.
- Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Изд-во Физматлит, 2005.
- Ильин В.А., Позняк Э.Г. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ. – М.: ФМЛ, 2001.
- Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: МГУ, 2004.
- Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Изд-во Физматлит, 2005.
- Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М.: Научный мир, 2003.
- Бахвалов Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков ; под ред. В. А. Садовничего. — 4-е изд. (эл.). — Электрон. текстовые дан. (1 файл pdf : 243 с.). — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015.
- Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: ФМЛ, 2003.
- Боровков А.А. Математическая статистика. – М.: Наука, 1984.
- Боровков А.А. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1984.
- Пытьев Ю.П. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. – М.: Физматлит, 2002.
- Самарский А.А. Методы математического моделирования. – М.: Физматлит, 2002.
- Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления // Пер. с англ. Б. И. Копылова. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002.
- Семушин, И. В., Цыганова, Ю. В. Детерминистские модели динамических систем: учеб. пособие / И. В. Семушин, Ю. В. Цыганова. – Ульяновск: УлГТУ, 2006

#### 2.5. Шкала оценивания ответов на экзамене

неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
до 39 баллов	40–74 баллов	75–84 баллов	85–100 баллов

Общая продолжительность экзамена составляет 45 минут.

Максимальное количество баллов за экзамен – 100. Минимальное количество баллов для успешного прохождения экзамена – 40. Поступающий, набравший менее 40 баллов за экзамен, не может быть зачислен в аспирантуру.

Таблица критериев оценки устных и письменных ответов (при наличии)

Вид деятельности		
Оценка	Балл	Уровень владения темой

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф – Программа вступительных испытаний		

<b>неудовлетворительно</b>	до 39	Ответ на поставленный вопрос не дан или ответ неполный, отсутствует логичность повествования или допущены существенные логические ошибки
<b>удовлетворительно</b>	40–74	Ответ полный, допущены не существенные логические ошибки
<b>хорошо</b>	75–84	Ответ логичный, конкретный, присутствуют незначительные пробелы в знаниях материала программы
<b>отлично</b>	85–100	Ответ полный, логичный, конкретный, без замечаний. Продемонстрированы знания материала программы, умение решать предложенные задачи

Вступительное испытание проводится экзаменационной комиссией, действующей на основании приказа ректора.

Итоговая оценка за экзамен определяется как средний балл, выставленный всеми членами комиссии.